

# PUC

MARIA CRISTINA RIBEIRO CARVALHO

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE DISPERSÃO DE LINHAS MICROSTRIP  
ATRAVÉS DA ANÁLISE NO DOMÍNIO ESPECTRAL

Tese de Mestrado

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio, 21 de agosto de 1978

Pontificia Universidade Catolica do Rio de Janeiro

Rua Marquês de São Vicente, 225 - CEP 22453

Rio de Janeiro — Brasil

N.Chamada: 621.3 / C331 / TESE UC

Título: Determinação das características de disp



0 0 5 2 9 9 1

Ex 2-CENTRAL

8452

MARIA CRISTINA RIBEIRO CARVALHO

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE DISPERSÃO DE LINHAS MICROSTRIP  
ATRAVÉS DA ANÁLISE NO DOMÍNIO ESPECTRAL

Tese apresentada ao Departamento  
de Engenharia Elétrica da PUC/RJ  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Mestre em  
Ciências em Engenharia Elétrica  
Orientador: Alvaro Augusto A. de  
Salles.

Departamento de Engenharia Elétrica

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio de Janeiro, 21 de agosto de 1978

UC 34234-1



52991

Be

UC  
621.3  
C331  
TESE ve

neels

MARIA CRISTINA RIBEIRO CARVALHO

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE DISPERSÃO DE LINHAS MICROSTRIP  
ATRAVÉS DA ANÁLISE NO DOMÍNIO ESPECTRAL

Tese apresentada ao Departamento  
de Engenharia Elétrica da PUC/RJ  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Mestre em  
Ciências em Engenharia Elétrica  
Orientador: Alvaro Augusto A. de  
Salles.

Departamento de Engenharia Elétrica

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio de Janeiro, 21 de agosto de 1978

## RESUMO

Neste trabalho, o problema de valor de contorno associado à estrutura de uma linha microstrip blindada é formulado em termos de uma representação rigorosa de modos híbridos, superposição de modos TE e TM. As equações resultantes são então transformadas, através da aplicação do método de Galerkin no domínio espectral, para obtenção da equação característica para as propriedades de dispersão de linhas microstrip blindadas. As principais vantagens deste método são sua simplicidade e convergência rápida. Foi elaborado um programa de computador para cálculo dos parâmetros, e foram realizadas comparações com resultados experimentais e com expressões empíricas apresentadas por outros autores. A influência da variação da altura da blindagem superior é também considerada.

## ABSTRACT

The boundary value problem associated with the shielded microstrip-line structure is formulated in terms of a rigorous hybrid-mode representation, superposition of the TE and TM fields. The resulting equations are subsequently transformed, via the application of Galerkin's method in the spectral domain, to yield a characteristic equation for the dispersion properties of shielded microstrip lines. Among the advantages of the method are its simplicity and rapid convergence. A computer program for the parameters is presented, and numerical results are compared with some experimental results and with theoretical and empirical results presented by other authors. The behavior with the variation of the height of the top cover is also considered.

## ÍNDICE

	pág
INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO 1 - Fundamentos Teóricos .....	3
1.1 - Linhas Microstrip .....	4
1.2 - Parametros Principais das Linhas Microstrip .....	7
CAPÍTULO 2 - Analises Existentes .....	10
2.1 - Método de Transformação Conforme .....	10
2.2 - Análise Numérica Utilizando Técnica de Relaxação .....	14
2.3 - Análise de Modos Híbridos .....	18
2.3.1 - Método Numérico .....	18
2.3.2 - Aproximação da Equação Integral Singular .....	20
2.3.3 - Método de Análise no Domínio da Transformada de Fourier .....	20
CAPÍTULO 3 - Método de Análise no Domínio Espectral .....	23
3.1 - Formulação do Problema .....	23
3.2 - Representação dos Campos .....	25
3.3 - Determinação das Funções Potenciais .....	31
3.3.1 - Condições de Contorno em $x = \pm a$ ..	31
3.4 - Condições de Contorno na Interface .....	35
3.5 - Condições de Contorno na Fita .....	38
3.6 - Componentes de Corrente .....	45
3.7 - Cálculo dos Parâmetros .....	50
3.7.1 - Constantes de Fase .....	50



	pág
CAPÍTULO 4 - Resultados e Conclusões .....	54
4.1 - Constantes de Fase .....	54
4.2 - Constantes Dielétrica Efetiva .....	57
4.3 - Influência da Blindagem nas Características de Propagação da Linha .....	66
4.4 - Impedância Características .....	67
4.5 - Conclusões .....	68
APÊNDICE I - Listagens dos Programas de Computador para o Cál culo dos Parâmetros das Linhas Microstrip .....	108
APÊNDICE II - Cálculo da Frequência de Corte para o Modo Funda mental num Guia Parcialmente Cheio .....	119
BIBLIOGRAFIA .....	124

# LISTA DE FIGURAS

	página
FIG. 1.1 - Linha Microstrip - Geometria .....	4
FIG. 1.2 - Distribuição de Campo Elétrico .....	5
FIG. 1.3 - Distribuição de Campo Magnético .....	5
FIG. 2.1 - Impedância característica do Microstrip em função da relação $w/h$ , [4] .....	15
FIG. 2.2 - Raiz Quadrada da Constante Dielétrica efetiva do Microstrip em função da relação $w/h$ , [4] .....	15
FIG. 2.3 - Linha Microstrip Blindada .....	16
FIG. 2.4 - Comparação dos Resultados de Stinehelfer [6] com os resultados de Wheeler [2] para a impedância característica do Microstrip ( $2a=1.27\text{cm}$ ).....	17
FIG. 2.5 - Curvas de Dispersão obtidas por Hornsby e Gopinath [7] para a estrutura da fig. 2.3 .....	19
FIG. 2.6 - Curvas de dispersão obtidas por Mittra e Itoh [10] para a linha Microstrip blindada .....	19
FIG. 2.7 - Constante Dielétrica efetiva da frequência obtida por Denlinger [11] para a estrutura da fig. 1.1 ( $\epsilon_r=11.7$ , $2w/h=0.96$ ) .....	21
FIG. 2.8 - Impedância característica em função da frequência obtida por Denlinger [11] para a estrutura da fig. 1.1 ( $\epsilon_r=15.87$ , $2$ , $2w/d=0.543$ ).....	21
FIG. 3.1 - Linha Microstrip blindada .....	23
FIG. 3.2 - Distribuição da Corrente Longitudinal sobre a fita.	49
FIG. 3.3 - Distribuição da corrente transversal sobre a fita..	49
FIG. 3.4 - Diagramas de soluções para os Modos Híbridos.....	51

FIG. 4.1 - Constante de fase x frequência .....	71
FIG. 4.2 - Constante de fase x frequência .....	72
FIG. 4.3 - Constante de fase x frequência .....	73
FIG. 4.4 - Constante de fase x frequência .....	74
FIG. 4.5 - Constante de fase x frequência - Modos Superiores.	75
FIG. 4.6 - Constante de fase x frequência - Modos Superiores.	76
FIG. 4.7 - Constante de fase x frequência - Modos Superiores.	77
FIG. 4.8 - Constante de fase x frequência - Modos Superiores.	78
FIG. 4.9 - Constante de fase x frequência.....	79
FIG. 4.10- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	80
FIG. 4.11- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	81
FIG. 4.12- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	82
FIG. 4.13- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	83
FIG. 4.14- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	84
FIG. 4.15- Constante dielétrica efetiva x frequência .....	85
FIG. 4.16- Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência.....	86
FIG. 4.17- Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência .....	87
FIG. 4.18- Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência .....	88
FIG. 4.19- Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência .....	89
FIG. 4.20- Constantes dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	90

FIG. 4.21 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	91
FIG. 4.22 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	92
FIG. 4.23 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	93
FIG. 4.24 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	94
FIG. 4.25 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	95
FIG. 4.26 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia .....	96
FIG. 4.27 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia, variando-se a altura do guia .....	97
FIG. 4.28 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia, variando-se a altura do guia .....	98
FIG. 4.29 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia, variando-se a altura do guia.....	99
FIG. 4.30 - Constante dielétrica efetiva em função da frequên cia, para diferentes dimensões do guia.....	100
FIG. 4.31 - Impedância característica em função da frequência	101
FIG. 4.32 - Impedância característica em função da frequência	102
FIG. 4.33 - Impedância característica em função da frequência	103
FIG. 4.34 - Erro da solução TEM [3] em relação a este método, para a impedância característica, em função da frequência .....	104
FIG. 4.35 - Erro da solução TEM [3] em relação a este método, para a impedância característica, em função da frequência .....	105

FIG. 4.36 - Erro da solução TEM $ 3 $ em relação a este método, para a impedância característica, em função da fre quência .....	106
FIG. 4.37 - Impedância característica x frequência .....	107

## INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar o desenvolvimento e os resultados de um estudo da dependência com a frequência dos parâmetros do microstrip, utilizando o potente, preciso e numericamente eficiente método de análise no domínio espectral. A tendência observada nos últimos anos, de se estender à frequências mais elevadas a utilização do microstrip, para melhor utilização de suas vantagens tecnológicas, é uma motivação muito forte para o desenvolvimento de estudos visando o conhecimento do seu desempenho com maior precisão.

No capítulo 1 são apresentados alguns comentários gerais sobre a linha microstrip, caracterizando desde já a inexistência de uma onda TEM pura, e sobre os parâmetros principais das linhas microstrip.

No capítulo 2 breves apresentações são feitas sobre os métodos mais utilizados para estudo do comportamento das linhas microstrip, procurando-se chamar atenção para as conveniências e deficiências de cada um.

No capítulo 3 é desenvolvido o método de análise no domínio espectral, obtendo-se a equação característica para as propriedades de dispersão das linhas microstrip, partindo-se da representação rigorosa de modos híbridos para uma linha microstrip blindada. São comentados também os problemas das distribuições longitudinais e transversais de corrente na fita, e a determinação dos demais parâmetros (constante dielétrica efetiva

e impedância característica equivalente) a partir da constante de fase.

No capítulo 4 são apresentados resultados numéricos obtidos pelo método desenvolvido no Capítulo 3 e são feitas comparações com outros resultados teóricos e experimentais existentes. São ressaltadas as qualidades de precisão, simplicidade e velocidade de processamento do presente método. As comparações chamam a atenção para o limite de validade da aproximação TEM em termos da precisão desejada. Para projetos práticos, o conhecimento das frequências onde começam aparecer modos superiores é importante, o que pode ser determinado com precisão através da equação característica para a constante de fase. Vários gráficos são incluídos para ilustrar as conclusões apresentadas.

No Apêndice I são apresentadas as listagens dos programas de computador utilizados para o cálculo dos parâmetros das linhas, baseados no presente método.

No Apêndice II são apresentados os procedimentos e o programa de computador para o cálculo das frequências de corte para o modo fundamental num guia parcialmente cheio com dielétrico.

## CAPÍTULO 1

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### Introdução

As linhas microstrip têm encontrado larga utilização em circuitos integrados híbridos empregados em sistemas radio a estado sólido, especialmente em face de sua simplicidade e estrutura planar. Outras razões correlatas de grande interesse poderiam ser citadas, como sua pequena dimensão, baixo peso, alta confiabilidade e grande reprodutibilidade. Ain da mais, quando produzidas em grande número, também apresen tam a vantagem de baixo custo.

As linhas microstrip podem ser caracterizadas a partir de tres parâmetros: impedância característica, constante dielétrica efetiva e constante de atenuação. A partir da constan te dielétrica efetiva pode-se determinar a constante de fase, o comprimento de onda e a velocidade de fase na linha.

Neste capítulo será comentada a determinação de dois destes parâmetros, desde já ressaltando a necessidade de se recorrer a uma solução de modos híbridos para caracteriz ação rigorosa dos campos na estrutura mista. A constante de atenuação não será abordada, sendo todo o tratamento realizado supondo-se uma estrutura sem perdas.



### 1.1. Linhas Microstrip

A linha microstrip é constituída por uma fita metálica gravada sobre uma placa dielétrica (substrato) inteiramente metalizada sobre a outra face, de maneira a constituir-se em um plano de terra, como mostra a fig. 1.1.

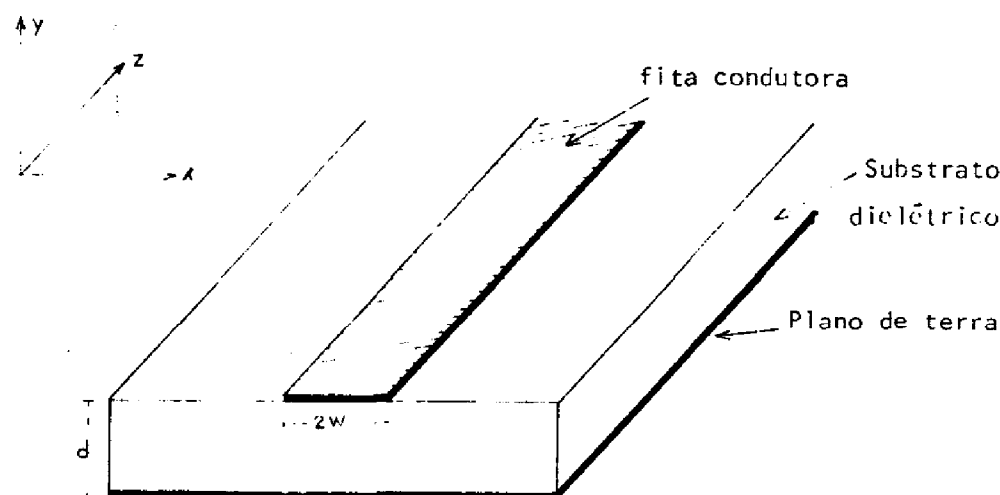


Fig. 1.1 Linha microstrip - Geometria

Observando-se a distribuição de campo na seção reta de um microstrip, verifica-se que parte das linhas de força atravessam simultaneamente o ar e o substrato, de tal forma que uma análise rigorosa deste tipo de estrutura recairá em um problema de mistura de dielétricos, cuja solução exata é difícil de estimar.

As distribuições dos campos elétrico e magnético na seção reta da estrutura da fig. 1.1 são esboçadas nas figuras 1.2 e 1.3.

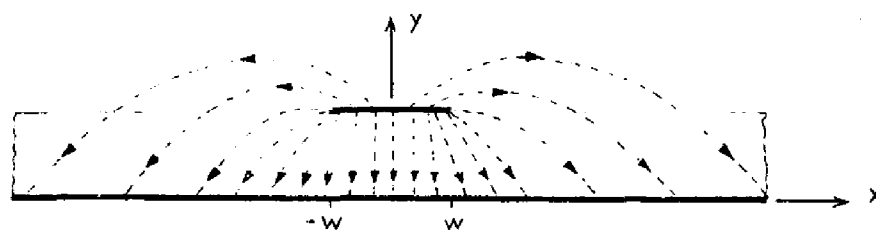


Fig. 1.2 Distribuição de campo elétrico

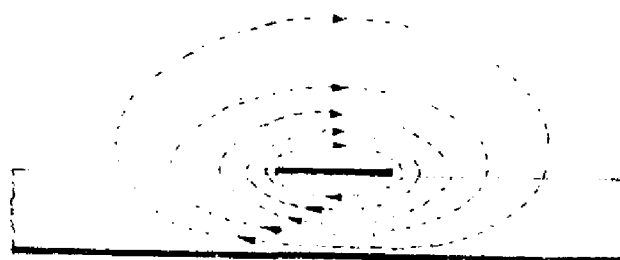


Fig. 1.3 Distribuição de campo magnético

Se a placa dielétrica da figura 1.1 fosse substituída por uma camada de ar, as linhas de campo atravessariam um só meio e o modo de propagação ao longo da linha microstrip seria idêntico ao que existe em uma linha de transmissão de condutores paralelos, ou, seja, transverso eletromagnético (TEM). Introduzindo-se um substrato dielétrico, como é o caso do microstrip, surgem condições de contorno que não podem ser satisfeitas por uma onda TEM pura.

Embora tenham sido desenvolvidos varios trabalhos baseados na suposição de propagação de modos TEM, ela é inadequada

para estimar as propriedades de dispersão da linha, que se acentuam com o aumento da frequência.

A presença da interface entre os dois meios, dá lugar à propagação de modos híbridos, superposição de modos TE e TM, como pode ser visto pelas equações de Maxwell. Uma análise rigorosa considerando estes modos é necessária para estudar a performance do microstrip em altas frequências.

A configuração representada na fig. 1.2 mostra que na interface, definida por  $|x| > w$  em  $y=d$ , ambas as componentes,  $x$  e  $y$ , do campo elétrico estão presentes. A continuidade de  $E_x$  conduz a:

$$\left( \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \right)_d = \epsilon_r \left( \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} \right)_a$$

onde os índices "a" e "d" referem-se ao ar e ao dielétrico, respectivamente e  $\epsilon_r$  é a permissividade relativa do substrato ( $\mu_r = 1$ ). A componente normal do campo magnético também deve ser contínua na interface. Assim, a equação anterior pode ser escrita na forma:

$$\epsilon_r \left. \frac{\partial H_y}{\partial y} \right|_a - \left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_d = (\epsilon_r - 1) \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

Como  $H_y$  é diferente de zero e  $\epsilon_r$  é maior que a unidade, o segundo membro da expressão acima é diferente de zero. Para o termo

da esquerda ser diferente de zero é necessário que  $H_z$  seja diferente de zero. De maneira análoga, pode-se mostrar que  $E_z$  também é não nulo. Sendo as componentes dos campos elétrico e magnético na direção de propagação, diferentes de zero, o modo resultante é híbrido (modos TE e TM simultaneamente).

## 1.2. Parâmetros Principais das Linhas Microstrip

Os parâmetros principais de uma linha de transmissão sem perdas, onde se propaga o modo TEM são:

- a - Impedância característica
- b - Velocidade de fase e comprimento de onda

O modo TEM é caracterizado pela ausência de componente dos campos elétrico e magnético na direção de propagação e a distribuição destes campos é obtida pela solução para campos estáticos no plano transversal. Considerando-se então uma linha de transmissão com condutores paralelos, com o ar para dielétrico e sem perdas, os parâmetros citados acima podem ser determinados em função da capacitância estática e da indutância mútua entre os condutores por unidade de comprimento, ou seja

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (1.1)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (1.2)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L_o C_o}} \quad (1.3)$$

Para o caso das linhas microstrip, onde os modos de propagação são híbridos, não existe uma definição exata para impedância característica. Em vista disto, recorre-se à expressão obtida, fazendo-se analogia com a linha TEM e inroduzindo-se o conceito de constante dielétrica efetiva.

Esta estrutura, cujo meio de propagação é composto de uma parcela de ar e outra de dielétrico, constitui-se num capacitor com mistura de dielétricos. Supondo-se que o dielétrico apresenta permeabilidade relativa unitária,  $\mu_r = 1$  e permissividade relativa  $\epsilon_r$ , define-se então uma constante dielétrica efetiva  $\epsilon_f$  compreendida entre a do ar e a do substrato considerado, tal que, se os dielétricos fossem retirados e substituídos por um único, com constante dielétrica igual à efetiva, a capacitância não se alteraria. Assim, a capacitância para o microstrip fica definida por:

$$C = C_o \epsilon_f \quad (1.4)$$

onde  $C_o$  é a capacitância de um microstrip cujo substrato é o ar.

Consequentemente, a impedância característica por analogia com (1.1) será dada por:

$$Z_{c_m} = \sqrt{\frac{L_o}{C}} = \sqrt{\frac{L_o}{C_o \epsilon_f}} = \frac{Z_{o_m}}{\sqrt{\epsilon_f}} \quad (1.5)$$

onde  $Z_{0m}$  é a impedância característica de uma linha a ar de mesma geometria, calculada tomando-se o modo TEM de propagação [1, 2, 3, 4] e a constante dielétrica efetiva será obtida no capítulo 3 considerando-se modos híbridos. A velocidade de fase e o comprimento de onda no microstrip serão obtidos a partir de:

$$v_m = \frac{1}{\sqrt{L_o C}} = \frac{1}{\sqrt{L_o C_o \epsilon_f}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_f}} \quad (1.6)$$

$$\lambda_m = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_f} f} = \frac{\lambda_o}{\sqrt{\epsilon_f}} \quad (1.7)$$

sendo  $c$  e  $\lambda_o$  respectivamente a velocidade da luz e o comprimento de onda, no vácuo.

Observa-se que  $\lambda_m$ ,  $v_m$  e  $Z_{0m}$  dependem da geometria da linha, da permissividade relativa ( $\epsilon_r$ ) do dielétrico e da frequência de operação, como será visto mais adiante.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISES EXISTENTES

#### Introdução

A crescente utilização da linha microstrip em frequências de micro-ondas gerou um interesse considerável no estudo de seu comportamento e vários trabalhos foram publicados neste assunto. Dentre os métodos existentes os mais utilizados para analisar estas linhas são:

- Método de transformação conforme
- Análise numérica (utilizando técnica de relaxação)
- Análise de modos híbridos

Os dois primeiros assumem o modo de propagação TEM enquanto que o terceiro é mais rigoroso e considera modos híbridos.

#### 2.1. Método de Transformação Conforme

Neste método, o modo de propagação ao longo do microstrip é considerado como TEM e a impedância característica é obtida a partir da expressão 1.1. O cálculo da capacitância para a geometria da fig 1.1 pode ser simplificada aplicando-se uma série de transformações conforme. Esta transformação baseia-se no fato de que as partes real e imaginária de uma função analítica de variável complexa satisfazem a equação

de Laplace. Na eletrostática, o potencial elétrico  $V(x,y)$  e o fluxo  $\phi(x,y)$  do vetor densidade de fluxo elétrico ( $D=\epsilon E$ ), satisfazem as equações:

$$\nabla^2 V(x,y) = 0 \quad ; \quad \nabla^2 \phi(x,y) = 0$$

Tendo em vista a linearidade e a unicidade da solução da equação de Laplace, as partes real e imaginária de uma função analítica podem ser utilizadas para representar as funções potencial e fluxo elétrico, a menos de uma constante. Sendo a capacitância entre dois eletrodos definida como a razão entre o fluxo elétrico total e a diferença de potencial entre os eletrodos, pode-se mostrar que a transformação de uma função analítica de um plano complexo para outro, mantém a capacitância invariante. Assim, o problema resume-se à obtenção de uma transformação, ou transformações, que converte a geometria do microstrip numa geometria de placas paralelas, cuja capacitância pode ser facilmente calculada.

Wheeler publicou dois artigos analisando a geometria de fitas paralelas e usando a transformação de Schwarz-Christoffel. Estes artigos referem-se à estrutura da fig. 1.1, sendo o primeiro deles para a linha sem dielétrico [1] e o segundo para a mesma linha, com substrato de constante dielétrica relativa  $\epsilon_r$  [2]. Os resultados obtidos para a impedância característica no primeiro caso são:



$$Z_o = 376,687 \left\{ \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{4d}{w} \right) + \frac{1}{16\pi} \left( \frac{w}{d} \right)^2 \right\} \text{ ohm} , \quad \frac{2w}{d} < 2 \quad (2.1)$$

$$Z_o = \frac{376,687}{\left( \frac{2w}{d} \right) + \left( \frac{1}{2\pi} \right) \ln \left\{ 17,08 \left( \frac{w}{d} + 0,92 \right) \right\}} \text{ ohm} ; \quad \frac{2w}{d} > 2 \quad (2.2)$$

e para o segundo:

$$Z_o = \frac{376,687}{\sqrt{2} \sqrt{\epsilon_r + 1}} \left\{ \ln \left( \frac{4d}{w} \right) + \frac{1}{8} \left( \frac{w}{d} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right\} \text{ ohm} ;$$

$$\frac{2w}{d} < 1 \quad (2.3)$$

$$Z_o = \frac{376,687}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left[ \frac{w}{d} + 0,441 + 0,082 \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2 + 1} \right) + \left( \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \right) \left\{ 1,451 + \ln \left( \frac{w}{d} + 0,94 \right) \right\} \right]^{-1} \text{ ohm}$$

$$; \quad \frac{2w}{d} < 1 \quad (2.4)$$

Nestas fórmulas  $\epsilon_r$  é a constante dielétrica relativa do substrato sobre o qual se encontra a fita (nas expressões 2.1 e 2.2 tem-se  $\epsilon_r = 1$ ),  $2w$  é a largura da fita e  $d$  a altura do substrato.

Como pode ser visto acima, as expressões da impedância característica para as fitas fina e larga são diferentes. Para contornar este problema, Wheeler publicou recentemente um novo artigo [3] onde apresenta fórmulas empíricas únicas, para qualquer largura de fita. Na ausência de dielétrico, tem-se

$$Z_o = 30 \ln \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{4d}{w} \right) \left[ \left( \frac{4d}{w} \right) + \sqrt{\left( \frac{4d}{w} \right)^2 + \pi^2} \right] \right\} \quad \text{ohm} \quad (2.5)$$

e com a presença de dielétrico,

$$Z_o = \frac{42.4}{\sqrt{\epsilon_r + 1}} \ln \left\{ 1 + \left( \frac{2d}{w} \right) \left[ \left( \frac{14 + 8/\epsilon_r}{11} \right) \left( \frac{2d}{w} \right) + \sqrt{\left( \frac{14 + 8/\epsilon_r}{11} \right)^2 \left( \frac{2d}{w} \right)^2 + \frac{(1 + 1/\epsilon_r)\pi^2}{2}} \right] \right\} \quad \text{ohm} \quad (2.6)$$

Outra análise utilizando a transformação de Schwarz - Christoffel foi feita por Schneider [4] e apresenta os seguintes resultados para a impedância característica do microstrip sem dielétrico:

$$Z_o = 60 \ln \left( \frac{4d}{w} + \frac{w}{2d} \right) \quad \text{ohm} \quad ; \quad \frac{2w}{d} \leq 1 \quad (2.7)$$

$$Z_o = \frac{120\pi \text{ ohm}}{\frac{2w}{d} + 2.42 - 0.44 \frac{d}{2w} + \left( 1 - \frac{d}{2w} \right)^6} \quad ; \quad \frac{2w}{d} \geq 1 \quad (2.8)$$

Estas duas expressões podem ser estendidas para o caso em que há dielétrico, utilizando-se a relação (1.5), onde a constante dielétrica efetiva, também obtida pelo autor é da forma

$$\epsilon_f = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{(\epsilon_r - 1)}{2} \left( 1 + \frac{5d}{w} \right)^{-1/2} \quad (2.9)$$

As curvas de impedância característica e constante dielétrica efetiva das expressões (2.7), (2.8) e (2.9) são apresentadas nas figuras (2.1) e (2.2).

Hammerstad [5] publicou um trabalho onde introduz correções nas expressões obtidas por Wheeler e Schneider, e que levam a resultados mais precisos. As novas expressões para a constante dielétrica efetiva e impedância característica do microstrip na presença de dielétrico são dadas respectivamente por:

$$\epsilon_f = \frac{1}{2} \{ \epsilon_r + 1 + (\epsilon_r - 1) F \} \quad (2.10)$$

onde

$$F = \begin{cases} (1 + 6d/w)^{-1/2} + 0,04 (1 - 2w/d)^2 & , \quad 2w/d \leq 1 \\ (1 + 6d/w)^{-1/2} & , \quad 2w/d \geq 1 \end{cases}$$

$$Z_o = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_f}} \cdot \ln (4d/w + 0,5w/d) \quad , \quad 2w/d \leq 1 \quad (2.11)$$

$$Z_o = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_f} [2w/d + 1,393 + 0,667 \ln (2w/d + 1,444)]} \quad ; \quad 2w/d \geq 1$$

## 2.2. Análise Numérica Utilizando Técnica de Relaxação

A capacitância eletrostática para a microstrip pode também ser obtida resolvendo-se a equação de Laplace numericamente. Sendo o microstrip uma estrutura aberta, a região onde

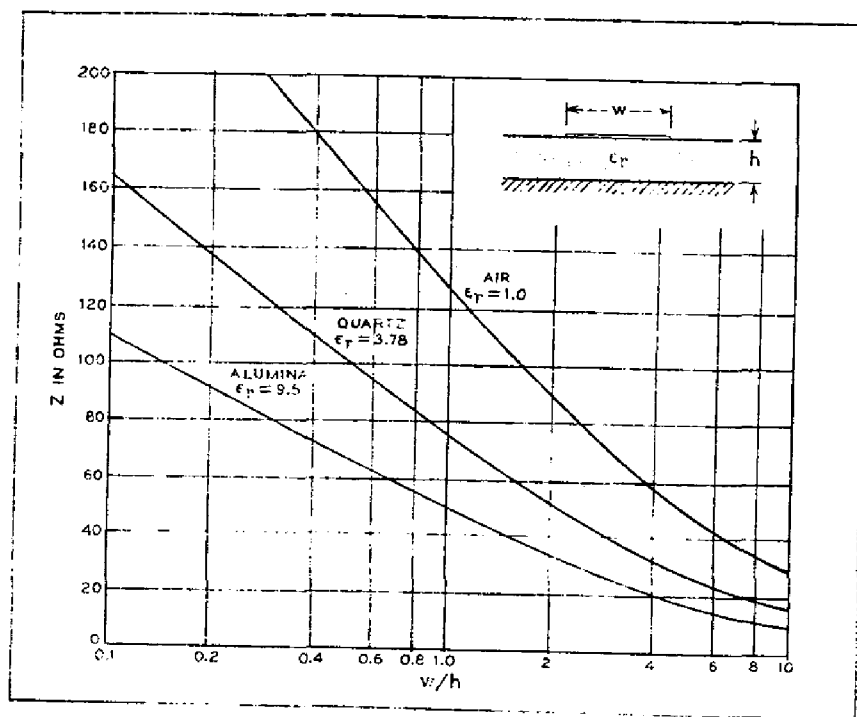


Fig. 2.1 Impedância característica do microstrip em função da relação  $w/h$ , [4]

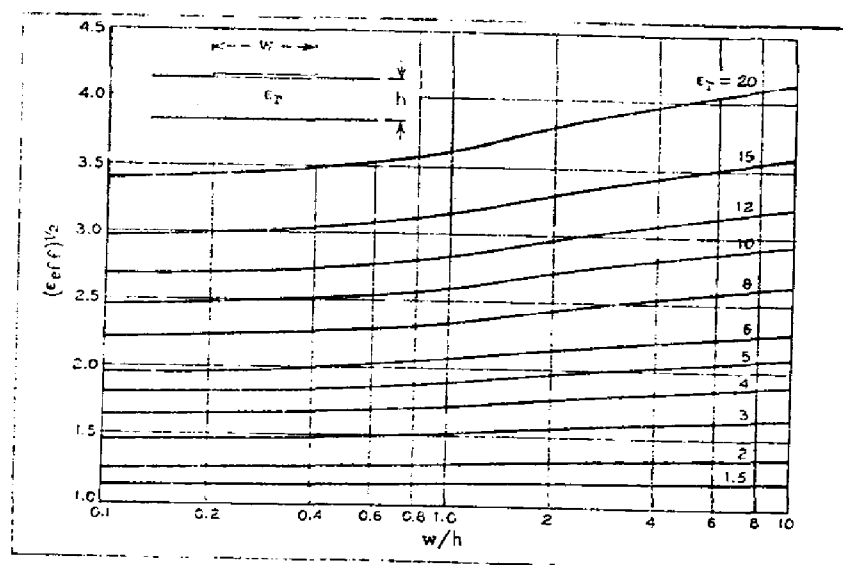


Fig. 2.2 Raiz quadrada da constante dielétrica efetiva do microstrip em função da relação  $w/h$ , [4]

o campo deve ser computado é semi-infinita e embora a equação de Laplace possa ser calculada numericamente para tal região, é mais conveniente considerar a linha microstrip envolvida por paredes condutoras como é mostrado na fig. 2.3. Na prática este tipo de envólucro é comumente utilizado, e levar em conta seus efeitos constitui uma vantagem do método numérico.

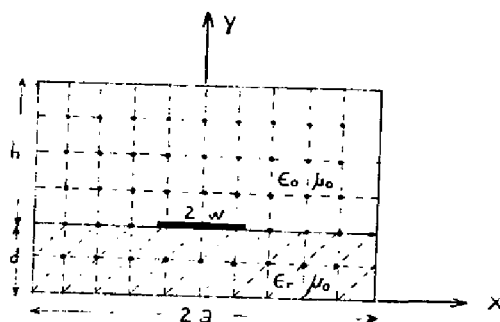


Fig. 2.3 Linha microstrip blindada

Um método muito utilizado para resolver a equação de Laplace numericamente é conhecido como técnica de relaxação. Para empregar este método, a região compreendida na caixa da fig. 2.3 é subdividida em pequenos quadrados, obtidos a partir do traçado de linhas horizontais e verticais, cujos pontos de interseção são referidos como pontos da malha. A técnica de relaxação consiste em uma aproximação iterativa sistemática. Assume-se inicialmente uma dada distribuição de potencial para os pontos da malha e vai-se alterando estes valores assumidos de uma maneira sistemática a fim de obter-se o resíduo mínimo. Neste processo repetitivo, os resíduos vão tornando-se cada vez menores, até que os potenciais dos pontos da malha forneçam a distribuição real de potencial.

Resultados numéricos baseados neste método foram obtidos por Stinehelfer [6] e a fig. 2.4 apresenta a comparação destes resultados com os de Wheeler, para a impedância característica.

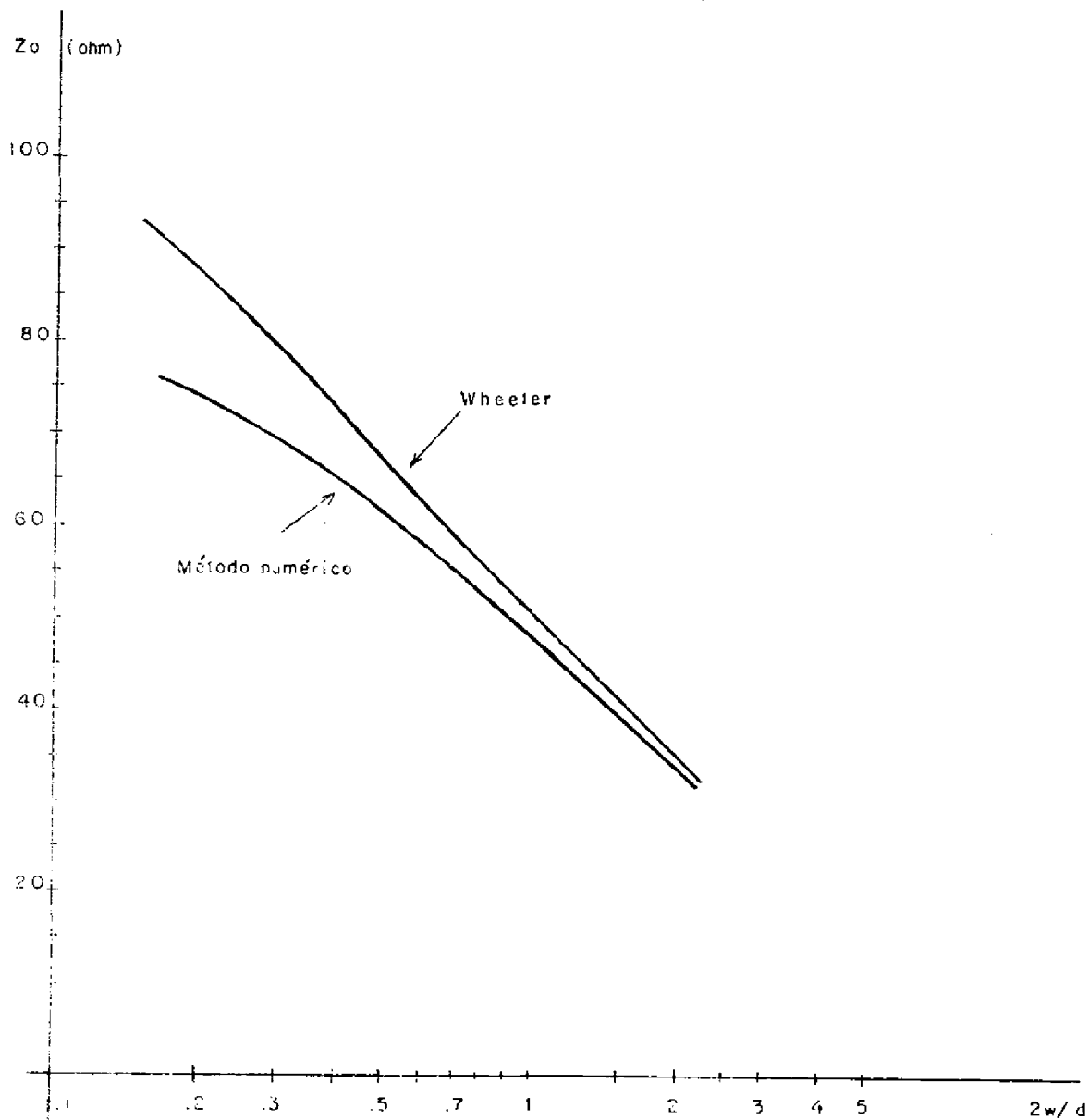


Fig. 2.4 Comparação dos resultados de Stinehelfer [6] com os resultados de Wheeler [2] para a impedância característica do microstrip ( $Z_0 = 1.27$  cm).

