2. Modelo matemático

Neste capítulo descreve-se o modelo matemático usado para a simulação e análise de um sistema de refrigeração por compressão de vapor operando em regime permanente com nanofluido como fluido secundário.

2.1. Descrição do sistema proposto

Na figura 14 pode-se observar o layout do sistema de refrigeração a ser simulado. Foram adotados um compressor hermético alternativo, válvula de expansão termostática e trocadores de calor de tubo duplo.



Figura 14- Diagrama de ciclo de refrigeração por compressão a vapor com circuito de fluido secundário.



Figura 15- Diagrama p-h do ciclo de refrigeração por compressão de vapor.

Na figura 15 mostra-se o diagrama P-h para um ciclo de refrigeração considerando tanto o ciclo real quanto o ciclo ideal. Os graus de superaquecimento e de subresfriamento são diferenças de temperaturas que normalmente aparecem em ciclos reais de refrigeração por compressão de vapor.

No ciclo de refrigeração por compressão de vapor, o compressor estabelece, em conjunto com o dispositivo de expansão, a diferença de pressão necessária para que o fluido de trabalho percorra todos os estágios do ciclo, assim como as temperaturas de saturação adequadas para a troca de calor com a fonte fria e o reservatório térmico quente (meio ambiente). Em sistemas de pequena capacidade, trocadores de calor de tubo duplo têm grande uso prático já que podem ser construídos em tamanhos que variam desde 1 kW até centenas de kWs de capacidade (Palm, 2006). Este tipo de trocador consiste de dois tubos coaxiais, sendo um tubo colocado dentro de outro tubo de maior diâmetro. Os tubos podem ser lisos ou aletados, tanto na superfície externa, quanto na interna (Palm, 2006).

No presente estudo, os trocadores de calor (evaporador e condensador) são do tipo tubo duplo reto. Os fluidos escoam da seguinte forma:

- No condensador, o refrigerante escoa pela tubulação interna e o fluido de resfriamento (água) escoa pela seção anular do condensador;
- No evaporador o fluido secundário (nanofluido evaporador) escoa pelo tubo interior e o fluido refrigerante escoa pela seção anular.

Os nanofluidos serão usados como fluido secundário no evaporador (figura 16), onde é retirada a carga térmica ou taxa de transferência de calor que deverá ser removida de um determinado meio para se manter a temperatura do mesmo em um valor constante e abaixo da temperatura ambiente.



Figura 16- Layout do sistema de circulação do fluido secundário no evaporador (nanofluido).

2.2. Equações de conservação

A seguir serão apresentadas as equações de conservação de massa, e de energia, na forma em que serão utilizadas no presente modelo, equações (2.1) a (2.4).

A descrição de qualquer processo físico pode se tornar extremamente complexa. Assumem-se, portanto simplificações, de modo a facilitar a solução do modelo matemático resultante.

Partindo da equação de balanço de massa aplicada a um volume de controle, temse (Moran e Shapiro, 1993):

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum m_{in} - \sum m_{out}$$
 Equation Section 2(2.1)

A equação (2.1) atende a um volume de controle com propriedades uniformemente distribuídas, e um número finito de seções de entrada e saída, cada uma com escoamento seccionalmente uniforme. Para regime permanente, tem-se $\frac{dm_{vc}}{dt}$ =0 e a equação (2.1) fica reduzida a:

$$\sum m_{in} = \sum m_{out}$$
(2.2)

Com as mesmas hipóteses originais, a equação de conservação de energia, conforme segue:

$$Q - W_{itil} = \frac{dE_{vc}}{dt} + \sum_{n} m_{out} \left(h + \frac{1}{2}u^2 + gz \right)_{out} - \sum_{n} m_{in} \left(h + \frac{1}{2}u^2 + gz \right)_{in}$$
(2.3)

Para um sistema operando em regime permanente, com escoamento seccionalmente uniforme através de uma única entrada e única saída, tem-se:

$$Q - W_{itil} = m_{out} \left(h + \frac{1}{2}u^2 + gz \right)_{out} - m_{in} \left(h + \frac{1}{2}u^2 + gz \right)_{in}$$
(2.4)

Aplicando as equação de conservação de masssa e energia, (2.2) e (2.4), para cada componente do sistema, tem-se:

Compressor: Consideram-se as seguintes simplificações:

- 1. Regime permanente;
- 2. Só existe um fluxo de entrada e um fluxo de saída;
- 3. Variações de energia cinética e potencial são desprezíveis.

Das hipóteses (1) e (2), a equação de conservação de massa fica:

$$m_{in} = m_{out} = m \tag{2.5}$$

Aplicadas estas simplificações à equação (2.4), a taxa de realização de trabalho, \dot{W} , pode ser expressa como:

.

$$W_{cp} = m(h_2 - h_1) + Q_{cp}$$
 (2.6)

Trocadores de calor: Tanto para o evaporador como para o condensador (modelos teóricos) consideram-se as seguintes simplificações:

- 1. Regime permanente;
- **2.** As variações de energia cinética e potencial são desprezíveis, quando comparadas à variação da entalpia.

O balanço de energia aplicado sobre ambos os trocadores, no lado do refrigerante, pode ser expresso por:

$$Q = m_r \left(h_{out} - h_{in} \right) \tag{2.7}$$

Aplicando a conservação de energia, nos lados do fluido de resfriamento (condensador) e do fluido secundário (evaporador) tem-se:

$$Q = mc_p \left(T_{out} - T_{in} \right) \tag{2.8}$$

Dispositivo de Expansão: Supõe-se que o dispositivo de expansão seja uma válvula de expansão termostática. As simplificações adotadas são:

- 1. Regime permanente;
- 2. Processo adiabático;
- 3. Só existe um fluxo de entrada e um fluxo de saída, $m_e = m_s = m$;
- 4. Variação de energia potencial desprezível;

5. Variação de energia cinética desprezível.

Tem-se, então:

$$0 = (h_{in} - h_{out}) \tag{2.9}$$

O processo de expansão é, portanto, isoentálpico, e assim é representado na figura 14.

$$h_4 = h_3$$
 (2.10)

2.3. Equações de transferência de calor

Uma extensão da lei de Newton do resfriamento, com o coeficiente global de troca de calor, *U*, no lugar do coeficiente convectivo de transferência de calor, α , e considerando uma diferença de temperatura, ΔT , variando com a posição no trocador de calor, pode ser expressa, para um trocador de calor de tubo duplo, pela seguinte equação (Incropera e Witt, 1998):

$$Q = UA(DTML) \tag{2.11}$$

onde *DTML* é a diferença de temperaturas logarítmica, expressa segundo:

$$DTML = \frac{\left(T_{h_{-i}} - T_{c_{-o}}\right) - \left(T_{h_{-o}} - T_{c_{-i}}\right)}{\ln\left(\frac{T_{h_{-i}} - T_{c_{-o}}}{T_{h_{-o}} - T_{c_{-i}}}\right)}$$
(2.12)

onde , $T_{h_{-o}} \in T_{h_{-i}}$, são as temperaturas na entrada e na saida do fluido quente, e de forma similar, $T_{c_{-o}} \in T_{c_{-i}}$, são as temperatuas de entrada e saida do fluido frio.

A seguir, cada um dos processos que tem lugar no ciclo de refrigeração por compressão de vapor serão analisados separadamente.

2.4. Compressão

Baseando-se no modelo apresentado por Ciconkov e Ciconkov (2007), as características de trabalho de um compressor alternativo podem ser definidas em função das temperaturas de condensação, T_{cd} , e evaporação T_{ev} . Assim, a potência efetiva consumida é função destas temperaturas $W_e = f(T_{ev}, T_{cd})$. O modelo matemático do compressor considera a determinação da vazão mássica, mediante a eficiência volumétrica do compressor, e da potência por méio da eficiência isentrópica do processo.

O desempenho do compressor desvia-se do desempenho teórico, ou ideal, devido a perdas, resultando na diminuição da capacidade. Os fatores que influênciam o desempenho são difíceis de avaliar individualmente. Podem, portanto, ser agrupados e representados mediante as eficiências volumétrica e isentrópica.

2.4.1. Eficiência volumétrica

Apresenta-se a eficiência volumétrica como a razão ente a vazão mássica real e a vazão mássica teórica.

$$\eta_{v} = \frac{m}{\frac{1}{m_{t}}}$$
(2.13)

A vazão mássica teórica é dada por:

$$m_t = v_1 V_{cp} \tag{2.14}$$

onde V_{cp} é a taxa de deslocamento volumétrico do compressor, dada por:

$$\dot{V}_{cp} = l_{_{cyl}} \left(\frac{\pi D_p^2}{4} s_p \right) \frac{N}{60}$$
 (2.15)

Dependendo do tipo de compressor, fatores como a reexpansão, queda de pressão no interior do compressor, troca de calor com o refrigerante, vazamentos e

desvio do processo de compressão isentrópica também afetam o desempenho do compressor (ASHRAE, 1994)

Para o cálculo da eficiência volumétrica, Ciconcov e Ciconvov (2007), fazem referência à correlação de Bikov (1981). Esta correlação está baseada em quatro parâmetros:

- Eficiência volumétrica devido ao espaço nocivo, η_c ;
- Eficiência volumétrica devido à queda da pressão, η_p ;
- Eficiência volumétrica devido à troca de calor entre o cilindro e o refrigerante, η,;
- Eficiência volumétrica devido aos vazamentos internos de refrigerante, η_l.

