

### **3**

## **Equação de Estado**

### **3.1**

#### **Introdução**

No capítulo anterior, foi apresentado um método para representação de redes elétricas. O método apresentado contém integrais de tensão e corrente, que foram resolvidas utilizando o método de integração trapezoidal, daí o seu nome.

É possível descrever uma rede utilizando apenas equações diferenciais de primeira ordem, sem integrais. Esta representação mínima da rede elétrica em equações vetoriais diferenciais de primeira ordem é conhecida como equações de estado [11]. As variáveis deste conjunto de equações, chamadas variáveis de estado, são o conjunto mínimo de variáveis capaz de, junto com as fontes independentes, gerar qualquer variável do sistema, conseqüentemente, as que observamos, usualmente denominadas de saída. Há vantagens em representar a rede deste modo, já que existe na literatura [7,8,12], uma grande quantidade de conhecimento matemático para resolver este conjunto de equações que podem ser diretamente aplicadas na rede estudada. Esta representação pode ser naturalmente estendida para redes variantes no tempo e não-lineares, o que se verá mais à frente neste trabalho.

## 3.2 Escrevendo as equações de estado

### 3.2.1 Ordem de complexidade de uma rede

As equações de estado organizadas na forma matricial tem o aspecto geral para sistemas lineares e invariantes no tempo

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathcal{A}\mathbf{x}(t) + \mathcal{B}\mathbf{e}(t) \quad (3.1)$$

e a equação do vetor de saídas  $\mathbf{w}(t)$

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{C}\mathbf{x}(t) + \mathcal{D}\mathbf{e}(t) \quad (3.2)$$

onde  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de variáveis de estado,  $\mathbf{e}(t)$  o vetor de entradas e  $\mathbf{w}(t)$  o vetor de saídas. A ordem de complexidade da rede corresponde à dimensão do vetor de variáveis de estado e portanto, ao mínimo de informação que junto à do vetor de entradas permite alcançar qualquer variável da rede, como indicado na equação (3.2) do vetor de saídas. A ordem de complexidade corresponde ao número de pólos do sistema [5].

A ordem de complexidade de uma rede é igual ao número de condições iniciais independentes que podem ser especificadas na rede.

Naturalmente, a ordem de complexidade não pode exceder o número de elementos armazenadores de energia da rede. Agora, se existe em uma rede um circuito contendo apenas capacitores e fontes independentes de tensão, ou circuito de capacitores, a lei de Kirchhoff dos circuitos diz que a soma das tensões neste circuito deve ser igual a zero, ou seja, a tensão inicial de um dos capacitores será função linear das tensões iniciais dos outros capacitores e das fontes independentes. O mesmo vale para um corte contendo apenas indutores e fontes independentes de corrente, ou corte de indutores. A lei de Kirchhoff dos nós pode ser estendida para cortes e diz que em um corte, a soma das correntes deve ser igual a zero. Sendo assim, a corrente inicial de um dos indutores será função das outras correntes do corte.

Pode-se então dizer que a ordem de complexidade de uma rede é igual ao número de elos armazenadores de energia menos o número de circuitos de capacitores e fontes de tensão e cortes de indutores e fontes de corrente.

Todos os casos considerados neste trabalho, por construção, evitarão a existência destes circuitos ou cortes.

### 3.2.2 Considerações

Existem alguns cuidados necessários ao descrever uma rede por equações de estado.

As equações de estado são equações diferenciais de primeira ordem, não contendo portanto integrais. Estas integrais surgiriam da substituição de  $i = \int_0^t v dx/L + i(0)$  para correntes de indutor e  $v = \int_0^t i dx/C + v(0)$  para tensões de capacitores. Logo, essas substituições envolvendo integrais devem, portanto, ser evitadas, o que pode ser feito mantendo-se as correntes de indutores e as tensões de capacitores como variáveis de estado. Derivadas surgem da substituição de  $v = L di/dt$  para tensões de indutores e  $i = C dv/dt$  para correntes de capacitores. Para que estas substituições possam ser feitas sem maiores problemas, deve-se evitar que correntes de capacitor e tensões de indutor façam parte do vetor de estado.

