1
Introdução

1.1
Problemas de Localização de Facilidades

O problema central considerado nesta dissertação trata a decisão quanto à definição de localizações de facilidades de forma a atender seus usuários ou clientes com o objetivo de otimizar algum critério definido. Uma facilidade é qualquer serviço a ser prestado a um conjunto de usuários e pode ser utilizado para denotar escolas, centros de saúde, estações de bombeiros, fábricas, armazéns, pontos de ônibus, estações de metrô, entre outros. O critério a ser otimizado é intrínseco ao problema tratado e, como exemplos, temos a soma das distâncias (ou custos) de deslocamento dos clientes e o número de clientes atendidos por uma mesma facilidade. Os problemas de localização que mais se destacam são o problema dos p-Centros (*p-Centre Problem*), o problema das p-Medianas (*p-Median Problem*) e o problema de Localização de Facilidades (*Uncapacitated Facility Location Problem*). Estes problemas também são estudados com a presença de restrições de capacidade. Em ambos os casos, estes problemas são NP-Difíceis (Kariv e Hakimi, 1979).

Problemas de localização de facilidades em uma rede ou em um grafo são encontrados com grande freqüência em situações da vida real. Analisaremos agora uma situação que retrata o problema dos *p-Centros*, (Tansel et al., 1983). Se o grafo considerado representar uma malha rodoviária onde os vértices indicam os usuários a serem atendidos, podemos precisar determinar a localização ótima de hospitais, delegacias, bombeiros ou qualquer outro serviço que preste atendimento de emergência. Nestas situações, temos como objetivo definir a localização destas facilidades de forma que o usuário mais remoto da rede seja alcançado de, pelo menos uma das facilidades, com uma distância mínima. Isto caracteriza uma otimização de pior caso. A localização das facilidades resultante da resolução deste problema são conhecidas como *centros* de um grafo.

Por outro lado, o problema de localização a ser modelado pode ter como objetivo minimizar a soma das distâncias dos vértices do grafo a uma facilidade central (partindo do pressuposto que apenas uma será aberta). Como exemplo, temos o problema de localização de um depósito em uma malha rodoviária, onde os vértices representam clientes a serem abastecidos a partir deste depósito. Até onde sabemos, este problema foi proposto em 1964 por Hakimi (Hakimi, 1964), que estudou os casos de uma e de múltiplas facilidades. No segundo caso, desejamos abrir p facilidades em p vértices de um grafo minimizando a soma das distâncias dos clientes à facilidade mais próxima. Isto caracteriza o problema das *p-Medianas*. Restrições de capacidade se referem à existência de um limite no número de clientes que podem ser associados a cada facilidade. Quando o problema é não-capacitado então as facilidades podem servir uma quantidade ilimitada de clientes. As localizações das facilidades resultantes da resolução deste problema são conhecidas como *medianas* de um grafo. O problema das p-Medianas será referenciado ao longo do texto como PMNC, que indica a ausência das restrições de capacidade.

Por fim, o problema de *Localização de Facilidades*, que será referenciado ao longo do texto como LFNC, difere do PMNC em dois aspectos. O primeiro aspecto diz respeito à existência de um custo associado à instalação de uma facilidade em uma potencial localização e o segundo aspecto diz respeito a não existir um limite para o número de facilidades que podem ser abertas. Portanto, o objetivo é determinar um subconjunto de facilidades a serem abertas minimizando a soma dos custos de servir cada localidade com a facilidade aberta mais próxima e, minimizando também, a soma dos custos de instalação das facilidades. Similarmente ao PMNC, os vértices do grafo com a presença de facilidades também são conhecidos como *medianas*.