Do produto dos quatro parâmetros mencionados, tem-se a eficiência volumétrica do compressor, equação (2.16):

$$\eta_{v} = \eta_{c} \cdot \eta_{p} \cdot \eta_{t} \cdot \eta_{l} \tag{2.16}$$

A eficiência volumétrica devido ao espaço nocivo, η_c , deve-se à reexpansão do gás remanescente do curso de descarga:

$$\eta_{c} = \left(1 - c_{r}\left[\left(\frac{P_{cd}}{P_{ev}}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right]\right)$$
(2.17)

onde c_r é a razão de espaço nocivo e n é o expoente politrópico.

A eficiência volumétrica devido à queda da pressão, η_p , através das válvulas de sucção e descarga e do filtro, pode ser expressa por (Ciconcov e Ciconcov, 2007):

$$\eta_p = 1 - \left(\delta P_{ev}\right) \left(\frac{1 + c_r}{\eta_c}\right)$$
(2.18)

onde, δP_{ev} refere-se à queda de pressão na sucção do compressor e é definido por:

$$\delta P_{ev} = \frac{\Delta P_{ev}}{P_{ev}}$$
(2.19)

sendo, ΔP_{ev} , a queda de pressão na sucção do compressor.

A eficiência volumétrica devido à troca de calor entre o cilindro e o refrigerante no interior do compressor, η_t , resulta da troca de calor com o motor elétrico, partes internas e óleo lubrificante, e pode ser aproximado, de acordo com Ciconcov e Ciconcov (2007), por:

$$\eta_q = \frac{T_{ev}}{T_{cd}} \tag{2.20}$$

ou:

$$\eta_q = 1 - 0,025 \left(\frac{P_{cd}}{P_{ev}} - 1\right)$$
(2.21)

Adotou-se, no presente trabalho, a correlação da equação (2.20), onde as temperaturas são expressas em Kelvin.

A eficiência volumétrica devido aos vazamentos internos de refrigerante varia entre 1 e 0,95 para uma relação de pressões, P_{cd} / P_{ev} , entre 3 e 5. Para o modelo apresentado adotou-se um valor médio de 0,97. O expoente politrópico, \overline{n} , pode ser definido, como se mostra na tabela 4:

Tabela 4 – Expoente politrópico (Ciconcov e Hilligweg, 2004)

Pressão de sucção [bar]	n
<1,5	$\bar{n} = 1 + 0,50\left(\bar{\gamma} - 1\right)$
$1, 5 \div 4, 0$	$\bar{n} = 1 + 0,62\left(\bar{\gamma} - 1\right)$
$4,0 \div 10,0$	$\bar{n} = 1 + 0,75\left(\bar{\gamma} - 1\right)$
10,0÷30,0	$\bar{n} = 1 + 0,88\left(\bar{\gamma} - 1\right)$

onde $\bar{\gamma}$ é o expoente isentrópico, definido como:

$$\bar{\gamma} = \frac{c_p}{c_v} \tag{2.22}$$

sendo c_p e c_v os calores específicos, a pressão e volume constante, respectivamente, avaliados nas condições de sucção (Dagmar, 1999).

2.4.2. Eficiência isentrópica

A eficiência isentrópica é a razão entre o trabalho específico requerido pela compressão isentrópica do gás e o trabalho específico realizado sobre o eixo do compressor.

$$\eta_{iso} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \tag{2.23}$$

Entre os diferentes fatores que contribuem para uma redução da eficiência isentrópica podem ser citados o atrito entre componentes do compressor e a perda de carga do refrigerante através das válvulas e outros canais de escoamento (Stoecker e Jabardo, 2002). Ciconkov e Ciconkov (2007) derivaram a seguinte relação para a eficiência isoentrópica, baseados em dados de fabricantes, em função de Π , que é a razão entre as pressões, P_{cd} / P_{ev} .

Para
$$\Pi \ge 4$$

 $\eta_{iso} = -0,002515\Pi^4 + 0,03873\Pi^3 - 0,227968\Pi^2 + 0,577237\Pi + 0,275893$ (2.24)

e, para $\Pi < 4$

$$\eta_{iso} = -0,03\Pi + 0,892 \tag{2.25}$$

Considerando os efeitos da eficiência volumétrica, equação (2.17), e da eficiência isentrópica, equação (2.25), a correlação para a potência de compressão pode ser expressa como segue:

$$\dot{W}_{real} = \left(\frac{\eta_v \dot{V}_t}{v_1}\right) (h_2 - h_1)$$
(2.26)

2.5. Condensador

O condensador simulado no presente trabalho é um trocador de calor de tubo duplo reto onde o refrigerante escoa na seção circular interna e o fluido de resfriamento, na seção anular, como mostra a figura 17:



Figura 17- Representação esquemática do condensador projetado.

2.5.1. Método multi-zonas

Adotou-se, para a simulação do condensador, o método de multi-zonas, que permite avaliar o trocador de calor em função de parâmetros globais que caracterizam zonas específicas do trocador como são as de dessuperaquecimento, condensação e subresfriamento no condensador (Martins Costa e Parise, 1992).

Embora este seja um método simples, produz resultados comparáveis com os produzidos por análises locais mais sofisticadas, apresentando boa aproximação com dados experimentais (Martins Costa e Parise, 1992).

Kempiak e Crawford (1992), dentre outros, utilizaram este método para avaliar o desempenho de um condensador de um sistema de condicionamento de ar automotivo.

Le et al. (2004) utilizaram o método multi-zonas na simulação de um chiller multiestágio.

Este método divide o condensador em três zonas, a saber:

- Zona de dessuperaquecimento;
- Zona bifásica;
- Zona de subresfriamento.

Na utilização do método aplicam-se os seguintes balanços de energia e as equações de troca de calor sobre cada um das zonas do condensador (Martins Costa e Parise, 1992):

- Balanço de energia no lado do refrigerante;
- Balanço de calor no lado do fluido de resfriamento;
- Taxa de transferência de calor, baseada na diferença média de temperaturas.



Figura 18- Perfil de temperaturas para um condensador a contracorrente.

Na figura 18 pode-se apreciar uma representação dos perfis de temperaturas em um condensador ao longo de seu comprimento. Distinguem-se as três zonas geralmente encontradas nos condensadores (dessuperaquecimento, condensação e subresfriamento). Aplicando as equações de balanço de energia e as equações de troca de calor, obtem-se o seguinte conjunto de equações para cada zona do condensador, como resultado da utilização do método multi-zonas:

Zona de Dessuperaquecimento:

$$Q_{ds_{cd}} = m_r \left(h_2 - h_{v_{cd}} \right)$$
(2.27)

$$Q_{ds_cd} = m_{co} c_{p_co} \left(T_{co_out_cd} - T_{II_cd} \right)$$
(2.28)

$$Q_{ds_cd} = U_{ds_cd} A_{ds_cd} \left(DTML_{ds_cd} \right)$$
(2.29)

sendo a diferença média de temperaturas, $DTML_{ds_{cd}}$, expressa pela equação que segue:

$$DTML_{ds_cd} = \frac{\left(T_{cd} - T_{co_II_cd}\right) - \left(T_2 - T_{co_out_cd}\right)}{\ln\left(\frac{T_{cd} - T_{co_II_cd}}{T_2 - T_{co_out_cd}}\right)}$$
(2.30)

Zona de condensação:

$$Q_{tp_{cd}} = m_r \left(h_{v_{cd}} - h_{l_{cd}} \right)$$
(2.31)

$$Q_{tp_cd} = m_{co} c_{p_co} \left(T_{II_cd} - T_{I_cd} \right)$$
(2.32)

$$Q_{tp_cd} = U_{tp_cd} A_{tp_cd} \left(DTML_{tp_cd} \right)$$
(2.33)

Para o caso da zona de condensação, $DTML_{tp_cd}$ tem a forma:

$$DTML_{tp_cd} = \frac{\left(T_{cd} - T_{co_I_cd}\right) - \left(T_{cd} - T_{co_II_cd}\right)}{\ln\left(\frac{T_{cd} - T_{co_II_cd}}{T_{cd} - T_{co_II_cd}}\right)}$$
(2.34)

Zona de subresfriamento:

$$Q_{sc_cd} = m_r \left(h_{l_cd} - h_3 \right)$$
 (2.35)

$$Q_{sc_cd} = m_{co} c_{p_co} \left(T_{I_cd} - T_{in_co_cd} \right)$$
(2.36)

$$Q_{sc_cd} = U_{sc_cd} A_{sc_cd} \left(\Delta TML_{sc_cd} \right)$$
(2.37)

onde

$$DTML_{sc_cd} = \frac{\left(T_3 - T_{co_in_cd}\right) - \left(T_{cd} - T_{co_I_cd}\right)}{\ln\left(\frac{T_3 - T_{co_in_cd}}{T_{cd} - T_{co_I_cd}}\right)}$$
(2.38)

2.5.2. Coeficientes Globais de Transferência de calor

Em um trocador de calor, calor é transmitido do fluido quente para o frio em um processo que pode ser associado a um circuito elétrico com resistências em série (Stoecker e Jabardo, 2002). Então, o coeficiente global de transferência de calor na zona bifásica, pode ser definido pela equação (2.39):



onde, α_{tp_cd} é o coeficiente convectivo de transferência de calor médio na zona bifásica no lado do refrigerante e α_{co} é o coeficiente médio convectivo de transferência de calor do fluido de resfriamento.