## 2.3. Análise de Modos Híbridos

Para a formulação do problema levando-se em conta modos híbridos, o primeiro passo é descrever a configuração dos campos elétrico e magnético para os modos TE e TM, a partir de potenciais escalares (cap. 3) linearmente relacionados com as componentes  $E_z$  e  $H_z$ ; em seguida aplica-se condições de contorno, e as equações resultantes são resolvidas para as características de dispersão. As diversas técnicas utilizadas para determinar a dispersão das linhas microstrip diferem entre si na aplicação de condições de contorno e no método de solução das equações.

### 2.3.1. Método Numérico

Hornsby e Gopinath [7] utilizaram o método de diferenças finitas para estudar o modo híbrido de ordem mais baixa na estrutura fechada da fig. 2.3. O método de diferenças finitas é aplicado a uma malha uniforme e o problema da matriz de autovalores resultante é resolvido empregando-se um método desenvolvido por Martin e Wilkinson [8]. Os resultados obtidos para a constante de fase  $\beta$  são apresentados na fig. 2.5.

Corr e Davies [9] usaram este método para obter as curvas de dispersão para os modos híbridos fundamental e de ordem mais elevadas para que os coeficientes das equações de diferença finita levassem a uma matriz simétrica empregou um método variacional.

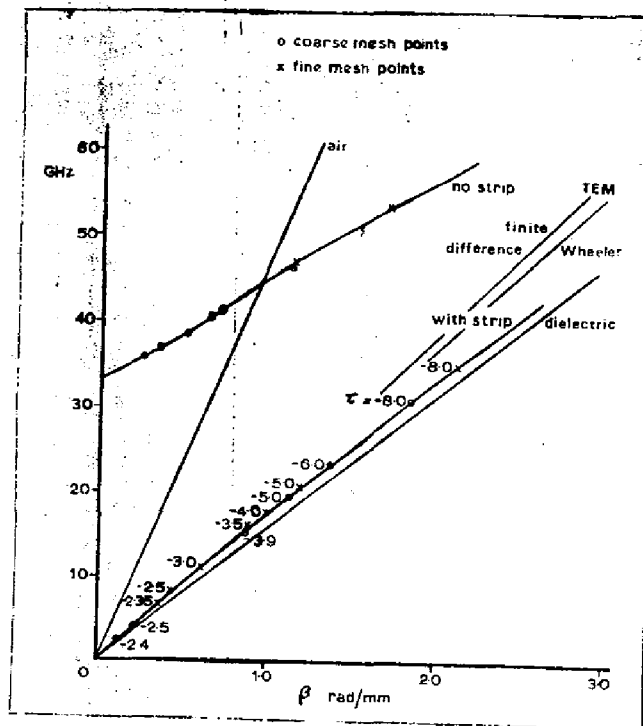


Fig. 2.5 Curvas de dispersão obtidas por Hornsby e Gopinath [7] para a estrutura da fig.2.3

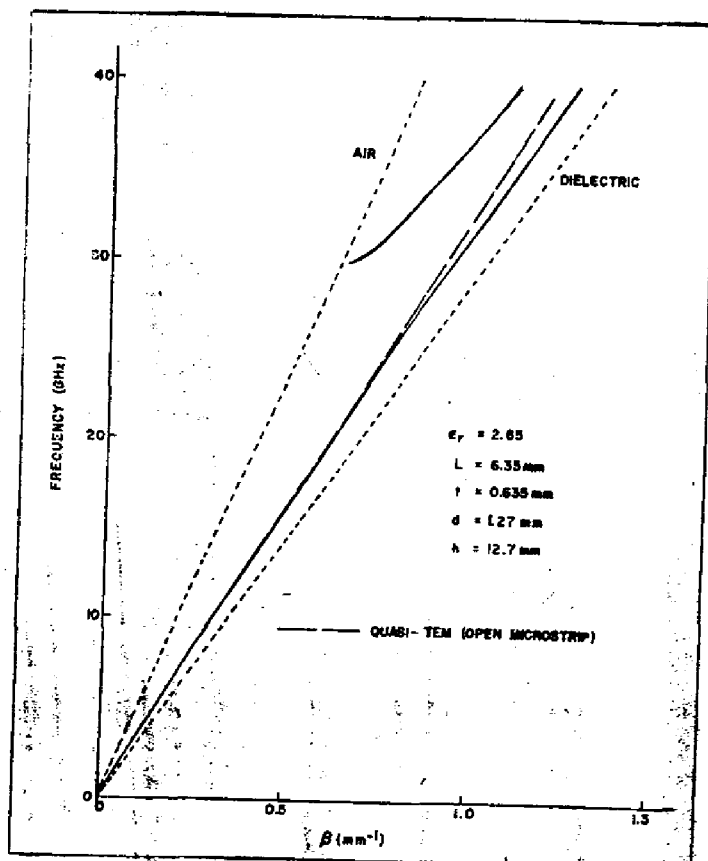


Fig. 2.6 Curvas de dispersão obtidas por Mittra e Itoh [10] para a linha microstrip blindada



O método numérico empregado nestes trabalhos é adequado ao estudo de estruturas com dimensões muito pequenas. A medida que as dimensões do envólucro e da fita da fig. 2.3 são aumentadas, necessita-se de maior número de pontos da malha para manter-se a precisão da solução, acarretando um processamento longo e dispendioso.

### 2.3.2. Aproximação da Equação Integral Singular

O procedimento básico deste método envolve a transformação das equações obtidas, aplicando-se condições de contorno, em um conjunto de equações auxiliares que podem ser resolvidas pelos métodos empregados para solucionar equações integrais singulares. O resultado final é um novo conjunto de equações, tendo a propriedade de convergirem mais rapidamente que as originais, que é solucionada para a constante de fase  $\beta$ . A fig. 2.6 apresenta os resultados obtidos por Miltra e Itoh [10] empregando este método.

### 2.3.3. Método de Análise no Domínio da Transformada de Fourier

Este desenvolvimento, feito inicialmente por Denlinger [11], utiliza um método de transformação de Fourier no qual as soluções de modos híbridos para uma distribuição fictícia de corrente na interface ar-dielétrico são somadas, de maneira a representar os campos provocados por uma distribuição de corrente que é finita apenas sobre a região ocupada pela fita condutora, e é assumida como sendo igual à distribuição para o caso quase-estático. A teoria possibilita obter

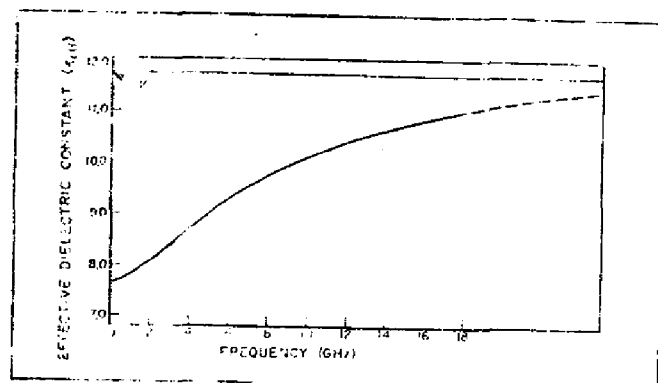


Fig. 2.7 Constante dielétrica efetiva em função da frequência obtida por Denlinger [11] para a estrutura da fig.1.1 ( $\epsilon_r=11.7$ ,  $2w/d=0.96$ )

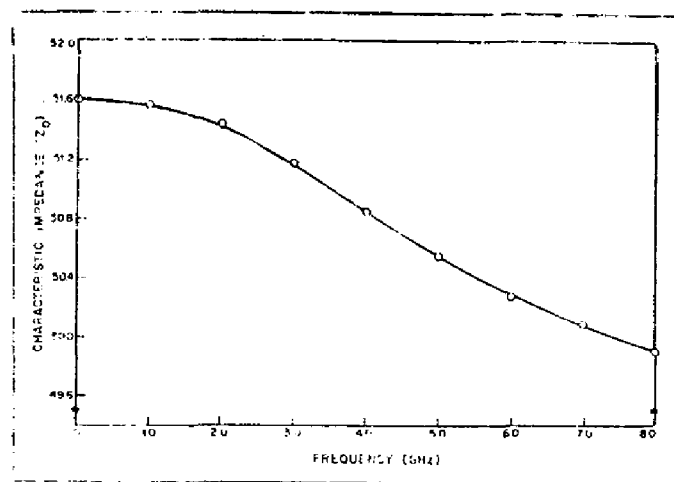


Fig.2.8 Impedância característica em função da frequência obtida por Denlinger [11] para a estrutura da fig.1.1 ( $\epsilon_r=15.87$ ,  $2w/d=0.543$ )

a dependência com a frequência da constante dielétrica efetiva e impedância característica e seus resultados para a estrutura da fig. 1.1 são mostrados nas figuras 2.7 e 2.8.

Este método apresentado por Denlinger para analisar a linha microstrip aberta é criticamente dependente das formas assumidas para a distribuição de corrente sobre a fita, no processo de solução para as amplitudes não conhecidas destas distribuições.

Itoh e Mittra [12] apresentaram um método para superar esta dificuldade e resolver o sistema para as componentes de corrente com o grau de precisão desejado, para o problema associado à estrutura microstrip aberta. Em 1974, Itoh e Mittra [13] estenderam esta técnica para o problema da linha microstrip blindada. No capítulo seguinte será desenvolvido este novo método. A análise a ser descrita proporciona maior eficiência numérica em relação aos métodos até então apresentados, especialmente por transformar as equações integrais convencionais em equações algébricas.

## CAPÍTULO 3

## MÉTODO DE ANÁLISE NO DOMÍNIO ESPECTRAL

## Introdução

Neste capítulo, o problema de condições de contorno associado com a linha microstrip blindada é formulado em termos de uma representação rigorosa de modos híbridos. As equações resultantes serão subsequentemente transformadas pela aplicação do método de Galerkin no domínio espectral dando origem à equação característica para as propriedades de dispersão das linhas microstrip.

## 3.1. Formulação do Problema

A seção reta da linha microstrip blindada a ser analisada é mostrada na figura abaixo.

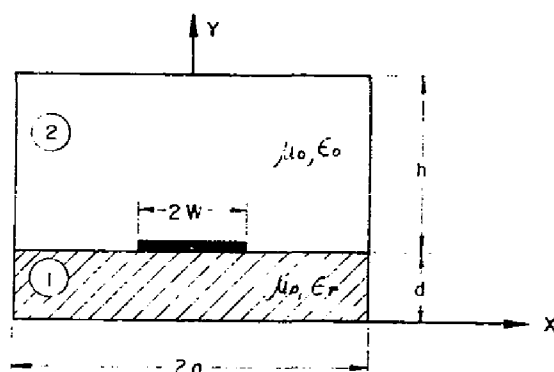


Fig. 3.1 Linha microstrip blindada

Assume-se aqui que a linha é uniforme e infinita segundo a direção do eixo z, que a fita tem espessura desprezível, e é de

condutor perfeito, assim como as paredes do envólucro, e que o dielétrico não apresenta perdas.

A estrutura acima pode ser vista como um guia de ondas retangular parcialmente cheio com dielétrico de permissividade relativa  $\epsilon_r$ , e com uma fita condutora na junção. Tem-se assim um problema de dois dielétricos e, para que os campos satisfaçam a condição de continuidade na interface, se faz necessário que eles sejam escritos como uma combinação linear de modos  $TE_z$  e  $TM_z$ , denominados modos híbridos.

As etapas iniciais na formulação matemática a seguir serão as seguintes:

- i. Representar os campos elétrico e magnético nas regiões 1 e 2 no domínio espectral, em termos de modos híbridos. A forma de representação é escolhida de maneira que as condições de contorno nas paredes condutoras laterais sejam satisfeitas pelas funções envolvidas.
- ii. Aplicar condições de continuidade no intervalo  $|x| > w$  e condições de contorno sobre a fita ( $|x| < w$ ), na interface  $y = 0$ .
- iii. Aplicar o método de Galerkin no domínio espectral a fim de obter a equação característica para as propriedades de dispersão da linha.

### 3.2. Representação dos Campos

Em uma estrutura cilíndrica com seção reta arbitrária, assumindo-se propagação segundo a direção do eixo  $z$  positivo, as componentes dos campos elétrico e magnético para os modos  $TM_z$  e  $TE_z$  podem ser obtidas a partir de um potencial de Hertz elétrico  $\bar{\Pi}_e = \Pi_e(x,y) e^{-j\beta z} \bar{a}_z$ , e de um potencial de Hertz magnético  $\bar{\Pi}_h = \Pi_h(x,y) e^{-j\beta z} \bar{a}_z$ , respectivamente, sendo  $\Pi_e(x,y)$  e  $\Pi_h(x,y)$  funções escalares.

Fazendo-se  $\Pi_e(x,y) = \frac{j}{\beta} \psi_e(x,y)$  e  $\Pi_h(x,y) = \frac{j}{\beta} \psi_h(x,y)$ , tem-se:

Modos  $TE_z$

$$E_x(x,y) = -j\omega\mu \frac{\partial \Pi_h(x,y,z)}{\partial y} = -\frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial \psi_h(x,y)}{\partial y}$$

$$E_y(x,y) = j\omega\mu \frac{\partial \Pi_h(x,y,z)}{\partial x} = -\frac{\omega\mu}{\beta} \frac{\partial \psi_h(x,y)}{\partial x}$$

$$E_z(x,y) = 0$$

$$H_x(x,y) = \frac{\partial^2 \Pi_h(x,y,z)}{\partial x \partial z} = \frac{\partial \psi_h(x,y)}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$H_y(x,y) = \frac{\partial^2 \Pi_h(x,y,z)}{\partial y \partial z} = \frac{\partial \psi_h(x,y)}{\partial y}$$

$$H_z(x,y) = (k_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \Pi_h(x,y,z) = \frac{j}{\beta} (k_i^2 - \beta^2) \psi_h(x,y)$$

Modos  $TM_z$ 

$$E_x(x,y) = \frac{\partial^2 \Pi_e(x,y,z)}{\partial x \partial z} = \frac{\partial \psi_e(x,y)}{\partial x}$$

$$E_y(x,y) = \frac{\partial^2 \Pi_e(x,y,z)}{\partial y \partial z} = \frac{\partial \psi_e(x,y)}{\partial y}$$

$$E_z(x,y) = (k_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \Pi_e(x,y,z) = \frac{j}{\beta} (k_i^2 - \beta^2) \psi_e(x,y) \quad (3.2)$$

$$H_x(x,y) = j\omega\epsilon \frac{\partial \Pi_e(x,y,z)}{\partial y} = -\frac{\omega\epsilon}{\beta} \frac{\partial \psi_e(x,y)}{\partial y}$$

$$H_y(x,y) = -j\omega\epsilon \frac{\partial \Pi_e(x,y,z)}{\partial x} = \frac{\omega\epsilon}{\beta} \frac{\partial \psi_e(x,y)}{\partial x}$$

$$H_z(x,y) = 0$$

Os potenciais escalares  $\psi_e(x,y)$  e  $\psi_h(x,y)$  devem satisfazer à equação escalar de Helmholtz bidimensional, ou seja:

$$\nabla_t^2 \psi_e^1(x,y) + P_1^2 \psi_e^1(x,y) = 0$$

$$, \quad 0 < y < d$$

$$\nabla_t^2 \psi_h^1(x,y) + P_1^2 \psi_h^1(x,y) = 0$$

(3.3)

$$\nabla_t^2 \psi_e^2(x,y) + P_2^2 \psi_e^2(x,y) = 0$$

$$, \quad d < y < d + h$$

$$\nabla_t^2 \psi_h^2(x,y) + P_2^2 \psi_h^2(x,y) = 0$$

onde

$$\begin{aligned} P_1^2 &= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mu_r \epsilon_r - \beta^2 = \mu_r \epsilon_r k_0^2 - \beta^2 \\ P_2^2 &= \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2 = k_0^2 - \beta^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

sendo  $\mu_r$  e  $\epsilon_r$  respectivamente, a permeabilidade e a permissividade relativas do meio 1,  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  permeabilidade e permissividade do espaço livre,  $\beta$  a constante de fase segundo  $z$  e  $\omega$  a frequência de operação.

Fazendo a superposição dos modos  $TE_z$  e  $TM_z$ , obtêm-se as seguintes expressões para os campos no meio 1 (dielétrico):

$$\begin{aligned} E_{x1}(x,y) &= \frac{\partial \psi_e^1(x,y)}{\partial x} + \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{\beta} \frac{\partial \psi_h^1(x,y)}{\partial y} \\ E_{y1}(x,y) &= \frac{\partial \psi_e^1(x,y)}{\partial y} - \frac{\omega \mu_0 \mu_r}{\beta} \frac{\partial \psi_h^1(x,y)}{\partial x} \\ E_{z1}(x,y) &= \frac{j}{\beta} (k_1^2 - \beta^2) \psi_e^1(x,y) \\ H_{x1}(x,y) &= -\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \frac{\partial \psi_e^1(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \psi_h^1(x,y)}{\partial x} \\ H_{y1}(x,y) &= \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \frac{\partial \psi_e^1(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_h^1(x,y)}{\partial y} \\ H_{z1}(x,y) &= \frac{j}{\beta} (k_1^2 - \beta^2) \psi_h^1(x,y) \end{aligned} \quad (3.5)$$



Analogamente para o meio 2 (ar):

$$\begin{aligned}
 E_{x2}(x,y) &= \frac{\partial \psi_e^2(x,y)}{\partial x} + \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\partial \psi_h^2(x,y)}{\partial y} \\
 E_{y2}(x,y) &= \frac{\partial \psi_e^2(x,y)}{\partial y} - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \frac{\partial \psi_h^2(x,y)}{\partial x} \\
 E_{z2}(x,y) &= \frac{j}{\beta} (k_z^2 - \beta^2) \psi_e^2(x,y) \\
 H_{x2}(x,y) &= -\frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \frac{\partial \psi_e^2(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial \psi_h^2(x,y)}{\partial x} \\
 H_{y2}(x,y) &= \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \frac{\partial \psi_e^2(x,y)}{\partial x} + \frac{\partial \psi_h^2(x,y)}{\partial y} \\
 H_{z2}(x,y) &= \frac{j}{\beta} (k_z^2 - \beta^2) \psi_h^2(x,y)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

O procedimento esperado agora seria resolver as equações diferenciais (3.3), aplicando condições de contorno aos campos nas paredes condutoras, na interface entre os dois dielétricos e sobre a fita; a partir destas equações teríamos a constante de fase  $\beta$ , calculada por um processo numérico [10]. Infelizmente a convergência deste processo numérico é muito lenta, em virtude das integrais de convolução envolvendo funções de Green, e um novo método será utilizado. Este novo método consiste em resolver o mesmo problema de contorno, porém agora, no domínio espectral, ou seja, aplicando-se uma transformação de Fourier nas equações diferenciais e nas condições de contorno. O primeiro passo neste sentido será transformar todas as grandezas definidas no domínio  $(x,y)$  para o domínio

$(\alpha, y)$ , através de uma transformação de Fourier em  $x$ . A transformação será feita em  $x$ , porque existe continuidade nesta direção uma vez que está-se assumindo espessura nula para a fita.

A transformação é definida por:

$$\mathcal{F} [\psi_p^i(x, y)] = \tilde{\psi}_p^i(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_p^i(x, y) e^{j\alpha x} dx \quad (3.7)$$

$$\mathcal{F}^{-1} [\tilde{\psi}_p^i(\alpha, y)] = \psi_p^i(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\psi}_p^i(\alpha, y) e^{-j\alpha x} d\alpha ; i=1,2 \quad p=e \text{ ou } h$$

Aplicando esta transformação nas equações diferenciais (3.3), e levando em conta que:

$$\mathcal{F} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \psi_p^i(x, y) \right] = -j\alpha \tilde{\psi}_p^i(\alpha, y)$$

$$\mathcal{F} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi_p^i(x, y) \right] = -\alpha^2 \tilde{\psi}_p^i(\alpha, y) \quad (3.8)$$

obtem-se:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dy^2} - \gamma_1^2 \right) \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y) \\ \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y) \end{Bmatrix} &= 0, \quad 0 < y < d \\ \left( \frac{d^2}{dy^2} - \gamma_2^2 \right) \begin{Bmatrix} \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y) \\ \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y) \end{Bmatrix} &= 0, \quad d < y < d + h \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde,

$$\gamma_1 = \sqrt{\alpha^2 - p_1^2} \quad \text{e} \quad \gamma_2 = \sqrt{\alpha^2 - p_2^2} \quad (3.10)$$

são as constantes de propagação segundo  $y$  para os meios 1 e 2, respectivamente.

No domínio da transformada, as expressões dos campos tornam-se:

Meio 1:

$$\tilde{E}_{x1}(\alpha, y) = -j\alpha \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y) + \frac{\omega\mu_0\mu_r}{\beta} \frac{\partial \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y)}{\partial y}$$

$$\tilde{E}_{y1}(\alpha, y) = \frac{\partial \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y)}{\partial y} + \frac{j\alpha\omega\mu_0\mu_r}{\beta} \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y)$$

$$\tilde{E}_{z1}(\alpha, y) = \frac{j}{\beta} (k_1^2 - \beta^2) \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y) \quad (3.11)$$

$$\tilde{H}_{x1}(\alpha, y) = -\frac{\omega\epsilon_0\epsilon_r}{\beta} \frac{\partial \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y)}{\partial y} - j\alpha \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y)$$

$$\tilde{H}_{y1}(\alpha, y) = -\frac{j\alpha\omega\epsilon_0\epsilon_r}{\beta} \tilde{\psi}_e^1(\alpha, y) + \frac{\partial \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y)}{\partial y}$$

$$\tilde{H}_{z1}(\alpha, y) = \frac{j}{\beta} (k_1^2 - \beta^2) \tilde{\psi}_h^1(\alpha, y)$$

Meio 2:

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_{x2}(\alpha, y) &= -j\alpha \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y) + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \frac{\partial \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y)}{\partial y} \\
 \tilde{E}_{y2}(\alpha, y) &= \frac{\partial \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y)}{\partial y} + \frac{j\alpha\omega\mu_0}{\beta} \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y) \\
 \tilde{E}_{z2}(\alpha, y) &= \frac{j}{\beta} (k_2^2 - \beta^2) \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y) \\
 \tilde{H}_{x2}(\alpha, y) &= -\frac{\omega\epsilon_0}{\beta} \frac{\partial \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y)}{\partial y} - j\alpha \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y) \\
 \tilde{H}_{y2}(\alpha, y) &= -\frac{j\alpha\omega\epsilon_0}{\beta} \tilde{\psi}_e^2(\alpha, y) + \frac{\partial \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y)}{\partial y} \\
 \tilde{H}_{z2}(\alpha, y) &= \frac{j}{\beta} (k_2^2 - \beta^2) \tilde{\psi}_h^2(\alpha, y)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

### 3.3. Determinação das funções potenciais

Na seção anterior obteve-se as expressões para as componentes dos campos elétrico e magnético no ar e no dielétrico, em termos dos potenciais  $\tilde{\psi}_e(\alpha, y)$  e  $\tilde{\psi}_h(\alpha, y)$ , no domínio espectral. O próximo passo na formulação, será então a resolução das equações diferenciais (3.9), aplicando-se condições de contorno nas paredes condutoras, para a determinação destas funções.

#### 3.3.1. Condições de contorno em $x = \pm a$

Em  $x=a$  tem-se um condutor perfeito, e portanto as componentes tangenciais do campo elétrico devem se anular, ou

seja:

$$E_{y1}(a, y) = E_{z1}(a, y) = 0$$

$$E_{y2}(a, y) = E_{z2}(a, y) = 0 \quad (3.13)$$

Expressando os campos em termos de suas transformadas de Fourier, vem:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{y1}(\alpha, y) e^{-j\alpha a} d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{z1}(\alpha, y) e^{-j\alpha a} d\alpha = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{y2}(\alpha, y) e^{-j\alpha a} d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_{z2}(\alpha, y) e^{-j\alpha a} d\alpha = 0$$

Vê-se por inspeção que para estas equações serem satisfeitas deve-se substituir

$$e^{-j\alpha a} \quad \text{por} \quad \cos\alpha a \quad \text{ou} \quad \sin\alpha a$$

e a variável  $\alpha$  deve ser discreta ou seja,  $\alpha = \alpha_n$

Sabe-se que, devido à simetria da estrutura em estudo com relação ao eixo  $x$ , a função potencial  $\psi_e(x, y)$  pode ser par ou ímpar nesta variável, assim como  $\psi_h(x, y)$ . Entretanto, para satisfazer as equações (3.5) e (3.6), apenas dois tipos de solução são possíveis:

$$\psi_e \text{ par} - \psi_h \text{ ímpar}$$

ou

$$\psi_e \text{ ímpar} - \psi_h \text{ par}$$

No primeiro caso,  $\psi_e \text{ par} - \psi_h \text{ ímpar}$  ou  $E_z \text{ par} - H_z \text{ ímpar}$  para as equações (3.13) serem satisfeitas deve-se ter:

$$\cos \alpha_n a = 0$$

$$\therefore \alpha_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{a} ; \quad n=1,2,\dots \quad (3.15)$$

Este modo, para o qual o plano de simetria  $x=0$  é uma parede magnética é tratado como modo fundamental de propagação, tendo em vista que ele é considerado como sendo uma pequena perturbação do modo TEM que existiria no microstrip sem substrato, sendo portanto de maior interesse.

A solução para os modos de ordem mais elevada denominados  $\psi_e \text{ ímpar} - \psi_h \text{ par}$  ou  $E_z \text{ ímpar} - H_z \text{ par}$ , pode ser obtida seguindo-se as mesmas etapas do caso anterior, com exceção da parede magnética no plano de simetria, que deve ser substituída por uma parede elétrica, ou seja:

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{a} \quad , \quad n=1,2,\dots \quad (3.16)$$

Como estes modos são considerados insignificantes, caso as dimensões do micro-strip não sejam uma fração apreciável do

comprimento de onda, os cálculos deste trabalho foram confinados para o caso do modo fundamental.

### 3.3.2. Condições de contorno em $y=0$ e $y=d+h$

Em  $y=0$  e  $y=d+h$  tem-se condutores perfeitos e mais uma vez as componentes tangenciais do campo elétrico devem se anular.

Para  $y=0$ :

$$\tilde{E}_{z1}(\alpha_n, 0) = 0 \Rightarrow \tilde{\psi}_e^1(\alpha_n, 0) = 0$$

$$\tilde{E}_{x1}(\alpha_n, 0) = 0 \Rightarrow -j\alpha_n \tilde{\psi}_e^1(\alpha_n, 0) + \frac{\omega\mu_0\mu_r}{\beta} \left[ \frac{\partial \tilde{\psi}_h^1(\alpha_n, y)}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad (3.17a)$$

Para  $y=d+h$

$$\tilde{E}_{z2}(\alpha_n, d+h) = 0 \Rightarrow \tilde{\psi}_e^2(\alpha_n, d+h) = 0$$

$$\tilde{E}_{x2}(\alpha_n, d+h) = 0 \Rightarrow -j\alpha_n \tilde{\psi}_e^2(\alpha_n, d+h) + \frac{\omega\mu_0}{\beta} \left[ \frac{\partial \tilde{\psi}_h^2(\alpha_n, y)}{\partial y} \right]_{y=d+h} = 0 \quad (3.17b)$$

Estas condições de contorno levam as funções potenciais a terem a forma:

$$\tilde{\psi}_e^1(\alpha_n, y) = A_s(\alpha_n) \sinh \gamma_1 y$$

$$\tilde{\psi}_e^2(\alpha_n, y) = B_s(\alpha_n) \sinh \gamma_2 (d+h-y) \quad (3.18)$$

$$\tilde{\psi}_h^1(\alpha_n, y) = C_s(\alpha_n) \cosh \gamma_1 h$$

$$\tilde{\psi}_h^2(\alpha_n, y) = D_s(\alpha_n) \cosh \gamma_2 (d+h-y)$$

Os coeficientes  $A_s$ ,  $B_s$ ,  $C_s$  e  $D_s$  podem ser determinados a partir das condições de contorno na interface.

### 3.4. Condições de Contorno na Interface

Aplicando condições de continuidade dos campos tangenciais na junção entre os dois meios, vem:

$$\tilde{E}_{z1}(\alpha_n, d) = \tilde{E}_{z2}(\alpha_n, d)$$

$$\tilde{E}_{x1}(\alpha_n, d) = \tilde{E}_{x2}(\alpha_n, d)$$

$$\tilde{H}_{z1}(\alpha_n, d) - \tilde{H}_{z2}(\alpha_n, d) = -\tilde{J}_x(\alpha_n)$$

$$\tilde{H}_{x1}(\alpha_n, d) - \tilde{H}_{x2}(\alpha_n, d) = \tilde{J}_z(\alpha_n) \quad (3.19)$$

Nestas expressões,  $\tilde{J}_x(\alpha_n)$  e  $\tilde{J}_z(\alpha_n)$  são as transformadas de Fourier das densidades superficiais de corrente, desconhecidas, sobre a fita e são definidas por

$$\tilde{J}_x(\alpha_n) = \int_{-w}^w J_x(x) e^{j\alpha_n x} dx \quad ; \quad |x| < w$$



$$\tilde{J}_z(\alpha_n) = \int_{-w}^w J_z(x) e^{j\alpha_n x} dx \quad ; \quad |x| < w \quad (3.20)$$

Substituindo (3.13), (3.11) e (3.12) em (3.19), obtem-se quatro equações algébricas lineares para os coeficientes  $A_s$ ,  $B_s$ ,  $C_s$  e  $D_s$ , em função das componentes de corrente, e da constante de fase  $\beta$ ,

$$j \frac{P_1^2}{\beta} A_s \sinh \gamma_1 d - j \frac{P_2^2}{\beta} B_s \sinh \gamma_2 h = 0$$

$$-j\alpha_n A_s \sinh \gamma_1 d + \frac{\omega \mu_0 \mu_r \gamma_1}{\beta} C_s \sinh \gamma_1 d + j\alpha_n B_s \sinh \gamma_2 h + \frac{\omega \mu_0 \gamma_2}{\beta} D_s \sinh \gamma_2 h = 0$$

$$j \frac{P_1^2}{\beta} C_s \cosh \gamma_1 d - j \frac{P_2^2}{\beta} D_s \cosh \gamma_2 h = -\tilde{J}_x(\alpha_n)$$

$$-j\alpha_n C_s \cosh \gamma_1 d - \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r \gamma_1}{\beta} A_s \cosh \gamma_1 d + j\alpha_n D_s \cosh \gamma_2 h - \frac{\omega \epsilon_0 \gamma_2}{\beta} B_s \cosh \gamma_2 h = \tilde{J}_z(\alpha_n)$$

Escrevendo na forma matricial e aplicando a regra de Krammer, obtem-se:

$$A_s(\alpha_n) = \omega \mu_0 \epsilon_r P_2^2 \operatorname{cosech}(\gamma_1 d) \cdot \{-\alpha_n [\gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)] - \tilde{J}_x(\alpha_n) + [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)] \tilde{J}_z(\alpha_n)\} / \det \quad (a)$$

$$B_s(\alpha_n) = \omega \mu_0 \beta P_1^2 \operatorname{cosech}(\gamma_2 h) \cdot \{-\alpha_r \beta_n [\gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)]$$

$$\cdot \tilde{J}_x(\alpha_n) + [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)] \tilde{J}_z(\alpha_n)\} / \det \quad (b)$$

$$C_s(\alpha_n) = j\beta \operatorname{sech}(\gamma_1 d) \cdot [\alpha_n^2 \beta^2 (P_1^2 - P_2^2) - k_0^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h) \cdot$$

$$(P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{coth}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{coth}(\gamma_2 h))] \cdot \tilde{J}_x(\alpha_n) +$$

$$- [\alpha_n \beta P_1^2 (P_1^2 - P_2^2)] \tilde{J}_z(\alpha_n)\} / \det \quad (c)$$

$$D_s(\alpha_n) = j\beta \operatorname{sech}(\gamma_2 h) \cdot \{[\alpha_n^2 \beta^2 (P_1^2 - P_2^2) + k_0^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) \cdot$$

$$(P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{coth}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{coth}(\gamma_2 h))] \cdot \tilde{J}_x(\alpha_n) +$$

$$- [\alpha_n \beta P_1^2 (P_1^2 - P_2^2)] \cdot \tilde{J}_z(\alpha_n)\} / \det \quad (d)$$

$$\det = \alpha_n^2 \beta^2 (P_1^2 - P_2^2)^2 - k_0^2 [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)] \cdot$$

$$[P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{coth}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{coth}(\gamma_2 h)] \quad (e)$$

Até aqui foi resolvido o problema de um guia parcialmente cheio com dielétrico, considerando-se

$$J_x(x) = J_z(x) = 0$$

A próxima condição a ser imposta na estrutura são as condições de contorno sobre a fita, que levarão à equação característica para as propriedades de dispersão da linha microstrip.