Por outro lado, existem infinitas variações nas formulações de uma rede linear por equações de estado [13], cada qual fazendo uso de um diferente conjunto de variáveis de estado. Entretanto, como desejamos poder medir fisicamente as variáveis de estado. Isto nos leva naturalmente à escolha de correntes de indutor e tensões de capacitor como variáveis de estado.

Topologicamente, sabe-se que

$$[\mathbf{B}_t \quad \mathbf{U}] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_l \end{bmatrix} = \mathbf{B}_t \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_l = \mathbf{0},$$

ou seja, sabendo as tensões dos ramos pode-se determinar todas as outras tensões na rede. Como se deseja que as tensões de capacitores estejam entre as variáveis de estado, todos os capacitores devem necessariamente ser colocados na árvore.

Semelhantemente,

$$[U \quad Q_l] \begin{bmatrix} i_t \\ i_l \end{bmatrix} = i_t + Q_l i_l = \mathbf{0},$$

sabendo as correntes dos coelos, pode-se determinar todas as outras correntes. Logo, todos indutores devem ser colocados na coárvore.

No caso de formulação da rede por equações de estado, considera-se as fontes independentes como elos separados e não mais acompanhados de um elemento, como foi necessário no método nodal. Como a tensão de uma fonte de tensão independente é previamente conhecida, também não se pode colocar esta fonte na coárvore, pois haveria a contradição de sua tensão independente ser determinada a partir das tensões de ramos da árvore.

O mesmo vale para as correntes de fontes independentes de corrente. Não se pode colocá-las na árvore, pois suas correntes não poderiam ser determinadas a partir das correntes da coárvore.

Em resumo, deve-se sempre colocar as fontes independentes de tensão na árvore e as fontes independentes de corrente na coárvore.

Assumimos que não existam circuitos contendo apenas fontes de tensão independentes e capacitores, bem como cortes contendo apenas fontes de corrente independentes e indutores. Caso existam serão destruídos pela introdução de resistores virtuais (com valores apropriados a não alterar o comportamento do circuito em relação ao do original).

Vamos agora à formulação das equações de estado. Para facilitar o entendimento, apresentaremos o procedimento junto com o desenvolvimento de um caso típico ilustrativo,

### 3.3 Formulação

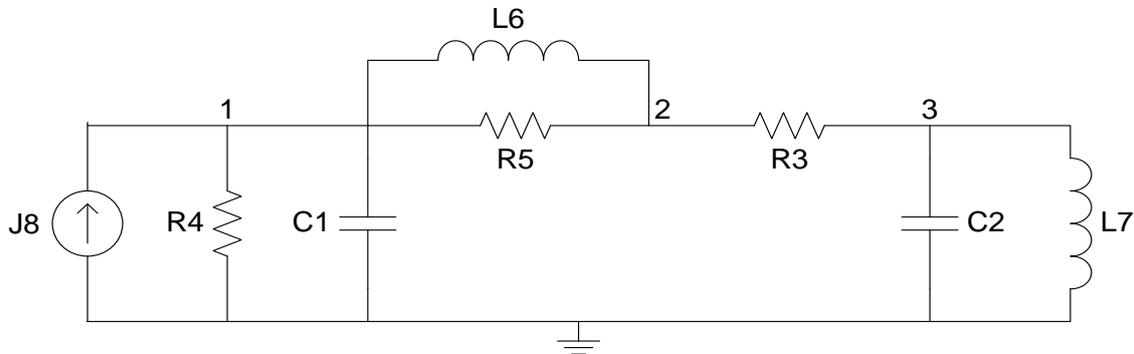


Figura 3.1 - Rede linear

Dada a rede da Figura (3.1), escolhe-se uma árvore normal. No capítulo anterior, foi utilizada uma convenção, ao escrever as matrizes da rede, de primeiro numerar os ramos e depois os coelos. Então ao numerar os elos da rede, primeiro numera-se os elos que estarão na árvore e em seguida, os que estarão na coárvore. De forma a aumentar ainda mais a clareza do texto, vamos além e adotaremos a seguinte ordem para a numeração dos ramos e coelos:

- Ramos fontes de tensão
- Ramos capacitores
- Ramos resistores
- Coelos resistores
- Coelos indutores
- Coelos fontes de corrente

A árvore selecionada deverá conter todas as fontes de tensão independentes e todos os capacitores. Todos os indutores e as fontes de corrente independentes estarão na coárvore. Logo, a árvore escolhida para a rede está representada na Figura (3.2), onde as linhas cheias representam os ramos e as linhas tracejadas representam os coelos.

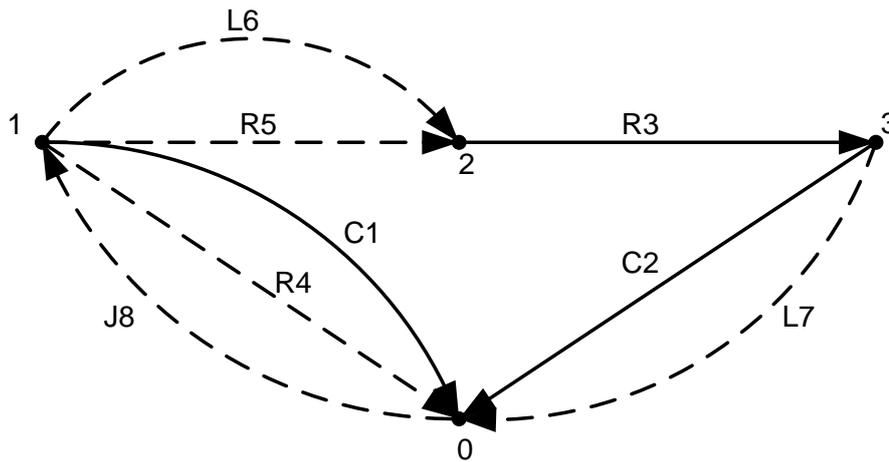


Figura 3.2– Árvore do exemplo

A Matriz de Corte do grafo é

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Vamos agora escrever as equações da lei de Kirchhoff das correntes para os cortes fundamentais e as equações da lei de Kirchhoff das tensões para os circuitos fundamentais.

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_f \mathbf{i} &= [\mathbf{U} \quad \mathbf{Q}_l] \begin{bmatrix} \mathbf{i}_t \\ \mathbf{i}_l \end{bmatrix} = \mathbf{i}_t + \mathbf{Q}_l \mathbf{i}_l = \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f \mathbf{v} &= [\mathbf{B}_t \quad \mathbf{U}] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_t \\ \mathbf{v}_l \end{bmatrix} = \mathbf{B}_t \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_l = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.4)$$

ou

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_t &= -\mathbf{Q}_l \mathbf{i}_l \\ \mathbf{v}_l &= -\mathbf{B}_t \mathbf{v}_t \end{aligned} \quad (3.5)$$

Escrevendo a equação (3.5) na forma escalar tem-se:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= -i_4 & -i_5 & & -i_6 & & & +i_8 \\
 i_2 &= & i_5 & & +i_6 & & -i_7 & \\
 i_3 &= & i_5 & & +i_6 & & & \\
 v_4 &= v_1 & & & & & & \\
 v_5 &= v_1 & -v_2 & & -v_3 & & & \\
 v_6 &= v_1 & -v_2 & & -v_3 & & & \\
 v_7 &= & v_2 & & & & & \\
 v_8 &= -v_1 & & & & & & 
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Em seguida, escreve-se as relações  $v$ - $i$  das fontes e dos elementos reativos:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= C_1 \frac{dv_1}{dt} \\
 i_2 &= C_2 \frac{dv_2}{dt} \\
 v_6 &= L_6 \frac{di_6}{dt} \\
 v_7 &= L_7 \frac{di_7}{dt} \\
 i_8 &= i_{g8}(t)
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Substituindo as correntes de capacitores e as tensões de indutores de (3.7) em (3.6), tem-se:

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= -i_4 - i_5 - i_6 + i_8 \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= i_5 + i_6 - i_7 \\
 L_6 \frac{di_6}{dt} &= v_1 - v_2 - v_3 \\
 L_7 \frac{di_7}{dt} &= v_2
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Devemos agora eliminar as correntes e tensões de resistores do lado direito de (3.8). Para isso, primeiro escrevemos as relações  $v$ - $i$  dos elementos resistivos, utilizando a relação  $i = Gv$  para os ramos e a relação  $v = Ri$  para os coelos.

$$\begin{aligned}
 i_3 &= G_3 v_3 \\
 v_4 &= R_4 i_4 \\
 v_5 &= R_5 i_5
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

Substituindo (3.9) nas equações equivalentes de (3.6) e rearrumando os termos de modo que as correntes e tensões dos resistores fiquem do lado esquerdo das equações e as correntes de indutores, as tensões de capacitores e as tensões e correntes de fontes fiquem do lado direito tem-se:

$$\begin{aligned}
 G_3 v_3 - i_5 &= i_6 \\
 R_4 i_4 &= v_1 \\
 R_5 i_5 + v_3 &= v_1 - v_2
 \end{aligned}
 \tag{3.10}$$

Este sistema pode ser facilmente resolvido para  $v_3$ ,  $i_4$  e  $i_5$ . Logo,

$$\begin{aligned}
 v_3 &= \frac{v_1}{R_5 G_3 + 1} - \frac{v_2}{R_5 G_3 + 1} + \frac{R_5 i_6}{R_5 G_3 + 1} \\
 i_4 &= \frac{v_1}{R_4} \\
 i_5 &= \frac{G_3 v_1}{R_5 G_3 + 1} - \frac{G_3 v_2}{R_5 G_3 + 1} - \frac{i_6}{R_5 G_3 + 1}
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Finalmente, substituindo (3.11) em (3.8), tem-se:

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dv_1}{dt} &= \left( G_4 + \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) v_1 + \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} v_2 - \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} i_6 + i_{g8} \\
 C_2 \frac{dv_2}{dt} &= \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} v_1 - \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} v_2 + \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} i_6 - i_7 \\
 L_6 \frac{di_6}{dt} &= \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} v_1 - \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} v_2 - \frac{R_5}{R_5 G_3 + 1} i_6 \\
 L_7 \frac{di_7}{dt} &= v_2
 \end{aligned}
 \tag{3.12}$$

Reescrevendo (3.12) em forma matricial compacta, tem-se:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathcal{A}\mathbf{x}(t) + \mathcal{B}\mathbf{e}(t) \quad (3.13)$$

onde,

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i_6(t) \\ i_7(t) \end{bmatrix} \leftarrow \text{vetor de variáveis de estado}$$

$$\mathbf{e}(t) = [i_{g8}(t)] \leftarrow \text{vetor de entrada}$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left( G_4 + \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & \frac{1}{C_1} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{C_1} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_2} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{C_2} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} & -\frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5}{R_5 G_3 + 1} \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_7} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ C_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

As saídas desejadas podem ser as próprias variáveis de estado, ou quaisquer outras variáveis da rede. Como foi dito anteriormente, qualquer variável da rede pode ser escrita como função das variáveis de estado e das fontes independentes. Sendo assim

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{C}\mathbf{x}(t) + \mathcal{D}\mathbf{e}(t) \quad (3.15)$$

onde,

$$\mathbf{w}(t) \leftarrow \text{vetor de saída} \quad (3.16)$$

A seguir, mostraremos a formulação sistemática das equações de estado, para redes cuja ordem de complexidade é igual ao número de elementos reativos.