No caso da zona de subresfriamento só basta trocar o $\overline{\alpha}_{tp_cd}$, pelo coeficiente convectivo de transferência de calor médio na zona de subresfriamento $\overline{\alpha}_{r_sc_cd}$ e, por $\overline{\alpha}_{r_ds_cd}$, na zona de dessuperaquecimento.

2.5.3. Mapa de escoamento bifásico para condensação no interior de tubos horizontais.

O coeficiente de troca de calor no lado do refrigerante na zona bifásica depende do regime de escoamento bifásico reinante no local.



Figura 19 - Mapa de escoamento bifásico, El Hajal et al (2003).

Vários mapas padrão de escoamento bifásico em tubos horizontais têm sido propostos. Adotou-se o de El Hajal et al. (2003). Na figura 19 mostra-se um exemplo de um dos resultados por eles obtidos. Este trabalho, em linhas gerais, segue os mesmos procedimentos utilizados por Kattan et al. (1998), onde o objetivo é chegar a um enfoque unificado para a modelagem de padrões de escoamento bifásico, fração de vazio e coeficientes de troca de calor durante a condensação no interior de tubos horizontais.

Númerosos modelos de fração de vazio predizem este parâmetro na seção transversal em escoamentos bifásicos no interior de tubos, o qual e definido como a área da seção transversal ocupada pelo vapor em relação à área total da seção transversal (El Hajal et al., 2003).

Os autores utilizaram o valor da fração média logarítmica entre os valores da fração do vazio homogênea e o modelo para fração de vazio de Rouhani-Axelsson (1970) sendo definida a fração de vazio média logarítmica, ε , como:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_{ra}}{\ln\left(\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_{ra}}\right)}$$
(2.40)

A fração de vapor homogênea, ε_h , é aplicável quando o vapor e o líquido escoam com velocidades praticamente iguais, sendo calculada segundo a expressão que segue:

$$\varepsilon_{h} = \left(1 + \left(\frac{1 - x_{cd}}{x_{cd}}\right) \left(\frac{\rho_{\nu_{cd}}}{\rho_{l_{cd}}}\right)\right)^{-1}$$
(2.41)

A fração de vapor não homogênea, ε_{ra} , é determinada aplicando o modelo de Rouhani e Axelsson (1970):

$$\varepsilon_{ra} = \frac{x_{cd}}{\rho_{v_cd}} \left((1+0,12(1-x_{cd})) \left(\frac{x_{cd}}{\rho_{v_cd}} + \frac{1-x_{cd}}{\rho_{l_cd}} \right) + \frac{1,18(1-x_{cd}) \left(g\sigma(\rho_{l_cd} - \rho_{v_cd})\right)^{0.25}}{G_{r_cd}\rho_{l}^{0.5}} \right)^{-1} (2.42)$$

Na figura 20 podem-se apreciar os dados geométricos considerados no escoamento bifásico em tubos circulares. Quatro destas dimensões são normalizadas usando o diâmetro interno do tubo para obter quatro variáveis adimensionais:



Figura 20 - Parâmetros geométricos utilizados nos mapas de El Hajal et al.(2003).

Capitulo 2. Modelo matemático

Conhecida a área transversal do tubo, A, os valores de $A_L e A_V$, são diretamente determinados pela expressão que segue:

$$A_{L} = A(1 - \varepsilon) \tag{2.44}$$

$$A_{V} = A\varepsilon \tag{2.45}$$

O valor de h_{LD} pode ser determinado usando-se a seguinte expressão geométrica:

$$h_{LD} = 0.5 \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi - \theta_{strat}}{2}\right) \right)$$
(2.46)

A expressão para determinar P_{id} , em termos de θ_{strat} , é:

$$P_{id} = \sin\left(\frac{2\pi - \theta_{strat}}{2}\right) \tag{2.47}$$

onde $\theta_{\rm strat}$ pode ser calculado como função da fração de vazio:

$$\theta_{strat} = 2\pi - 2(A - B) \tag{2.48}$$

os coeficientes, A e B estão definidos pelas seguintes expressões:

$$A = \pi \left(1 - \varepsilon\right) + \left(\frac{3\pi}{2}\right)^{1/3} \left(1 - 2\left(1 - \varepsilon\right) + \left(1 - \varepsilon\right)^{1/3} - \varepsilon^{1/3}\right)$$
(2.49)

е

$$B = \frac{1}{200} (1 - \varepsilon) \varepsilon (1 - 2(1 - \varepsilon)) (1 + 4(1 - \varepsilon)^2 + \varepsilon^2)$$
(2.50)

As linhas de transição levantadas entre os distintos padrões de escoamento podem ser obtidas das seguintes expressões (El Hajal et al., 2003):

• Linha de transição Estratificado Liso-Estratificado Ondulado:

$$G_{liso} = \left(\frac{\left(226,3\right)^2 A_{LD} A_{VD}^2 \rho_{v_{-}cd} \left(\rho_{l_{-}cd} - \rho_{v_{-}cd}\right) \mu_{l_{-}cd} g}{x_{cd}^2 \left(1 - x_{cd}\right) \pi^3}\right)^{1/3} + 20x_{cd} \quad (2.51)$$

• Linha de transição Estratificado Ondulado – Intermitente - Anular:

$$G_{ondulado} = \frac{16A_{VD}^{3}gd_{in_in_cd}\rho_{_l_cd}\rho_{_v_cd}}{x_{m_cd}^{2}\pi^{2}\left(1-\left(2h_{LD}-1\right)^{2}\right)^{1/2}} \left(\frac{\pi^{2}}{25h_{LD}^{2}}\left(\frac{gd_{in_in_cd}^{2}\rho_{_l_cd}}{\sigma_{_cd}}\right)^{-1,023}\right)^{0.5} +50-75e^{-\left(\frac{x^{2}cd}{c_{cd}}\left(-0.97\right)^{2}}{x_{cd}\left(1-x_{cd}\right)}\right)}$$
(2.52)

• Linha de transição Bolhas – Intermitente:

$$G_{bolhas} = \left(\frac{256A_{VD}A_{LD}^2D^{1,25}\rho_l(\rho_l - \rho_v)g}{0,1364(1 - x_{cd})^{1.75}\pi^2P_{ID}\mu_l^{0,25}}\right)^{\left(\frac{1}{1,75}\right)}$$
(2.53)

 $\langle \cdot \cdot \rangle$

• Linha de transição Intermitente – Anular:

$$x_{IA} = \left(\left(0, 291 \left(\frac{\rho_{\nu}}{\rho_{l}} \right)^{-0.57} \left(\frac{\mu_{l}}{\mu_{\nu}} \right)^{-0.14} \right) + 1 \right)^{-1}$$
(2.54)

• Linha de transição Anular - Névoa:

$$G_{n\acute{e}voa} = \left(\frac{7680A_{vD}^2gD\rho_v\rho_l}{x_{cd}^2\pi^2\xi} \left(\frac{Fr}{We}\right)_l\right)^{0.5}$$
(2.55)

O produto entre o número de Weber e o número de Froude, ambos para líquido, é:

$$\left(WeFr\right)_{l} = \left(\frac{gd_{in_in_cd}^{2}\rho_{l_cd}}{\sigma_{cd}}\right)$$
(2.56)

e o fator ξ :

$$\xi = \left(1,138 + 2\log\left(\frac{\pi}{1,5A_{LD}}\right)\right)^2 \tag{2.57}$$

Os parâmetros requeridos para avaliar a transição dos padrões de escoamento são, portanto:

- Diâmetro interno do tubo;
- Título do vapor;

- Velocidade mássica do líquido e do vapor;
- Densidade do líquido e do vapor;
- Viscosidade dinâmica do líquido e do vapor;
- Tensão superficial.