### 3.5. Condições de Contorno na Fita

Considerando-se a fita como condutor perfeito, as condições de contorno finais são:

$$E_{z1}(x,d) = E_{x1}(x,d) = 0$$

$$, \quad |x| < w$$

$$E_{z2}(x,d) = E_{x2}(x,d) = 0$$

no domínio espectral. Para isto, define-se:

$$E_{z1}(x,d) = E_{z2}(x,d) = \begin{cases} 0 & , \quad |x| < w \\ u(x) & , \quad w < |x| < a \end{cases} \quad (3.22)$$

$$E_{x1}(x,d) = E_{x2}(x,d) = \begin{cases} 0 & , \quad |x| < w \\ v(x) & , \quad w < |x| < a \end{cases}$$

onde  $u(x)$  e  $v(x)$  são incógnitas, cujas transformadas de Fourier tem a forma:

$$U(\alpha_n) = \int_{-a}^a u(x) e^{j\alpha_n x} dx$$

$$\tilde{V}(\alpha_n) = \int_{-a}^a v(x) e^{j\alpha_n x} dx \quad (3.23)$$

Substituindo-se (3.18) em (3.11) e (3.12), obtem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{U}(\alpha_n) &= \tilde{E}_{z1}(\alpha_n, d) = j \frac{p_1^2}{\beta} A_s(\alpha_n) \sinh(\gamma_1 d) \\ \tilde{U}(\alpha_n) &= \tilde{E}_{z2}(\alpha_n, d) = j \frac{p_2^2}{\beta} B_s(\alpha_n) \sinh(\gamma_2 h) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\alpha_n) &= \tilde{E}_{x1}(\alpha_n, d) = \left[ -j\alpha_n A_s(\alpha_n) + \frac{\omega \mu_0 \mu_r \gamma_1}{\beta} C_s(\alpha_n) \right] \cdot \sinh(\gamma_1 d) \\ \tilde{V}(\alpha_n) &= \tilde{E}_{x2}(\alpha_n, d) = \left[ -j\alpha_n B_s(\alpha_n) - \frac{\omega \mu_0 \gamma_2}{\beta} D_s(\alpha_n) \right] \cdot \sinh(\gamma_2 h) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Escolhendo uma das equações (3.23) e uma das equações (3.24) e substituindo nessas duas equações escolhidas as expressões para  $A_s(\alpha_n)$ ,  $B_s(\alpha_n)$ ,  $C_s(\alpha_n)$  e  $D_s(\alpha_n)$ , dadas em (3.20), chega-se a duas equações da forma:

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_x(\alpha_n) + \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_z(\alpha_n) &= \frac{j}{\omega \mu_0} \tilde{U}(\alpha_n) \\ \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_x(\alpha_n) + \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_z(\alpha_n) &= \frac{j}{\omega \mu_0} \tilde{V}(\alpha_n) \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) &= \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) = \alpha_n \beta p_1^2 p_2^2 [\gamma_1 \mu_r \tanh(\gamma_1 d) + \gamma_2 \tanh(\gamma_2 h)] / \det \\ \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) &= -p_1^2 p_2^2 [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \tanh(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \tanh(\gamma_2 h)] / \det \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) = & \{P_1^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) [k_0^2 \gamma_2^2 - \alpha_n^2 \beta^2] + \\ & + P_2^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h) [k_0^2 \mu_r \gamma_1^2 - \alpha_n^2 \beta^2]\} / \det \end{aligned}$$

$$\det = \alpha_n^2 \beta^2 (P_1^2 - P_2^2) - k_0^2 [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \operatorname{tgh}(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \operatorname{tgh}(\gamma_2 h)] .$$

$$= [P_2^2 \gamma_1 \mu_r \coth(\gamma_1 d) + P_1^2 \gamma_2 \coth(\gamma_2 h)]$$

$P_1, P_2, \gamma_1, \gamma_2$  e  $\alpha_n$  são dados respectivamente por (3.4), (3.10), (3.15) e  $\tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta), \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta), \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta), \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta)$  são as transformadas de Fourier das componentes da diádica de Green.

Note-se que (3.26) são equações algébricas, em oposição às equações envolvendo integrais de convolução, que aparecem usualmente nas análises feitas no domínio espacial.

Note-se também que estas equações contêm ao todo quatro incógnitas, ou seja,  $\tilde{U}(\alpha_n), \tilde{V}(\alpha_n), \tilde{J}_x(\alpha_n)$  e  $\tilde{J}_z(\alpha_n)$ ; entretanto, aplicando o procedimento de Galerkin no domínio espectral, é possível eliminar as duas primeiras e resolver o sistema para  $\tilde{J}_x(\alpha_n)$  e  $\tilde{J}_z(\alpha_n)$ , expressando-as em termos de funções base escolhidas  $\tilde{J}_{xm}$  e  $\tilde{J}_{zm}$ , da forma:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_x(\alpha_n) &= \sum_{m=1}^M c_m \tilde{J}_{xm}(\alpha_n) \\ \tilde{J}_z(\alpha_n) &= \sum_{m=1}^N d_m \tilde{J}_{zm}(\alpha_n) \end{aligned} \quad (3.38)$$

As funções base  $\tilde{J}_{xm}$  e  $\tilde{J}_{zm}$  devem ser escolhidas de maneira que suas transformadas de Fourier inversas sejam diferentes de zero apenas sobre a fita,  $|x| < w$ .

Substituindo (3.28) em (3.26), multiplicando-se a primeira expressão por  $\tilde{J}_{zi}(\alpha_n)$  com  $i$  variando de 1 a  $N$ , a segunda por  $\tilde{J}_{xi}(\alpha_n)$ , com  $i$  variando de 1 a  $M$  e somando-se em  $n$ , vem:

$$\sum_{m=1}^M c_m \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xm}(\alpha_n) +$$

$$\sum_{m=1}^N d_m \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{zm}(\alpha_n) =$$

$$\frac{j}{\omega \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{U}(\alpha_n) \cdot \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) \quad ; \quad i=1, 2, \dots, N \quad (3.29)$$

$$\sum_{m=1}^M c_m \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xm}(\alpha_n) +$$

$$\sum_{m=1}^N d_m \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{zm}(\alpha_n) =$$

$$\frac{j}{\omega \mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{V}(\alpha_n) \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) \quad ; \quad i=1, 2, \dots, M$$

O segundo membro destas equações é nulo como pode ser visto pelas relações de Parseval:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{U}(\alpha_n) \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x) J_{zi}(x) dx = 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{V}(\alpha_n) \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(x) J_{xi}(x) dx = 0$$

pois  $u(x)$ ,  $v(x)$ ,  $J_{xi}(x)$  e  $J_{zi}(x)$  são diferentes de zero em regiões complementares do plano  $(x,z)$  em  $y=d$ .

As equações (3.29) podem então ser reescritas na forma:

$$\sum_{m=1}^M c_m K_{im}^{(1,1)}(\beta) + \sum_{m=1}^N d_m K_{im}^{(1,2)}(\beta) = 0 \quad ; \quad i=1,2,\dots,N$$

$$\sum_{m=1}^M c_m K_{im}^{(2,1)}(\beta) + \sum_{m=1}^N d_m K_{im}^{(2,2)}(\beta) = 0 \quad ; \quad i=1,2,\dots,M \quad (3.30)$$

onde os elementos da matriz são dados por:

$$K_{im}^{(1,1)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xm}(\alpha_n)$$

$$K_{im}^{(1,2)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{zi}(\alpha_n) \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{zm}(\alpha_n)$$

$$K_{im}^{(2,1)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{xm}(\alpha_n) \quad (3.31)$$

$$K_{im}^{(2,2)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{xi}(\alpha_n) \tilde{G}_{22}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{zm}(\alpha_n)$$

O sistema de equações (3.30) é agora resolvido para a constante de fase  $\beta$ , fazendo-se o determinante da matriz dos coeficientes igual a zero e calculando-se a raiz da equação característica resultante. A constante de fase  $\beta$  é calculada para cada frequência a fim de obter-se a relação de dispersão para a linha microstrip. A precisão da solução pode ser aumentada, aumentando-se o número de funções base (M+N), e, conseqüentemente resolvendo-se o determinante de uma matriz maior (M+N x M+N). Entretanto, se as primeiras funções forem escolhidas de maneira a representar razoavelmente bem a distribuição real de corrente sobre a fita, as dimensões da matriz necessária para uma boa precisão, serão pequenas. Assim, a escolha das funções base é um fator muito importante, sob o ponto de vista numérico.

A título de exemplo, sejam as situações:

$$1 - N = 1, \quad M = 0$$

$$2 - N = 1, \quad M = 1$$

Para o primeiro caso, o sistema (3.30) torna-se

$$d_1 K_{11}^{(1,2)}(\beta) = 0$$

$$K_{11}^{(1,2)} = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{G}_{12}(\alpha_n, \beta) \bar{J}_{21}^2(\alpha_n)$$

e para o segundo obtem-se,



$$c_1 K_{11}^{(1,1)}(\beta) + d_1 K_{11}^{(1,2)}(\beta) = 0$$

$$c_1 K_{11}^{(2,1)}(\beta) + d_1 K_{11}^{(2,2)}(\beta) = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} K_{11}^{(1,1)}(\beta) & K_{11}^{(1,2)}(\beta) \\ K_{11}^{(2,1)}(\beta) & K_{11}^{(2,2)}(\beta) \end{bmatrix} = 0$$

onde

$$K_{11}^{(1,1)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{z1}(\alpha_n) \tilde{G}_{11}(\alpha_n, \beta) \tilde{J}_{x1}(\alpha_n) \quad (2,2)_{11}(\beta)$$

$$K_{11}^{(1,2)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{z1}^2(\alpha_n) \tilde{G}_{12}(\alpha_n, \beta)$$

$$K_{11}^{(2,1)}(\beta) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_{x1}^2(\alpha_n) \tilde{G}_{21}(\alpha_n, \beta)$$

O método apresentado aqui é basicamente uma modificação da aproximação de Galerkin [14], adaptada para aplicação no domínio espectral. Uma das vantagens desta aproximação é o fato de ser numericamente mais eficiente que os métodos convencionais no domínio espacial. Isto é devido primeiramente ao fato de que o processo de transformação de Fourier das equações integrais no domínio do espaço conduz ao par de equações algébricas (3.26) no domínio da transformada, de simples solução. Uma outra vantagem importante é que a função de Green apresenta uma forma mais simples de representação no domínio da transformada, ao contrário do que ocorre no domínio espacial. Finalmente, o método é geral, aplicando-se a uma série de

outras estruturas.

### 3.6. Componentes de Corrente

Em uma análise de modos híbridos, a solução completa de veria tratar as distribuições longitudinal e transversal de corrente como incógnitas, assim como a constante de propagação. Entretanto, este tipo de análise leva a equações extremamente complexas, e para contornar este problema foi adotada a expansão dessas componentes em termos de funções base conhecidas, como foi mostrado na seção anterior.

A escolha das funções base é muito importante para a eficiência numérica do método. Se as primeiras funções descreverem satisfatoriamente a distribuição real sobre a fita, as dimensões necessárias da matriz do sistema (3.30) podem ser reduzidas, para uma dada precisão na solução. Saliente-se também que a natureza física do campo correspondente a cada modo é diretamente incorporada no processo de solução através da escolha apropriada destas funções. Está-se tratando aqui do modo fundamental, ou seja,  $E_z$  par -  $H_z$  ímpar, e as propriedades de simetria das correntes devem ser consideradas: sendo  $E_z$  par em  $x$ , o mesmo deve ocorrer com  $J_z(x)$ , assim como  $J_x(x)$  deve ser ímpar e nula nas bordas.

Uma solução de primeira ordem foi obtida, estimando-se a dependência com a frequência das distribuições de corrente, como sendo igual à obtida para o modo TEM. Esta aproximação é considerada boa, sempre que a largura da fita e

a espessura do dielétrico são pequenas frações do comprimento de onda, o que ocorre na prática. Sem substrato, a distribuição de corrente longitudinal para o modo TEM se relaciona à distribuição de carga  $\sigma(x)$ , obtida a partir dos cálculos de capacitância com potencial unitária na fita, pela expressão

$$I_z(x) = v \sigma(x) \quad , \quad v = \text{velocidade de fase}$$

Uma expressão para a distribuição da densidade de carga sobre uma fita condutora isolada, foi obtida por Maxwell,

$$\sigma(x) = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\pi \sqrt{1 - (x/w)^2}} & , \quad -w \leq x \leq w \\ 0 & , \quad \text{fora da fita} \end{cases}$$

Para o caso não estático esta relação se aplica à solução TEM se o plano de terra estiver suficientemente espaçado da fita.

A transformada de Fourier da distribuição de corrente é dada por uma função de Bessel de ordem zero, como é mostrado abaixo

$$\begin{aligned} \tilde{I}_z(\alpha) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_z(x) e^{-j\alpha x} dx \\ &= I_{z0} J_0(\alpha w) \end{aligned}$$

Para estimar a componente transversal de corrente utiliza-se a equação da continuidade conforme sugerido por Denlinger [11]:

$$\frac{\partial I_x(x)}{\partial x} = -j\omega [\sigma(x) - c \sigma_a(x)]$$

onde  $\omega$  é a frequência angular,  $c$  é o fator de escala relacionando as cargas totais na fita com e sem dielétrico e  $\sigma_a(x)$  é a distribuição da densidade de carga sem substrato.

Resolvendo-se a equação diferencial e substituindo-se os dados de distribuição de carga da solução de Bryant e Weiss [15] obtém-se

$$\begin{aligned} I_x(x) &= I_{x0} \sin \frac{\pi x}{1,4w} , & |x| &\leq 0,8 w \\ &= I_{x0} \cos \frac{\pi x}{0,4w} , & 0,8 < |x| &\leq w \end{aligned}$$

Denlinger mostrou que a utilização destas correntes conduz a resultados bem próximos dos experimentais, mas o tempo requerido na computação é excessivo. Uma outra expressão para a corrente longitudinal foi obtida por Yamashita [16] e apresenta uma boa precisão:

$$\begin{aligned} I_z(x) &= I_{z0} (1 + |x/w|^3) , & |x| &< w \\ &= 0 , & w &< |x| < a \end{aligned}$$

além de proporcionar uma redução no tempo de computação.

Para o modo dominante, foram adotadas as seguintes formas de corrente, conforme sugerido por Itoh e Mittra [13]

$$J_{z1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2w} \left[ 1 + \left| \frac{x}{w} \right|^3 \right] & , \quad |x| < w \\ 0 & , \quad w < |x| < a \end{cases} \quad (3.32)$$

$$J_{x1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{w} \operatorname{sen} \frac{x}{w} & , \quad |x| < w \\ 0 & , \quad w < |x| < a \end{cases} \quad (3.33)$$

Estas componentes estão plotadas nas figuras (3.2) e (3.3) e suas transformadas de Fourier são dadas por:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{z1}(\alpha_n) = & 2 \frac{\operatorname{sen}(\alpha_n w)}{\alpha_n w} + \frac{3}{(\alpha_n w)^2} \left\{ \cos(\alpha_n w) - 2 \frac{\operatorname{sen}(\alpha_n w)}{\alpha_n w} \right. \\ & \left. + \frac{2[1 - \cos(\alpha_n w)]}{(\alpha_n w)^2} \right\} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\tilde{J}_{x1}(\alpha_n) = \frac{2w \operatorname{sen}(\alpha_n w)}{(\alpha_n w)^2 - \pi^2} \quad (3.35)$$

Deve-se ressaltar que, embora os cálculos estejam sendo feitos para o modo fundamental, o método desenvolvido é igualmente aplicável aos modos de ordem mais elevada, bastando para isto, a escolha apropriada das correntes. Para os modos  $\psi_0$  ímpar -  $\psi_n$  par,  $J_{z1}(x)$  e  $J_{x1}(x)$  devem ser respectivamente

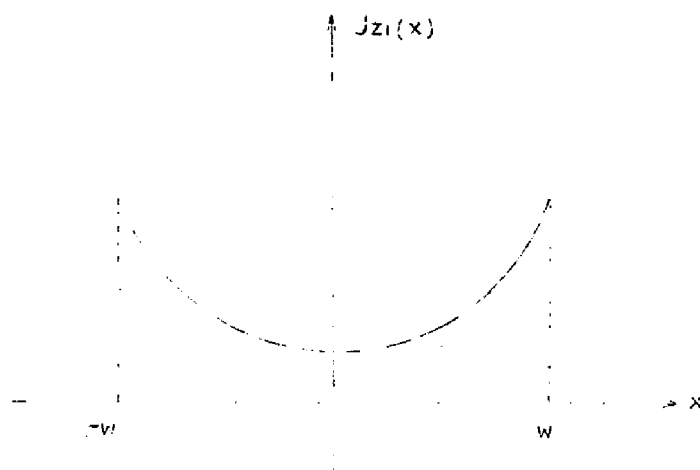


Fig. 3.2 Distribuição da corrente longitudinal sobre a fita

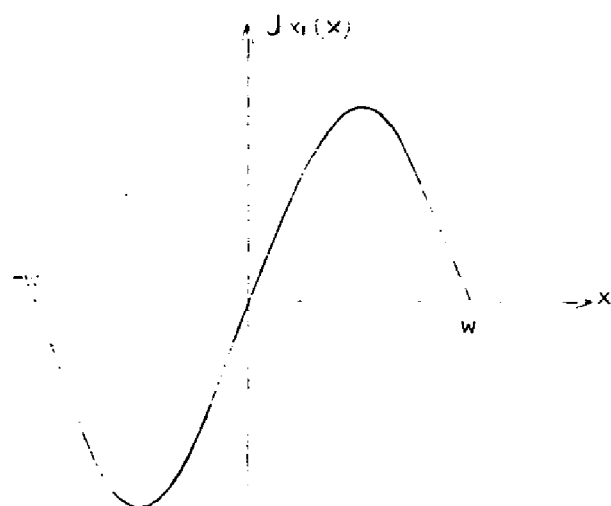


Fig. 3.3 Distribuição da corrente transversal sobre a fita

par e ímpar em x.

### 3.7. Cálculo dos Parâmetros

#### 3.7.1. Constante de Fase

Supondo-se que o substrato da estrutura da figura 3.1 apresenta permeabilidade relativa unitária e constante dielétrica relativa  $\epsilon_r$ , os autovalores das equações de Helmholtz 3.3, ou seja  $P_1^2$  e  $P_2^2$ , relacionam-se com a velocidade de fase " $v_{fm}$ " no microstrip, do seguinte modo;

$$\tau = \frac{P_2^2}{P_1^2} = \frac{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2} = \frac{1 - c^2/v_{fm}^2}{\epsilon_r - c^2/v_{fm}^2}$$

onde

$$v_{fm} = \frac{\omega}{\beta}$$

Os valores  $\tau$  de soluções para a equação de onda como função de  $\tau$ , é mostrada na figura (3.4).

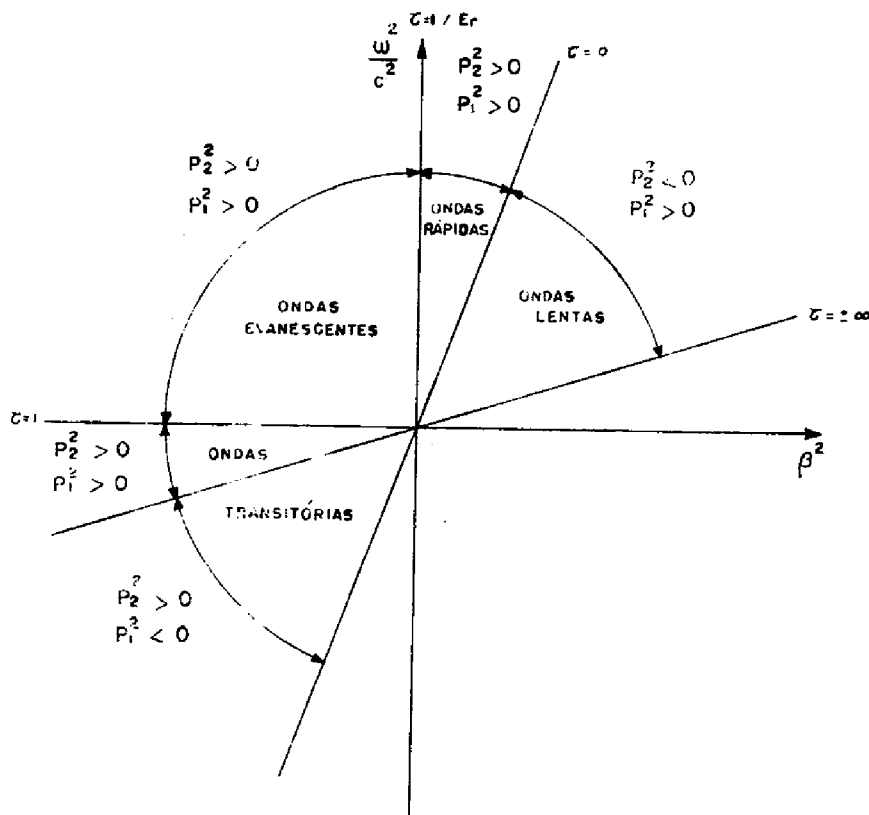


Fig. 3.4 Diagrama de soluções para os modos híbridos

Neste diagrama, as seções correspondentes à propagação de modos híbridos, são as regiões nas quais a constante de fase  $\beta$  é real e são denominadas respectivamente de região de onda lenta e região de onda rápida. São assim denominadas porque na primeira tem-se

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} < v_{fm} < c$$



e na segunda

$$v_{fm} \neq c$$

O modo fundamental é definido como sendo aquele cuja velocidade de fase tende ao valor estático quando a frequência de operação tende a zero; conseqüentemente, a região de onda lenta é de particular interesse. Em oposição aos outros setores do diagrama, a região de ondas lentas não é unicamente definida por  $\tau$ ; quando  $\tau$  é negativo, ambas as soluções, de ondas lentas e ondas transitórias, são possíveis, correspondendo a valores de  $P_z$  negativos e positivos, respectivamente; esta última entretanto torna a equação matricial de autovalores indefinida [17].

Considerando-se a análise exposta acima, conclui-se que a constante de fase  $\beta$  obtida a partir do sistema de equações (3.30) deve estar compreendida entre as constantes de fase obtidas para a estrutura sem dielétrico ( $\beta = k_0$ ) e inteiramente preenchida com dielétrico ( $\beta = \sqrt{\epsilon_r} k_0$ ), ou seja:

$$k_0 \leq \beta \leq k_0 \sqrt{\epsilon_r} \quad (3.36)$$

A constante dielétrica efetiva é então calculada utilizando-se a relação,

$$\epsilon_f = \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \quad (3.37)$$

e a impedância característica é obtida a partir da expressão 1.5 ,

$$Z_{c_m} = \frac{Z_{o_m}}{\sqrt{\epsilon_f}} \quad (3.38)$$

conforme visto.

Para o cálculo de  $Z_{o_m} = Z_{c_m} \left[ \epsilon_r = 1 \right]$ , utiliza-se as expressões obtidas da aproximação TEM [ 1, 2, 3, 4 ], uma vez que estas apresentam resultados bem satisfatórios na ausência de dielétrico.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E CONCLUSÕES

#### Introdução

Neste capítulo são apresentados resultados numéricos, obtidos pelo método analisado no capítulo anterior, para a constante de fase, constante dielétrica efetiva e impedância característica das linhas microstrip. São feitas também comparações com outros resultados existentes, teóricos e experimentais.

Os resultados apresentados foram obtidos através de varios programas de computador, em linguagem Fortran, cujas listagens encontram-se no Apêndice I.

#### 4.1. Constante de Fase

As raízes da equação característica (3.30) para a constante de fase  $\beta$  foram calculadas utilizando-se um computador digital, para as seguintes dimensões da matriz do sistema:

$$i - N=1, \quad M=0$$

$$ii - N=1, \quad M=1$$

No primeiro caso, manteve-se apenas a componente axial de corrente sobre a fita, dada pela expressão (3.32). Este caso

pode ser chamado de aproximação de ordem zero, enquanto o segundo, considerando ambas as componentes, axial e transversal (eq. 3.33), é chamado de aproximação de primeira ordem.

Salienta-se que embora o cálculo dos elementos da matriz, dados por (3.31), envolva somatórios infinitos, estes somatórios podem ser truncados com pequeno erro, pois para valores grandes de  $n$  cada termo se comporta como  $(\alpha n W)^{-3}$ .

Os resultados obtidos para a constante de fase  $\beta$  do modo fundamental, são apresentados nas figuras (4.1 - 4.4), para diversos valores da constante dielétrica relativa do substrato e dimensões da estrutura da fig. 3.1. Na escala em que estas curvas foram traçadas, a diferença entre os resultados obtidos utilizando-se as duas aproximações, é imperceptível. As duas linhas tracejadas representam as constantes de fase para as estruturas sem dielétrico ( $\beta = k_0$ ) e inteiramente preenchida com dielétrico ( $\beta = \sqrt{\epsilon_r} k_0$ ), respectivamente. Nestas figuras, observa-se que com o aumento da frequência, as curvas de dispersão para o modo de mais baixa ordem tornam-se paralelas à linha tracejada, correspondente à linha de transmissão com dielétrico, significando uma maior concentração do campo na região sob a fita.

Verifica-se porém, que a equação característica 3.30 apresenta outras raízes para uma mesma frequência, além da correspondente ao modo fundamental descrito acima, mostrando assim a presença de modos superiores. As figuras (4.5 - 4.8)

apresentam soluções completas para a constante de fase dos modos  $E_z$  par -  $H_z$  ímpar, para diferentes valores de  $\epsilon_r$ . Observa-se nestas curvas que:

i - O número de modos superiores propagantes aumenta com a frequência, o que é óbvio, tendo-se em vista que o aumento da frequência de operação dá lugar à propagação de novos modos, antes evanescentes.

ii - A frequência na qual estes modos começam a surgir é quase igual a frequência de corte do modo de ordem mais baixa no guia parcialmente cheio com dielétrico correspondente, cuja determinação é feita no Apêndice II, enfatizando suas características de modos guiados. Estas frequências de corte são indicadas nas figuras (4.5 - 4.8) como  $f_c$ .

iii - O aparecimento do primeiro modo superior ocorre em uma frequência mais alta para a estrutura com substrato de constante dielétrica menor reforçando a observação anterior.

A fig. 4.9 mostra a relação de dispersão do modo de ordem mais baixa, calculada para uma estrutura com as mesmas dimensões e substrato da usada por Mittra e Itoh [10], empregando a aproximação da integral singular. Estes resultados são esboçados no mesmo diagrama para facilitar a comparação. Observa-se que a diferença máxima entre estes resultados é da ordem

de 3%. O método desenvolvido neste trabalho é portanto mais conveniente, já que, partindo de uma formulação matemática mais simples leva a resultados no mínimo tão ou mais confiáveis que os de Mittra e Itoh [10].

Na fig. 4.9 também é incluída a solução da aproximação quase estática [2], para a linha microstrip aberta. A diferença entre estes resultados, e os acima descritos, é da ordem de 10% em frequências superiores a 20 GHz. O motivo desta discrepância será comentado nas próximas seções.

#### 4.2. Constante Dielétrica Efetiva

As figuras (4.10 - 4.15) mostram os resultados obtidos para a constante dielétrica efetiva, utilizando-se as aproximações de ordem zero e primeira ordem, para diversos valores de  $\epsilon_r$  e das dimensões da estrutura. Apesar destas curvas terem sido traçadas em escalas expandidas, observa-se em todos os casos que a diferença entre as duas aproximações é relativamente pequena. Alguns cálculos de teste, feitos com matrizes de maiores dimensões, mostraram que a diferença entre estas soluções e a de primeira ordem é muito pequena, não podendo ser praticamente distinguida. Note-se também que a constante dielétrica efetiva aproxima-se assintoticamente do valor de  $\epsilon_r$  em frequências muito altas, indicando que a energia total está sendo confinada no dielétrico.

Nestas figuras, são acrescentados, para comparação, os valores estáticos de  $\epsilon_f$  obtidos a partir das expressões de

Schneider [4]. Verifica-se que estes resultados constituem uma aproximação razoável para frequências inferiores a 10 GHz; acima desta faixa de frequências, as propriedades de dispersão da linha se acentuam e a aproximação TEM apresenta erros que vão de 10 a 30% em relação a solução exata, tornando-se inadequada.

Observa-se ainda nas figuras (4.10 - 4.15), que a diferença entre o  $L_f$  estático e a presente solução também cresce com a elevação da constante dielétrica relativa do substrato. Isto ocorre porque, na estrutura com substrato de maior constante dielétrica, a energia total transportada tende a se concentrar mais na região sob a fita, acarretando assim uma maior divergência da configuração TEM, em relação ao caso em que se tem a mesma estrutura com substrato de constante dielétrica menor. As curvas de erro, referentes a estes resultados são esboçadas nas figuras (4.16 - 4.19).

A fig. 4.20 apresenta a comparação da solução de ordem zero para a constante dielétrica efetiva, com a solução de ordem zero de Denlinger [11], para a linha aberta. As duas curvas se apresentam bem próximas, com erro menor que 2%, o que já era de se esperar tendo em vista que:

i - A forma da componente longitudinal de corrente sobre a fita assumida neste método, é idêntica à escolhida por Denlinger:

ii - As dimensões do envólucro foram tomadas suficientemente grandes, para que sua influência sobre os campos na linha, fosse desprezível.

Entretanto, para chegar-se aos resultados apresentados por Denlinger, é necessário o cálculo de integrais de convolução envolvendo as componentes da diádica de Green, enquanto que no presente método tem-se um sistema de equações algébricas, como já comentado, de simples solução, tornando-o mais conveniente.

Foram feitas também comparações desta solução com os seguintes resultados:

i - Com os resultados obtidos por Chudobiak [17] a partir de sua fórmula empírica.

$$\epsilon_f = 118,11 \times 10^{-6} (\epsilon_r + 1) (\epsilon_r - 1) \cdot d \cdot (Z_0 \frac{2W'}{d})^{1/2} (f - f_0) + \epsilon_{f0} \quad (4.1)$$

onde:

$\epsilon_r$  = constante dielétrica relativa do substrato.

$d$  = altura do substrato em mm

$Z_0$  = Impedância característica da teoria de Wheeler [2] dados a relação  $2W/d$  e  $\epsilon_r$ .

$2W$  = largura da fita em mm.

$2W'$  = largura efetiva da fita.



$$d \quad , \quad \text{para } 2W > \frac{d}{2\pi} > 2t$$

$$= 2W + \frac{t}{\epsilon_r} \left( 1 + \ln \frac{2x}{d} \right) \quad ; \quad x =$$

$$4\pi W \quad , \quad \text{para } \frac{d}{2\pi} > 2W > 2t$$

$t$  = espessura da metalização em mm

$f$  = frequência de operação em GHz

$f_o$  = frequência em GHz abaixo da qual a dispersão pode ser desprezada.

$$= \frac{6,0}{(\epsilon_r - 1)^{1/4}} \cdot (Z_o / 39,4 d)^{1/2}$$

$\epsilon_{fo}$  = valor da constante dielétrica efetiva de Schneider [4] da qual se obtém a relação  $2W/d$  e  $\epsilon_r$ .

e as curvas comparativas são esboçadas nas figuras (4.21 e 4.22).

Verifica-se que, apesar destes resultados não serem exatos, eles constituem uma boa aproximação para a constante dielétrica efetiva de estruturas com substrato de constante dielétrica pequena; por exemplo, para o caso da fig. 4.21, onde tem-se  $\epsilon_r = 2,24$ , a solução de Chudobiak apresenta um erro inferior a 1% em todo o intervalo de frequências. Por outro lado, em tratando-se de estruturas com substrato de constante dielétrica mais elevada, como é o caso das curvas da fig. 4.22, observa-se erros da ordem de 7% para frequências inferiores a 28 GHz e 10% nas frequências mais elevadas.

ii - Com os resultados apresentados por Edwards e Owens [18], utilizando a fórmula também empírica:

$$\epsilon_f = \epsilon_{req} - \frac{(\epsilon_{req} - \epsilon_{eo})}{1 + G(f/f_p)^2}$$

onde

$$f_p = \frac{Z_o}{2\pi d}$$

$$\epsilon_{req} = 12,0 - \frac{1,21}{1 + 0,39 \cdot [\log(2W/d)]^2} \quad (4.2)$$

$$G = \left[ \frac{Z_o - 5}{60} \right]^{1/2} + 0,004 Z_o$$

e  $Z_o$ ,  $\epsilon_{eo}$  são obtidos a partir das expressões de Bryant e Weiss [15], dados  $\epsilon_r$  e a relação  $2W/d$ .

As curvas de dispersão são apresentadas na fig. 4.23 para cinco linhas diferentes, com o mesmo substrato ( $\epsilon_r=11,6$ ), e são acrescentados os resultados experimentais também obtidos por Owens e Edwards, para alguns valores de frequência. Observa-se que os resultados teóricos obtidos a partir da expressão aproximada (4.2), apresentam erro inferior a 7% nos cinco casos, em relação ao presente método, que por sua vez apresenta erros inferiores a 0,5% (na curva 1), e 2% (na curva 2) em relação aos resultados experimentais apresentados.

iii - A presente solução para a constante dielétrica efetiva também foi comparada com resultados experimentais, obtidos na USP [19] e no CETUC [20]. Estas medidas foram realizadas em linhas microstrip com impedâncias características de 30 $\Omega$  e 50 $\Omega$  respectivamente, e o substrato utilizado foi alumina,

com constante dielétrica relativa igual a 9,9 e com espessura  $d=0,635$  mm. As curvas de comparação com os resultados experimentais da USP são apresentadas na fig. 4.24 e as comparações com os resultados obtidos no CETUC, são esboçadas nas figuras 4.25 e 4.26. Verifica-se que, no caso da fig. 4.24 os resultados obtidos pelo método aqui desenvolvido apresentam um erro máximo inferior a 4% para as linhas de 30 e 50Ω; nas figuras 4.25 e 4.26 tem-se erros máximos inferiores a 3% e 4% respectivamente.

Foram realizadas aqui novas medidas de constante dielétrica efetiva no microstrip sobre alumina ( $AL_2O_3$  - nº 772, fabricada pela ALSIMAG (U.S.A), com  $\epsilon_r = 9,9$ ) na faixa de 8 a 12 GHz, utilizando-se a técnica do anel ressonante [20].

Os anéis ressonantes foram projetados de maneira que apresentassem um perímetro médio de cinco comprimentos de onda em 5 GHz, com impedâncias de 30 e 50 ohms, respectivamente. Depois de realizados, foram medidos os seguintes valores, para a largura da fita e altura  $d$  do dielétrico:

Linha de 50 ohm:

$$2W = 0,4859 \text{ mm}$$

$$d = 0,654 \text{ mm}$$

Linha de 30 ohm:

$$2W = 1,528 \text{ mm}$$

$$d = 0,654 \text{ mm}$$

Os perímetros médios obtidos para os anéis de 30 e 50 ohms, foram:

$$\text{Anel com } 30\Omega \rightarrow PM = 5 \lambda_m = 10,98454 \text{ cm}$$

$$\text{Anel com } 50\Omega \rightarrow PM = 5 \lambda_m = 11,47573 \text{ cm}$$

#### Resultados das medições:

Fazendo uma varredura de frequências, as frequências nas quais ocorrem ressonância permitem a determinação da constante dielétrica efetiva.

As medidas de constante dielétrica efetiva são feitas através do contador digital, e uma vez que os fatores de mérito são da ordem de 160 a 250, como pode ser visto nas tabelas I e II, a precisão das medidas de frequência pode ser considerada boa.

Para o anel ressonante com 50 ohms, os valores medidos foram.