### 3.4 Formulação Sistemática das Equações de Estado

Nesta seção, apresentaremos uma formulação sistemática para as equações de estado. Consideraremos aqui que a ordem de complexidade da rede é igual ao número de elementos reativos, ou seja, não existem circuitos contendo apenas capacitores e fontes de tensão, nem cortes contendo apenas indutores e fontes de corrente.

O primeiro passo é escolher uma árvore normal. Novamente aqui vamos utilizar uma numeração para os elos de forma a manter o texto mais claro e compacto. A ordem para a numeração dos elos será a mesma da seção anterior:

Ramos fontes de tensão

Ramos capacitores

Ramos resistores

Coelos resistores

Coelos indutores

Coelos fontes de corrente

Como não existem circuitos de capacitores e cortes de indutores, todos os capacitores estarão na árvore e todos os indutores estarão na coárvore. Neste caso a matriz de corte pode ser escrita da forma:

$$\mathbf{Q}_f = \begin{matrix} & E & C & R_t & R_l & L & J \\ \begin{matrix} E \\ C \\ R_t \end{matrix} & \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \end{bmatrix} & \end{matrix} \quad (3.17)$$

onde cada linha de  $\mathbf{Q}_f$  corresponde a um corte fundamental representado por um ramo da árvore. Como foi visto no capítulo anterior, podemos separar a matriz de corte em duas partes, correspondentes aos ramos e coelos. Caso a numeração dos cortes seja igual à numeração escolhida para os ramos, teremos:

$$\mathbf{Q}_f = [\mathbf{U} \quad \mathbf{Q}_l] \quad (3.18)$$

$$Q_l = \begin{matrix} & R_l & L & J \\ \begin{matrix} E \\ C \\ R_t \end{matrix} & \begin{bmatrix} Q_{ER} & Q_{EL} & Q_{EJ} \\ Q_{CR} & Q_{CL} & Q_{CJ} \\ Q_{RR} & Q_{RL} & Q_{RJ} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (3.19)$$

Utilizando como base as equações de Kirchhoff das tensões para os circuitos e as equações de Kirchhoff das correntes para os cortes, pode-se escrever as equações de estado utilizando as seguintes relações [5]:

$$\frac{d}{dt}x = \mathcal{A}x + \mathcal{B}e \quad (3.20)$$

Onde

$$x = \begin{bmatrix} V_{Ct} \\ j_{Lt} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$e = \begin{bmatrix} V_E \\ i_j \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathcal{Y} & \mathcal{H} \\ \mathcal{G} & -\mathcal{Z} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{\mathcal{Y}} & \hat{\mathcal{H}} \\ \hat{\mathcal{G}} & -\hat{\mathcal{Z}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} &= Q_{CR} \mathbf{R}^{-1} Q'_{CR} \\ \mathcal{Z} &= Q'_{RL} \mathbf{G}^{-1} Q_{RL} \\ \mathcal{H} &= -Q_{CL} + Q_{CR} \mathbf{R}^{-1} Q'_{RR} \mathbf{R}_t Q_{RL} \\ \mathcal{G} &= Q'_{CL} - Q'_{RL} \mathbf{G}^{-1} Q_{RR} \mathbf{G}_l Q'_{CR} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{Y}} &= Q_{CR} \mathbf{R}^{-1} Q'_{ER} \\ \hat{\mathcal{Z}} &= Q'_{RL} \mathbf{G}^{-1} Q_{RJ} \\ \hat{\mathcal{H}} &= -Q_{CJ} + Q_{CR} \mathbf{R}^{-1} Q'_{RR} \mathbf{R}_t Q_{RJ} \\ \hat{\mathcal{G}} &= Q'_{EL} - Q'_{RL} \mathbf{G}^{-1} Q_{RR} \mathbf{G}_l Q'_{ER} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_l + Q'_{RR} \mathbf{R}_t Q_{RR} \\ \mathbf{G} &= \mathbf{G}_t + Q_{RR} \mathbf{G}_l Q'_{RR} \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde  $\mathbf{C}$  é uma matriz diagonal cujos valores representam as capacitâncias dos ramos, na ordem.  $\mathbf{L}$  é a matriz das indutâncias, incluindo possíveis indutâncias

mútuas.  $\mathbf{R}_t$  e  $\mathbf{R}_l$  são matrizes diagonais cujos valores representam as resistências dos ramos e dos coelos, respectivamente, em ordem.  $\mathbf{G}_t$  e  $\mathbf{G}_l$  são as inversas de  $\mathbf{R}_t$  e  $\mathbf{R}_l$ , respectivamente.