Para identificar o padrão de um escoamento bifásico para um dado valor do título, o seguinte procedimento é aplicado (El Hajal et al., 2003):

- Escoamento "Anular" existe se $G_{r cd} > G_{ondulado}$, $G_{r cd} < G_{Névoa}$ e $x > x_{IA}$;
- Escoamento "Intermitente" existe se $G_{r_cd} > G_{ondulado}$, $G_{r_cd} < G_{Névoa}$, ou $G_{r_cd} < G_{bolhas}$ e $x < x_{IA}$;
- Escoamento "Estratificado Ondulado" existe se $G_{liso} > G_{r,cd} > G_{ondulado}$;
- Escoamento "Totalmente Estratificado" existe se $G_{liso} > G_{r_{cd}}$;
- Escoamento "Névoa" G_{r cd} > G_{névoa}.

O escoamento por "bolhas" ocorre a velocidades mássicas muito elevadas e, geralmente, está acima da faixa de aplicação tipica em condensadores (El Hajal et al., 2003).

2.5.4. Coeficiente de troca de calor na zona bifásica do condensador

Thome et al. (2003) propuseram uma correlação geral baseada no modelo de transferência de calor no interior de tubos horizontais. Esta correlação prediz com exatidão o coeficiente de troca de calor local no condensador para os seguintes regimes de escoamento: Anular, intermitente, estratificado liso, estratificado ondulado e escoamento em névoa.

A seguir, apresenta-se a correlação usada para determinar o coeficiente convectivo local de transferência de calor na condensação em regime bifásico (Thome, et al., 2003).

$$\alpha_{tp} = \frac{\alpha_f r \theta + (2\pi - \theta) r \alpha_c}{2\pi r}$$
(2.58)

onde , α_f , é o coeficiente de transferência de calor por filme, α_c , é o coefiiciente de transferência de calor convectiva e, θ , é o ângulo estratificado superior do perímetro não molhado pelo líquido.

A figura 21 representa geometricamente o modelo de transferência de calor bifásico.



Figura 21 - Modelo mostrando a fronteira entre as forma de transferência de calor convectiva e por filme (El Hajal et al, 2003).

O coeficiente de transferência de calor por convecção de filme é obtido mediante uma modificação do número de Nusselt para escoamento laminar, considerando o escoamento do filme pelo perímetro interno do tubo (El Hajal et al., 2003):

$$\alpha_{f} = 0,655 \left(\frac{\rho_{l_{cd}} \left(\rho_{l_{cd}} - \rho_{v_{cd}} \right) g h_{lv_{cd}} k_{r_{cl_{cd}}}^{3}}{\mu_{l_{cd}} d_{in_{in_{cd}}} q_{cd}^{"}} \right)^{1/3}$$
(2.59)

1/0

O coeficiente convectivo de transferência de calor na condensação é obtido da seguinte equação para escoamento turbulento de filme, (Labuntsov, 1957).

Capitulo 2. Modelo matemático

$$\alpha_{c} = 0,003 \operatorname{Re}_{l}^{0.74} \operatorname{Pr}_{l}^{0.5} \frac{k_{l}}{\delta} f_{i}$$
(2.60)

onde a espesura do filme líquido pode ser calculada como:

$$\delta = d_{in_{in_{cd}}cd} \left(\frac{1-\varepsilon}{4}\right)$$
(2.61)

O ângulo estratificado superior do perímetro não molhado pelo líquido, θ , é expresso segundo a equação (2.61):

$$\theta = \theta_{liso} \left(\frac{G_{ondulado} - G_{r_{cd}}}{G_{ondulado} - G_{liso}} \right)^{0.5}$$
(2.62)

e o fator de correção da rugosidade interfacial, segundo a equação (2.62):

$$f_{i} = 1 + \left(\frac{u_{v_{cd}}}{u_{l_{cd}}}\right)^{1/2} \left(\frac{\left(\rho_{l_{cd}} - \rho_{v_{cd}}\right)g\omega^{2}}{\sigma}\right)$$
(2.63)

Quando o padrão de escoamento corresponde ao estratificado liso, as ondulações interfaciais são amortecidas e, portanto, a expressão anterior deverá ser adaptada para:

$$f_{i} = 1 + \left(\frac{u_{v_{cd}}}{u_{l_{cd}}}\right)^{1/2} \left(\frac{\left(\rho_{l_{cd}} - \rho_{v_{cd}}\right)g\omega^{2}}{\sigma}\right) \left(\frac{G_{r_{cd}}}{G_{strat}}\right)$$
(2.64)

`

A velocidade do líquido no interior do condensador pode ser determinada como:

,

$$u_{l} = \frac{G_{r_{-cd}}(1 - x_{cd})}{\rho_{l_{-cd}}(1 - \varepsilon)}$$
(2.65)

enquanto que a velocidade do vapor pode ser determinada como:

$$u_{v} = \frac{G_{r_{cd}} x_{cd}}{\rho_{v_{cd}} \varepsilon}$$
(2.66)

O Número de Reynolds líquido, na região bifásica, é dado pela seguinte equação:

Capitulo 2. Modelo matemático

$$\operatorname{Re}_{l} = \frac{4G_{r_{cd}}\left(1 - x_{cd}\right)\delta}{\left(1 - \varepsilon\right)\mu_{l_{cd}}}$$
(2.67)

O Número de Prandtl para líquido é definido como:

$$\Pr_{l_{cd}} = \frac{\mu_{l_{cd}} c_{pl_{cd}}}{k_{l_{cd}}}$$
(2.68)

O seguinte procedimento é proposto para se determinar o coeficiente de transferência de calor na região bifásica do condensador (El Hajal et al., 2003):

- Determinar a fração de vazio de vapor local utilizando a fração de vazio média logarítmica;
- Determinar o padrão de escoamento local utilizando o mapa de padrão de escoamento;

3. Se o escoamento for anular, intermitente ou névoa, tem-se, Θ =0. O coeficiente de troca de calor, α_{tp} , é igual ao coeficiente por convecção, α_c , e o fator de correção da rugosidade interfacial, f_i , é dado pela equação (2,63);

4. Se o escoamento for estratificado liso, $\Theta_{strat} \in \Theta$ são determinados utilizando as equações (2,48) e (2,62), onde o fator de correção da rugosidade interfacial para escoamento estratificado liso f_i é determinado pela equação (2.64)

2.5.5.

Coeficiente de troca de calor nas zonas de subresfriamento e de dessuperaquecimento do condensador

Nestas zonas se utilizou a correlação de Dittus e Boelter (1930), para fluidos monofásicos escoando no interior de tubos retos.

Zona de dessuperaquecimento:

$$Nu_{r_ds_cd} = \frac{\alpha_{r_ds_cd} d_{in_in_cd}}{k_{r_ds_cd}} = 0,023 \operatorname{Re}_{r_ds_cd}^{0,8} \operatorname{Pr}_{r_ds_cd}^{0,4}$$
(2.69)

Zona de subresfriamento:

$$Nu_{r_sc_cd} = \frac{\alpha_{r_sc_cd} d_{in_in_cd}}{k_{r_sc_cd}} = 0,023 \operatorname{Re}_{r_sc_cd}^{0,8} \operatorname{Pr}_{r_sc_cd}^{0,4}$$
(2.70)

Nas duas correlações as propriedades foram determinadas para a temperatura média do refrigerante entre a entrada e a saída de cada zona.

2.5.6. Coeficiente de troca de calor do fluido de resfriamento

Para o fluido de resfriamento que escoa na seção anular do condensador a correlação de Dittus e Boelter (1930) tem a forma:

$$Nu_{co} = \frac{\alpha_{co}d_{e}}{k_{co}} = 0,023 \operatorname{Re}_{co}^{0.8} \operatorname{Pr}_{co}^{0.4}$$
(2.71)

onde d_e é o diâmetro equivalente na seção anular, se a distância entre os tubos interior e exterior for maior a quatro milímetros, então:

$$d_{e} = \frac{4\left(\frac{\pi(d_{exterior}^{2} - d_{interno}^{2})}{4}\right)}{\pi\left(d_{interno}^{2} + d_{exterior}^{2}\right)} = d_{externo} - d_{interno}$$
(2.72)

caso contrário:

$$d_{e} = \frac{4\left(\frac{\pi(d_{exterior}^{2} - d_{interno}^{2})}{4}\right)}{\pi(d_{exterior})} = \frac{(d_{exterior}^{2} - d_{interno}^{2})}{d_{interno}}$$
(2.73)

As propriedades foram determinadas para a temperatura média entre a entrada e a saída do fluido de resfriamento.

2.5.7.