TABELA I

Frequência de ressonância( $f_0$ ) GHz	Frequência de 3 dB inferior( $f_1$ ) GHz	Frequência de 3 dB superior( $f_2$ ) GHz	Fator de mérito (Q)
7,161	7,139	7,184	159
8,172	8,147	8,193	178
9,182	9,159	9,208	187
10,153	10,125	10,176	199
11,149	11,110	11,173	177
12,132	12,105	12,165	202

e para o anel com 30 ohms

TABELA II

Frequência de ressonância( $f_0$ ) GHz	Frequência de 3 dB inferior( $f_1$ ) GHz	Frequência de 3 dB superior( $f_2$ ) GHz	Fator de mérito (Q)
7,058	7,040	7,075	202
8,052	8,031	8,070	206
9,026	9,006	9,049	210
9,994	9,968	10,014	217
10,945	10,923	10,968	243
11,893	11,869	11,921	229

Para obter-se a constante dielétrica efetiva, a partir das frequências de ressonância, procede-se da seguinte maneira: seja o anel de 50 ohms, cuja primeira ressonância ocorre para  $f_0 = 7,161$  GHz.

$$\lambda_0 = \frac{2,998 \times 10^{10}}{7,161 \times 10^9} = 4,187 \text{ cm}$$

O perímetro médio tem  $PM = 11,476$  cm; assim com sete comprimentos de onda tem-se:

$$\lambda_m = \frac{11,476}{7} = 1,639 \text{ cm}$$

Como  $\frac{\lambda}{\lambda_m} = \sqrt{\epsilon_r}$

obtem-se:

$$\epsilon_f = 6,526$$

As tabelas a seguir apresentam a comparação entre os valores medidos e os obtidos pelo método aqui desenvolvido, para a constante dielétrica efetiva.

ANEL COM 50 OHMS

$f_o$ (GHz)	$\lambda_o$ (cm)	n	$\lambda_m$ (cm)	$\epsilon_{fr}$ (medido)	$\epsilon_f$	$\frac{(f_o - f_r)}{f_r} \cdot 100$
7,161	4,187	7	1,639	6,5260	6,5242	0,03%
8,172	3,669	8	1,435	6,5372	6,5793	0,64%
9,182	3,265	9	1,275	6,5576	6,6240	1,01%
10,153	2,953	10	1,148	6,6167	6,6760	0,9%
11,149	2,689	11	1,043	6,6468	6,7294	1,24%
12,132	2,471	12	0,956	6,6808	6,7848	1,56%

ANEL COM 30 OHMS

$f_o$ (GHz)	$\lambda_o$ (cm)	n	$\lambda_m$ (cm)	$\epsilon_{fr}$ (medido)	$\epsilon_f$	$\frac{(f_o - f_r)}{f_r} \cdot 100$
7,058	4,248	7	1,5692	7,3285	7,5549	3,09%
8,052	3,723	8	1,3731	7,3516	7,6201	3,65%
9,026	3,332	9	1,2205	7,4531	7,6848	3,11%
9,994	3,000	10	1,0985	7,4583	7,7488	3,89%
10,945	2,739	11	0,9986	7,5232	7,8120	3,84%
11,893	2,521	12	0,9154	7,5244	7,8741	3,82%

Levando-se em conta que o cálculo teórico da constante dielétrica efetiva envolve os parâmetros  $w$ ,  $d$  e  $\epsilon_r$ , que são conhecidos com um certo grau de incerteza, e adicionando-se a esta, a incerteza inerente à medida, os resultados obtidos podem ser considerados bons.

#### 4.3. Influência da blindagem nas características de propagação da linha

Nas figuras (4.27 - 4.30) são traçadas curvas da constante dielétrica efetiva em função da frequência para diversas linhas microstrip blindadas, com mesmo substrato, largura da fita e altura do dielétrico; para cada figura, a largura do envólucro é mantida constante, variando-se apenas sua altura.

Verifica-se que quando o guia tem dimensões muito pequenas, como é o caso das curvas 1-7 nestas figuras, as características de propagação da linha de transmissão propriamente dita, são bastante alteradas; por outro lado, como foi visto na seção 4.1, estas dimensões não podem ser muito grandes; para evitar a propagação de modos guiados. Constatase que se a altura do envólucro for dez vezes maior que a altura do dielétrico, e a largura dez vezes maior que a largura da fita, este não mais perturba a configuração dos campos na linha. ao mesmo tempo em que evita-se a propagação de modos guiados numa larga faixa de frequências (figuras(4.5 -

4.8)). Isto pode ser observado, primeiramente da comparação feita na seção anterior com a solução de Denlinger, para a linha aberta e também nas curvas 17 e 18 da fig. 4.30, onde as dimensões do envólucro na segunda são duplicadas em relação às da primeira e no entanto a constante dielétrica efetiva pouco se altera.

#### 4.4. Impedância característica

As curvas de impedância característica em função da frequência são obtidas utilizando-se a expressão (3.38), onde  $Z_{om}$  é dado pelas expressões de Wheeler [3] e  $\epsilon_f$  é obtida na seção anterior. Estas curvas são apresentadas nas figuras (4.31 - 4.33) para diversas estruturas; a título de comparação, são inseridos nestes gráficos os valores estáticos de impedância correspondentes, fornecidos pelas expressões de Wheeler [3], para a linha microstrip aberta com substrato dielétrico.

Como a impedância característica é da forma

$$Z_{om} = \frac{Z_{om}}{\sqrt{\epsilon_f}}$$

sua variação com a frequência é menos acentuada que a da constante dielétrica efetiva; entretanto, verifica-se que a solução TEM chega a apresentar erros da ordem de 9% em 10 GHz, como pode ser visto nas curvas de erro das figuras (4.34 - 4.36), salientando mais uma vez que a análise quase-estática é válida apenas para baixas frequências.



A impedância característica obtida pelo presente método, também é comparada na fig. 4.3/ com os resultados obtidos por Denlinger, utilizando a mesma relação, ou seja a equação (3.38). Observa-se que os resultados estão bem próximos, com erros relativos inferiores a 2%, o que já era previsto pelos motivos expostos na seção 4.2.

#### 4.5. Conclusões

O método desenvolvido neste trabalho, para o cálculo das características de dispersão das linhas microstrip blindadas, além de apresentar uma série de vantagens com relação a outras análises existentes, conforme apresentado no capítulo 3, conduz a resultados bem satisfatórios, como pode ser visto nas comparações feitas com resultados teóricos e experimentais.

A simplicidade da equação característica, resultante para a constante de fase, permite calcular com precisão a localização dos modos de ordem mais elevada, permitindo que possam ser evitados em projetos práticos.

No estudo do comportamento com a frequência das linhas microstrip, obteve-se resultados teóricos muito interessantes, a saber:

i - O modo dominante no microstrip é dispersivo, mas em baixas frequências, ele pode ser identificado com o caso quase estático.

ii - A solução envolvendo apenas a componente longitudinal de corrente é bem próxima da solução envolvendo ambas as componentes, o que vem mostrar que a amplitude da componente transversal de corrente nas estruturas analisadas é relativamente pequena, como já havia sido previsto por Denlinger [11].

iii - A constante dielétrica efetiva aproxima-se assintoticamente do valor da constante dielétrica relativa do substrato, em frequências muito altas, indicando que a energia total está sendo confinada no dielétrico.

iv - Em frequências superiores à frequência de corte do guia parcialmente cheio correspondente, surgem modos superiores; estes modos aparecem em frequências mais elevadas quando a constante dielétrica do substrato é diminuída.

Saliente-se que as formas assumidas neste trabalho para as componentes das distribuições reais, como pode ser visto pelas comparações feitas com resultados experimentais. Alterando-se as formas destas componentes e seguindo-se um procedimento análogo, pode-se determinar as características de propagação para os modos  $E_z$  ímpar -  $H_z$  par, não abordados aqui.

Finalmente, deve-se ressaltar que o método aqui apre  
sentados é geral, podendo ser aplicado a uma série de outras  
estruturas, inclusive ao estudo das linhas microstrip acopla  
das.