As equações de saída podem, igualmente, ser determinadas em relação às variáveis de estado e as fontes independentes.

Em seguida, repetiremos a formulação do exemplo da Figura (3.1), mostrada novamente aqui, por motivo de clareza, utilizando as relações apresentadas nesta seção.

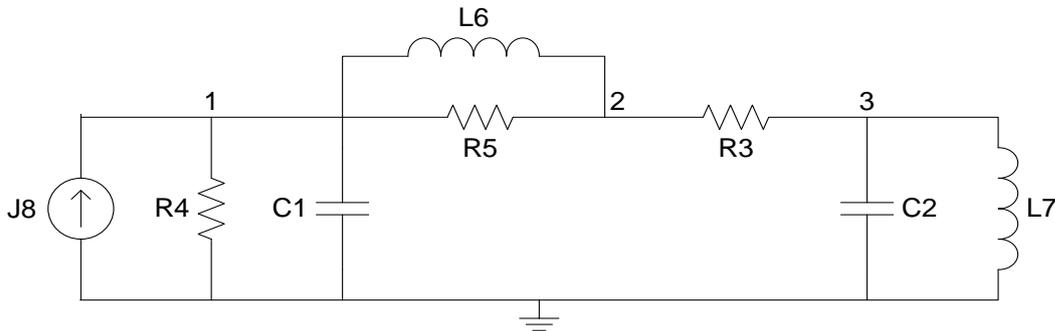


Figura 3.3– Rede exemplo

A Matriz Corte Fundamental encontrada foi:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$Q = [U \quad Q_l] \quad (3.27)$$

$$Q_l = \begin{matrix} \begin{matrix} R_l & & L & & J \\ \overbrace{R_4 \quad R_5} & & \overbrace{L_6 \quad L_7} & & \overbrace{j_8} \end{matrix} \\ C \begin{cases} C_1 \\ C_2 \end{cases} \\ R_t \{ R_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

A partir das equações (3.20) à (3.25), tem-se o mesmo resultado para as matrizes  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$ :

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1} \left( G_4 + \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & \frac{1}{C_1} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{C_1} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & 0 \\ \frac{1}{C_2} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{C_2} \left( \frac{G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} & -\frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5 G_3}{R_5 G_3 + 1} \right) & -\frac{1}{L_6} \left( \frac{R_5}{R_5 G_3 + 1} \right) & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_7} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

### 3.5 Caso exemplo

Para exemplificar a técnica de simulação apresentada neste capítulo, foi feita novamente a simulação da rede da Figura (2.11).

Os valores encontrados após a simulação encontram-se na Tabela (3.1), coincidindo com os já conhecidos.

| Barra | Tensão                             |
|-------|------------------------------------|
| 1     | $v = 1,026 \angle -2,2^\circ$      |
| 2     | $v = 1,0258 \angle 3,7474^\circ$   |
| 3     | $v = 1,0324 \angle 2,005^\circ$    |
| 5     | $v = 0,99588 \angle -3,9836^\circ$ |
| 6     | $v = 1,0131 \angle -3,6974^\circ$  |
| 8     | $v = 1,0161 \angle 0,7293^\circ$   |