Este trabalho estuda métodos para a resolução do PMNC. Aplicações do PMNC e suas extensões podem ser encontradas (Christofides, 1976). Contudo, além desta ampla possibilidade de aplicações, o PMNC pode ser interpretado em termos de *análise por conglomerados* (*cluster analysis*). A utilização deste termo pode ser encontrada em (Bussab et al., 1990). O objetivo da análise por conglomerados é classificar objetos dentro de um mesmo grupo de tal forma que os objetos contidos em um determinado grupo são mais similares entre si quando comparados a objetos que pertencem a outros grupos. Se visualizarmos os objetos como pontos em um espaço m-dimensional e se a medida de similaridade entre estes pontos for a distância, então o PMNC torna-se útil no tratamento deste problema (Hansen e Jaumard, 1997). O PMNC pode auxiliar, também, em aplicações de *mineração de dados espaciais* (*spatial data mining*) (Ng e Han, 1994). Em geral, técnicas de mineração de dados são utilizadas para descobrir padrões ocultos em grandes bases de dados. Uma subárea desta técnica é a mineração de dados espaciais, que consiste em encontrar padrões que podem existir implicitamente em base de dados espaciais. Assim, métodos de resolução para o PMNC também se mostram relevantes nesta área do conhecimento. Um levantamento sobre os mais importantes trabalhos abordando o PMNC foram feitos em (Mladenovic et al., 2007), (Reese, 2006) e (ReVelle et al., 2008).

1.2 Motivação

O PMNC possui uma série de aplicações práticas e é um problema visto por grande parte da comunidade de programação matemática como um problema bem resolvido, isto porque desde o final dos anos 70 existem métodos de resolução capazes de encontrar soluções ótimas para instâncias com muitas centenas de clientes. A diferença entre os valores dos limites inferiores e os valores das soluções proporcionados por estes métodos consistentemente correspondem a menos de 2% ou 3% do valor da solução ótima. Entretanto, uma análise mais cuidadosa mostra que este senso comum é enganoso. Os valores da solução ótima atingem valores muito grandes quando o número de clientes ultrapassa um milhar. Neste caso, mesmo 1% do valor ótimo corresponde a números grandes, que são superiores ao diâmetro da região ocupada pelos clientes, quando estes estão no plano e as distâncias consideradas são Euclidianas.

Mais ainda, existe hoje grande interesse na obtenção de boas soluções para PMNCs com mais, ou mesmo muito mais, de três mil clientes. Para estes, o uso de pacotes comerciais de programação inteira, que resolvem muito eficientemente PMNCs de menor porte ainda está longe de ser viável. Neste contexto observamos que existe hoje uma concentração de pesquisadores com forte dedicação à evolução dos algoritmos de resolução para o PMNC. O que motiva a pesquisa aqui desenvolvida.

1.3 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo estudar e avaliar algoritmos destacados para o PMNC, assim como propor métodos para a sua resolução, tendo em vista o tratamento de instâncias de grande porte. Métodos na literatura para este problema que encontram um *Gap* baixo, da ordem de 1% estão entre os aqui descritos e avaliados. Contudo, para algumas instâncias, mesmo com um *Gap* da ordem de 1%, este *Gap* ainda é maior do que a maior distância contida no grafo destas instâncias, conforme observaremos mais adiante. Obter *Gap* baixo não é uma tarefa complicada, mas diminuir este

Gap após um determinado limiar é uma tarefa que exige um trabalho extra. Para instâncias de pequeno porte, os métodos atuais resolvem na otimalidade. Porém, para a consideração de instâncias de grande porte, há uma dificuldade em encontrar a solução ótima e provar a sua otimalidade. Avaliar o real comportamento destes algoritmos e propor alternativas é o viés do trabalho descrito nesta dissertação.

1.4
Estrutura da Dissertação

O Capítulo 2 apresenta uma descrição detalhada do PMNC. São discutidas as suas formulações primal, dual e dual condensada e é descrita a base para os experimentos computacionais efetuados neste trabalho.

O Capítulo 3 aborda as categorias de métodos de resolução para o PMNC presentes na literatura citando alguns trabalhos presentes em cada uma destas categorias.

No Capítulo 4 discorremos sobre os algoritmos primais implementados. São exibidos métodos construtivos e um método de busca local para o PMNC. Concluímos o capítulo analisando a qualidade das soluções obtidas por cada método.

O Capítulo 5 trata dos algoritmos duais implementados. Inicialmente, discutimos um ramo da disciplina de *Programação Linear* que sustenta todos os métodos tratados neste capítulo. Em seguida apresentamos estes métodos e, concluindo, expomos os resultados obtidos com os mesmos.

O Capítulo 6 apresenta um algoritmo de planos de cortes juntamente com um algoritmo de enumeração implícita para o PMNC e são apresentados os resultados obtidos com estas técnicas.

Finalmente, no Capítulo 7 são expostas as conclusões alcançadas com este trabalho.