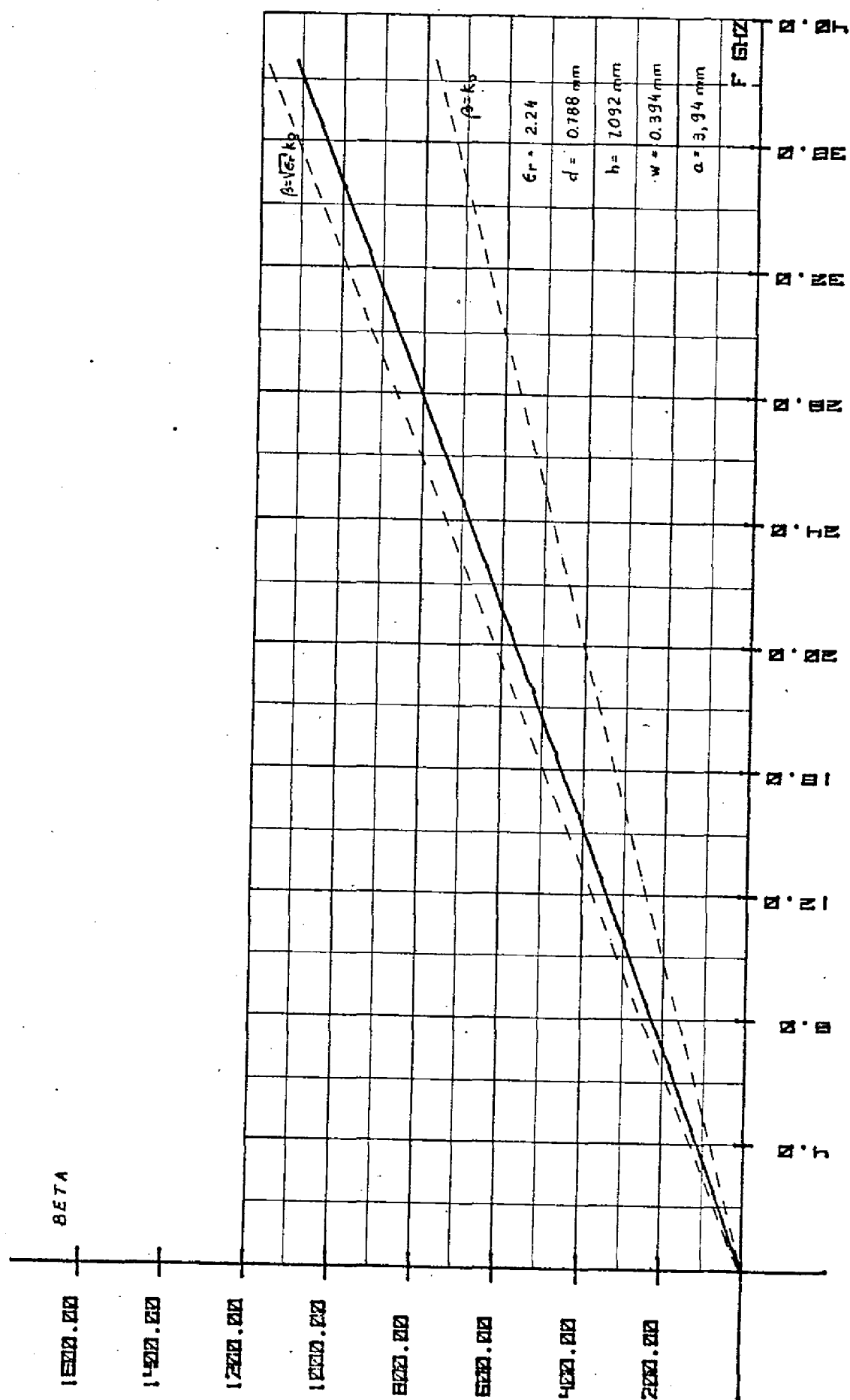


Fig. 4.1 - Constante de fase x frequência

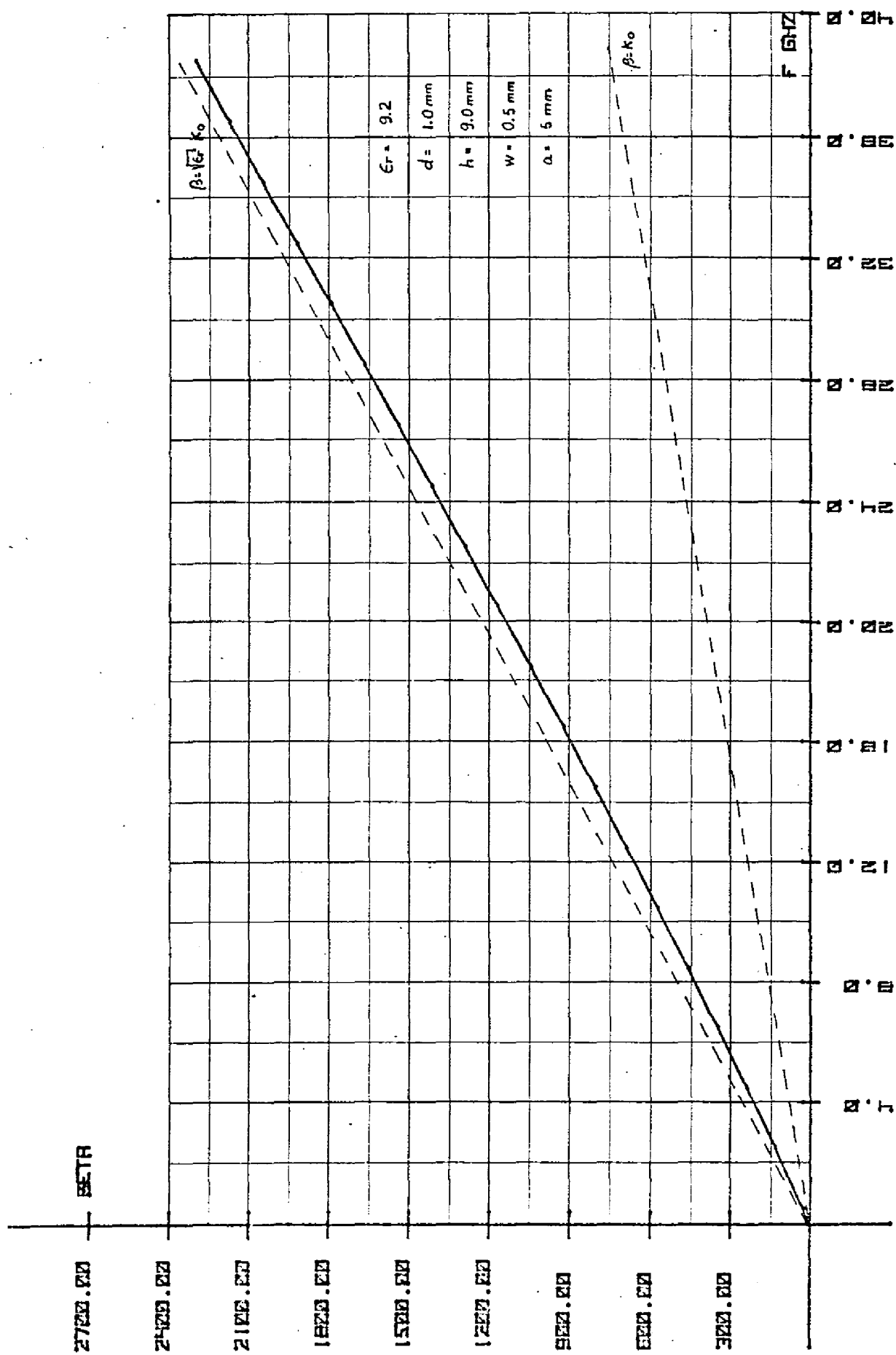


Fig. 4.2 - Constante de fase x frequência

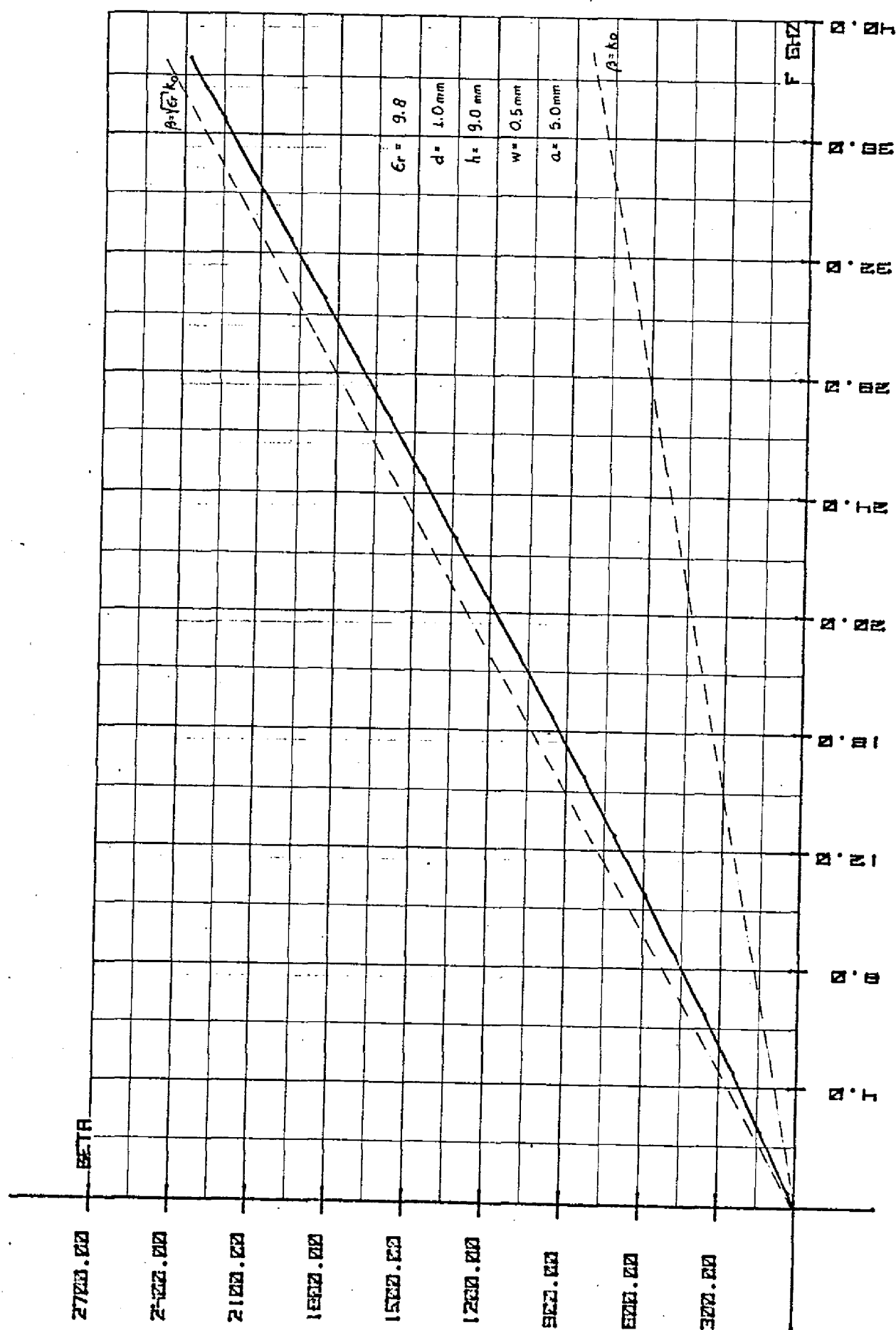


Fig. 4.3 - Constante de fase x frequência

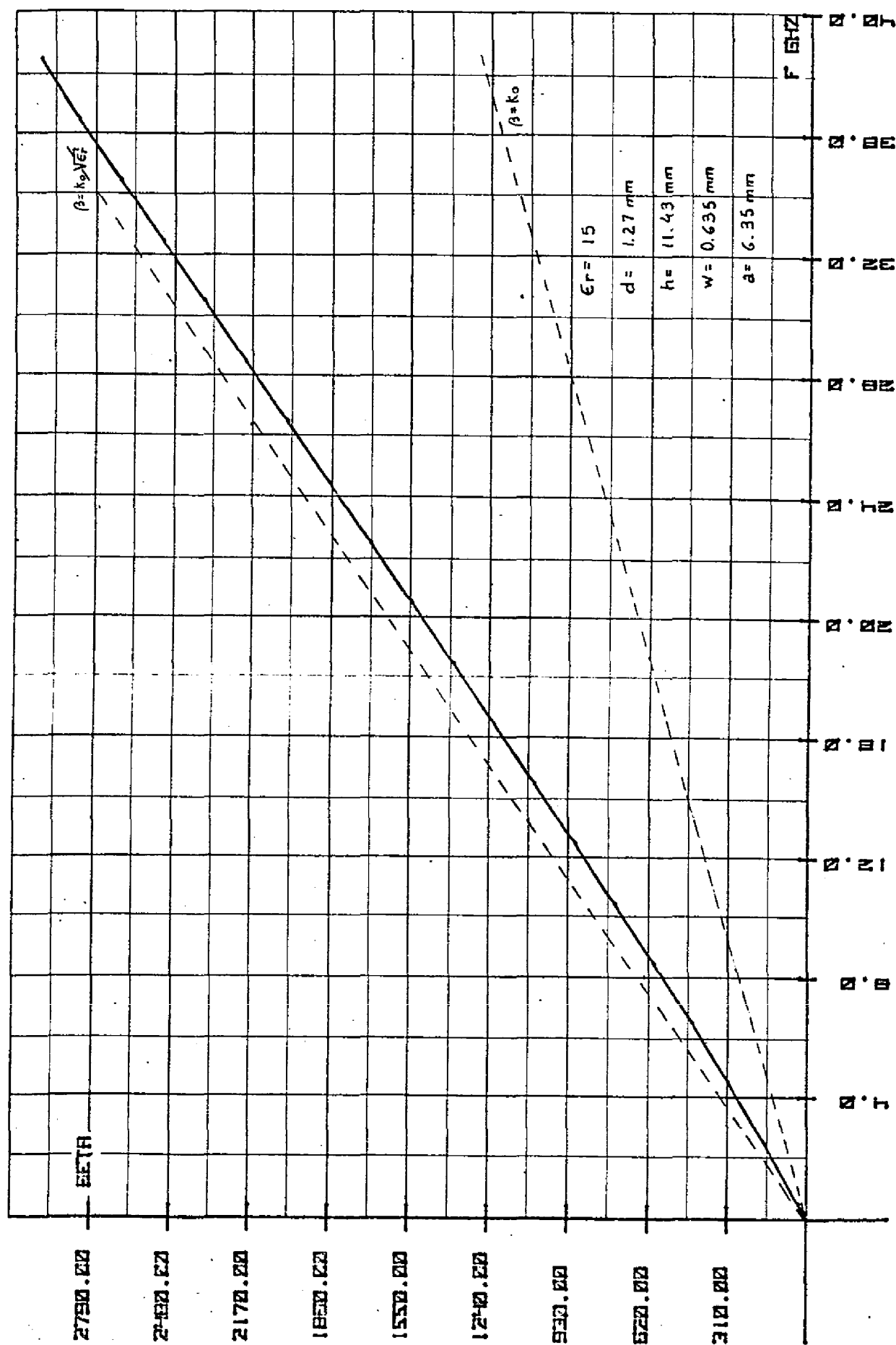


Fig. 4.4 - Constante de fase x frequência

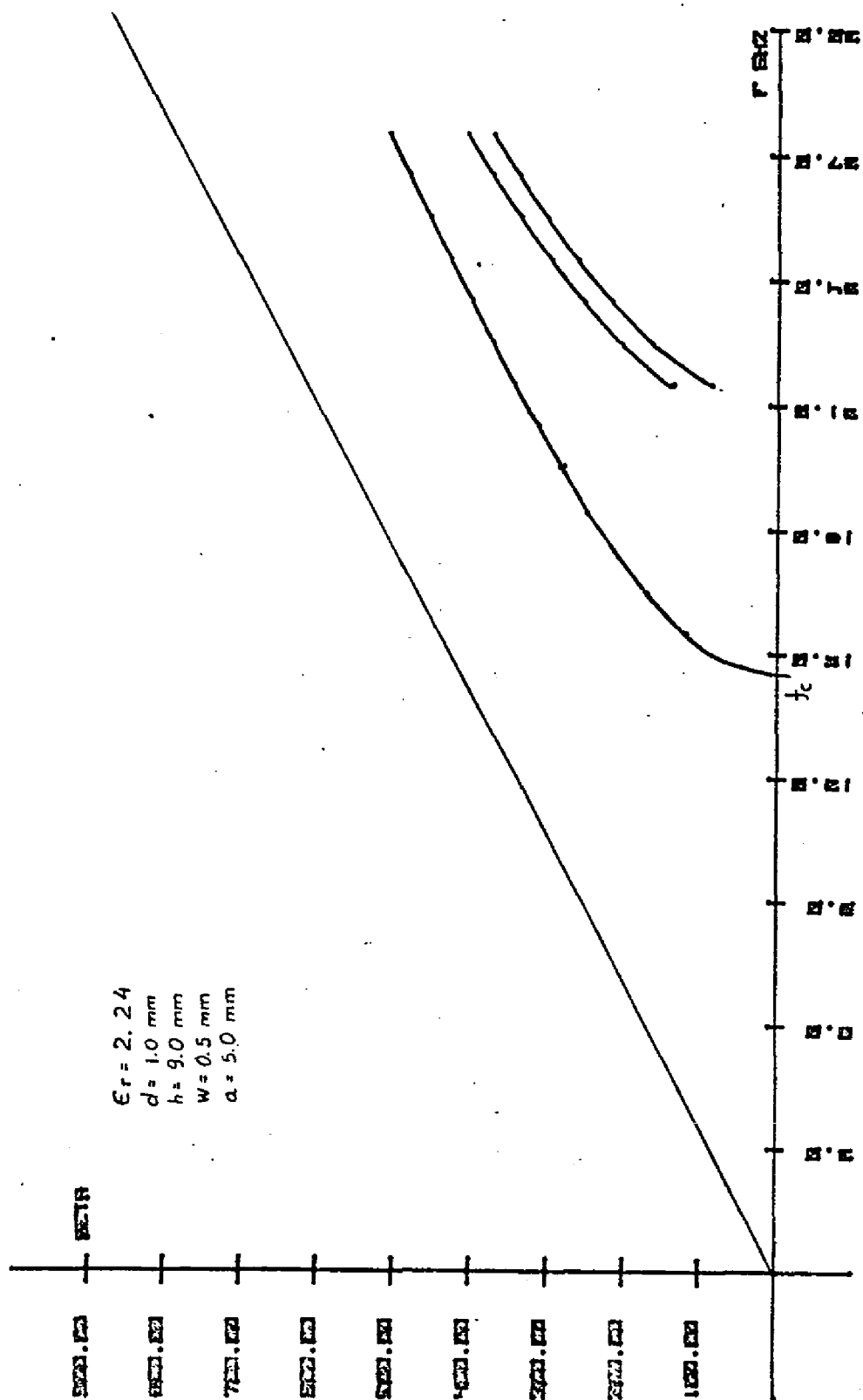


Fig. 4.5 - Constante de fase x frequência - Modos superiores



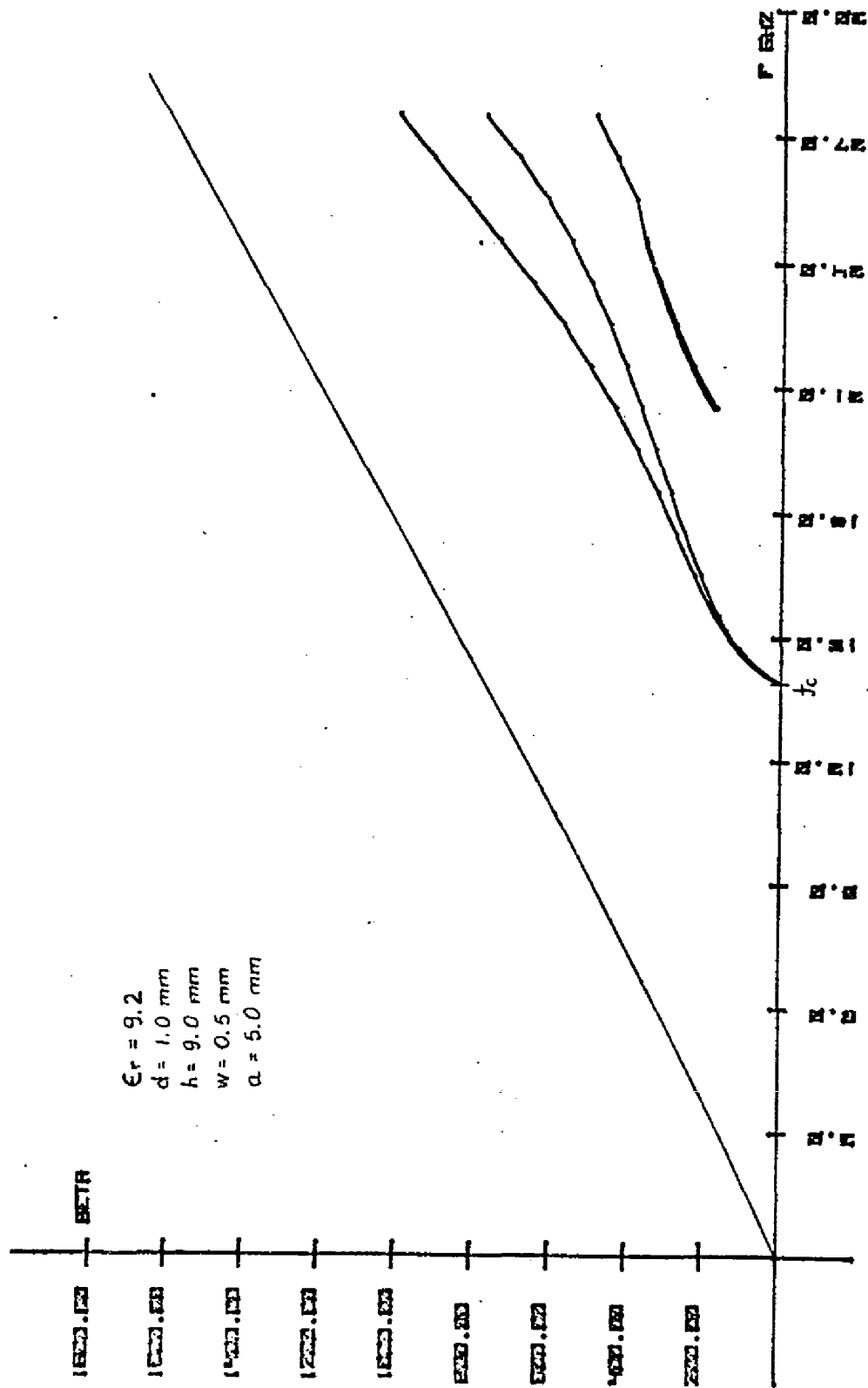


Fig. 4.6- Constante de fase x frequência - Modos superiores

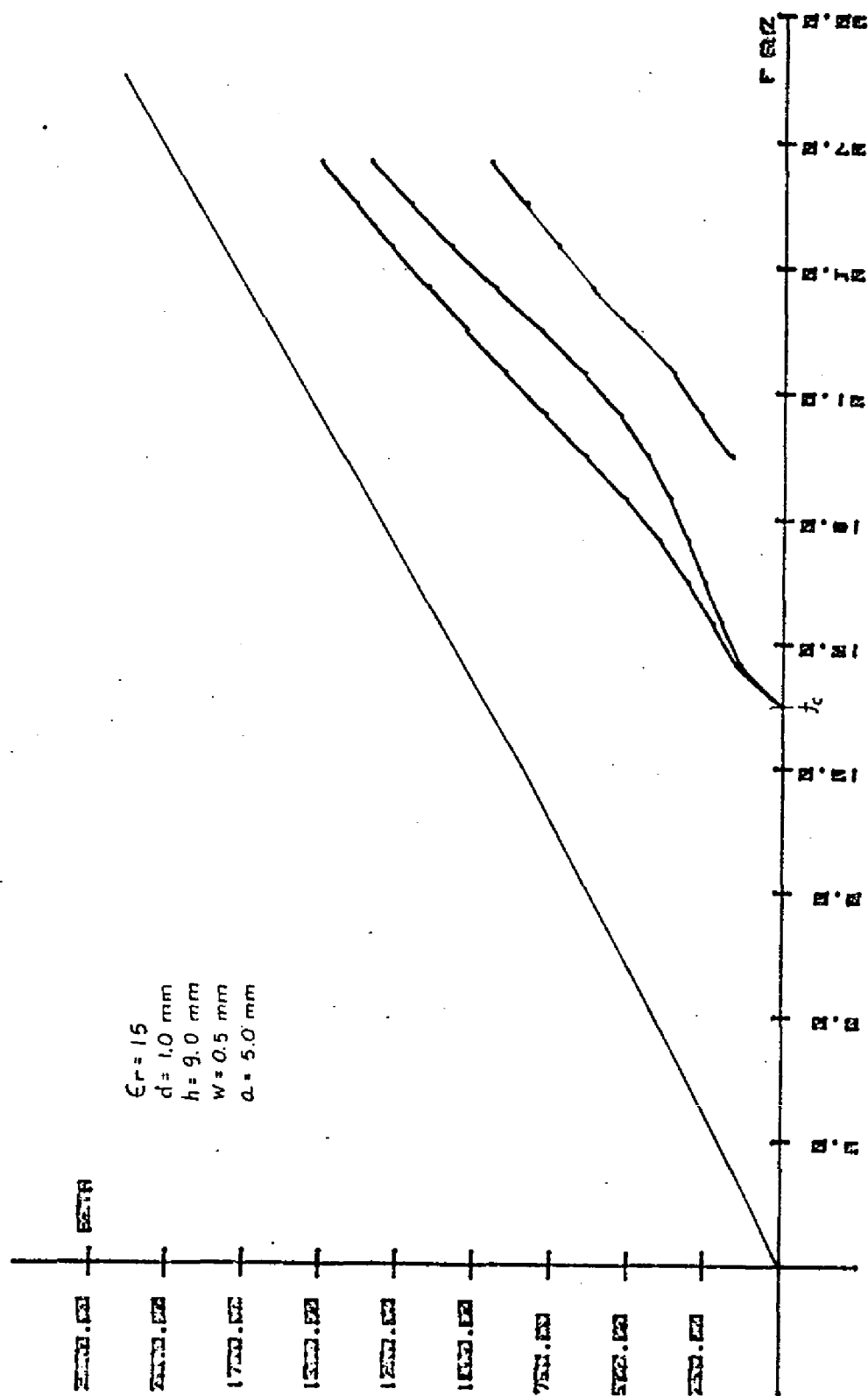


Fig. 4.7 - Constante de fase x frequência - Modos superiores

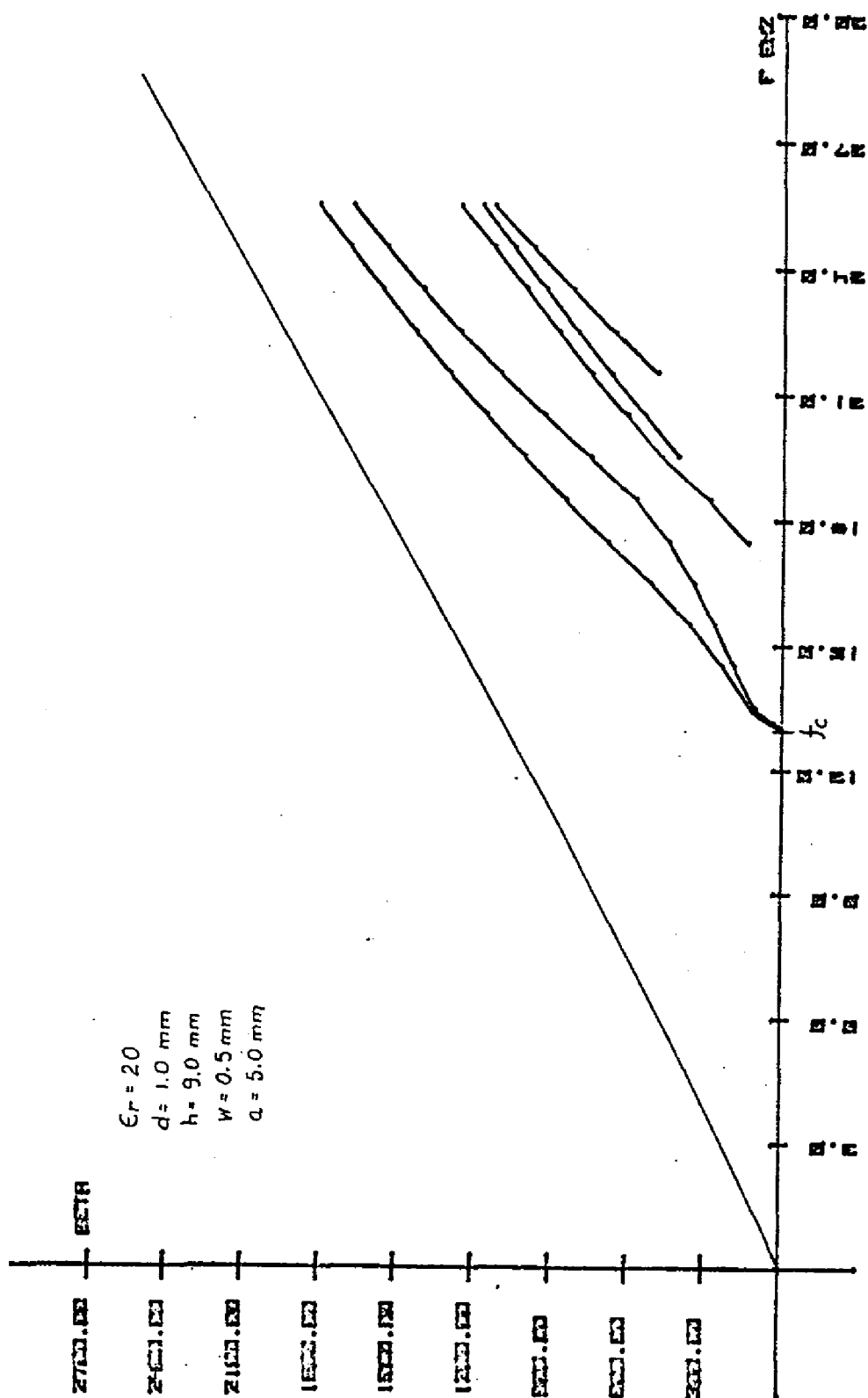
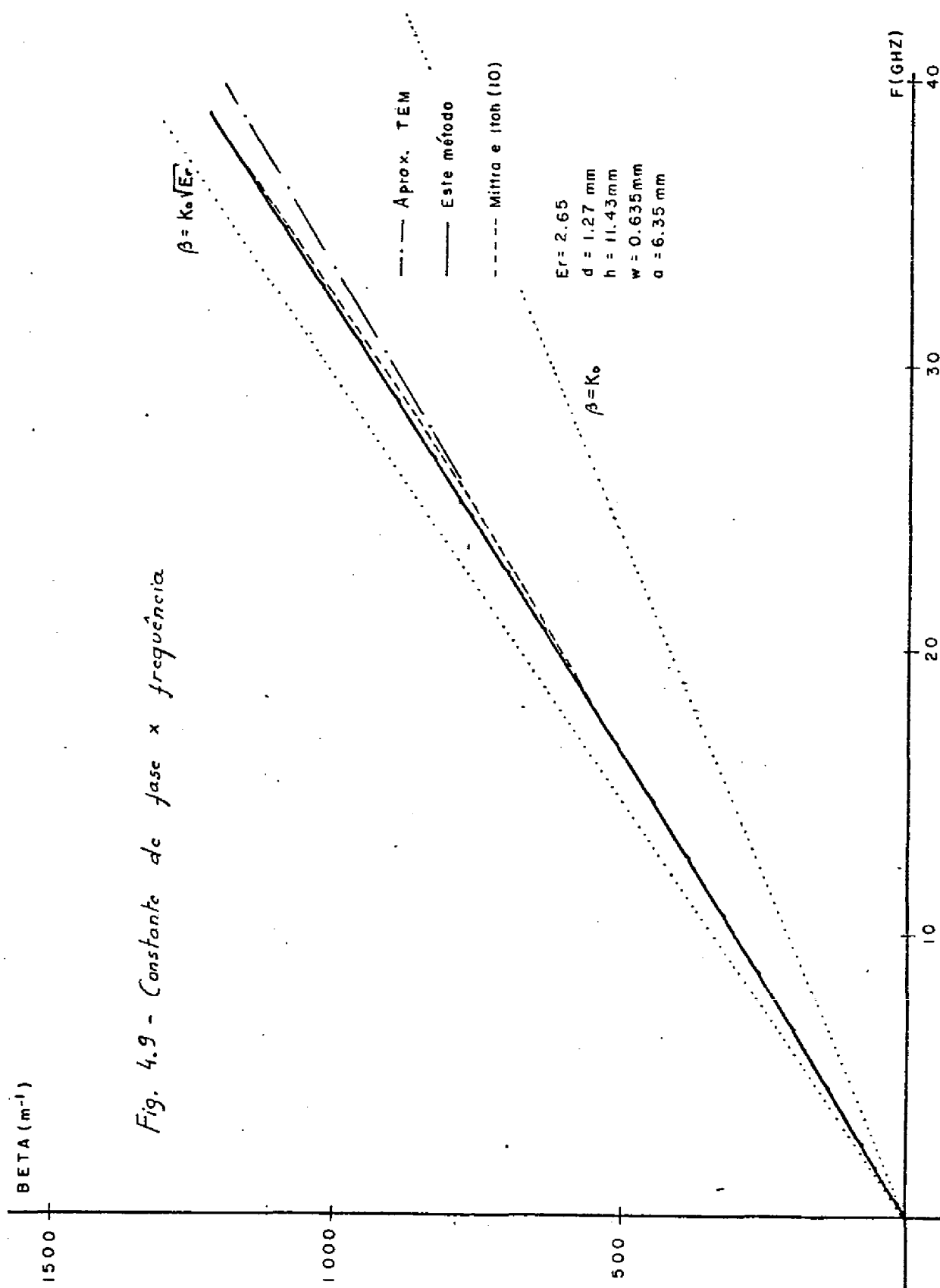


Fig. 4.8 - Constante de fase x frequência - Modos superiores



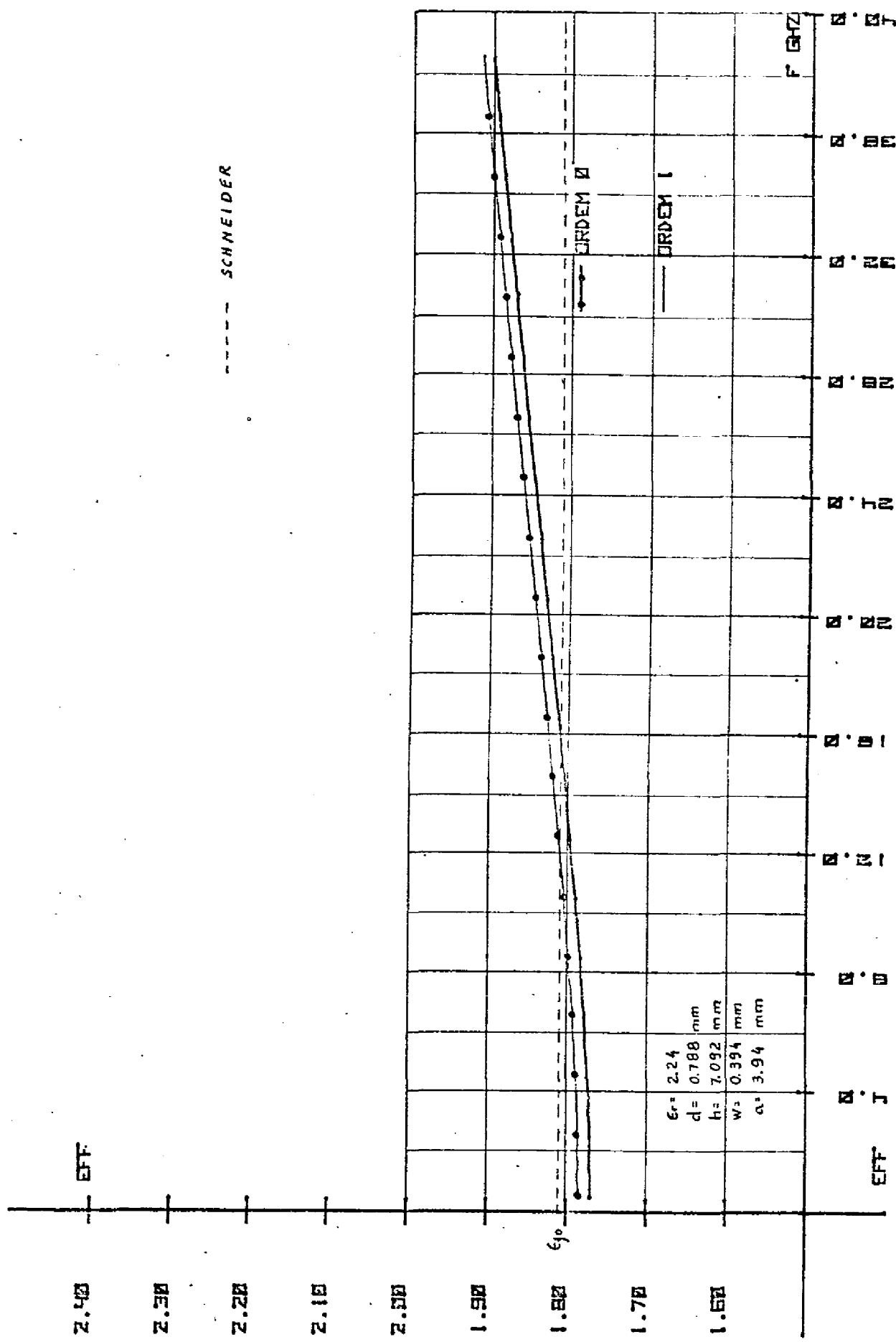


Fig. 4.10 - Constante dielétrica efetiva x frequência

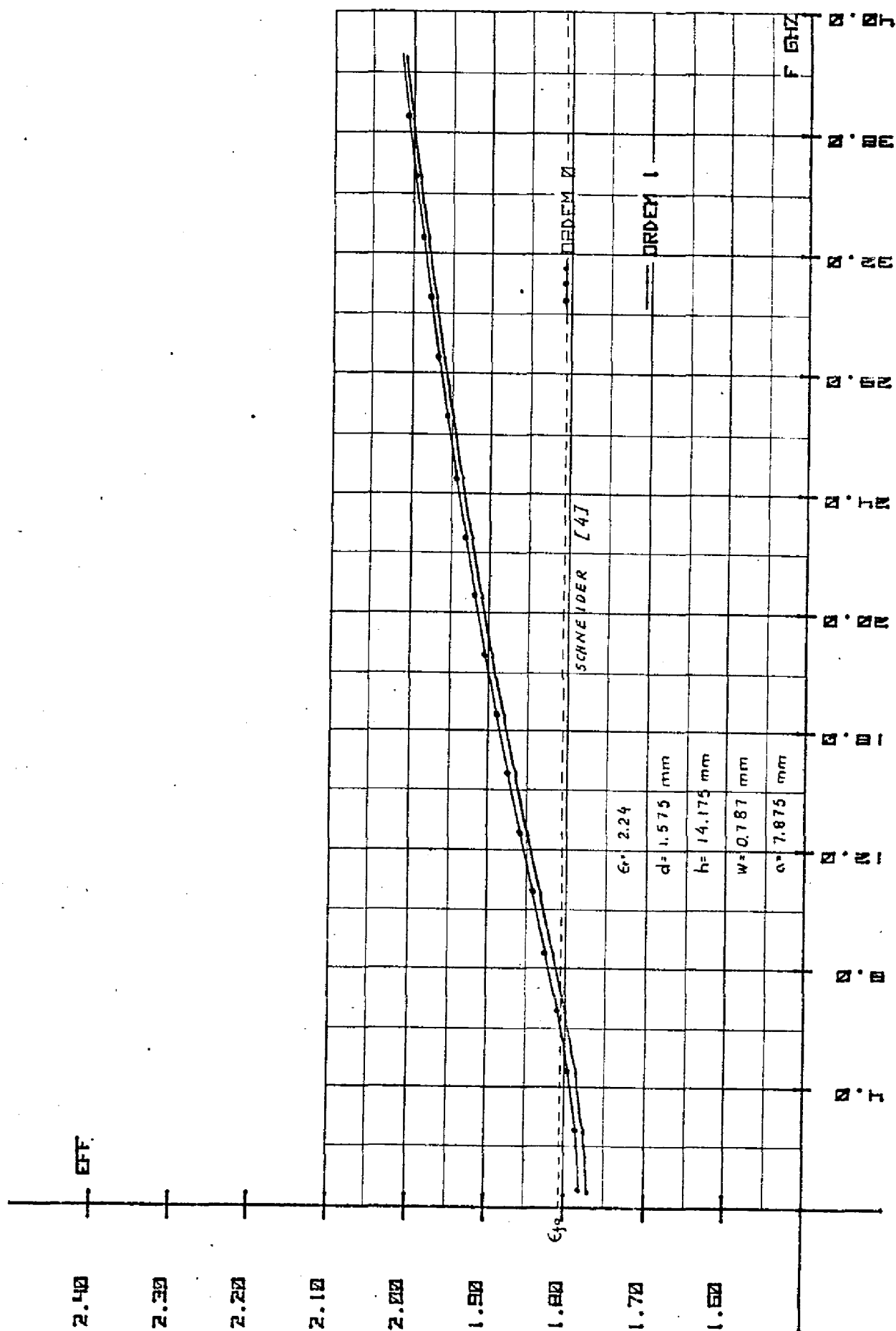


Fig. 4.11 - Constante dielétrica efetiva x frequência

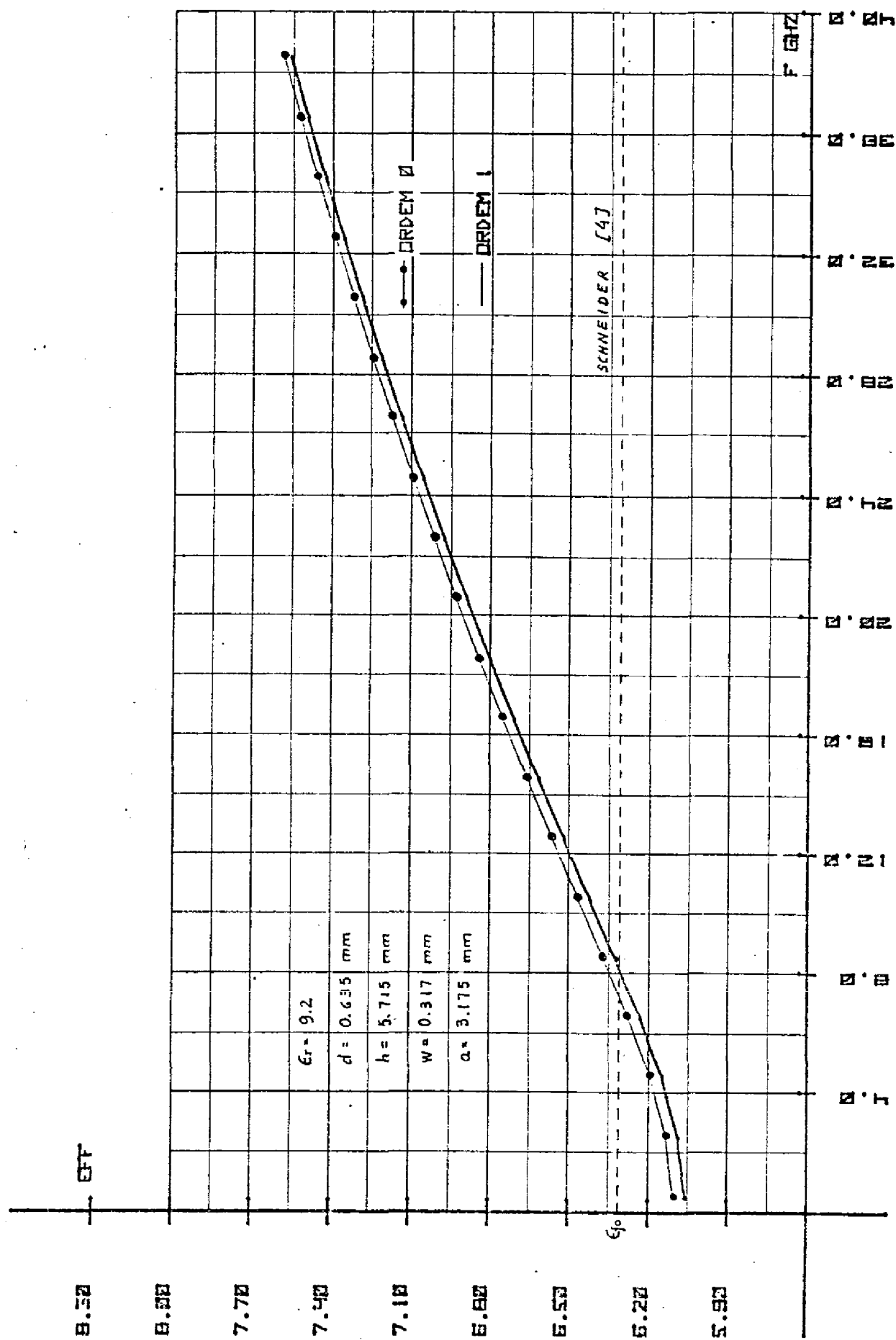


Fig. 4.12 - Constante dielétrica efetiva x frequência

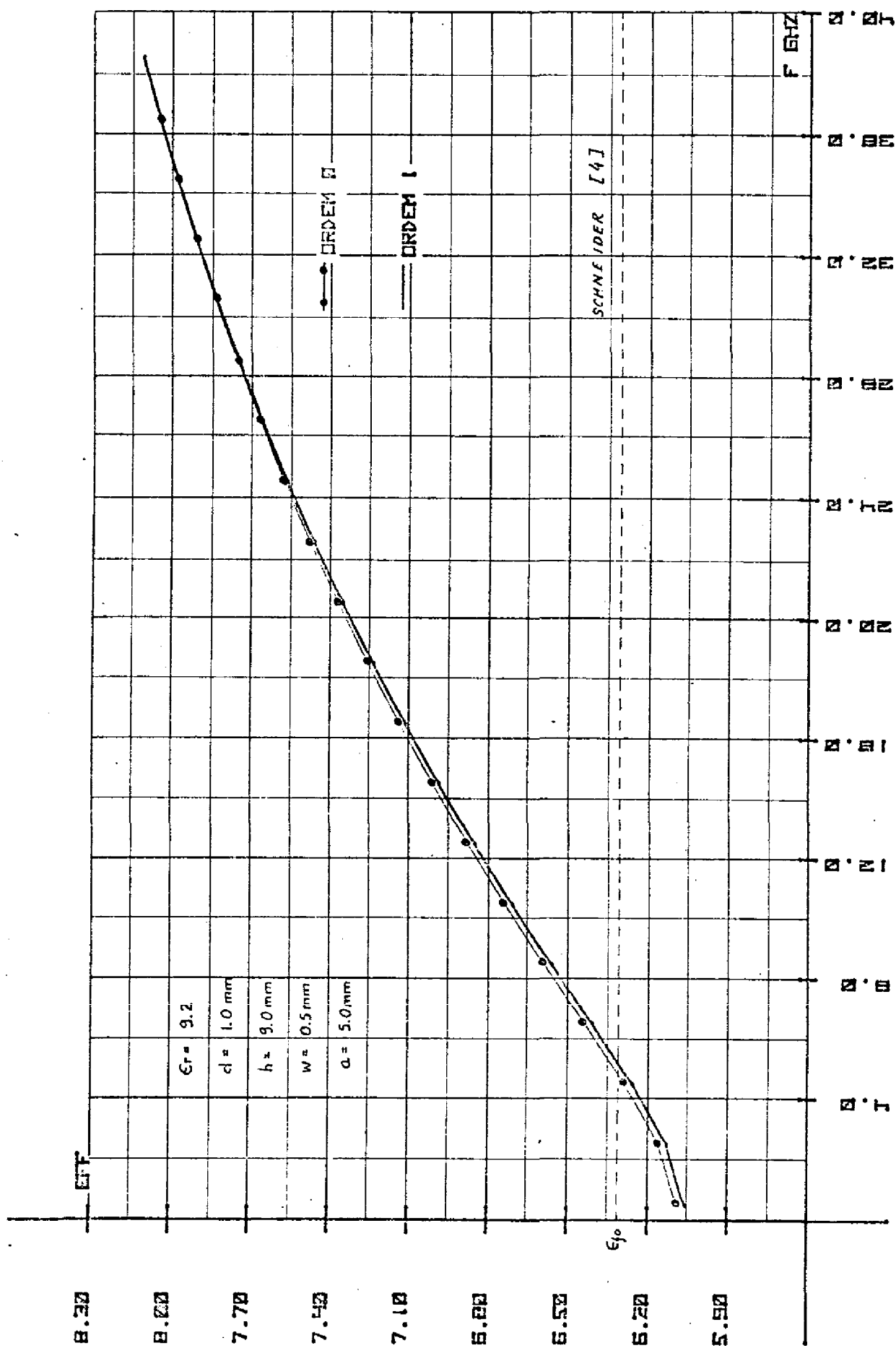


Fig. 4.13 - Constante dielétrica efetiva x frequência



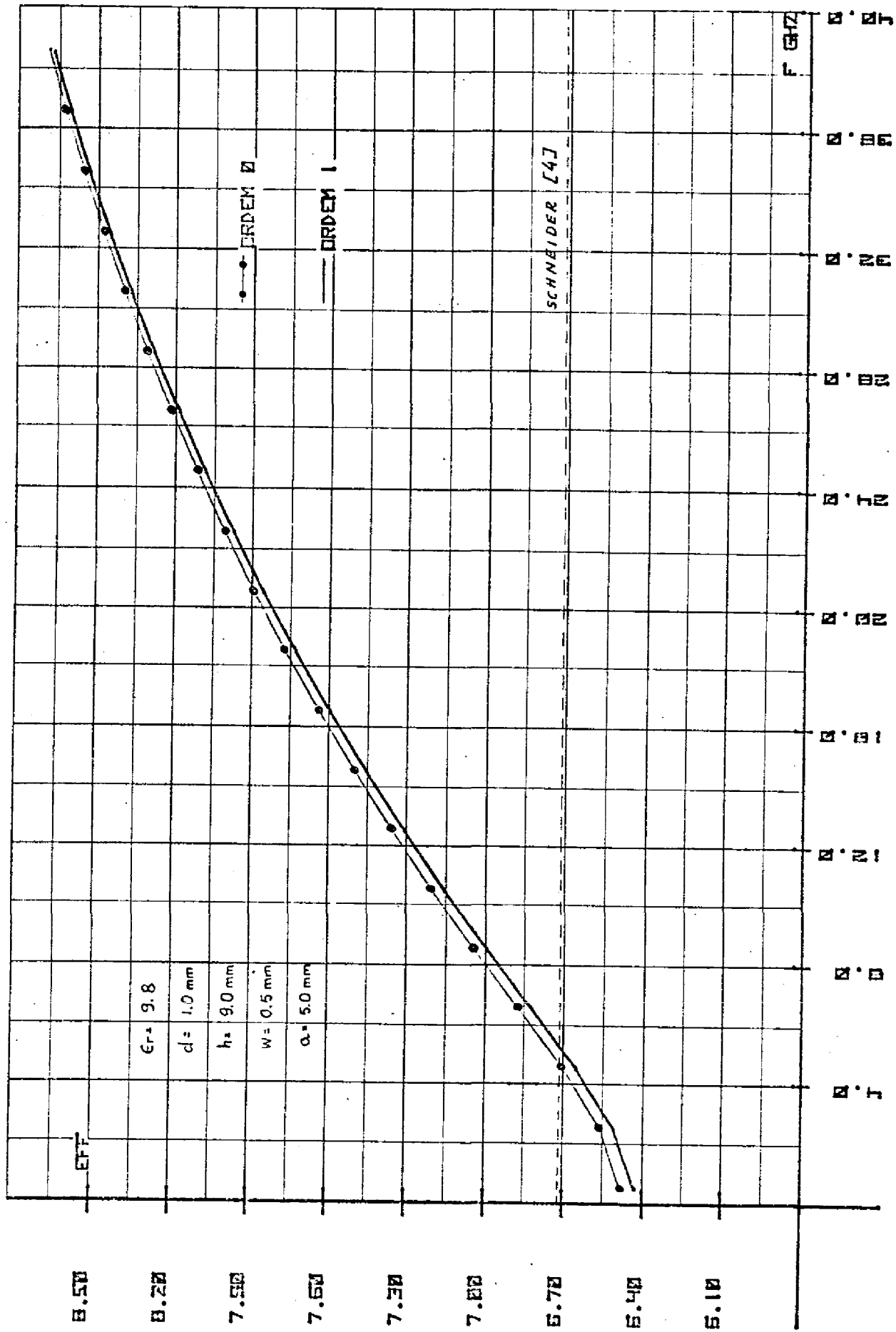


Fig. 4.14 - Constante dielétrica efetiva x frequência

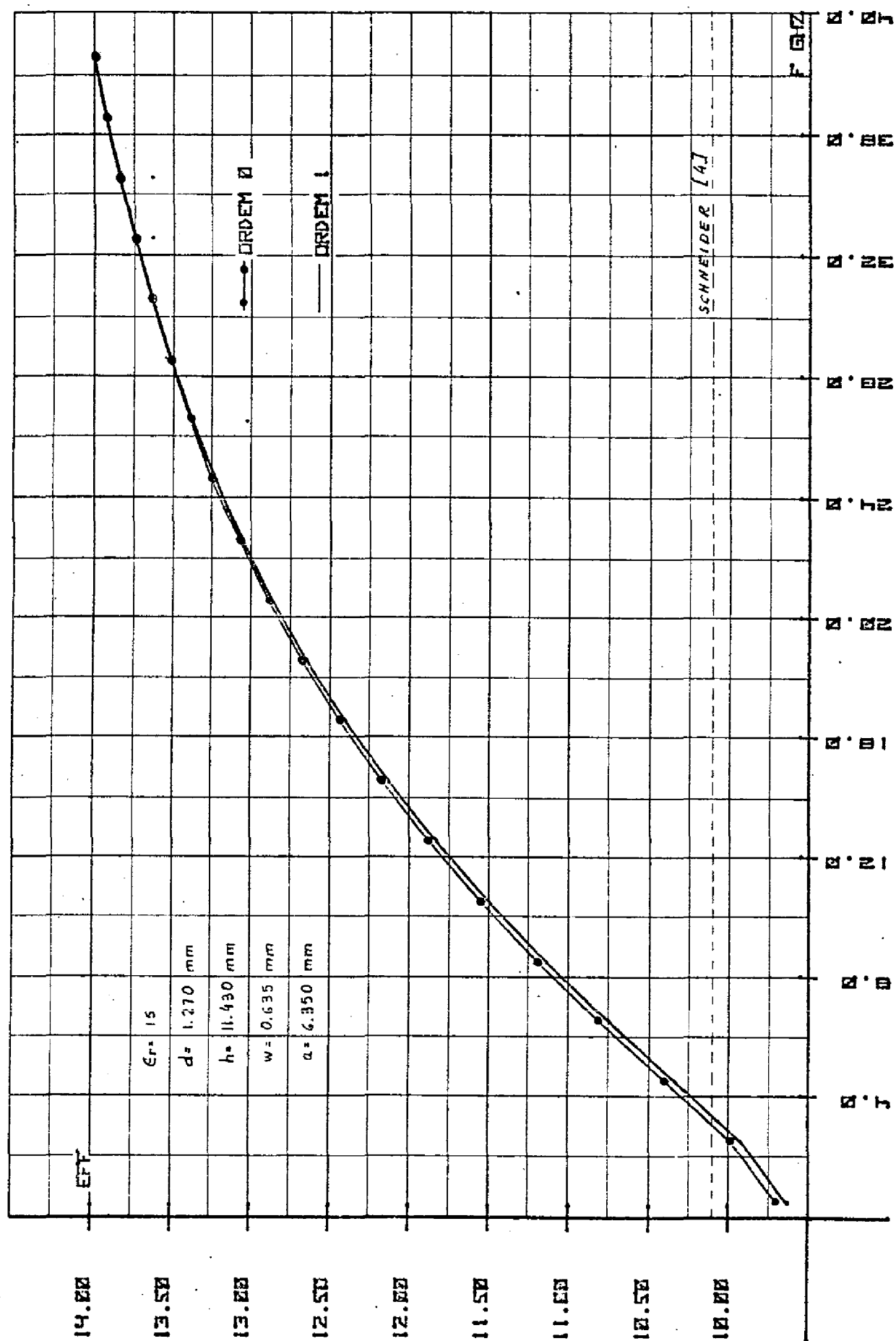


Fig. 4.15 - Constante dielétrica efetiva x frequência

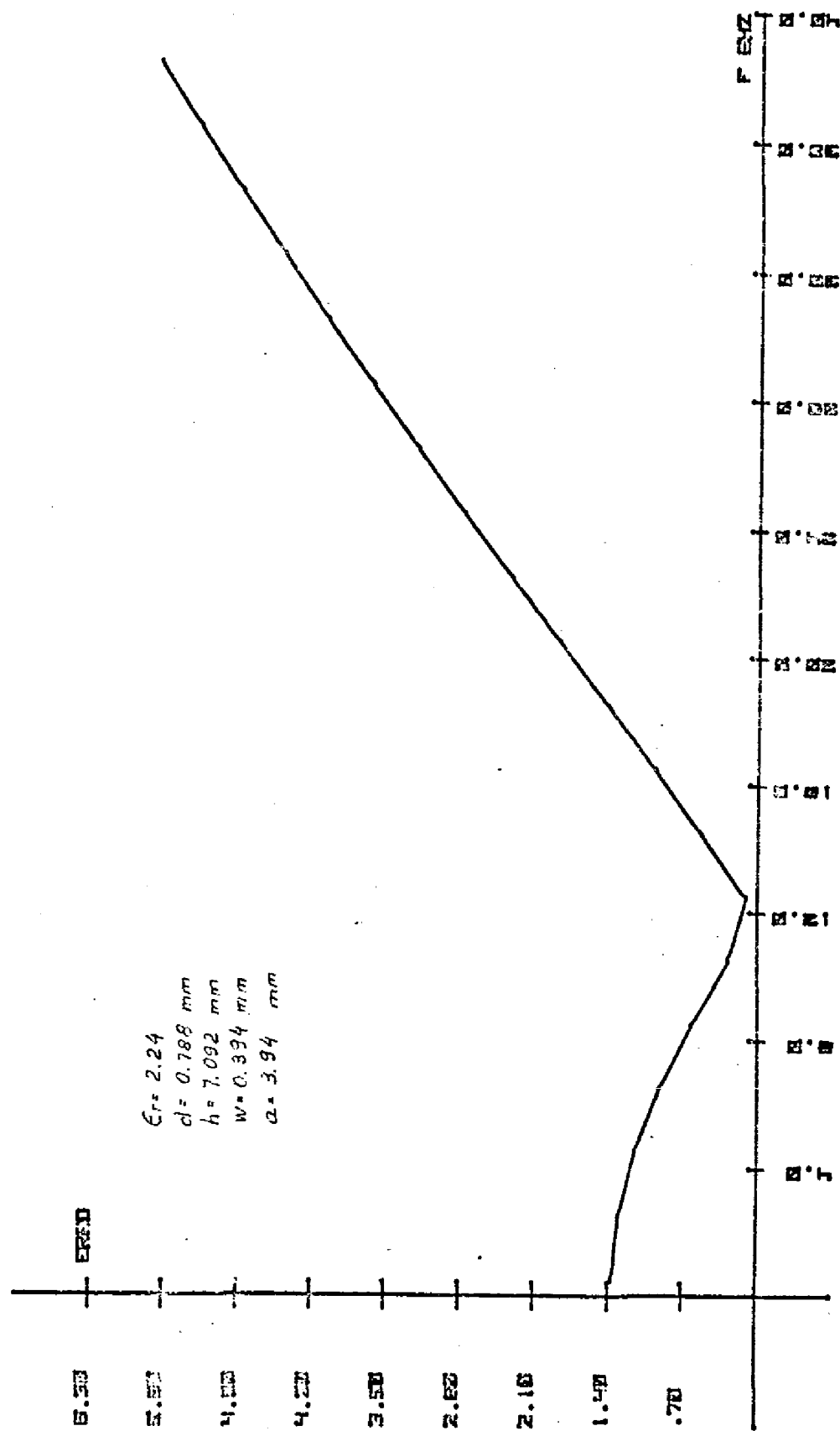


Fig. 4.16-Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência.

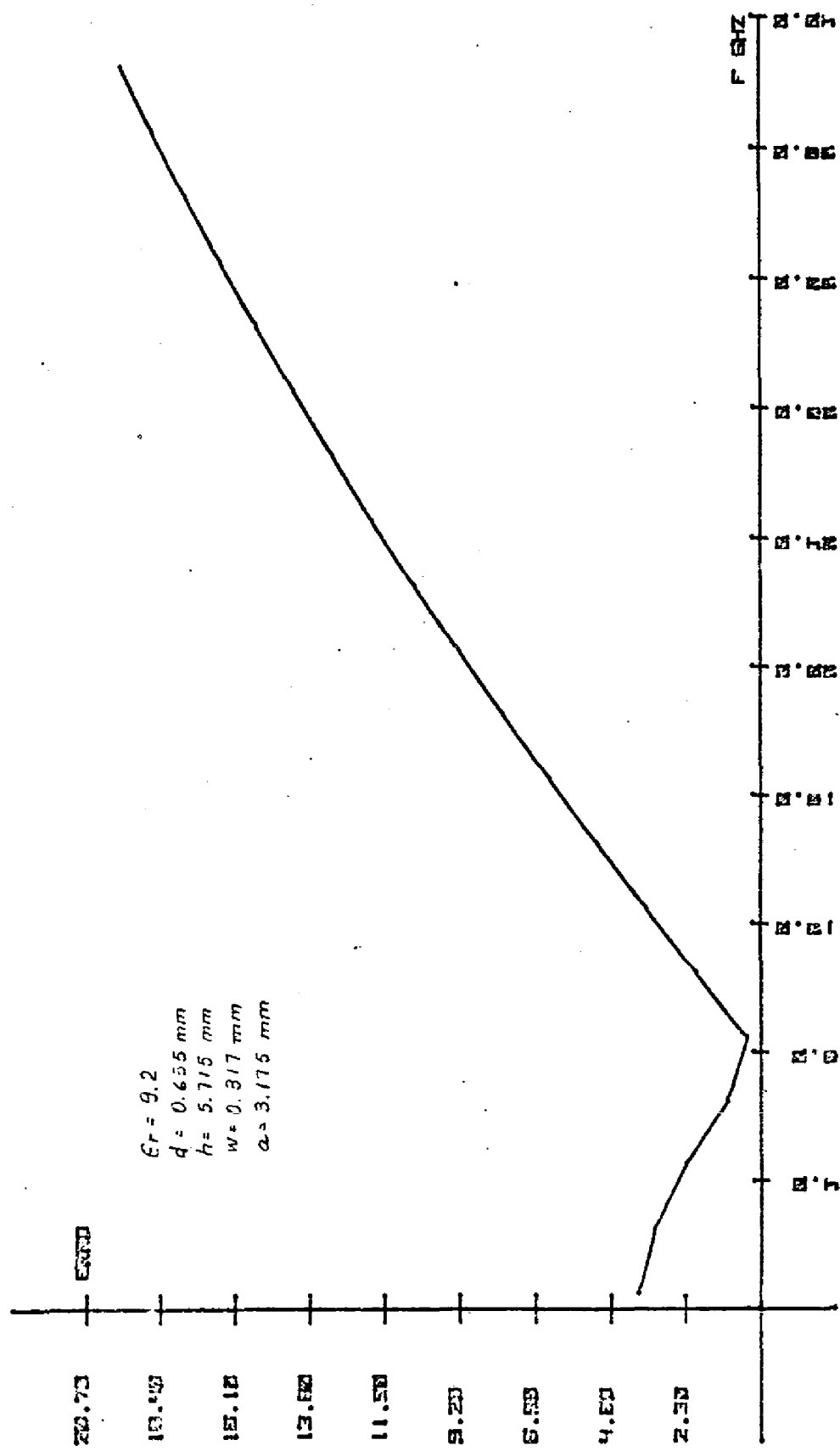


Fig. 4.17 - Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência.