Tabela 3.1– Tensões nas barras

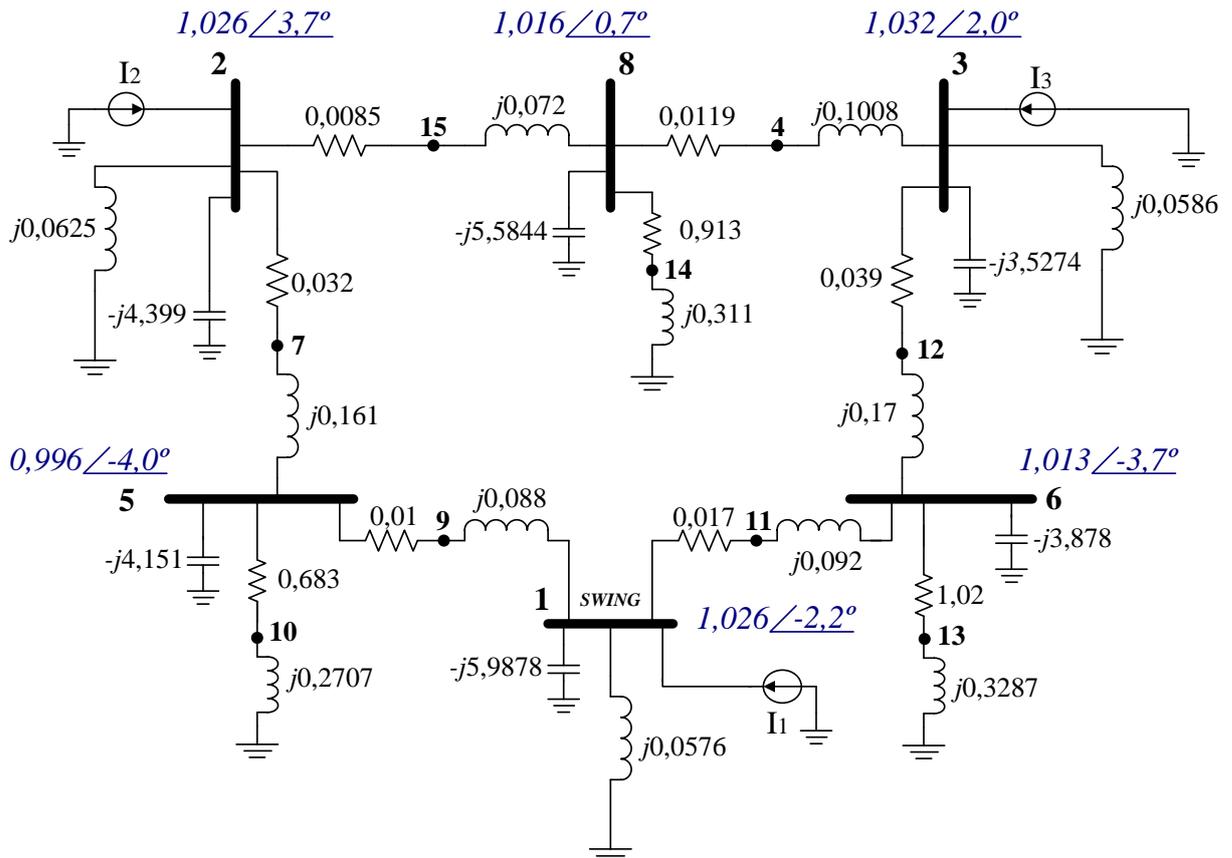


Figura 3.4– Rede do caso exemplo

Os valores das fontes encontram-se na Tabela (3.2). Comparando os resultados, comprova-se a validade da simulação. Na Figura (3.5) encontra-se o gráfico da tensão da barra 1 ao longo do tempo.

| Fonte | Valor                            |
|-------|----------------------------------|
| I1    | $j = 18,0556 \angle -90^\circ$   |
| I2    | $j = 16,4 \angle -80,7^\circ$    |
| I3    | $j = 17,4915 \angle -85,3^\circ$ |