Queda de pressão no lado do refrigerante na zona bifásica do condensador

Choi (2001) apresentou um estudo sobre a queda de pressão, tanto em evaporadores quanto em condensadores, para refrigerantes, em tubos lisos e aletados, baseado na correlação de Pierre (1964), e em dados experimentais que o autor

apresentou em um trabalho prévio feito para o NIST pelo mesmo Choi (1999). A queda de pressão na zona bifásica pode ser determinada segundo a equação (2.71):

$$\Delta P = \Delta P_{atrito} + \Delta P_{aceleração} \tag{2.74}$$

Considerando o trabalho de Kedzierski e Gonçalves (1999), Choi (2001) modificou a correlação de Pierre (1964) apresenteando-a como:

$$\Delta P_{Tp_cd} = \left(\frac{f_{N_cd}L_{tp_cd}\left(v_{v_cd} - v_{l_cd}\right)}{d_{in_in_cd}} + \left(v_{v_cd} - v_{l_cd}\right)\right)G_{r_cd}^2 \qquad (2.75)$$

O fator de atrito é calculado mediante o uso da seguinte equação:

$$f_N = 0,00506 \operatorname{Re}_{l_cd}^{-0.0951} K_{f_cd}^{0.1554}$$
(2.76)

O "número de Ebulição", $K_{f cd}$, referido por Pierre (1964), é dado por:

$$K_{f_cd} = \frac{\Delta x h_{vl_cd}}{L_{tp_cd}g}$$
(2.77)

2.5.8.

Queda de pressão do refrigerante nas zonas de subresfriamento e dessuperaquecimento do condensador

Uma das equações mais usadas para determinar a perda de carga em uma tubulação reta é a equação de Darcy-Weisbach que é válida tanto para gases como para líquidos (Macias, 2004). A equação de Darcy-Weisbach pode ser escrita de forma a fornecer a queda da pressão (ΔP em kPa):

$$\Delta P = \frac{Nm}{2A^2\rho} \tag{2.78}$$

onde N é conhecido como coeficiente de resistência ao atrito em carga cinética:

$$N = N_{nub} = f \frac{L}{d} + f_t \frac{L_{eq}}{d}$$
(2.79)

Capitulo 2. Modelo matemático

O fator de atrito pode ser determinado para escoamento completamente desenvolvido em regime turbulento para tubo liso pela correlação de Blasius (Incropera e Witt, 1998):

$$f = 0,316 \,\mathrm{Re}^{-0.25} \tag{2.80}$$

No caso de escoamento laminar, f, pode ser calculado por:

$$f = \frac{C}{\text{Re}}$$
(2.81)

onde o valor de C, para tubos é 64, considerando números de Reynolds menores a 2000 (Incropera e Witt, 1998).

Em função da zona do condensador avaliada, as equações (2.75), (2.76) e (2.77) poderão ser apresentadas como segue:

Zona de subresfriamento:

$$\Delta P_{sc_cd} = f_{r_sc_cd} \left(\frac{L_{sc_cd}}{d_{in_in_cd}} \right) \frac{m_r}{2A_{cross}^2 \rho_{r_sc_cd}}$$
(2.82)

Zona de dessuperaquecimento:

$$\Delta P_{ds_cd} = f_{r_ds_cd} \left(\frac{L_{ds_cd}}{d_{in_in_cd}} \right) \frac{m_r}{2A_{cross}^2 \rho_{r_ds_cd}}$$
(2.83)

2.5.9. Queda de pressão do fluido de resfriamento no condensador

De forma análoga ao escoamento monofásico no refrigerante a queda de pressão no condensador para o fluido de resfriamento pode ser calculada como:

$$\Delta P_{co} = f_{co} \left(\frac{L_{co}}{d_{e_cd}} \right) \frac{m_r}{2A_{cross}^2 \rho_{co}}$$
(2.84)

onde o fator de atrito, f_{co} , para escoamento turbulento do fluido de resfriamento é de terminado como segue:

$$f_{co} = 0,316 \operatorname{Re}_{co}^{-0.25} \tag{2.85}$$

Se o escoamento for laminar ($\text{Re}_{co} \le 2000$) o fator de atrito do fluido de resfriamento é determinado por:

$$f_{co} = \frac{64}{\operatorname{Re}_{co}}$$
(2.86)

2.5.10. Potência de bombeamento do fluido de resfriamento no condensador

A potência de bombeamento ou trabalho requerido para fazer escoar o fluido de resfriamento no condensador pode ser determinada por (William, 2006):

$$\dot{W}_{co} = \Delta P_{co} \left(\frac{m_{co}}{\rho_{co}} \right)$$
(2.87)

1

2.6. Evaporador

O evaporador simulado no presente trabalho é um trocador de tubo duplo reto onde a refrigerante escoa pela seção anular e o fluido secundário escoa na seção interna, como mostra a figura 22. Adotou-se esta configuração de escoamento, isto é, fluido secundário na seção circular, pela inexistência, na literatura, de correlações para o escoamento de nanofluidos em outras seções que não a circular.



Figura 22- Representação esquemática do evaporador projetado.

2.6.1. Método multi-zonas

De forma similar à apresentada na seção dedicada ao condensador, mostra-se aqui o balanço de energia no evaporador.



Figura 23- Perfil de temperaturas de um evaporador a contracorrente.

Na figura 23 pode-se apreciar uma representação do perfil de temperaturas para um evaporador. Distinguem-se as duas zonas de transferência de calor geralmente encontradas nestes componentes (bifásica e superaquecimento) ao longo de seu comprimento.

Os balanços de energia sobre o evaporador na zona de evaporação são apresentados mediante as equações (2.88), (2.89), (2.90):

$$Q_{bo_{ev}} = m_r \left(h_{v_{ev}} - h_4 \right)$$
(2.88)

$$Q_{bo_{ev}} = m_{sf} c_{p_{sf}} \left(T_{sf_{m_{ev}}} - T_{sf_{out_{ev}}} \right)$$
(2.89)

$$Q_{bo_{ev}} = U_{bo_{ev}} A_{bo_{ev}} \left(DTML_{bo_{ev}} \right)$$
(2.90)

sendo *DTML*_{bo_ev} expresso pela equação que segue:

$$DTML_{bo_{ev}} = \frac{\left(T_{sf_{out_{ev}}} - T_{ev}\right) - \left(T_{l_{ev}} - T_{ev}\right)}{\ln\left(\frac{T_{sf_{out_{ev}}} - T_{ev}}{T_{l_{ev}} - T_{ev}}\right)}$$
(2.91)

No caso da zona de superaquecimento, os balanços de energia são:

$$Q_{sh_{ev}} = m_r \left(h_1 - h_{v_{ev}} \right)$$
 (2.92)

$$Q_{sh_{ev}} = m_{sf} c_{p_{sf}} \left(T_{sf_{in_{ev}}} - T_{sf_{m_{ev}}} \right)$$
(2.93)

$$Q_{sh_{ev}} = U_{sh_{ev}} A_{sh_{ev}} (DTML)_{sh_{ev}}$$
(2.94)

Neste caso $DTML_{sh_ev}$ é definida:

$$DTML_{sh_{ev}} = \frac{\left(T_{l_{ev}} - T_{ev}\right) - \left(T_{sf_{in_{ev}}} - T_{i}\right)}{\ln\left(\frac{T_{l_{ev}} - T_{ev}}{T_{sf_{in_{ev}}} - T_{i}}\right)}$$
(2.95)

2.6.2. Coeficiente Globais de Transferência de calor

De manera análoga ao item 2.5.2 para o evaporador o coeficiente global de transferência de calor na zona bifásica pode ser definido pela equação (2.96):



onde, $\overline{\alpha}_{bo_{ev}}$ é o coeficiente convectivo de transferência de calor médio na zona de ebulição no lado do refrigerante e $\overline{\alpha}_{sf}$ é o coeficiente médio convectivo de transferência

de calor do fluido secundário. Para a zona de superaquecimento só é necessário trocar $\overline{\alpha}_{bo_{ev}}$ pelo coeficiente convectivo de transferência de calor médio na zona de superaquecimentor $\overline{\alpha}_{r_{sh_{ev}}}$.

2.6.3. Coeficiente de troca de calor na zona bifásica do evaporador

O modelo para a simulação do evaporador adotado neste trabalho segue a linha proposta por Gungor e Winterton (1986), mencionado em ASHRAE (2005). Este modelo apresenta uma correlação geral para a determinação do coeficiente local de transferência de calor. A mesma pode ser utilizada se o refrigerante escoa tanto na parte interna quanto na seção anular, assim como seguindo a orientação vertical ou horizontal da tubulação.

O coeficiente de troca de calor é determinado como a soma dos coeficientes correspondentes à ebulição nucleada e à convectiva (Palm, 2004):

$$\alpha_{tp} = \alpha_{nuc} + \alpha_{conv} \tag{2.97}$$

onde α_{nuc} é a parcela do coeficiente por conveção nucleada, e α_{conv} a contribução por conveção evaporativa no coeficiente de troca de calor do evaporador. A figura 24 descreve graficamente esta superposição de efeitos.