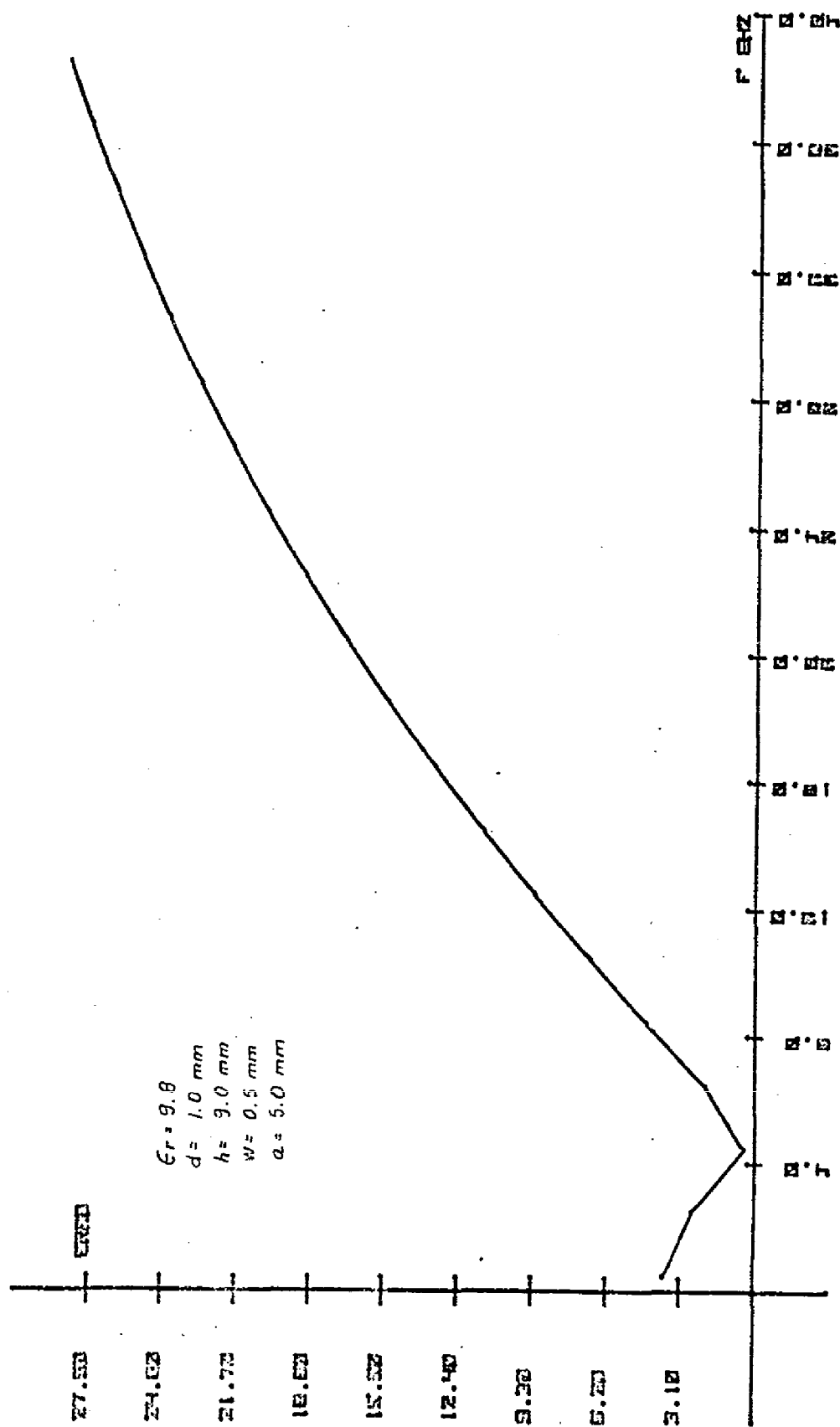


Fig. 4.18- Erro da solução TEM [4] em relação a este método para a constante dielétrica efetiva, em função da frequência.

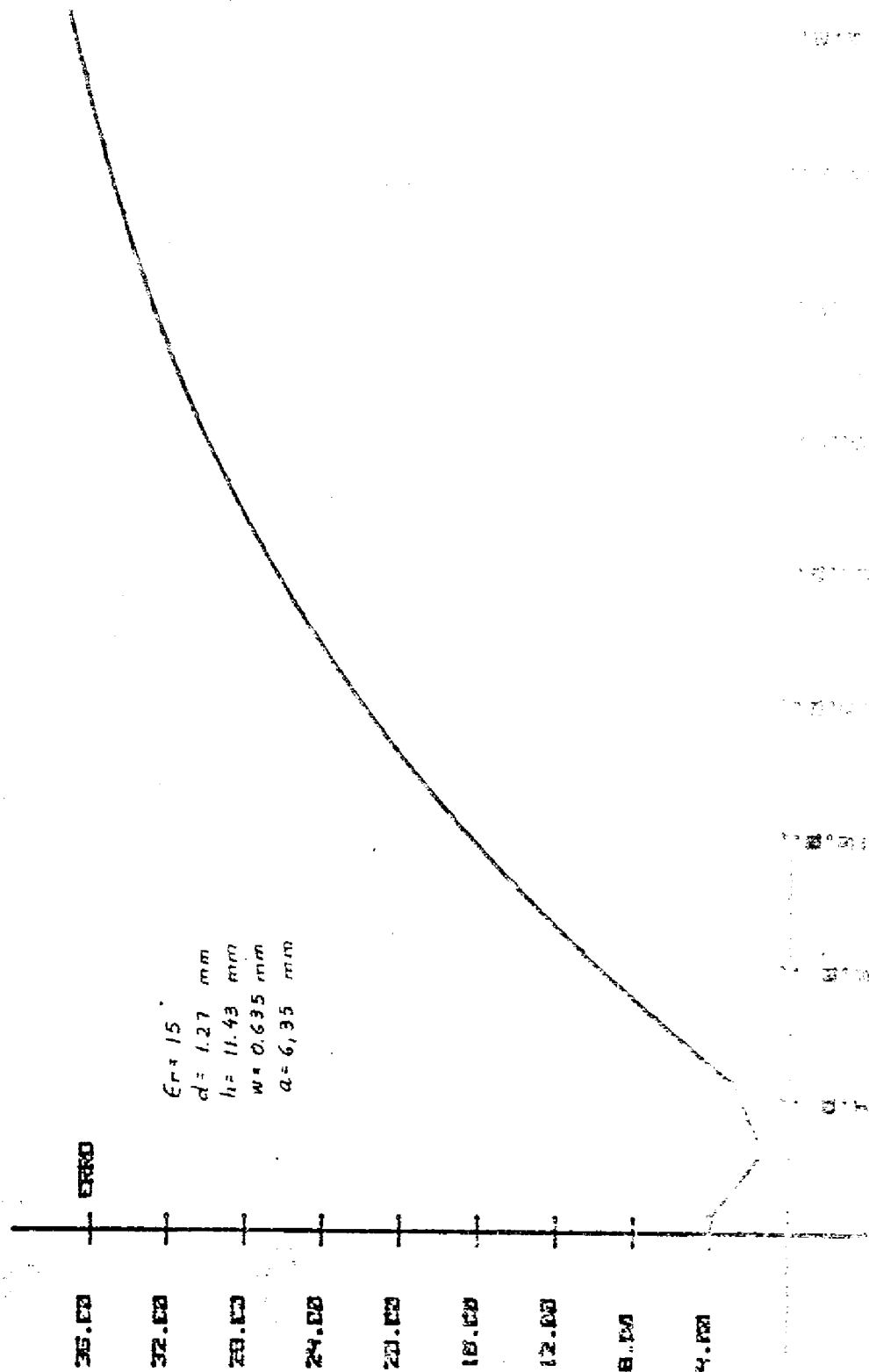


Fig. 19. Free de solution (1947) - an example of a secondary phase - an example of a secondary phase - an example of a secondary phase

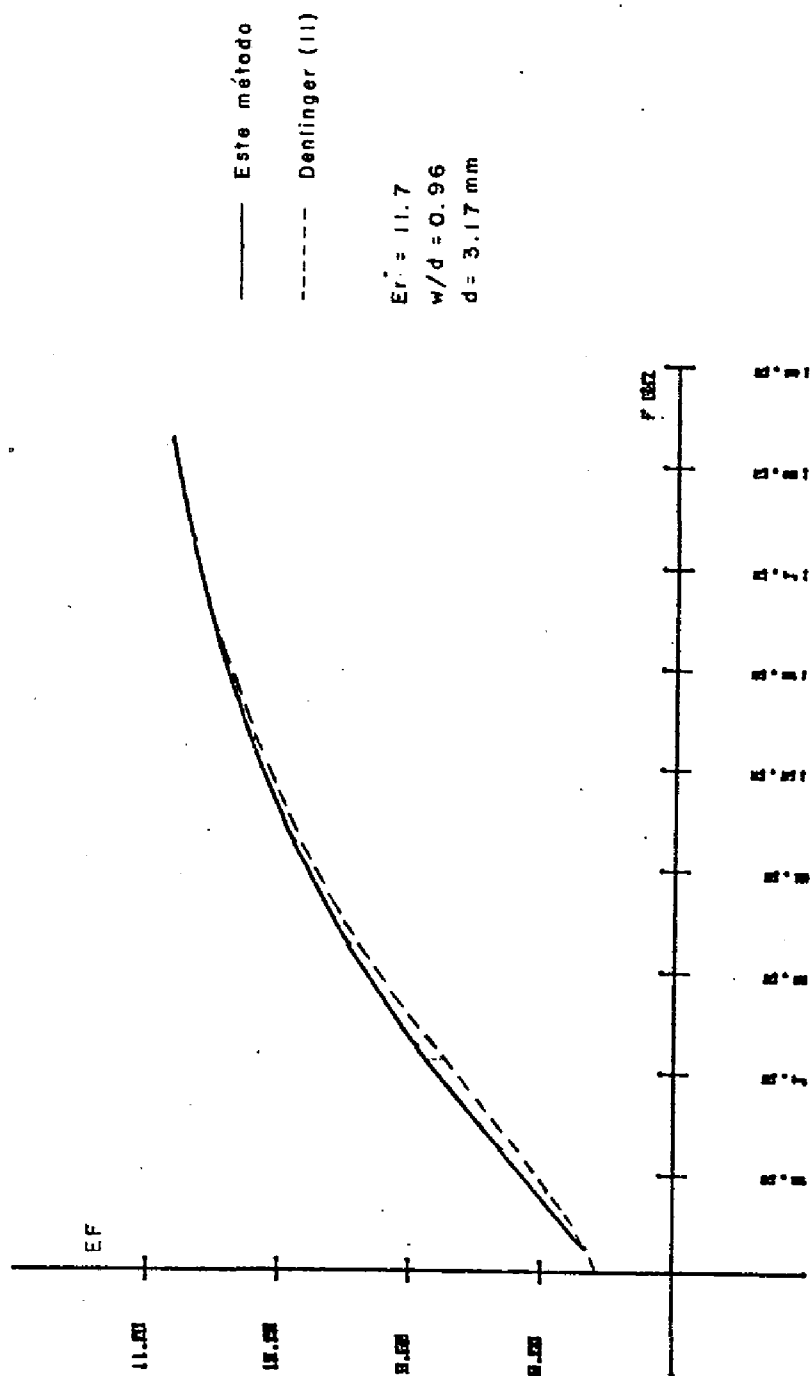


Fig. 4.20 - Constante dielétrica efetiva em função da frequência

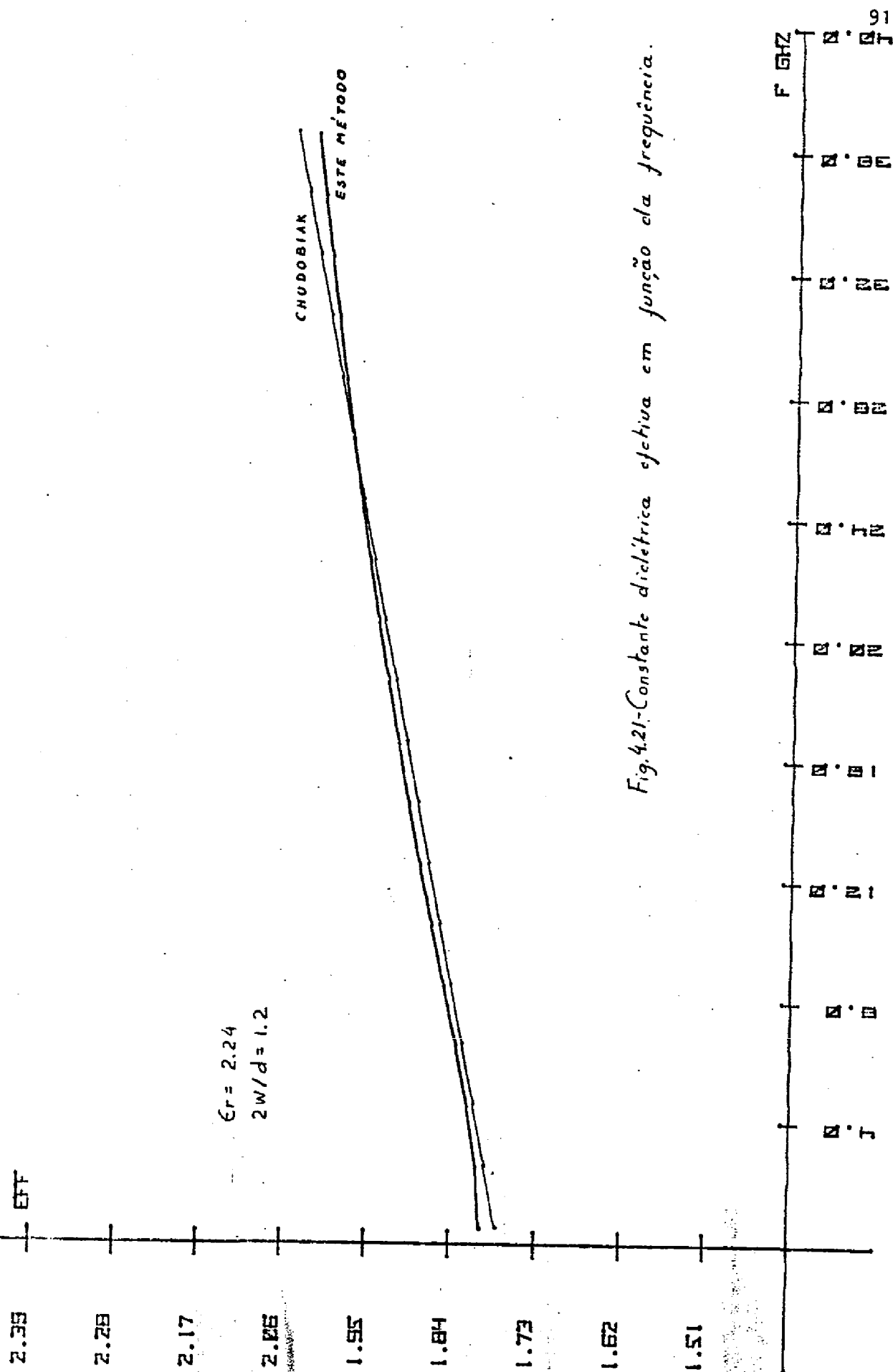


Fig. 4.21-Constante dielétrica efectiva em função da frequência.