Tabela 3.2 – Valores das fontes

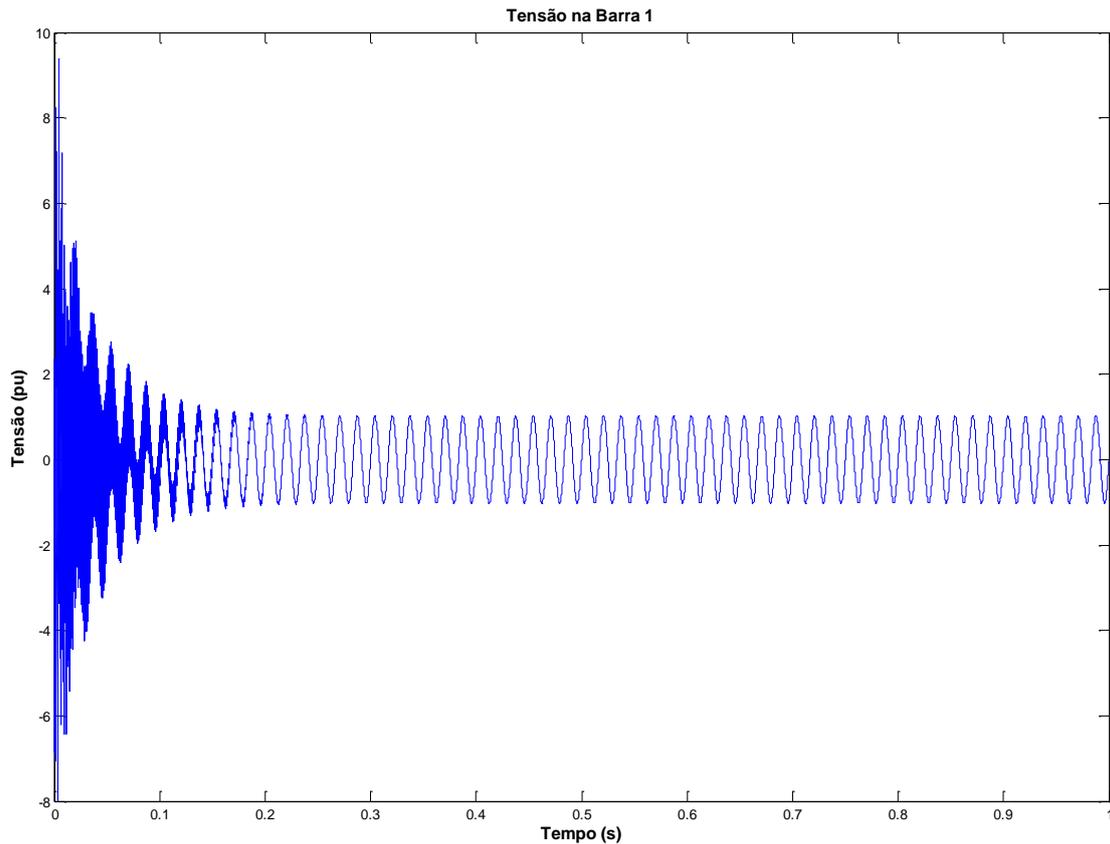


Figura 3.5– Tensão na barra 1

### 3.6 Conclusão

Este capítulo apresentou um método para formulação de redes elétricas lineares através de equação de estado. Como foi dito anteriormente, este método possui algumas vantagens em relação ao método apresentado no capítulo anterior, entre elas o vasto conhecimento matemático disponível para resolução de equações deste tipo e a facilidade em estender a formulação para redes variantes no tempo e/ou não-lineares.

Primeiramente, foi apresentado o conceito de ordem de complexidade da rede, importante para determinar o tamanho do vetor de variáveis de estado. Em seguida foram apresentadas considerações necessárias para a formulação de equações de estado. Foi desenvolvido um exemplo, mostrando como que através das equações de Kirchhoff e das relações eletromagnéticas dos componentes, chega-se às equações de estado.

Depois, foi apresentado um método para a formulação sistemática das equações de estado, utilizando a partição da matriz de corte fundamental.

Finalmente, foi apresentado um caso exemplo, validando o método.

No próximo capítulo, a formulação aqui apresentada será estendida para rede não-lineares.