Figura 24- Coeficiente de troca de calor como a soma da ebulição nucleada e de evaporação convectiva (Palm, 2004)

A contribuição da ebulição nucleada é determinada pela correlação de Cooper (1984), para ebulição estacionária. Como a ebulição nucleada pode ser suprimida pela convecção, inclui-se um fator de supressão, S:

$$\alpha_{tp} = \alpha_{pool} S \tag{2.98}$$

onde o coeficiente de transferência de calor por ebulição estacionaria é determinado pela equação (2.98):

$$\alpha_{pool} = 55 p \, \mathrm{r}_{ev}^{0.12} (-LOG(p \, \mathrm{r}_{ev})^{-0.55}) M^{-0.5} q_{x_{-}ev}^{0.67}$$
(2.99)

sendo M é a massa molar do refrigerante. O fator de supressão pode ser calculado pela seguinte correlação (Gungor e Winterton, 1986):

$$S = \frac{1}{1 + 1.15 \cdot 10^{-6} E^2 \operatorname{Re}_{l_{ev}}^{1.17}}$$
(2.100)

A contribuição da componente convectiva pode ser descrita como uma variação da equação de Dittus e Boelter (1930), para um escoamento em fase líquida, multiplicada por um fator de melhora (Gungor e Winterton, 1986):

Capitulo 2. Modelo matemático

$$\alpha_{conv} = \alpha_{l ev} E \tag{2.101}$$

O coeficiente de troca de calor em fase líquida é calculado como:

$$\alpha_{l_{ev}} = 0,023 \operatorname{Re}_{l_{ev}}^{0.8} \operatorname{Pr}_{l_{ev}}^{0.4} \frac{k_{r_{el}}}{d_{h_{ev}}}$$
(2.102)

onde o fator de intensificação é dado por:

$$E = 1 + 24000Bo_{ev}^{1,16} + 1,37 \left(\frac{1}{X_{t_{-}ev}}\right)^{0.86}$$
(2.103)

Em tubos horizontais e para valores do número de Froude menores que 0,05, *E* será multiplicado por E_2 e *S* por S_2 , sendo estes parâmetros expressos, respectivamente, pelas equações (2.104) e (2.105):

$$E_2 = Fr_{l_{ev}}^{(0,1-2Fr)}$$
(2.104)

$$S_2 = \sqrt{Fr_{l_ev}} \tag{2.105}$$

Para valores do número de Froude maiores ou iguais que 0,05, E_2 e S_2 são iguais à unidade, e o número de Froude é determinado por:

$$Fr_{l_ev} = \frac{G^2}{\left(\rho^2 g d\right)} \tag{2.106}$$

onde G é a velocidade mássica do refrigerante no evaporador, g, aceleração de gravidade, d, o diâmetro e ρ , a densidade do refrigerante.

A correlação geral para o coeficiente bifásico local de transferência de calor para condensação local em evaporadores é expressa como segue:

$$\alpha_{tp} = E_2 E \alpha_{l_ev} + S_2 S \alpha_{pool} \tag{2.107}$$

Se o refrigerante escoar pela seção anular utiliza-se a definição de diâmetro equivalente em função da distância entre os diâmetros equações (2.72) e (2.73).

A tabela 5 mostra os números adimensionais utilizados na caracterização do evaporador no lado do refrigerante:

Tabela 5 Números ac	timoneionaie nara (n avanaradar da t	ino tubo roto circular
Tabela J - Numeros au	annensionais para (ue i cvaporauor ue i	ipo lubo relo circular.

Números Adimensionais	Definição
Número de Reynolds líquido	$\operatorname{Re}_{l} = \frac{\rho_{l} d_{ev} u_{m}}{\mu_{l}}$
Número de Prandtl líquido	$\mathbf{Pr}_{l} = \frac{\mu_{l} c_{p_l_ev}}{k_{r_l_ev}}$
Número de Ebulição	$B \ o = \frac{q}{G \cdot r}$
Número de Froude líquido	$Fr_{l_ev} = \frac{G_{r_ev}^2}{\rho_{l_ev} \cdot d_{h_ev} \cdot 2g}$
Parâmetro de Martinelli	$\chi_{tt_ev} = \left(\frac{1-x}{x}\right)^{0.9} \left(\frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu_l}{\mu_v}\right)^{0.1}$

2.6.4.

Coeficiente de troca de calor no lado do refrigerante na zona de dessuperaquecimento do evaporador

Nesta zona utiliza-se a correlação de Dittus e Boelter (1930), para fluidos monofásicos.

$$Nu_{r_ds_ev} = \frac{\alpha_{r_ds_ev} d_{h_ev}}{k_{r_ds_ev}} = 0,023 \operatorname{Re}_{r_ds_ev}^{0.8} \operatorname{Pr}_{r_ds_ev}^{0.4}$$
(2.108)

As propriedades foram determinadas para temperaturas médias na entrada e saída da zona de dessuperaquecimento.

2.6.5. Nanofluidos utilizados como fluidos secundários

2.6.5.1.

Correlações utilizadas para determinar as propriedades dos nanofluidos

Duas das propriedades mais estudadas dos nanofluidos são a condutividade térmica e a viscosidade cinemática. São estas as propriedades que os pesquisadores tentam caracterizar para que os modelos teóricos se aproximem dos resultados experimentais. Entretanto, cada pesquisador apresenta dados diferentes, função das condições do experimento. Prova disto são os 28 diferentes modelos para condutividade térmica e 26 para a viscosidade, apresentados por Yu et al. (2007), para diferentes tipos de nanopartículas e fluidos-base.

2.6.5.2. Estudo teórico da condutividade térmica efetiva dos nanofluidos

Uma teoria geral para descrever o comportamento da condutividade térmica dos nanofluidos ainda não foi formulada (Senara, 2007). Portanto, os modelos já existentes têm sido utilizados para estimar a condutividade térmica dos nanofluidos (Senara, 2007).

Teorias tradicionais sobre a condutividade térmica de suspensões, tais como o modelo de Maxwell (1873), que explica analiticamente a condução através da suspensão de partículas grandes ou outras aproximações em escala macro, como os modelos de Hamilton e Crosser (1942), onde se leva em consideração a forma da partícula, não conseguem explicar o porquê dos nanofluidos apresentarem uma condutividade anomalamente maior do que a esperada para concentrações relativamente pequenas de nanopartículas (Eatman et al., 2001).

Apresenta-se, a seguir, a correlação baseada no modelo de Hamilton e Crosser (1942) para misturas (soluções) para a determinação da condutividade térmica efetiva de um fluido com partículas suspensas:

$$\frac{k_{eff}}{k_m} = k_m + 3\psi^{-0,1}\phi_p\left(\frac{k_p - k_m}{\left(3\psi^{-0,1} - 1\right)k_mk_p - \phi_p\left(k_p - k_m\right)}\right)$$
(2.109)

onde ψ é a esfericidade da partícula, definida como a razão entre a área superficial de uma esfera com volume igual ao da partícula em questão (Hamilton e Crosser, 1942). Para partículas esféricas, o modelo de Hamilton e Crosser é idêntico ao modelo de Maxwell (1873).

Jang e Choi (2004) descrevem o papel do movimento browniano no aumento da condutividade térmica dos nanofluidos. Introduzem, assim, uma diferente aproximação para explicar o transporte de energia em nanofluidos. Os autores derivam de forma teórica uma expressão geral envolvendo quatro modos de transporte de energia (figura 25):

- 1. A colisão entre as partículas do fluido-base, o que representa fisicamente a condutividade térmica do fluido-base;
- 2. A difusão térmica da nanopartícula no fluido;
- A colisão das nanopartículas devido ao movimento browniano (através de uma análise da ordem de grandeza Jang e Choi (2004) determinaram que a contribuição deste modo é menor do que os outros modos, podendo ser considerada desprezível).
- 4. A interação dinâmica das nanopartículas com as moléculas do fluido-base.



Figura 25 - Modos de transporte de energia em nanofluidos (Jang e Choi, 2004).

72

Capitulo 2. Modelo matemático

Da análise realizada por Jang e Choi (2004), considerando os efeitos combinados do primeiro, segundo e terceiro modo de transporte de energia, obtêm-se a seguinte correlação para a condutividade térmica dos nanofluidos (Velagapudi et al., 2008):

$$\frac{k_{nf}}{k_m} = f\left[\nu, d, \rho, T, k_p, k_m, \phi\right]$$
(2.110)

Estas variáveis podem ser agrupadas e expressas através dos seguintes termos adimensionais:

$$\frac{k_{nf}}{k_m} = f\left(\operatorname{Re}_m, \phi, \frac{k_p}{k_f}\right)$$
(2.111)

onde, Re_m é o número de Reynolds modificado do nanofluido:

$$Re_{m} = \left(\frac{1}{v_{m}}\right) \left(\frac{18k_{p}T}{\pi\rho_{p}d_{p}}\right)^{1/2}$$
(2.112)

A condutividade térmica efetiva pode ser então ser expressa como:

$$\frac{k_{nf}}{k_m} = c \operatorname{Re}_m^p \phi^q \left(\frac{k_p}{k_m}\right)^r$$
(2.113)

Velagapudi et al. (2008) utilizaram dados apresentados na literatura por Eastman et al. (2001), Kim et al. (2007) e Xuan e Li (2003), onde diferentes tamanhos de nanopartículas, diferentes concentrações volumétricas e diferentes temperaturas foram utilizadas para determinar as constantes da equação (2.115). Através do uso de um método de regressão não-linear foram obtidas as constantes para a equação (2.115): p=0,175, q=0,05 e r=0,2324. O valor da constante c, para diferentes nanofluidos, é apresentado na tabela 6

$$\frac{k_{nf}}{k_m} = c \operatorname{Re}_m^{0.175} \phi^{0.05} \left(\frac{k_p}{k_m}\right)^{0.2324}$$
(2.114)

Nanofluido	С
Al ₂ O ₃ +H ₂ O	1
Al ₂ O ₃ + Etileno Glicol	1,32
CuO + H ₂ O	1,298
CuO + Etileno Glicol	1,72
Cu + H ₂ O	0,74
Cu + Etileno Glicol	0,82
TiO ₂ + H ₂ O	1,5
TiO ₂ + Etileno Glicol	1,98

Tabela 6 –Valor da constante C da equação (2,114) para diferentes nanofluidos. (Velagapudi et al., 2008).