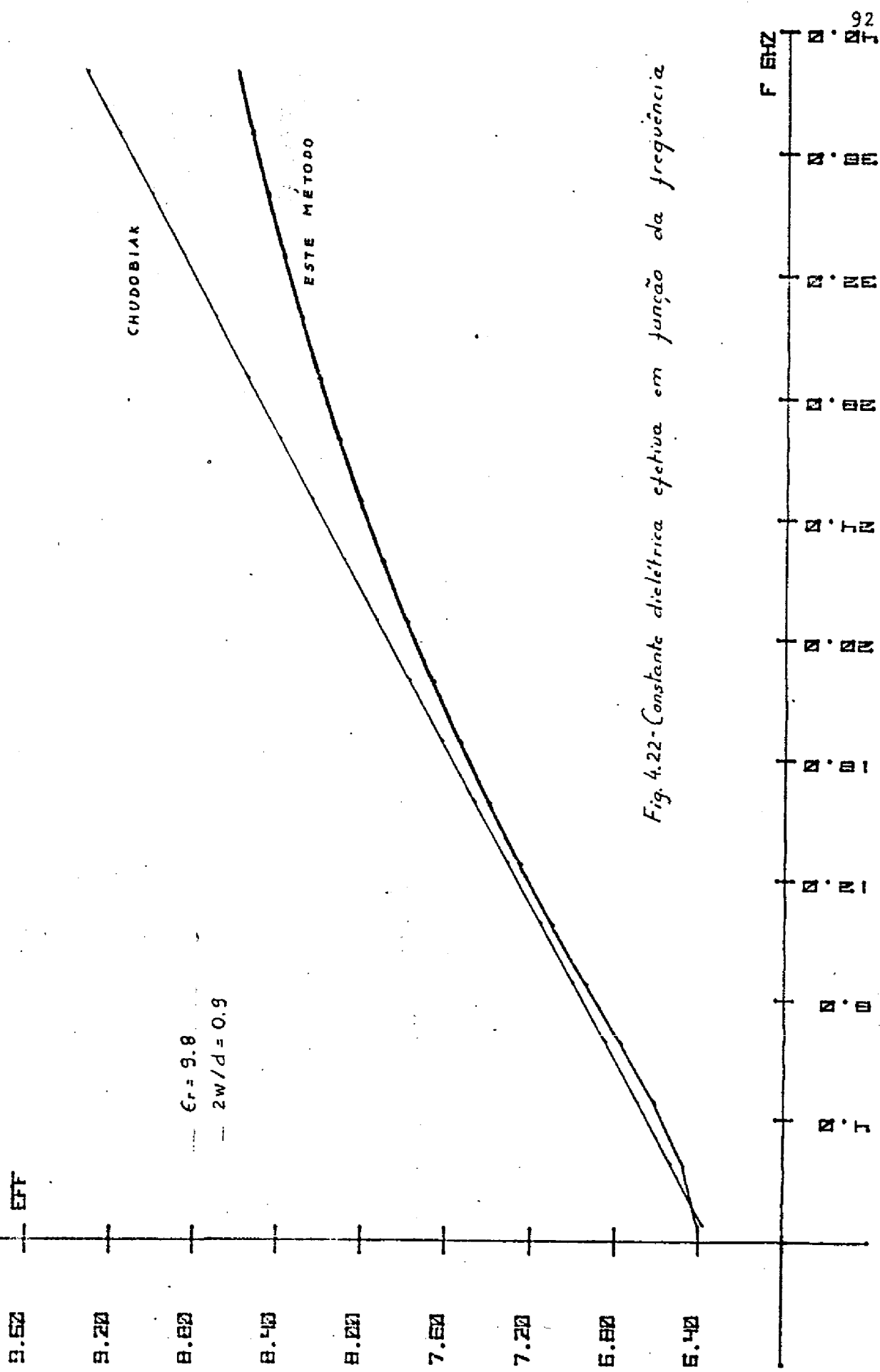


Fig. 4.22 - Constante dielétrica efetiva em função da frequência

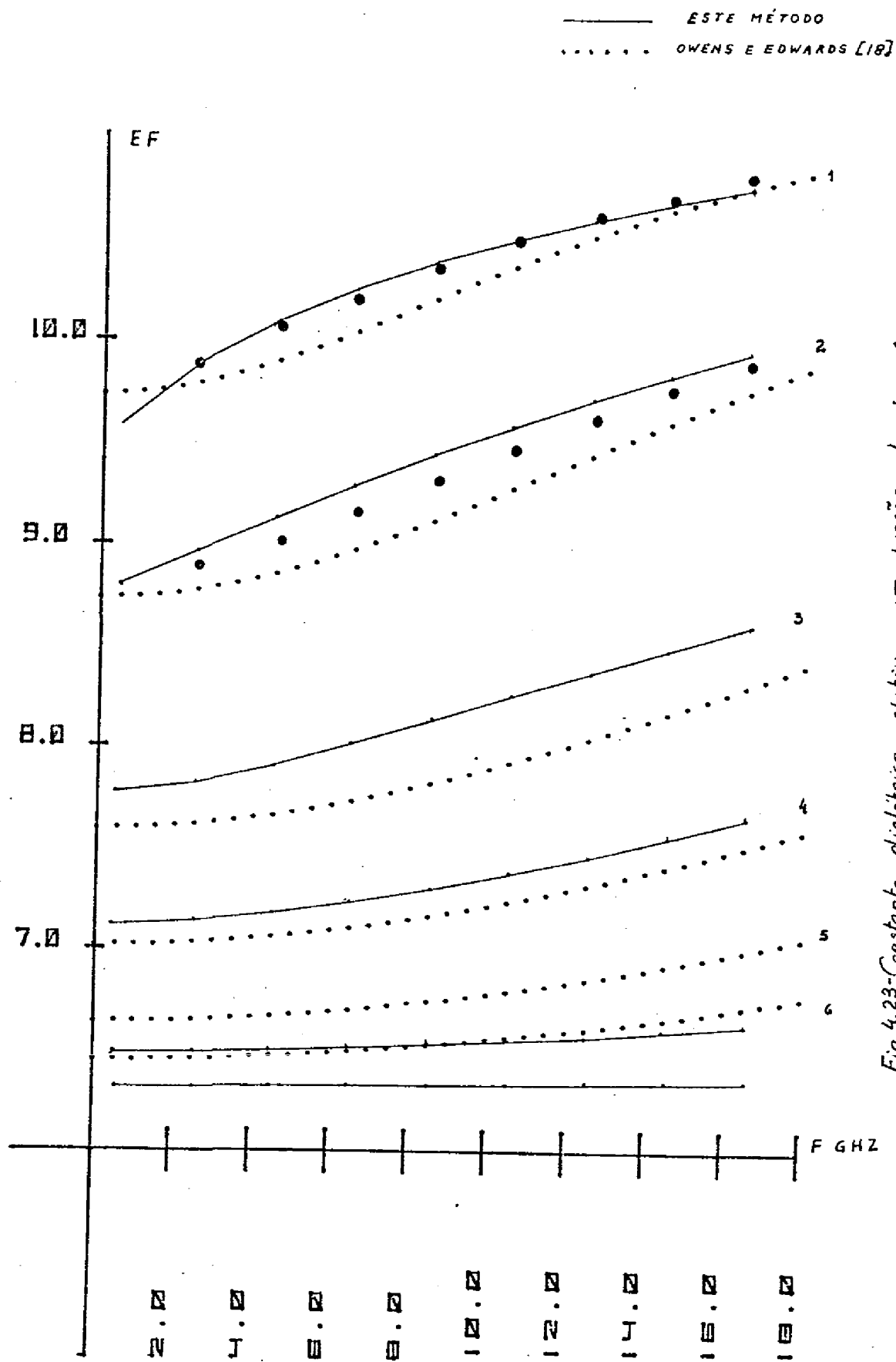


Fig. 4.23-Constante dielétrica efetiva em função da frequência

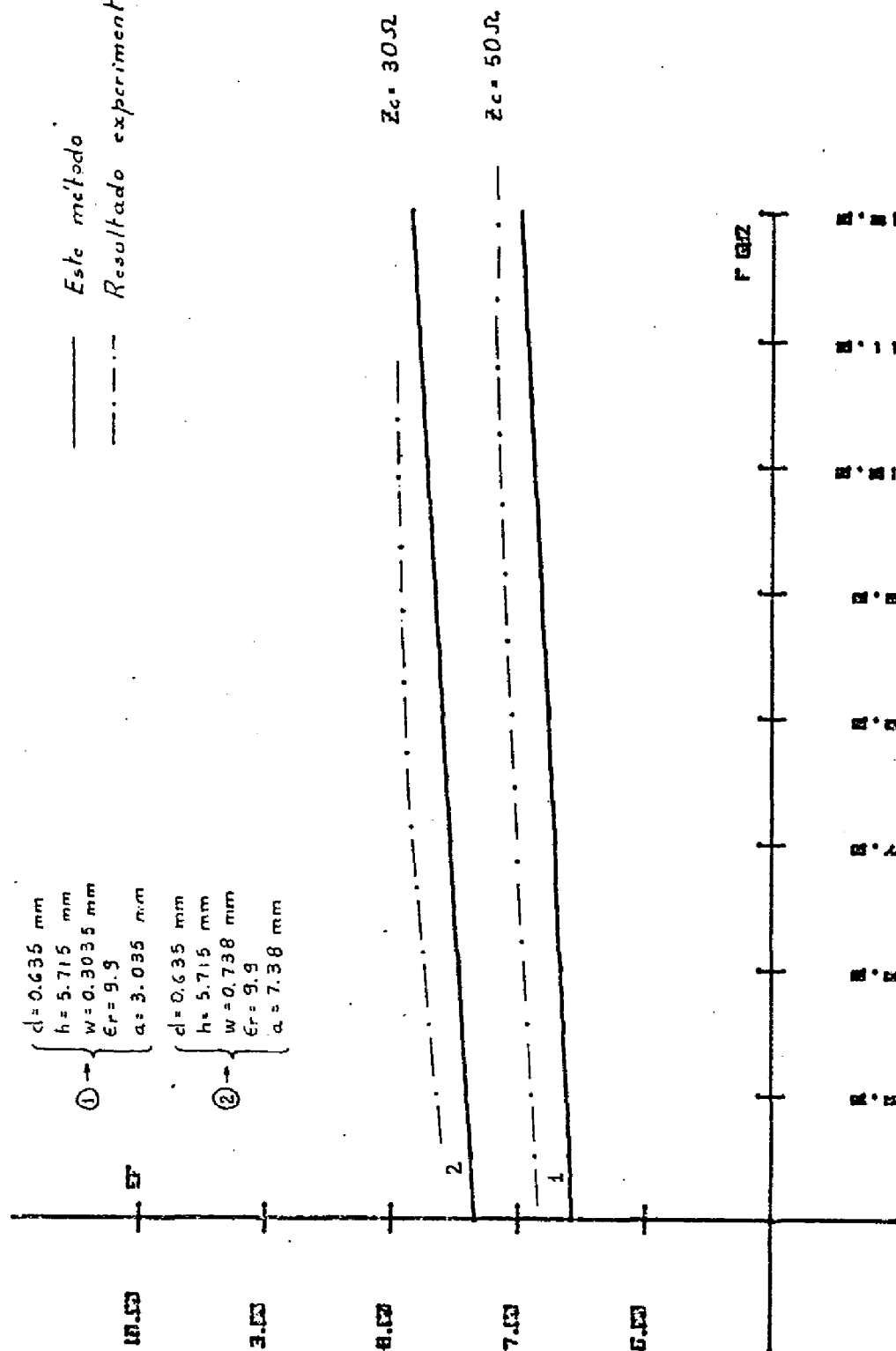


Fig. 4.24 - Constante dielétrica efetiva em função da frequência

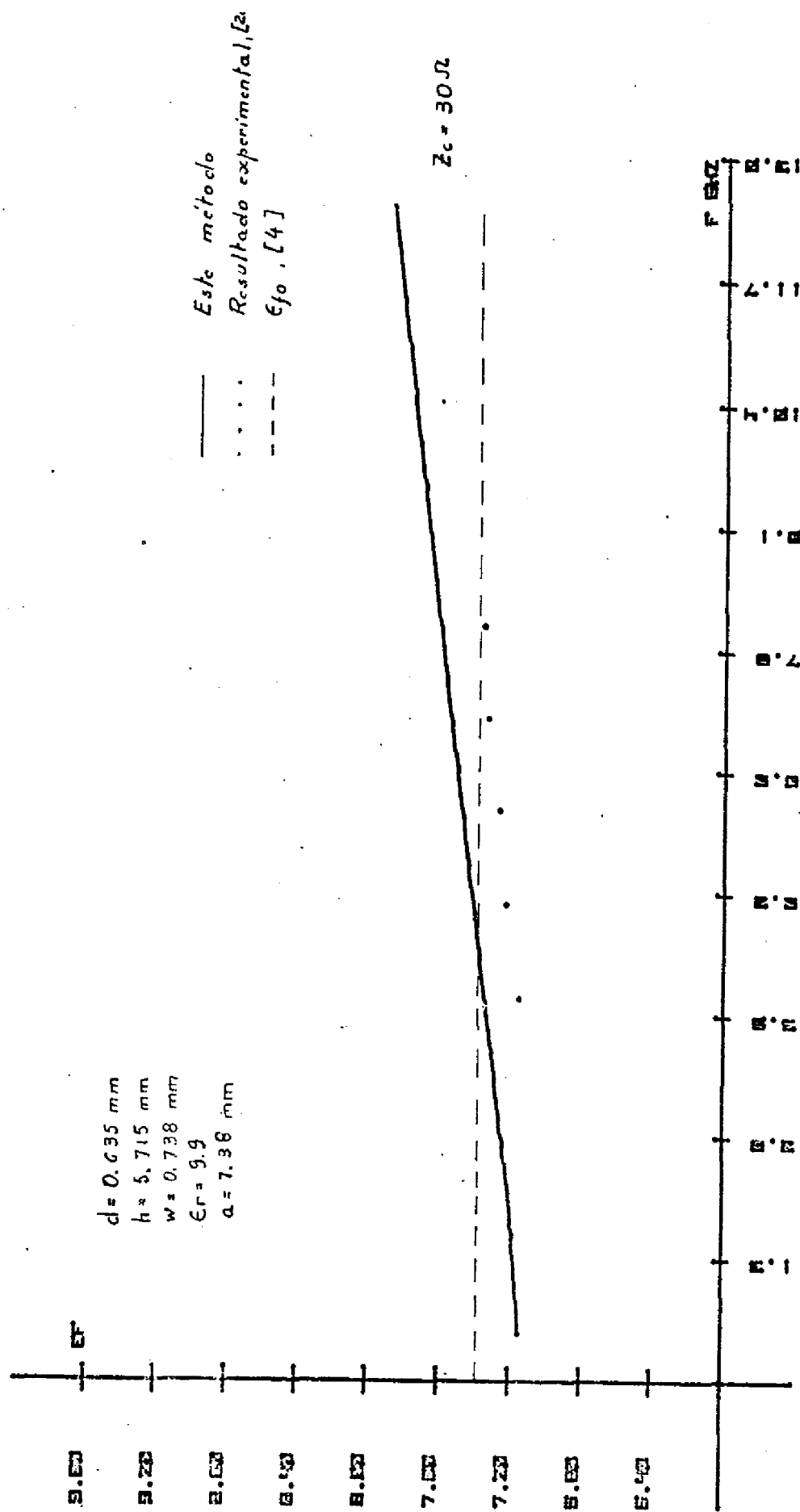


Fig. 4.25-Constante dielétrica efetiva em função da frequência

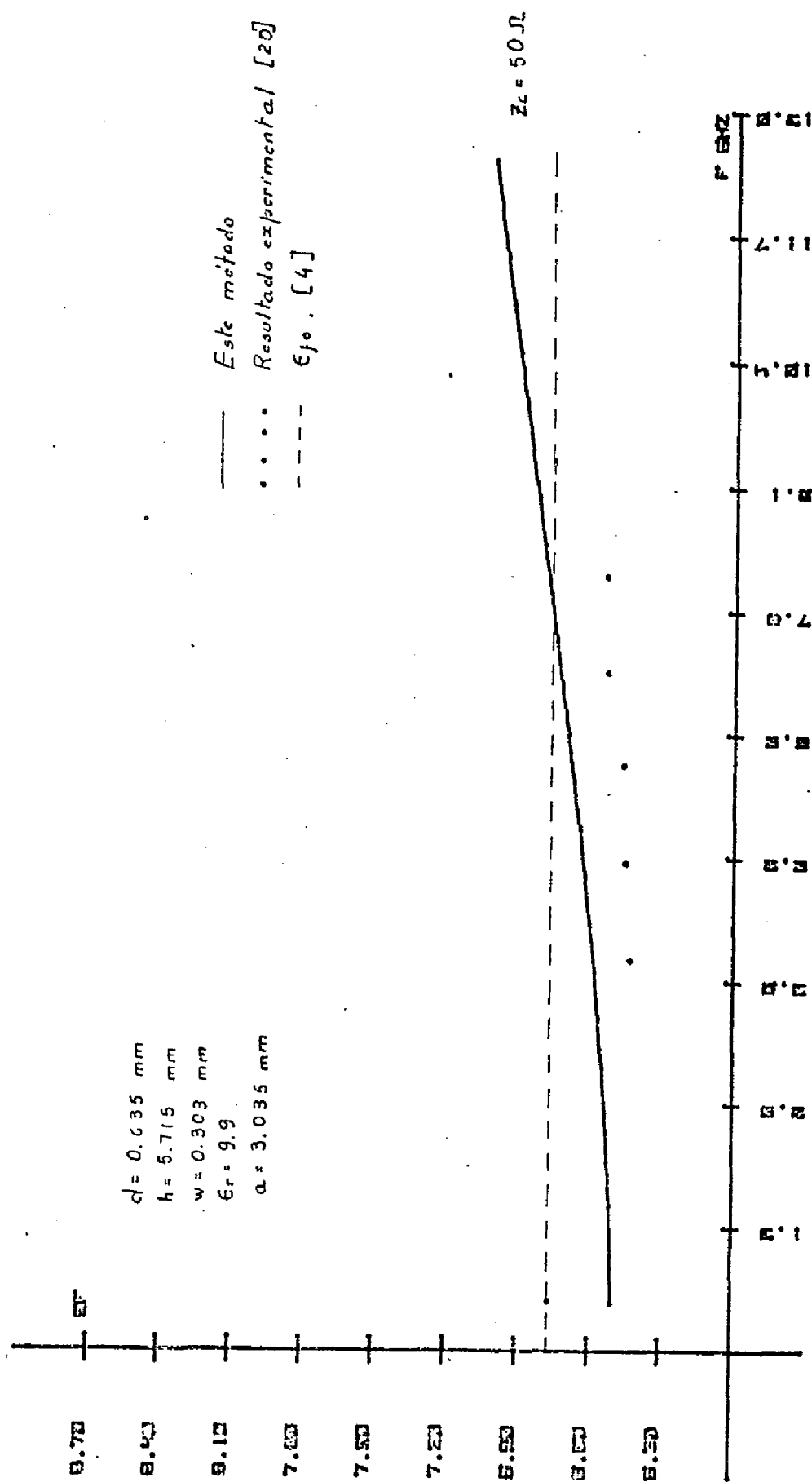
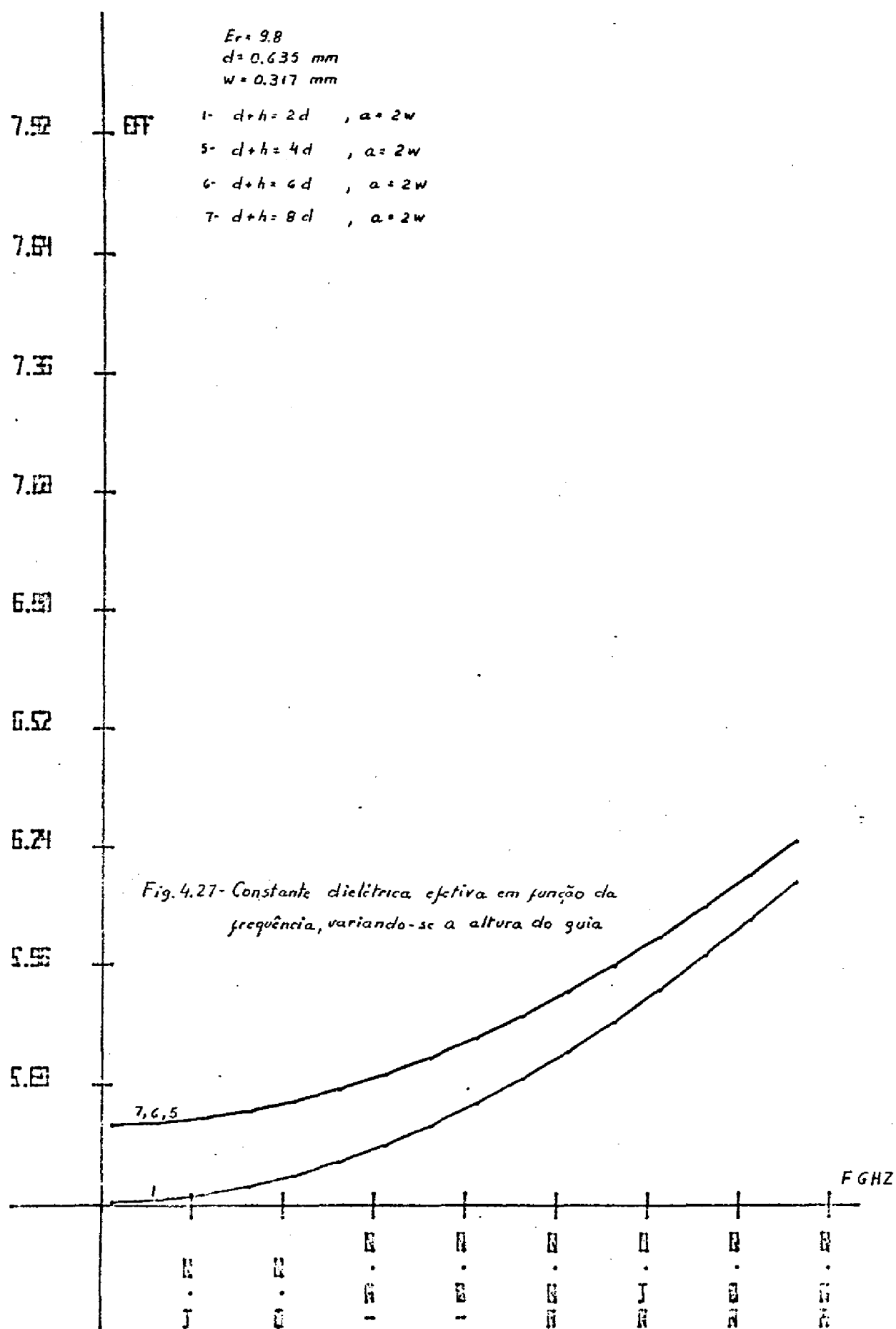
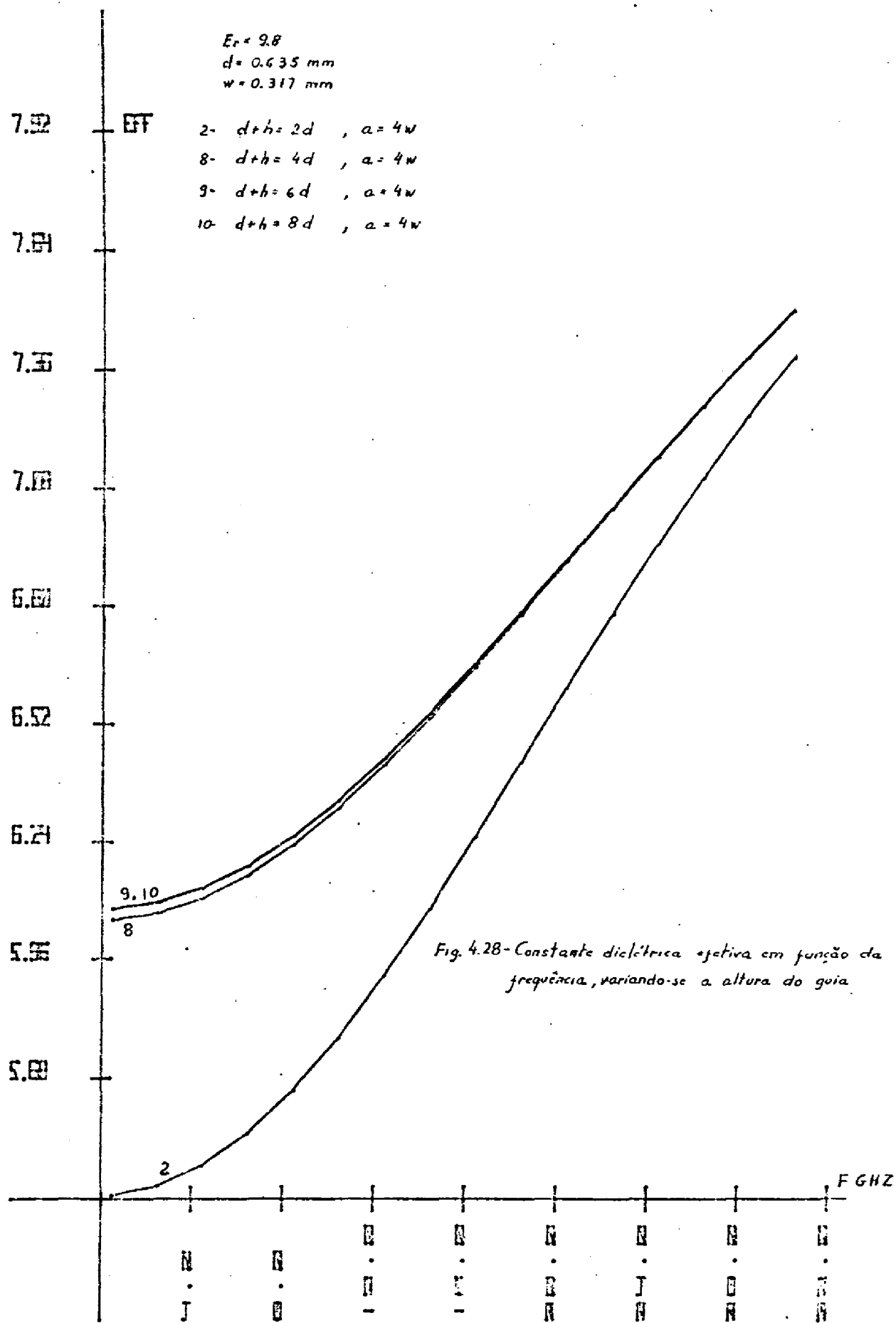
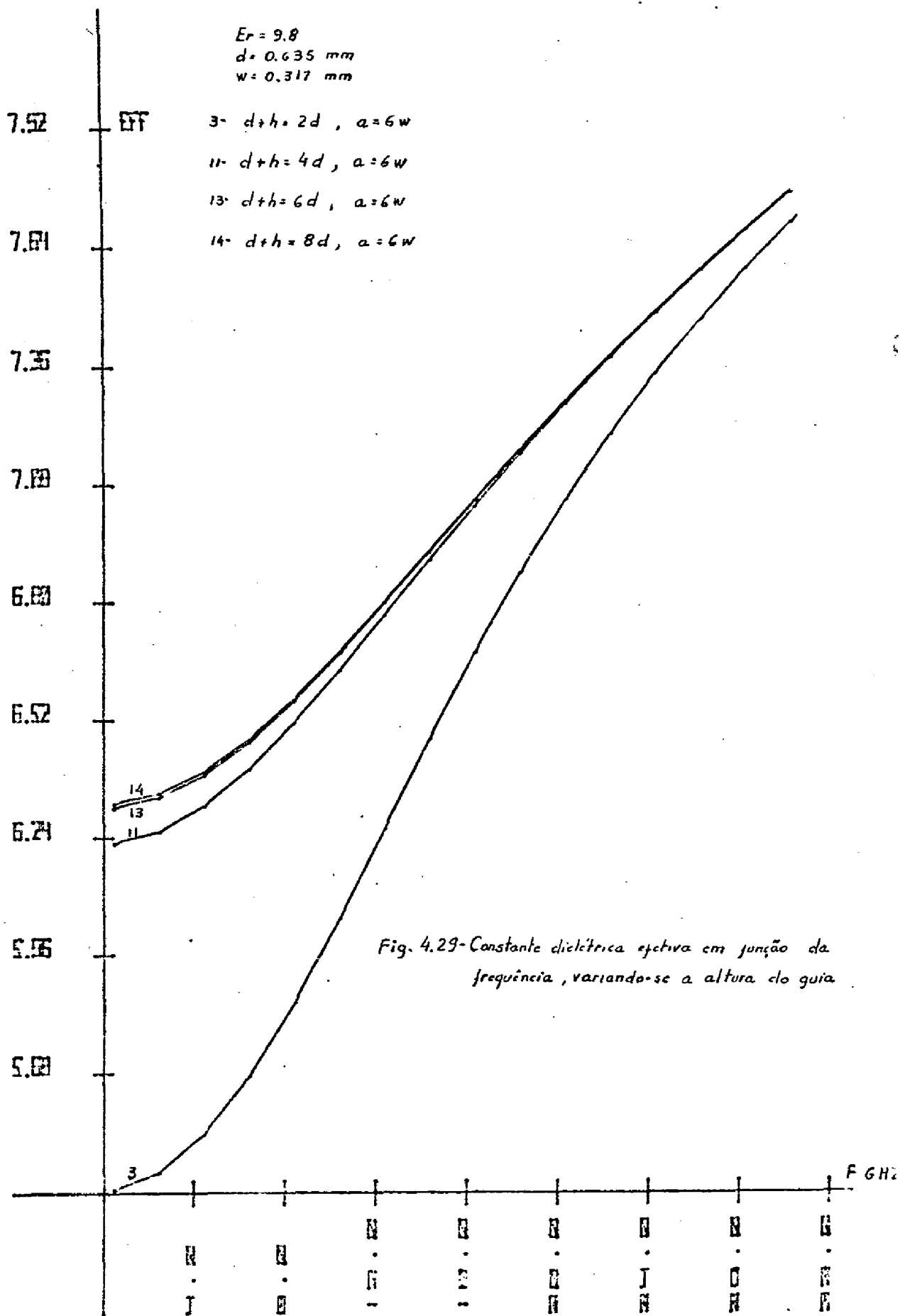


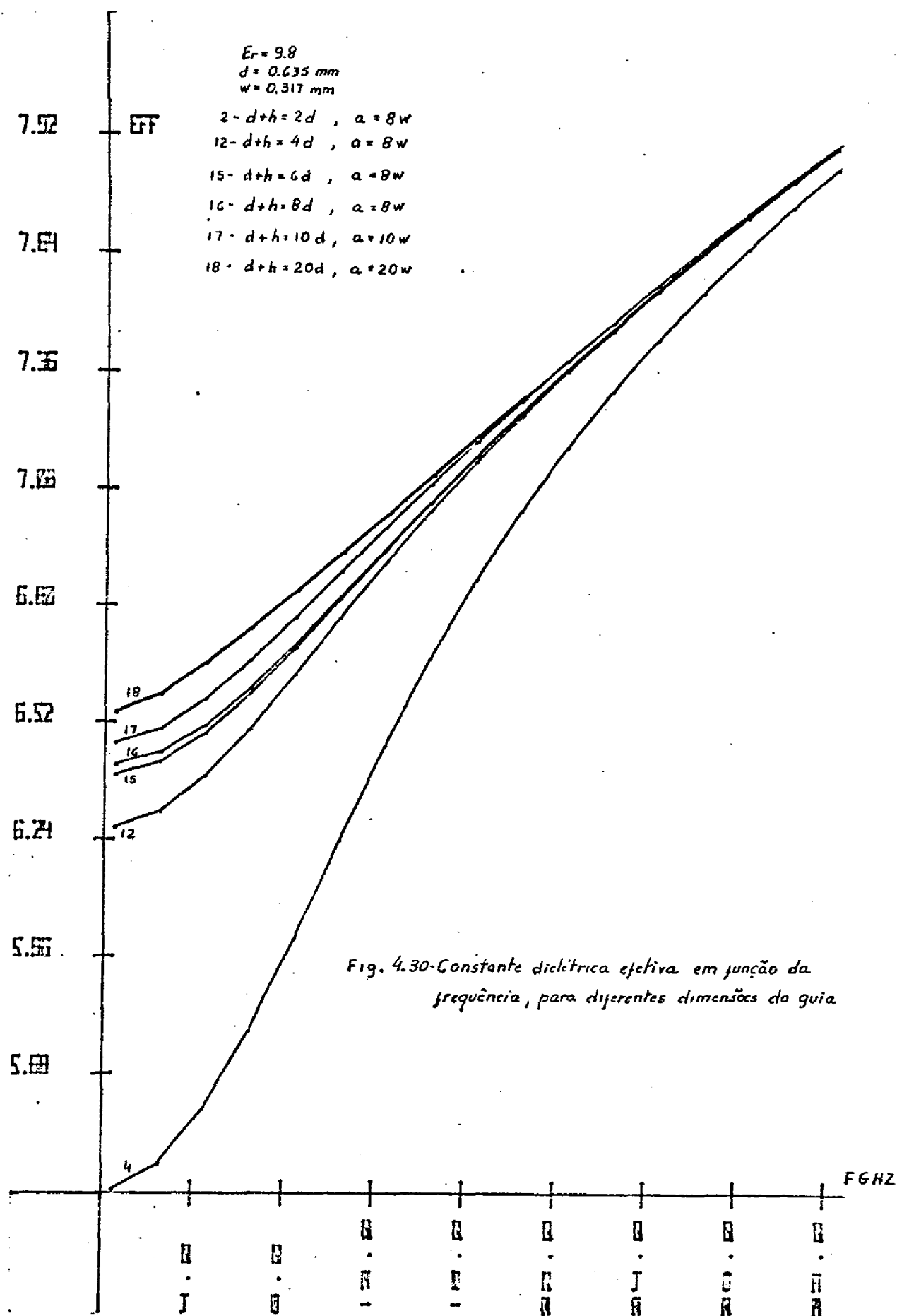
Fig. 4.26 - Constante dielétrica efetiva em função da frequência











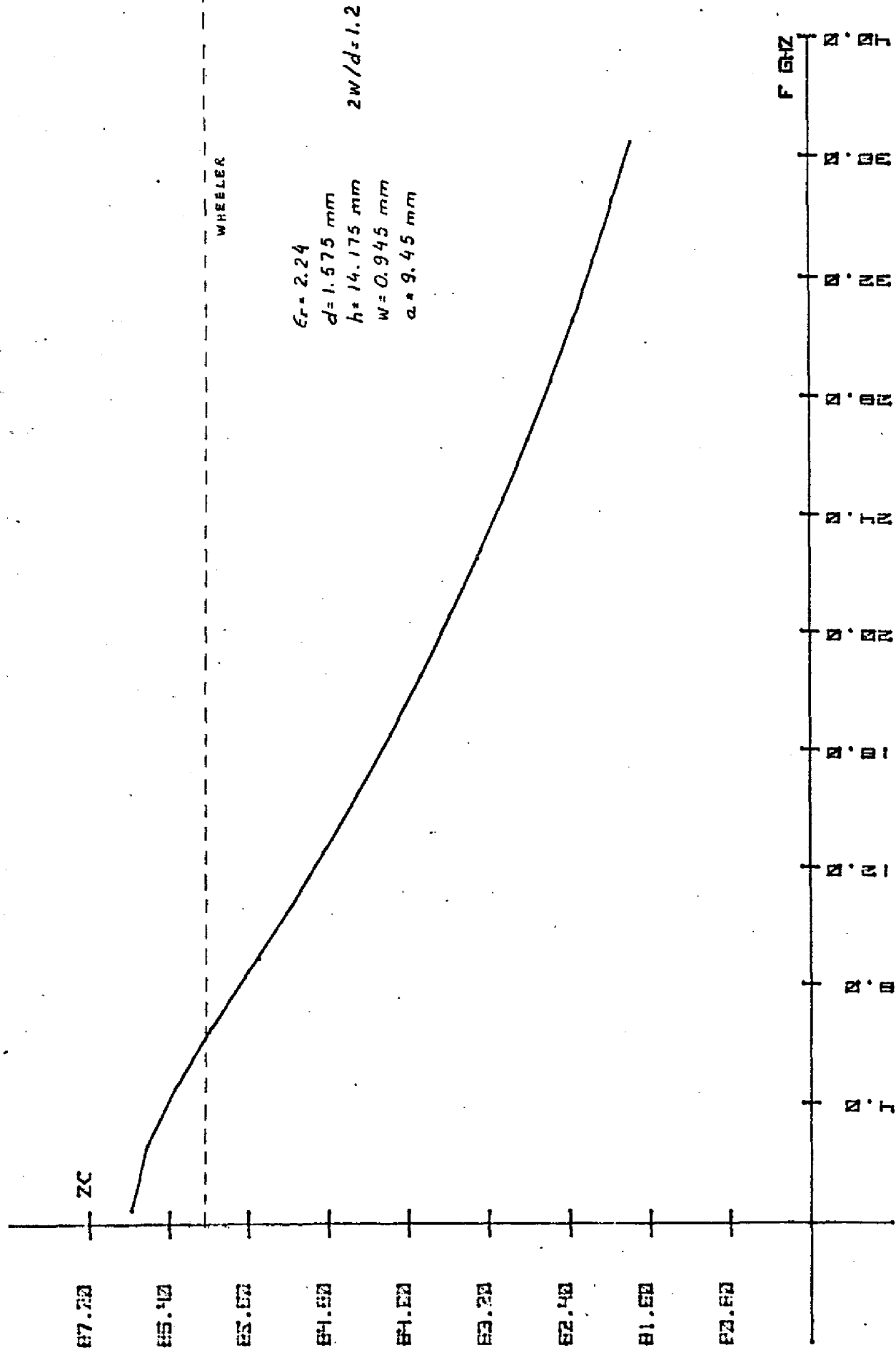


Fig. 4.31- Impedância característica em função da frequência

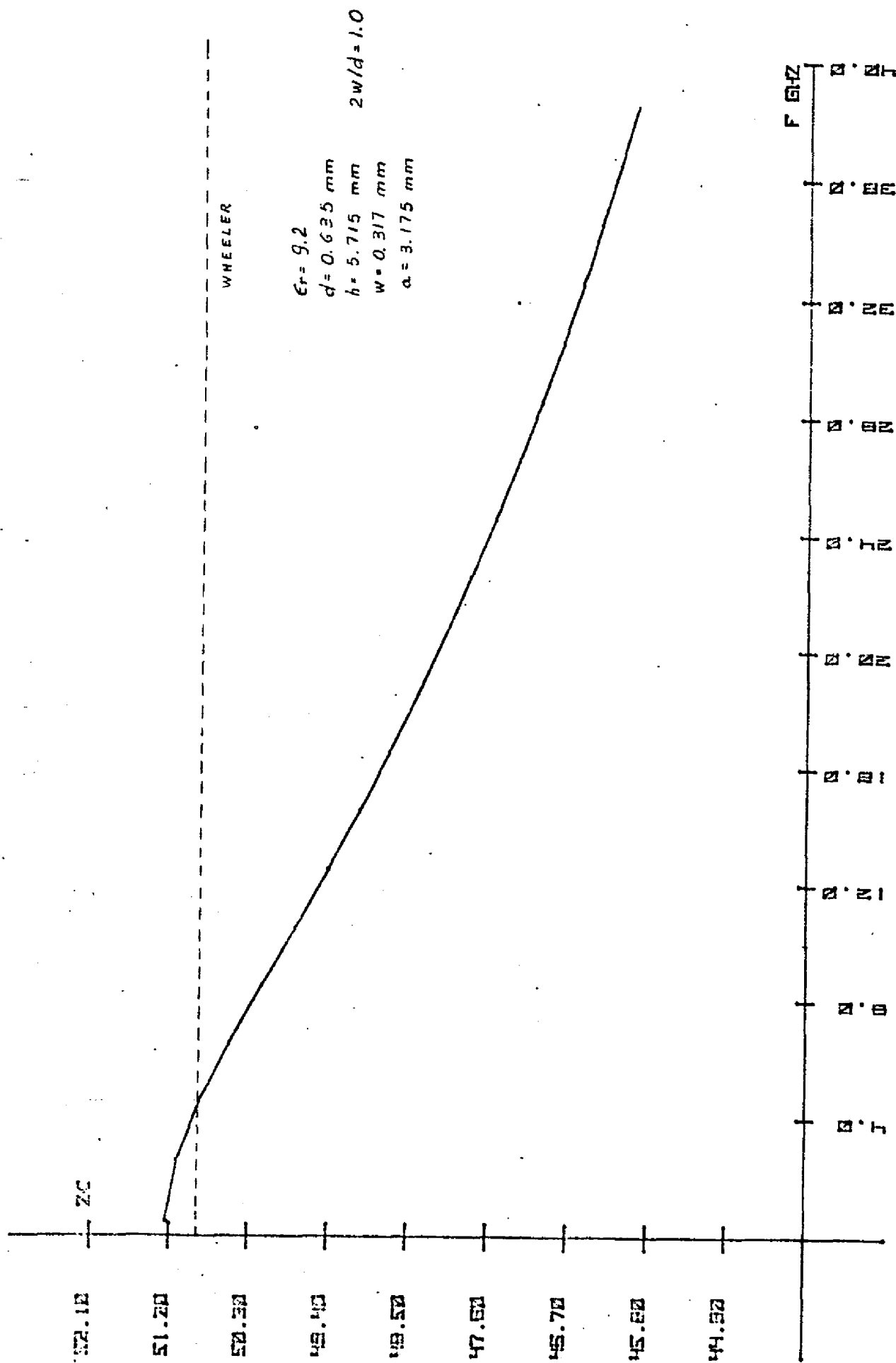
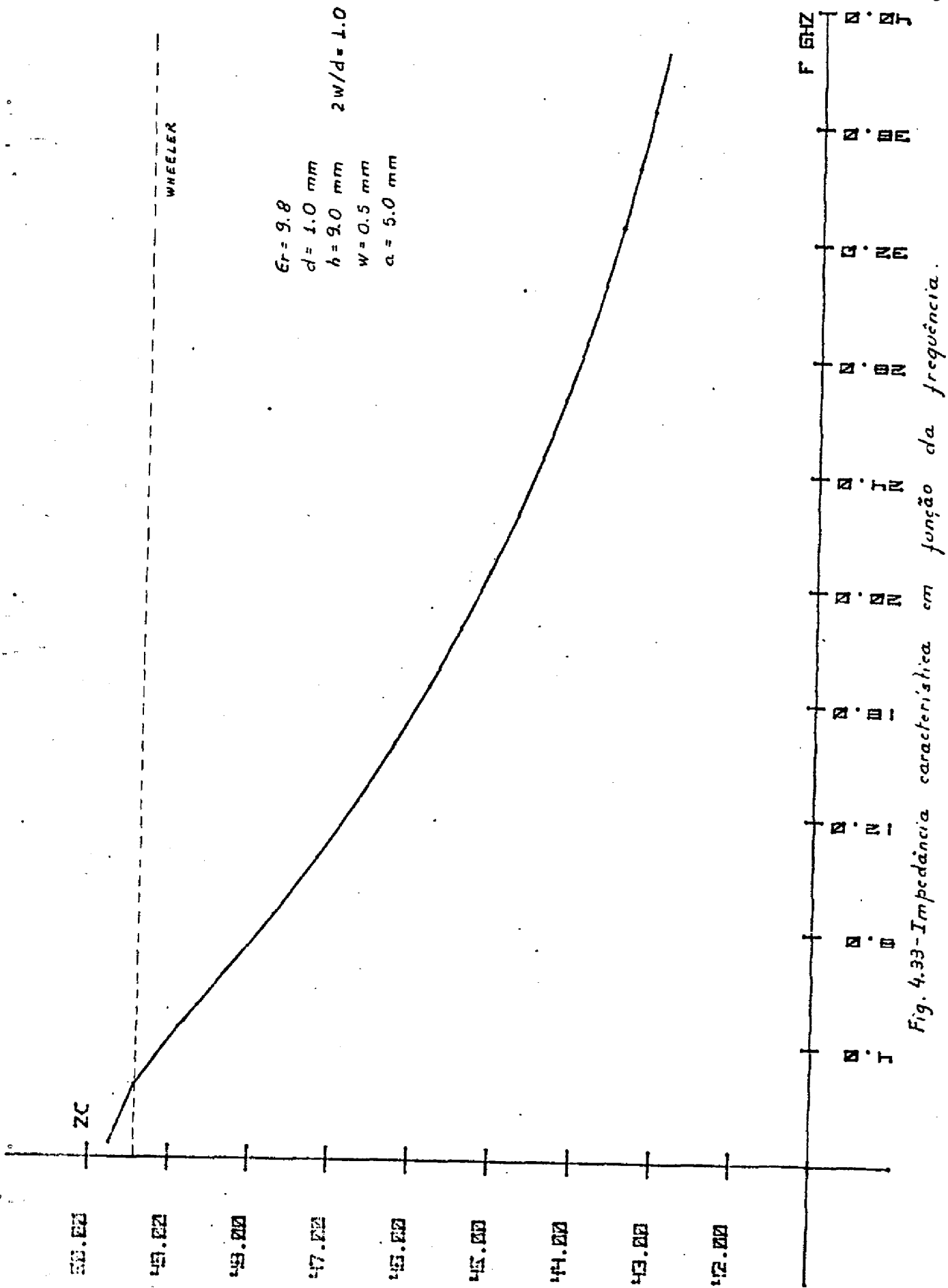


Fig. 4.32 - Impedância característica em função da frequência



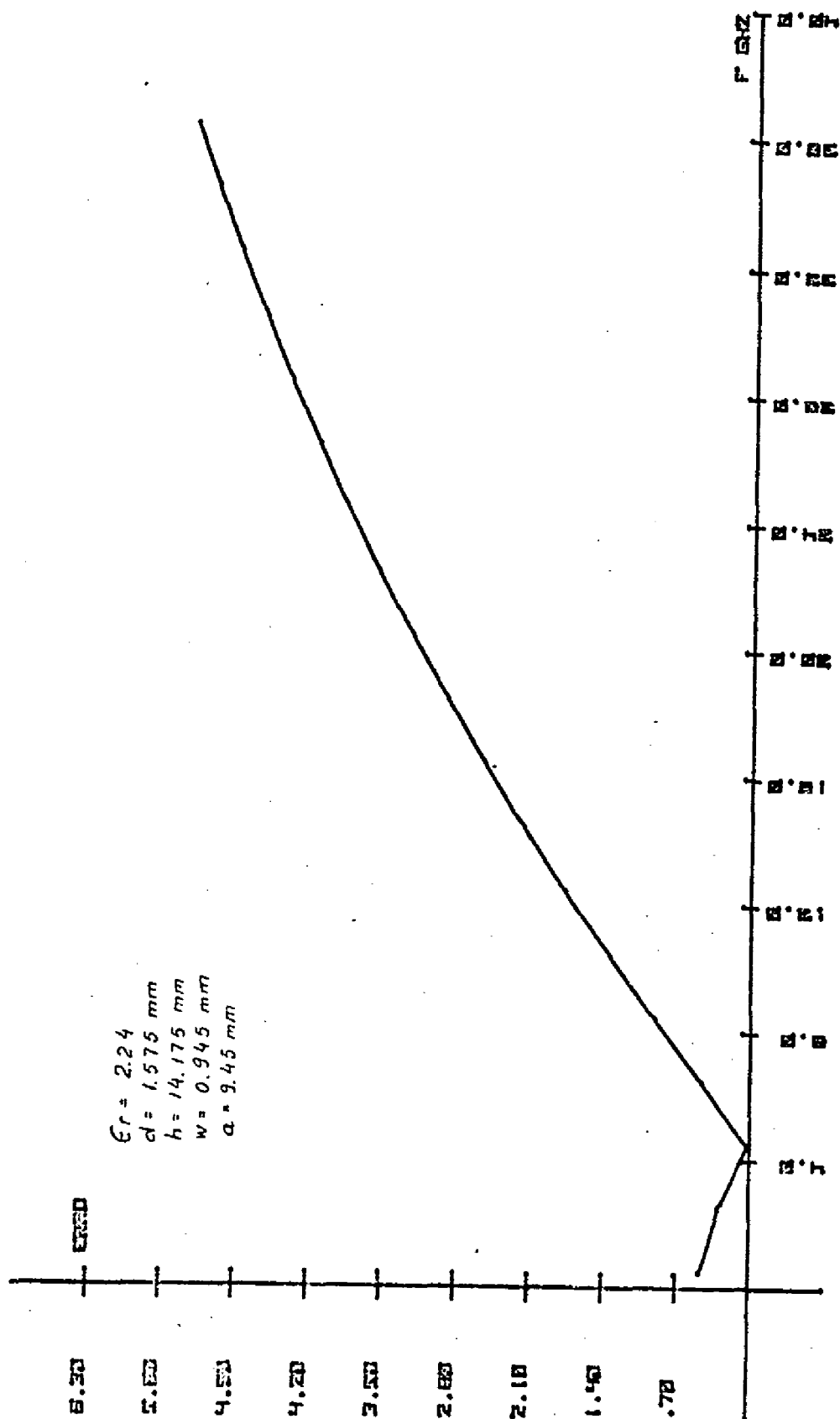


Fig. 4.34 - Erro da solução TEM [3] em relação a este método, para a impedância característica, em função da frequência.

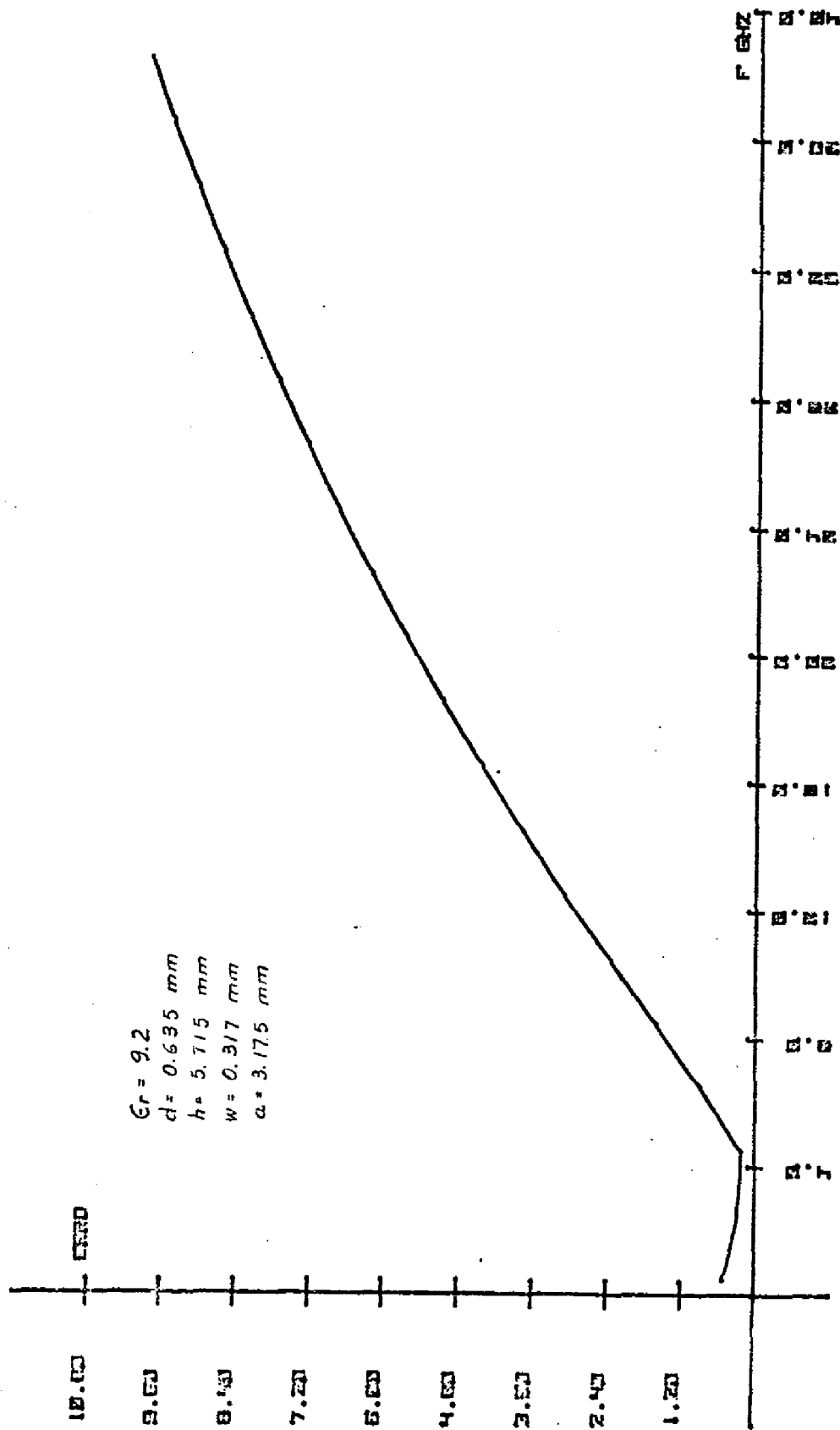


Fig. 4.35 - Erro da solução TEM [3] em relação a este método, para a impedância característica, em função da frequência.