Prasher et al. (2005) descreveram três possíveis mecanismos para a transferência de calor em nanofluidos:

- 1. O movimento de translação browniana;
- 2. A existência de um potencial entre partículas;
- 3. Convecção do fluido-base devido ao movimento browniano das partículas.

Yu et al. (2007), em correspondência com Prasher et al. (2005 e 2006), apresentam a seguinte correlação para a condutividade térmica efetiva do nanofluido:

$$k_{nf} = \left(1 + c\phi_p \left(\frac{9k_b T}{\pi \rho_p \phi_m r_p}\right)^m \Pr^{0.333}\right) \left(k_m + 3\phi_p \frac{k_p^R}{2k_m + k_p^R - \phi_p \left(k_p^R - k_m\right)} k_m\right)$$
(2.115)

Em um trabalho mais recente, Wong e Kurma (2008) avaliaram as correlações de Hamilton e Crosser (1942), Jang e Choi (2004), e o modelo Browniano de Prasher et al. (2005), com seus próprios dados experimentais da condutividade térmica efetiva do Al₂O₃-H₂O, conforme mostra a figura 26. Os autores consideram que o aumento da condutividade térmica do nanofluido pode ser devido ao aumento da área superficial das nanopartículas, a sua concentração volumétrica e ao movimento browniano destas.



Comparação de diferentes modelos com dados experímentais

Figura 26- Comparação dos dados experimentais com os modelos de Hamilton Crosser (1930), o modelo de Jang e Choi (2005) e o modelo Browniano (Wong e Kurma 2008).

2.6.5.3. Viscosidade cinemática efetiva

O estudo da viscosidade cinemática efetiva da mistura de partículas e líquidos é quase tão antigo quanto o da condutividade térmica efetiva. Einstein (1906) foi o primeiro a determinar a viscosidade cinemática efetiva de uma suspensão de esferas. O autor avaliou a viscosidade cinemática efetiva da mistura de um fluido com viscosidade linear contendo partículas pequenas, e derivou a seguinte correlação, válida para concentrações menores ou iguais a 2 %vol.

$$\mu_{nf} = (1+2,5\phi_p)\mu_m \tag{2.116}$$

Partindo dos resultados da teoria de Einstein, outros pesquisadores obtiveram progressos e a desenvolveram. Por exemplo, Liu e Masliyah (1996) consideram uma concentração volumétrica maior e levam em conta a interação entre as partículas chegando à seguinte correlação:

$$\mu_{nf} = (1 + c_1 \phi_p + c_2 \phi_p^2 + c \phi_p^3 + ...) \mu_m$$
(2.117)

Wang et al. (1999) obtiveram as seguintes correlações para determinar a

Concentração volumétrica de nanopartículas de Al₂O₂

viscosidade efetiva de dois nanofluidos:

• Al₂O₃-H₂O:

$$\mu_{nf} = 123\phi_p^2 + 7.3\phi_p + 1 \tag{2.118}$$

• Al₂O₃-etileno-glicol:

$$\mu_{nf} = 360\phi_p^2 + 0.19\phi_p + 1 \tag{2.119}$$

Pak e Cho (1998) mostram as seguintes correlações para os seguintes nanofluidos:

• Al₂O₃-H₂O:

$$\mu_{nf} = \mu_m (533.9\phi_p^2 + 39.11\phi_p + 1)$$
 (2.120)

TiO₂-H₂O:

$$\mu_{nf} = \mu_m (108\phi_p^2 + 5,45\phi_p + 1) \tag{2.121}$$

Yu et al. (2007) alertam sobre a imposibilidade de se reduzir estas equações à equação de Einstein para concentrações de partículas muito baixas, o que demostra um embasamento físico limitado.

William (2006) propôs a seguinte correlação para viscosidade efetiva aplicada ao nanofluido Al₂O₃-H₂O:

$$\mu_{nf}\left(T\right) = \mu_{m}\left(T\right) EXP\left(4,91\left(\frac{\phi_{p}}{0,2092 - \phi_{p}}\right)\right)$$
(2.122)

onde a viscosidade cinemática efetiva da mistura depende das condições de temperatura, *T*, da viscosidade do fluido-base, μ_m , e da concentração de nanopartículas, ϕ_n .

Kulkarni et al. (2006) apresentam uma correlação para a viscosidade cinemática efetiva do nanofluido CuO/H₂0 para diferentes concentrações volumétricas de partículas:

$$\ln\left(\mu_{nf}\right) = A\left(\frac{1}{T}\right)B \tag{2.123}$$

sendo A e B polinômios que dependem da concentração volumétrica, conforme a seguir:

$$A = 20587\phi_p^2 + 15857\phi_p + 1078,3$$
$$B = -107,12\phi_p^2 + 53548\phi_p + 2,8715$$

2.6.5.4. Outras propriedades

Outras propriedades importantes na caracterização dos nanofluidos estão baseadas no princípio da regra das misturas (Velagapudi et al., 2008), considerando-se a mistura perfeitamente homogênea.

Densidade efetiva

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{Vol}\right)_{nf} = \frac{m_m + m_p}{Vol_m + Vol_p} = \frac{\rho_m m_m + \rho_p m_p}{Vol_m + Vol_p} = \rho_p \phi_p + \rho_m \left(1 - \phi_p\right) \quad (2.124)$$

Calor específico efetivo

$$(c_{p})_{nf} = \frac{(1-\phi_{p})(\rho_{m}c_{p_{-}m}) + (\phi_{p}\rho_{p}c_{p_{-}p})}{\rho_{nf}}$$
(2.125)

Difusividade térmica

$$\alpha_{nf} = \left(\frac{k_{nf}}{\left(1 - \phi_p\right)\left(\rho C_p\right)_m + \phi_p\left(\rho C_p\right)_p}\right)$$
(2.126)

2.6.5.5. Coeficiente de transferência de Calor

Em virtude de o incremento da condutividade térmica ser um importante indicador da melhora na transferência de calor desenvolvida pelos nanofluidos, seu beneficio real, como fluidos de transferência de calor, é caracterizado de forma mais efetiiva por meio do coeficiente convectivo de transferência de calor (Yu et al., 2007).

Ainda não existem teorias que expliquem razoavelmente o desenvolvimento do escoamento e o processo de transferência de calor de um nanofluido, sendo considerado este um modelo de múltiplas componentes (Velagapudi et al., 2008). Temse sugerido que as partículas podem ser facilmente fluidizadas e, conseqüentemente, os nanofluidos podem ser considerados como fluidos convencionais (só uma fase), com propriedades físicas efetivas, sendo estas funções das propriedades de ambos componentes e suas respectivas concentrações. (Pak e Cho,1998 e Xuan e Li, 2003).

Existem na literatura, no que diz respeito à simulação das características de transferência de calor dos nanofluidos, duas abordagens que se manifestam nas seguintes aproximações (Xiang-Qi e Mujundar, 2008).

- A primeira assume que a hipótese do contínuo ainda é válida para fluidos com nanopartículas em suspensão. Estes modelos monofásicos são mais simples e, computacionalmente, mais eficientes;
- A segunda utiliza modelos bifásicos para uma melhor descrição das fases sólida e líquida; tais modelos não têm sido comuns na literatura aberta.

Velagapudi et al. (2008) analisaram o escoamento de nanofluidos no interior de tubos retos de seção circular sob condições de escoamento laminar e turbulento. Os autores propuseram uma modificação da correlação de Sieder-Tate (1936), para o escoamento laminar:

$$Nu_{nf} = b \left(\operatorname{Re}_{nf} \operatorname{Pr}_{nf} \frac{D}{L} \right)^{0.333}$$
(2.127)

A constante b=1,98 foi obtida através de uma análise por regressão não linear dos dados experimentais produzidos por Pak e Cho (1999), e Wen e Ding (2004):

$$Nu_{nf} = 1,98 \left(\text{Re}_{nf} \text{Pr}_{nf} \frac{D}{L} \right)^{0,333}$$
 (2.128)

Esta correlação e válida para os nanofluidos apresentados na tabela 4, e os números de Reynolds e Prandtl definidos pelas equações (2.119) e (2.127).

Velagapudi et al. (2008) desenvolveram um modelo análogo para o escoamento turbulento baseados nos dados de Eastman et al. (2001), Das et al. (2003), Xuan e Li (2003) e Kim et al. (2007), onde o número de Nusselt para um escoamento turbulento ao longo de um tubo reto de seção circular pode ser calculado pela seguinte equação:

$$Nu_{nf} = a \left(\text{Re}_{nf} \right)^{0.8} \left(\text{Pr}_{nf} \right)^{0.4}$$
 (2.129)

onde o coeficiente *a* assume os seguintes valores: 0,0256 para o Al_2O_3 - H_2O e 0,027 para CuO- H_2O .

Outros trabalhos abordando o comportamento do coeficiente de troca de calor para nanofluidos escoando no interior de tubos retos de seção circular sob diferentes regimes de escoamento são enumerados a seguir:

Al₂O₃-H₂O

Heris et al. (2007) pesquisaram experimentalmente o número de Nusselt do nanofluido Al₂O₃-H₂O para um escoamento laminar no interior de um tubo circular reto com temperatura de parede constante:

$$Nu_{nf} = 1,86 \left(\operatorname{Re}_{nf} \operatorname{Pr}_{nf} \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_{w_{nf}}} \right)^{0.14}$$
(2.130)

Pak e Cho (1998) apresentam a seguinte correlação, válida para escoamentos turbulentos:

$$Nu_{nf} = 0,021 \operatorname{Re}_{nf}^{0.8} \operatorname{Pr}_{nf}^{0.5}$$
 (2.131)

CuO-H₂O

Xuan e Roetzel (2000) utilizaram dados experimentais de propriedades termofísicas e geometrias conhecidas para correlacionar a transferência de calor dos nanofluidos, chegando a:

$$Nu_{nf} = c_1 \left(1.0 + c_2 v_p^{m_1} P e_{nf}^{m_2} \right) \operatorname{Re}_{nf}^{m_3} \operatorname{Pr}_{nf}^{0.4}$$
(2.132)

Li e Xuan (2002), partindo de dados experimentais, encontraram as constantes c_1 , c_2 e os índices m_1 , m_2 , m_3 e derivaram as seguintes correlações para o escoamento do nanofluido CuO-H₂O em tubos lisos:

Para escoamento laminar:

$$Nu_{nf} = 0.4328 \left(1.0 + 11,285 \phi_p^{0.754} P e_p^{0.218} \right) \operatorname{Re}_{nf}^{0.333} \operatorname{Pr}_{nf}^{0.4}$$
(2.133)

Para escoamento turbulento:

$$Nu_{nf} = 0.0059 \left(1.0 + 7.6286 \phi_p^{0.6886} P e_p^{0.001} \right) \operatorname{Re}_{nf}^{0.9238} \operatorname{Pr}_{nf}^{0.4}$$
(2.134)

A definição dos números adimensionais utilizados nas correlações anteriores, de acordo com Yu et al. (2007), é apresentada na tabela 7:

Tabela 7 - Números adimensionais para a avaliação de nanofluidos (Yu et al., 2007)

Números Adimensionais	Definição
Número de Reynolds	$\operatorname{Re}_{nf} = \frac{\rho_{nf} D u_m}{\mu_{nf}}$
Número de Prandtl	$\Pr_{nf} = \frac{\mu_{nf} c_{p_nf}}{k_{nf}}$
Número de Peclet da Nanopartícula	$Pe_p = \frac{u_m d_p}{\mu_{nf}}$

Yu et al. (2007) chegam às seguintes conclusões com respeito às correlações para determinação do coeficiente de transferência de calor:

- Todas as correlações para nanofluidos são modificações de equações tradicionais, tais como a de Dittus-Boelter (1930) ou Gnielinski (1976), com parâmetros empíricos adicionados. Geralmente só são válidas para certos nanofluidos em faixas estreitas de concentração volumétrica;
- O óxido de Alumínio, Al₂O₃-H₂O, e o óxido cúprico, CuO, são as mais

comuns e econômicas nanopartículas, utilizadas por vários pesquisadores em seus experimentos. Na grande maioria dos aparatos experimentais onde se utilizaram estas nanopartículas o escoamento ocorre através de tubos retos de seção circular;

 Também fazem parte dos trabalhos experimentais os nanotubos de carbono, mas estes são hidrofóbicos. Não podem ser dispersos em muitos dos mais usados fluidos de troca de calor, tais como a água destilada ou o etileno glicol, sem um tratamento prévio com surfactantes ou ácidos que permitam sua dispersão (Xie, 2003).

Neste trabalho é utilizada a definição do Número de Nusselt para nanofluidos escoando em regime laminar dada por Velagapudi et al., (2008) mostrada na equação (2.130) a qual permitirá comparar, sob as mesmas condições de concentração volumétrica e diâmetro das nanopartículas, assim, como de temperatura do fluido-base, quatro distintas nanopartículas (uma nanopartícula metálica e três nanopartículas de óxidos metálicos). A definição do número de Reynolds modificado para o nanofluido é dada pela equação (2.114).

Quanto à viscosidade, Velagapudi et al., (2008), para escoamento laminar, utilizaram a equação (2.122), visto que com esta equação, seus dados teóricos ficaram mais próximos dos dados experimentais.

2.6.6 Queda de pressão nos nanofluidos

Xuan e Roetzel (2000) indicam que o fator de atrito no nanofluido CuO-H₂O é quase igual ao da água, nas mesmas velocidades de escoamento e que não varia com o aumento da fração volumétrica. Isto significa que a presença de nanopartículas não é motivo de aumento da potência de bombeamento. Wongwise (2005), a partir de estudos realizados com Al₂O₃-H₂O, manifesta que as penalidades, em termos de queda de pressão, são mínimas.

Destes dois trabalhos conclui-se que, para modelar a queda de pressão dos nanofluidos, a equação de Darcy-Weissbach pode ser utilizada (Incropera e Witt, 1998):

Capitulo 2. Modelo matemático

$$\Delta P_{nf} = \frac{f_{nf} L u_{m_{-}nf}^2}{2 g d_{in_{-}in_{-}ev}}$$
(2.135)

O fator de atrito dos nanofluidos, f_{nf} , foi determinado a partir da seguinte correlação:

• Fator de atrito para Re>2000:

$$f_{nf} = 0,316 \,\mathrm{Re}_{nf}^{-1/4}$$
 (2.136)

• Fator de atrito para Re<2000:

$$f_{nf} = 0,184 \,\mathrm{Re}_{nf}^{-1/5} \tag{2.137}$$

2.6.7 Queda de pressão do lado do refrigerante

De forma similar à tratada no condensador, utilizou-se a mesma correlação de Choi (2001) para determinar o valor da queda de pressão no evaporador no lado do refrigerante:

$$\Delta P_{T_{p_ev}} = \left(\frac{f_{N_ev}L_{T_{p_ev}}\left(v_{v_ev} - v_{l_ev}\right)}{d_{e_ev}} + \left(v_{v_ev} - v_{l_ev}\right)\right)G_{r_ev}^2$$
(2.138)

onde o fator de atrito , $f_{\scriptscriptstyle N_ev}$ é determinado por:

$$f_{N_{ev}} = 0,00506 \operatorname{Re}_{l_{ev}}^{-0.0951} K_{f_{ev}}^{0.1554}$$
(2.139)

e o número de Ebulição, mencionado por Pierre (1964), é expresso por:

$$K_{f_{ev}} = \frac{\Delta x h_{vl}}{L_{tp_{ev}} g}$$
(2.140)

2.6.8.

Queda de pressão do refrigerante na zona de superaquecimento do evaporador

Similar ao caso do condensador na zona de dessuperaquecimento, a perda de carga em uma tubulação reta é determinada pela equação de Darcy-Weissbach, que é válida tanto para gases quanto para líquidos.

Zona de superaquecimento:

$$\Delta P_{ds_ev} = f_{r_ds_ev} \left(\frac{L_{ds_ev}}{d_{e_ev}} \right) \frac{m_r}{2A_{transversal}^2 \rho_{r_ds_ev}}$$
(2.141)

O fator de atrito para escoamento turbulento na zona de superaquecimento é dado pela seguinte correlação:

$$f_{r_ds_ev} = 0,316 \operatorname{Re}_{r_ds_ev}^{-0.25}$$
(2.142)

e, para escoamento laminar:

$$f_{r_{_ds_ev}} = \frac{64}{\text{Re}_{r_{_ds_ev}}}$$
(2.143)

2.6.9. Potência de bombeamento do nanofluido

Similar ao definido para a potência de bombeamento ou trabalho requerido para fazer escoar o fluido de resfriamento no condensador pode ser usada a mesma correlação (William, 2006):

$$W_{nf} = \Delta P_{nf} \left(\frac{m_{nf}}{\rho_{nf}} \right)$$
(2.144)