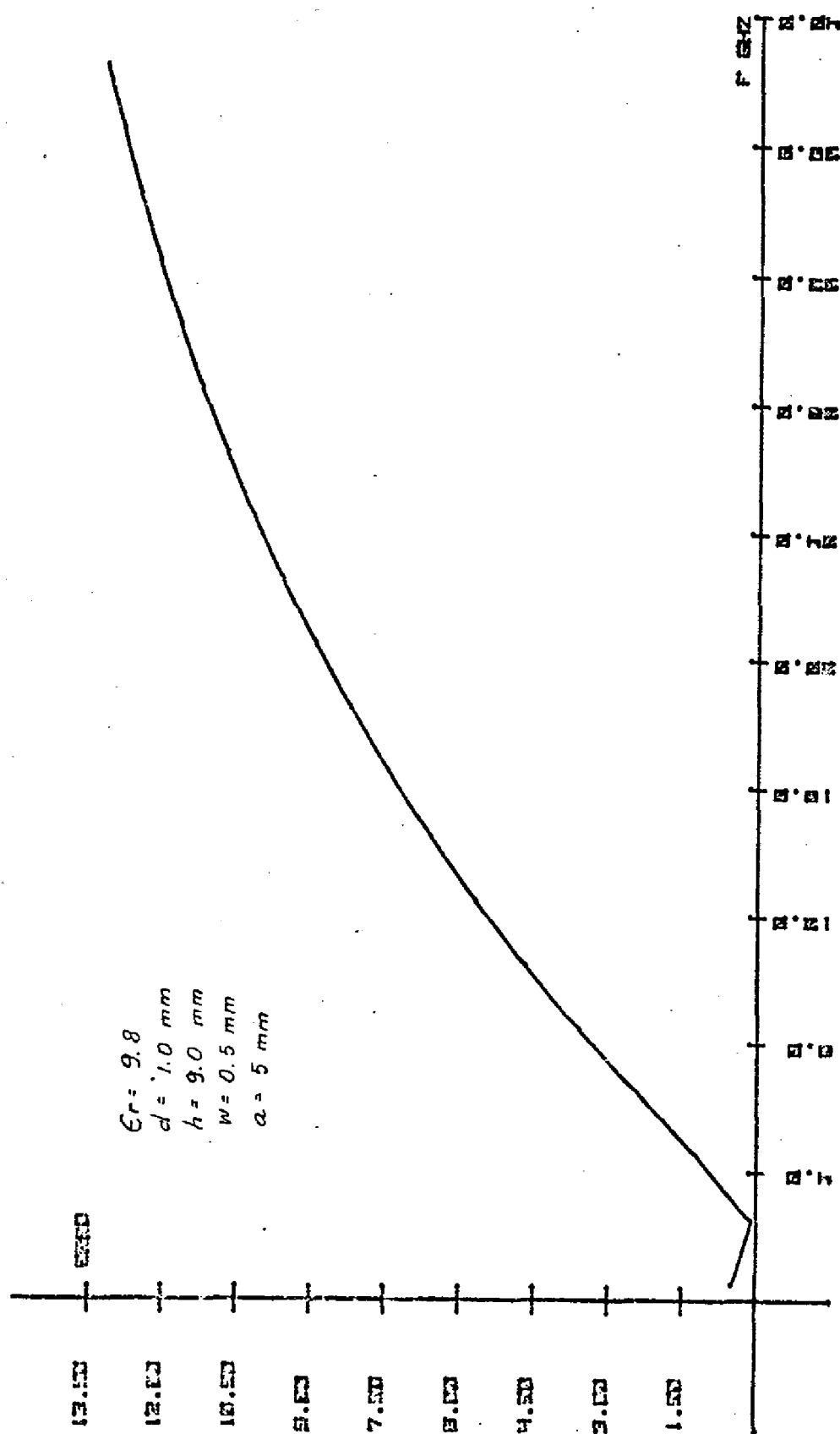


Fig. 4.36- Erro da solução TEM [37] em relação a este método, para a impedância característica, em função da frequência.

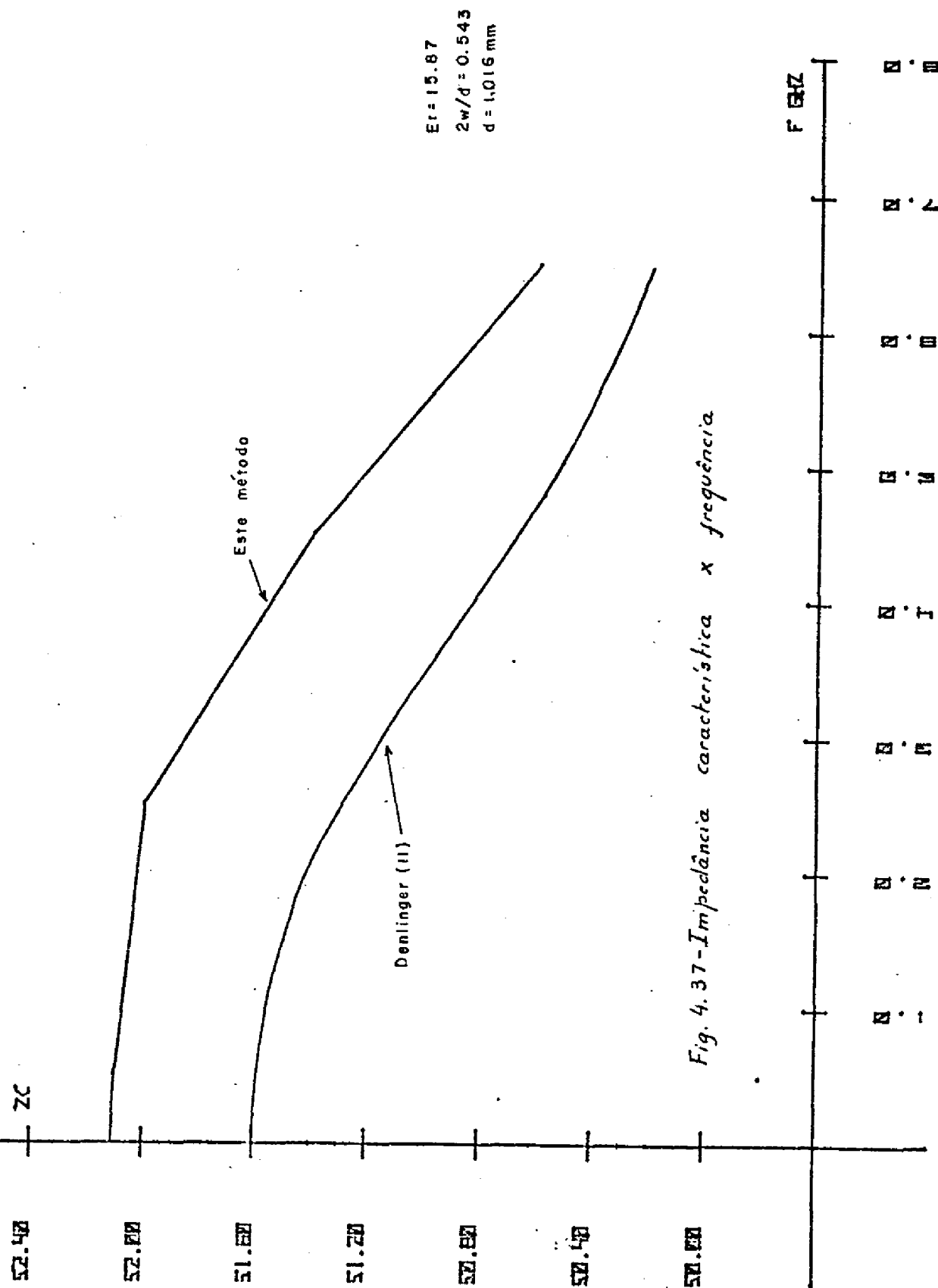


Fig. 4.37- Impedância característica x frequência



## APÊNDICE I

LISTAGENS DOS PROGRAMAS DE COMPUTADOR PARA O CÁLCULO  
DOS PARÂMETROS DAS LINHAS MICROSTRIP

Aqui são apresentadas as listagens correspondentes aos programas de computador, feitos para o cálculo dos parâmetros do microstrip, apresentados no capítulo 4.

O primeiro programa realizado, tem como finalidade a obtenção das raízes da equação característica 3.30 para a constante de fase do modo fundamental, calculando a partir delas, os valores de constante dielétrica efetiva e impedância característica. Estas raízes são determinadas utilizando-se o método da biseção [21], e o cálculo das expressões (3.30 e 3.31) para cada frequência é obtido em subrotinas, para as aproximações de ordem zero e primeira ordem. Neste programa também são calculados os resultados de Wheeler [3] para a impedância característica, os de Schneider [4] para a constante dielétrica efetiva e os erros destes resultados em relação aos obtidos acima. A listagem correspondente é apresentada a seguir, onde os dados da entrada são:

D = altura do substrato dielétrico em metros

H = distância entre o dielétrico e a tampa superior do envólucro em metros.

W = metade da largura da fita em metros

E = constante dielétrica relativa do substrato

C = metade da largura do envólucro em metros.



```

4  EP=X2*X2/4K
   DLP=X3*(EP-EP0)/DPR#100.
   ZC=ZC/50*(EP)
   DZ=ABS(ZC-DC)/ZC*100.
   WRITE(6,5)X1,EP,ZC,BT,DE,DZ
5  FORMATT(50,'BT= ',1X,B13.5,4X,'EP= ',1X,B13.5,4X,'ZC= ',1X,B5.4,4X,'BT
   DE= ',1X,B13.5,4X,'DE= ',1X,B5.2,4X,'DZ= ',1X,B5.2/)
   GO TO 15
6  EP=X1*X1/4K
   DLP=X3*(EP-EP0)/DPR#100.
   ZC=ZC/50*(EP)
   DZ=ABS(ZC-DC)/ZC*100.
   WRITE(6,6)X1,EP,ZC,BT,DE,DZ
   GO TO 15
7  WRITE(6,7)1Y,1X
8  FORMATT(77,10X,'A A A A A A I D R D E ',1X,' ',50MINDR,10E',13,'F',77)
   GO TO 15
9  GAMMA=(X1+X2)/2.
   EP=X2-X1
   DP=EP/X2
   IF (DP.LT.TOL) GO TO 11
   K=1
   IF (A.LT.5) K=1
   CALL FUNC(W,1,GAMMA,1,D,H,Y,Z,C,V)
   V=V*K
   IF (V) 10,1,1.
10  X2=GAMMA
   GO TO 5
12  X1=GAMMA
   GO TO 3
11  BT=GAMMA
   EP=BT*BT/4K
   DLP=X3*(EP-EP0)/DPR#100.
   ZC=ZC/50*(EP)
   DZ=ABS(ZC-DC)/ZC*100.
   IF (D.LT.DP) GO TO 1
   WRITE(6,8)X1,BT,ZC,BT,DE,DZ
   GO TO 15
17  X1=X2
   DPA
   GO TO 1
18  CONTINUE
   GO TO 30
40  STOP
END

```

## Subrotina

```

SUBROUTINE FUNCAD (F,BT,M,D,H,W,F,C,SOMA)
PI=ACOS(-1.)
A=((1.*PI*F)**2)*3.5416*PI
T=A*B-BT*B
T1=A-BT*B
FUNC1=T*T1
SGM=0.
DO 1 N=1,M
AF=(N-0.5)*PI/C
AFF=AF**2
FUNC4=2.*SIN(AFF)/AFF
FUNC5=2.*COS(AFF)-2.*SIN(AFF)/AFF+2.*(1.-COS(AFF))/(AFF**2)/(AF
**AFF)
T2=BT**AF**A*(1.-E)
FUNC6=T2*T2
YY=AF**AF-T
Y=SQRT(A**5(YY))
IF(YY)2,1,2
2 FUNC2=T1*Y*TANH(Y*D)
FUNC7=T1*Y*TANH(Y*D)
FUNC9=T1**2*Y/TANH(Y*D)
GO TO 4
3 FUNC2=-T1*Y*TANH(Y*D)
FUNC9=T1**2*Y/TANH(Y*D)
FUNC7=FUNC2
4 ZZ=AF**AF-T1
Z=SQRT(A**5(ZZ))
IF(ZZ)5,1,5
5 FUNC3=T*Z*TANH(Z*H)
FUNC8=T*Z*TANH(Z*H)
FUNC10=T**2/TANH(Z*H)
GO TO 7
6 FUNC3=-T*Z*TANH(Z*H)
FUNC8=FUNC3
FUNC10=1*Z/TANH(Z*H)
7 FUNC=FUNC1+(FUNC2+FUNC7)*((F/FUNC4+FUNC5)**2)/(FUNC6+A*(FUNC7+FUNC9)
**((FUNC9+FUNC10)))
SOM=SOM+FUNC
1 CONTINUE
SOM=SGM
RETURN
END

```

Para a aproximação de primeira ordem, basta substituir a subrotina da listagem anterior por:

```

SUBROUTINE FUNCAC (F,BT,W,D,H,W,F,C,SCNA)
PI=3.141592653589793
AB=((3.457+P)*AC)+3.5416*PI
T=AB-BT*BT
T1=AB-BT*BT
FUNC1=T+T1
SCNA1=0
SCNA2=0
SCNA3=0
DO 1 N=1,N
AF=(A-C*F)*BT/C
AFB=AF*W
FUNC4=2.*SIN(ABF)/ABF
FUNC5=3.*(COS(ABF)-2.*SIN(ABF)/ABF+3.*(1.-COS(ABF))/(ABF*ABF))/(AF
*AF*ABF)
T2=BT*AF*AA*(1.-F)
FUNC6=T2+T2
FUNC7=2.*PI*SIN(ABF)/(ABF*ABF-PI*BT)
T3=AF*BT
YY=AF*AF-T
Y=SGT(Y)
IF(YY)3,1,2
2 FUNC8=Y*TANH(Y*F)
FUNC9=T1*AF*Y/TANH(Y*F)
T5=AA*AFS(YY)*F-T3*F2
GO TO 4
4 FUNC10=Y*TAN(Y*F)
FUNC11=T1*AF*Y/TAN(Y*F)
T5=AA*AFS(YY)*F-T3*F2
4 Z=AF*AF-T
Z=SGT(Z)
IF(Z)5,1,6
6 FUNC12=Z*TAN(Z*F)
FUNC13=T*Z/TAN(Z*F)
T4=AA*AFS(Z)-T3*F2
GO TO 7
7 FUNC14=Z*TAN(Z*F)
FUNC15=T*Z/TAN(Z*F)
7 FUNC11=FUNC6+T*(T1*FUNC2+T*FUNC3)*(FUNC9+FUNC10)
FUNC12=T*FUNC1*(FUNC2+FUNC3)*(FUNC4+FUNC5)*FUNC7/FUNC11
FUNC13=(T*T4*FUNC2+T1*T5*FUNC3)*FUNC7*FUNC7/FUNC11
FUNC14=FUNC1*(T1*FUNC2+T*FUNC3)*((FUNC4+FUNC5)**2)/FUNC11
SCNA1=SCNA1+FUNC12
SCNA2=SCNA2+FUNC13
SCNA3=SCNA3+FUNC14
CONTINUE
SCN=SCNA1+2*SCNA2+SCNA3
SCNA=SCN
RETURN
END

```

Para a obtenção dos modos superiores o método da bisecção [21] é novamente utilizado, só que agora são calculadas todas as raízes da equação característica (3.30), para cada frequência. O programa elaborado para realizar estes cálculos no caso da aproximação de ordem zero, é listado a seguir e os dados de entrada são os parâmetros da estrutura D, H, W, E e C descritos anteriormente.

```

TOL=1.0E-06
M=100
PI=ARCCOS(-1.)
D=.001575
H=.014175
W=.0007875
F=-1.5
DO 15 I=1,20
F=F+2.
WRITE (6,16) F
16 FORMAT(1H1,10X,'FREQUENCIA=',F5.2,'GHZ'///)
X1=5*F
X2=X1
GO TO 1
100 X1=X+1.
X2=Y
GO TO 105
1 X2=X2+15.
105 IF (X2.GT.3000..OR.X1.GT.3000.) GO TO 15
CALL FUNCAO (F,X1,M,D,H,W,E,C,3)
CALL FUNCAO (F,X2,M,D,H,W,E,C,4)
IF (A#B) 2,3,30
30 Y2=(X2+X1)/2.
CALL FUNCAO (F,Y2,M,D,H,W,E,C,5)
IF (B#G) 9,31,1
31 WRITE (6,6) Y2
IF (F.LT.10.5) GO TO 15
X=Y2
Y=Y2+15.
GO TO 100
3 IF (3) 4,5,4
4 BT=X2
WRITE (6,6) X2
6 FORMAT(10X,'VALOR DE BETA',3X,E13.5,/)
IF (F.LT.10.5) GO TO 15
X=X2
Y=X2+15.
GO TO 100
5 BT=X1
WRITE (6,6) X1
IF (F.LT.10.5) GO TO 15
X=X1

```

```

      Y=X1+15.
      GO TO 100
9     X2=Y2
10    GAMA=(X1+X2)/2.
      IF (GAMA.GT.3000.) GO TO 15
      DF=X2-X1
      DF=DF/X2
      IF (DF.LT.TOL) GO TO 11
      K=1
      IF (A.GT.3) K=-1
      CALL FUNCAB (F,GAMA,M,D,H,W,E,C,V)
      V=V*K
      IF (V) 10,11,12
10     X2=GAMA
      GO TO 2
12     X1=GAMA
      GO TO 2
11     DT=GAMA
      WRITE(5,*)DT
      IF (F.LT.10.5) GO TO 15
      X=GAMA
      Y=GAMA+15.
      GO TO 100
15    CONTINUE
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE FUNCAB (F,DT,M,D,H,W,E,C,SOMA)
PI=ARCSIN(-1.)
P=2.24
C=.007875
A=((2.*PI*F)**2)*3.5416*PI
T=A*-DT*BT
T1=A-BT*BT
FUNC1=T*T1
SOM=0.
DO 1 N=1,M
AFF=(N-0.5)*PI/C
AFF=AFF*W
FUNC4=2.*SIN(AFF)/AFF
FUNC5=3.*(COS(AFF)-2.*SIN(AFF)/AFF+2.*(1.-COS(AFF))/(AFF*AFF))/(AF
*F*AFF)
T2=BT*AFF*A*(1.-E)
FUNC6=T2*T2
YY=AFF*AFF-T
Y=SQRT(ABS(YY))
IF(YY)3,1,2
2  FUNC2=T1*Y*TANH(Y*D)
   FUNC7=T1*Y*TANH(Y*D)
   FUNC9=T1*Y/Y/TANH(Y*D)
   GO TO 4
3  FUNC2=-T1*Y*TAN(Y*D)
   FUNC9=T1*Y*Y/TAN(Y*D)
   FUNC7=FUNC2
4  ZZ=AFF*AFF-T1
   Z=SQRT(ABS(ZZ))
   IF(ZZ)5,1,5
5  FUNC3=T*Z*TANH(Z*D)
   FUNC8=T*Z*TANH(Z*D)
   FUNC10=T*Z/TANH(Z*D)
   GO TO 7
6  FUNC3=-T*Z*TAN(Z*D)
   FUNC8=FUNC3
   FUNC10=T*Z/TAN(Z*D)
7  FUNC1=FUNC1+(FUNC2+FUNC3)*((FUNC4+FUNC5)**2)/(FUNC6-A*(FUNC7+FUNC8)
** (FUNC9+FUNC10))
   SOM=SOM+FUNC
1  CONTINUE
   SOMA=SOM
   RETURN
   END

```

O cálculo da dependência com a frequência da constante dielétrica efetiva, baseado nas expressões empíricas obtidas por Chudobiak (eq. 4.1), é feito no seguinte programa:

```

PI=ARCCOS(-1.)
10 READ(5,20)D,W,T,C
20 FORMAT(4(F13.10))
   IF(D.E0.0.) GO TO 40
   WRITE(6,30)D,W,T,C
30 FORMAT(//////////,*,X,'D=',F7.4,3X,'W=',F7.4,3X,'T=',F7.4,3X,'C=',
   IF6.3,////////)
   A=F+1.
   B=F-1.
   X=2*W/D
   FFD=A/2.+B/(2.*SQRT(1.+10./X))
   WD=W*T*(1.+ALOG(2.*D/T))/(2.*PI)
   IF (X.GT.1.) GO TO 50
   Z=376.6*SQRT(ALOG(1./X)+X**2/72.-((ALOG(D/2.)+ALOG(1./PI)/F))/(2.
   **A))/(PI*SQRT(2.*A))
   GO TO 60
50 Z=376.6*Z/(2.*SQRT(F)*(X/2.+441+.082*H/F**2+A*(1.451+ALOG(X/2.+
   *94)))/(2.*PI*F))
60 FFF=(6.*SQRT(Z/(3.37*D)))/SQRT(SQRT(B))
   FF=1.5
   DO 15 I=1,20
   FF=FF+2.
   WRITE (6,16) FF
16 FORMAT (////10X,'FREQUENCIA',F5.2,'GHZ'//)
   FF=(118.11F-06*A*3*D*(F-FF)*SQRT(2.*Z**3/D))+FF
   WRITE (6,70) FF
70 FORMAT (10X,'FF=',3X,F13.6//)
15 CONTINUE
   GO TO 10
40 STOP
END

```



onde os dados de entrada são:

D = altura do dielétrico em milímetros

W = metade da largura da fita, em milímetros

T = espessura da metalização em milímetros

E = constante dielétrica relativa do substrato

Também foi elaborado um programa, para comparar a expressão empírica da equação (4.2), apresentada por Edwards e Owens [18] com o presente método, para a constante dielétrica efetiva. Os dados de entrada são os mesmos descritos no primeiro programa aqui apresentado. Segue-se a listagem.





## APÊNDICE II

CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE CORTE PARA O MODO FUNDAMENTAL NUM  
GUIA PARCIALMENTE CHEIO

Considere-se o guia parcialmente cheio com dielétrico entre  $y=0$  e  $y=d$ , como ilustrado na figura A.1.

A estrutura contém duas regiões homogêneas,  $0 < y < d$  e  $d < y < d+h$ , e para que as componentes tangenciais dos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  satisfaçam as condições de contorno na interface, é necessário o estudo de modos híbridos, contendo ambas as componentes,  $E_z$  e  $H_z$ . A solução mais geral para este tipo de problema, envolve a superposição de modos  $TE_z$  e  $TM_z$ ; entretanto, verifica-se que neste caso, os modos  $TE_y$  e  $TM_y$ , também constituem soluções para o problema de contorno.

Considerando-se modos  $TM_y$ , as componentes dos campos elétrico e magnético podem ser escritas em termos de um potencial de Hertz elétrico.

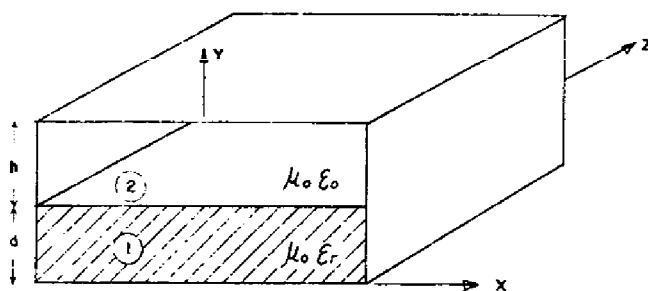


Fig. A1 Guia parcialmente cheio

$\Pi_e = \Pi_e(x, y) e^{-j\beta z} \underline{\bar{a}}_z$ , onde  $\Pi_e(x, y) = \frac{j}{\beta} \psi(x, y)$  é uma função escalar. Obtém-se assim para os campos:

$$E_x = \frac{j}{\beta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x}$$

$$E_y = \frac{j}{\beta} \left( k_i^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi$$

$$E_z = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (A.1)$$

$$H_x = -j\omega\epsilon\psi$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = -\frac{\omega\epsilon}{\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Aplicando-se condições de contorno nas paredes condutoras, obtém-se:

$$\psi_1 = C_1 \cos k_y y \cos(n-1/2) \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad ; \quad 0 < y < d \quad (A.2)$$

$$\psi_2 = C_2 \cos k_y (d+h-y) \cos(n-1/2) \frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \quad ; \quad d < y < d+h$$

onde a solução par em x foi escolhida, por corresponder ao modo dominante. As equações de separação são dadas por:

$$\left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{a} \right]^2 + k_y^2 + \beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \quad ; \quad 0 < y < d$$

$$\left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{a} \right]^2 + ky_2^2 + \beta^2 = \omega_c^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad ; \quad d < y < d+h \quad (A.3)$$

Substituindo-se (A.2) em (A.1), e aplicando-se a continuidade das componentes tangenciais dos campos em  $y=d$ , vem:

$$C_1 ky_1 \operatorname{sen} ky_1 d = - C_2 ky_2 \operatorname{sen} ky_2 h \quad (a)$$

$$C_1 \epsilon_r \operatorname{cos} ky_1 d = C_2 \operatorname{cos} ky_2 h \quad (b) \quad (A.4)$$

Dividindo-se (A.4a) por (A.4b), obtem-se:

$$ky_1 \operatorname{tg} ky_1 d = - \epsilon_r ky_2 \operatorname{tg} ky_2 h \quad (A.5)$$

onde  $ky_1$  e  $ky_2$  são funções de  $\beta$ , pelas equações (A.3). Assim, a expressão acima é uma equação transcendental para determinar possíveis valores da constante de fase  $\beta$ . Para obter-se a frequência de corte do modo de ordem mais baixa, faz-se  $\beta=0$  e  $n=1$  nas expressões (A.3):

$$ky_1^2 + \left( \frac{\pi}{2a} \right)^2 = \omega_c^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon \quad , \quad 0 < y < d$$

$$ky_2^2 + \left( \frac{\pi}{2a} \right)^2 = \omega_c^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad , \quad d < y < d+h \quad (A.6)$$

e resolve-se estas equações simultaneamente com a equação (A.5), para  $\omega_c$ .

Estas equações foram resolvidas na calculadora H9021A e a listagem do programa é apresentada a seguir, onde os dados de entrada são:

D = altura do dielétrico em mm

H = distância entre o dielétrico e a tampa superior do envólucro, em mm

A = metade da largura do envólucro

ER = constante dielétrica relativa do substrato.

```

04
TBL 2F
ENT "D EN MM"
ENT "H EN MM"
ENT "A EN MM"
ENT "ER "B"
21
1.5E11/20+R1/R1
AB-RUF
31
R0+R2F
41
GGB "FUNC"
51
R9+R10;R1+R2F
61
GGB "FUNC"
71
R9+R11;1+R12F
81
IF R11>R10;1+R1
2F
91
"1";(R1+R0)/2+R2
101
(R1-R0)/R1+R3F
111
IF R3<1E-4;GTO "11"
121
GGB "FUNC"
131
R9R12+R9F
141
IF R9=0;GTO "11"
151
IF R9>0;GTO "12"
161
R2+R1;GTO "10"
171
"12";R2+R9;GTO "10"
181
"11";R2+1F+9+R2F
191
ENT "D EN MM"
ENT "H EN MM"
ENT "A EN MM"
ENT "ER "B"
201
GGB "FUNC"
211
GGB "FUNC"
221
GGB "FUNC"
231
GGB "FUNC"
241
GGB "FUNC"
251
GGB "FUNC"
261
GGB "FUNC"
271
GGB "FUNC"
281
GGB "FUNC"
291
GGB "FUNC"
301
GGB "FUNC"
311
GGB "FUNC"
321
GGB "FUNC"
331
GGB "FUNC"
341
GGB "FUNC"
351
GGB "FUNC"
361
GGB "FUNC"
371
GGB "FUNC"
381
GGB "FUNC"
391
GGB "FUNC"
401
GGB "FUNC"
411
GGB "FUNC"
421
GGB "FUNC"
431
GGB "FUNC"
441
GGB "FUNC"
451
GGB "FUNC"
461
GGB "FUNC"
471
GGB "FUNC"
481
GGB "FUNC"
491
GGB "FUNC"
501
GGB "FUNC"
511
GGB "FUNC"
521
GGB "FUNC"
531
GGB "FUNC"
541
GGB "FUNC"
551
GGB "FUNC"
561
GGB "FUNC"
571
GGB "FUNC"
581
GGB "FUNC"
591
GGB "FUNC"
601
GGB "FUNC"
611
GGB "FUNC"
621
GGB "FUNC"
631
GGB "FUNC"
641
GGB "FUNC"
651
GGB "FUNC"
661
GGB "FUNC"
671
GGB "FUNC"
681
GGB "FUNC"
691
GGB "FUNC"
701
GGB "FUNC"
711
GGB "FUNC"
721
GGB "FUNC"
731
GGB "FUNC"
741
GGB "FUNC"
751
GGB "FUNC"
761
GGB "FUNC"
771
GGB "FUNC"
781
GGB "FUNC"
791
GGB "FUNC"
801
GGB "FUNC"
811
GGB "FUNC"
821
GGB "FUNC"
831
GGB "FUNC"
841
GGB "FUNC"
851
GGB "FUNC"
861
GGB "FUNC"
871
GGB "FUNC"
881
GGB "FUNC"
891
GGB "FUNC"
901
GGB "FUNC"
911
GGB "FUNC"
921
GGB "FUNC"
931
GGB "FUNC"
941
GGB "FUNC"
951
GGB "FUNC"
961
GGB "FUNC"
971
GGB "FUNC"
981
GGB "FUNC"
991
GGB "FUNC"
1001
GGB "FUNC"

```

```

04
SPC 2;PRT "A EN
MM"
SPC 1;PRT "H
211
SPC 2;PRT "E REL
ATC"
SPC 1;
FXD 2;PRT "B"
221
SPC 2;PRT "FREQ
ENCIA"
PRT "DE C
ORTE"
PRT "EN CH
Z"
SPC 1;FXD 3;
PRT R2;SPC 9;
GTO 1F
231
"FUNC"1;ABS (B(2
+R2/3E8)+2-(500+
/A)+2)+R4F
241
ABS ((2+R2/3E8)
+2-(500+1/A)+2)+R
5F
251
R4*X/1000+R6;R3=
Y/1000+R7F
261
(EXP R7-EXP (-R7
))/EXP R7+EXP (-
R7))+R8F
271
R4*TAN R6-BR5R8+
R9F
281
RET F
291
END F
327679
R1334

```



## BIBLIOGRAFIA

- [1] H.A. Wheeler, "Transmission line properties of parallel wide strips by conformal mapping approximation", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-12, pp. 280-289, 1964.
- [2] H.A. Wheeler, "Transmission line properties of parallel strips separated by a dielectric sheet", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-13, pp. 172-185, 1965.
- [3] H.A. Wheeler, "Transmission-Line properties of a strip on a dielectric sheet on a plane", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, pp. 631-647, 1977.
- [4] M.V. Schneider, "Microstrip lines for microwave integrated circuits", B.S.T.J., 48, pp. 1421-1444, 1969.
- [5] E.O. Hammerstad, "Equations for microstrip circuit design", Proc. European Microwave Conference, Hamburg, Germany, Setembro, 1975.
- [6] H.E. Stinchelfer, "An accurate calculation of uniform microstrip transmission lines", IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-13, pp. 501, Julho 1968.
- [7] J.S. Hornsby e A. Gopinath, "Numerical analysis of a dielectric-loaded waveguide with a microstrip line-finite-difference methods", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-17, pp. 684-690, Setembro 1969.

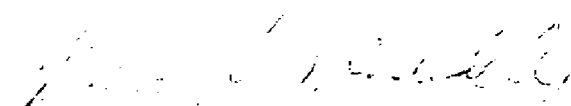
- [8] R.S. Martin e J.H. Wilkinson, "Solution of symmetric and unsymmetric band equations and the calculation of eigenvector of band matrices", Numerische Math., vol. 9, pp. 279, 1967.
- [9] Douglas G. Corr e J. Brian Davies, "Computer analysis of the fundamental and higher order modes in single and coupled microstrip", IEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-20, pp. 669-678, Outubro 1972.
- [10] R. Mittra and T. Itoh, "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech, vol. MTT-19, pp. 47-56, Janeiro 1971.
- [11] E. J. Denlinger, "A frequency dependent solution for microstrip transmission lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-19, pp. 30-39, Janeiro 1971.
- [12] T. Itoh and R. Mittra, "Spectral-domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-21, pp. 496-499, Julho 1973.
- [13] T. Itoh and R. Mittra, "A Technique for computing dispersion characteristics of shielded microstrip lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-22, pp. 896-898, Outubro 1974.
- [14] Strang e Fix, "An analysis of the finite element method", Prentice-Hall, 1973.


- [15] T.D. Bryant and J.A. Weiss, "Parameters of microstrip transmission lines and of coupled pairs of microstrip lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-16, pp. 1021-1027, Dezembro 1968.
- [16] E. Yamashita and K. Atsuki, "Strip line with rectangular outer conductor and three dielectric layers", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-18, pp. 238-244, Maio 1970.
- [17] W. J. Chudobiak, "Dispersion in microstrip", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Setembro 1971.
- [18] T. C. Edwards e R. P. Owens - "2-18 GHz dispersions measurements on 10-1000 microstrip lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-24, pp. 506-513, Agosto 1976.
- [19] D. Consoni, M.A. Luqueza e J. K. da Cunha Pinto, "Medida da constante dielétrica efetiva de substratos isolantes, pelo método de dupla ressonância", Laboratório de Microeletrônica, USP., 1978.
- [20] A. A. de Salles, "Medições da constante dielétrica efetiva de linhas microstrip sobre alumina", publicação CETUC DEA-209/77.
- [21] R. W. Hamming, "Numerical methods for scientists and engineers", McGraw-Hill, 1962.
- [22] R. F. Harrington, "Time-harmonic electromagnetic fields", McGraw-Hill, 1961.

- [23] R. E. Collin, "Field theory of guided waves", McGraw-Hill, 1960.
- [24] M. R. Spiegel, "Mathematical handbook", McGraw-Hill, 1968.
- [25] R. P. Owens, J.E. Aitken e T.C. Edwards, "Quasi-static characteristics of microstrip on an anisotropic sapphire substrate", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-24, Agosto 1976.
- [26] F. E. Gardion, "Careful MIC design prevents waveguide modes",
- [27] M. V. Schneider, "Microstrip dispersion", Proceedings of the IEEE, Janeiro 1972.
- [28] I. J. Bahl e D.K. Trivedi, "A designer's guide to microstrip line",
- [29] T. Itoh, "Analysis of microstrip resonators", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-22, Novembro 1974.
- [30] J. B. Knorr, "Analysis of coupled slots and coplanar strips on dielectric substrate", IEEE, Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23, Julho 1975.
- [31] R. H. Jansen, "High-speed computation of single and coupled microstrip parameters including dispersion, high-order modes, loss and finite strip thickness", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-26, Fevereiro 1978.

- [32] R. Mittra e T. Itoh, "Charge and potencial distributions in shielded striplines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-18, Março 1970.
- [33] P. Troughton, "Measurement techniques in microstrip Electronics Letters, vol. 5, nº 2, Janeiro 1969.
- [34] J. B. Davies e D. Mirshekar - Syahkal, "Spectral domain solution of arbitrary coplanar transmission line with multilayer substrate", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Fevereiro 1977.
- [35] H. E. Green, "The numerical solution of some important transmission line problems", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-13, Setembro 1965.
- [36] J. Brown, "The types of waves wich may exist near a guiding structure", Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 100, Novembro 1953.

Tese apresentada ao Departamento de Engenharia Elétrica da  
PUC/RJ, fazendo parte da banca examinadora os seguintes profes-  
sores:


  
\_\_\_\_\_  
Prof. Alvaro Augusto de Salles  
(Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Luis Costa da Silva

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Charles Frédéric Polzin

Visto e permitida a impressão

Rio de Janeiro,

  
\_\_\_\_\_  
Coordenador dos Programas de Pós-Graduação do  
Centro Técnico Científico da PUC/RJ