

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Denis Lage Ferreira da Silva**

**Simulação de redes elétricas  
contendo não-linearidades**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

Rio de Janeiro  
Abril de 2009



**Denis Lage Ferreira da Silva**

**Simulação de redes elétricas contendo não-  
linearidades**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação  
em Engenharia Elétrica da PUC-Rio como requisito parcial  
para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Raul Queiroz Feitosa

Coorientador: Jacques Szczupak

Rio de Janeiro  
Abril de 2009



**Denis Lage Ferreira da Silva**

**Simulação de Redes Elétricas Contendo não-Linearidades**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Dr. Raul Queiroz Feitosa**  
**Orientador**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Dr. Jacques Szczupak**  
**Co- Orientador**

Engenho Pesquisa Desenvolvimento e Consultoria Ltda

**Dr. Carlos Augusto Duque**  
**UFJF**

**Dr. Luiz Henrique Guimarães de Macêdo**  
Engenho Pesquisa Desenvolvimento e Consultoria Ltda

**Dr. Marco Antonio Cetale Santos**  
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**  
Coordenador Setorial do Centro  
Técnico Científico

Rio de Janeiro, 6 de abril de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Denis Lage Ferreira da Silva**

Graduou-se em Engenharia Elétrica, com ênfase em eletrônica e controle de processos, na PUC-Rio em 2006. Atua no momento na área de Processamento de Sinais, com especial interesse em aplicações em simulação de redes elétricas e análise de fenômenos climatológicos.

#### Ficha Catalográfica

Silva, Denis Lage Ferreira da

Simulação de redes elétricas contendo não-linearidades / Denis Lage Ferreira da Silva ; orientador: Raul Queiroz Feitosa ; co-orientador: Jacques Szczupak. – 2009.  
92 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica)– Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Simulação. 3. Equação de estado. 4. Redes elétricas não-lineares. 5. Grafos lineares. 7. Filtros digitais. 8. Linhas de transmissão. I. Feitosa, Raul Queiroz. II. Szczupak, Jacques III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Raul Feitosa, pela confiança em mim depositada.

Ao Professor Jacques Szczupak, pela dedicação e auxílio ao longo deste trabalho.

À FAPERJ, ao CNPq e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos professores que participaram da banca, Carlos Duque, Luiz Henrique e Marco Antônio Cetale, pelos enriquecedores comentários e sugestões apresentadas.

Aos funcionários do DEE da PUC-Rio, Alcina, Márcia, Manuel, Evandro e Isnarde por toda ajuda oferecida ao longo deste trabalho.

Aos amigos da Engenho, Daniel, Fernando Savi, Fernando Tomaz, Maurício, Paula e Thiago, por todo o apoio e amizade oferecida.

Aos amigos dos LPS, Felipe, Rodrigo e Bruno.

Aos meus pais, Dario e Rosane, e aos meus irmãos, Diogo e Daniel, pelo apoio durante este trabalho.

A todos os amigos e familiares.

## Resumo

Silva, Denis Lage Ferreira da; Feitosa, Raul Queiroz; Szczupak, Jacques. **Simulação de redes elétricas contendo não-linearidades**. Rio de Janeiro, 2009. 92p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As simulações de redes elétricas são atualmente fundamentais para o setor elétrico. Uma de suas principais utilidades é permitir a análise de falhas e ocorrências, que eventualmente passariam despercebidas. Existe atualmente, uma grande variedade de algoritmos para realizar simulações de redes lineares, que correspondem à grande maioria dos testes realizados em uma rede elétrica típica, quando submetidos a situações usuais. Contudo, existem consumidores de grande porte que possuem cargas não-lineares com uma grande influência na rede que a alimenta. Sendo assim, torna-se necessário modelar esta carga não-linear para que possa ser inserida no simulador da rede elétrica. Este trabalho propõe um método para a formulação das equações de estado de redes não-lineares de forma sistemática. A formulação do problema é, neste caso, parte fundamental da sua solução, já que atualmente existem, comercialmente, algoritmos capazes de resolver equações diferenciais não-lineares, como as que serão abordadas. Este trabalho apresenta a simulação de uma rede elétrica contendo sub-redes lineares e sub-redes não-lineares, utilizando um modelo de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos através de filtros digitais, permitindo a simulação da sub-rede linear em taxas mais baixas.

## Palavras-chave

Simulação: equação de estado: redes elétricas não-lineares: grafos lineares: filtros digitais: linhas de transmissão

## Abstract

Silva, Denis Lage Ferreira da; Feitosa, Raul Queiroz (Advisor); Szczupak, Jacques. **Nonlinear electrical networks simulation**. Rio de Janeiro, 2009. 92p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Electrical network simulations are currently very important to the electricity sector. A major benefit from simulations is to permit a deeper insight into faulty network situations, that otherwise could eventually pass unnoticed. Currently, there are many algorithms that simulate linear networks, which comprise the majority of the tests done in a typical network, when subject to normal situations. However, there are large consumers, whose loads are nonlinear. These loads represent large influences to their power feeding network. Thus, it becomes necessary to model this nonlinear sub network so it can be inserted into the electrical network simulator. The purpose of this work is to develop a formulation approach for the nonlinear state equations that represents a nonlinear electrical network. The formulation of the network is, in this case, an essential part of the solution, since there are currently algorithms capable of solving nonlinear differential equations, like the ones that will be studied in this work.

## Keywords

Simulation: state equation: nonlinear electrical networks: linear graphs: digital filters: transmission lines.

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	12
1.2. ESTRUTURA DO TEXTO .....	13
<b>2. ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE REDES ELÉTRICAS LINEARES</b>	<b>15</b>
2.1. INTRODUÇÃO .....	15
2.2. GRAFOS.....	15
2.2.1 <i>Definições</i> .....	16
2.3. CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....	18
2.3.1. <i>Lei dos Nós</i> .....	18
2.3.2. <i>Lei dos Circuitos</i> .....	19
2.4. MATRIZES DA REDE .....	19
2.4.1. <i>Relação entre as matrizes da rede</i> .....	23
2.5. MÉTODO DE ANÁLISE .....	23
2.5.1. <i>Descrição dos Componente elétricos</i> .....	24
2.5.2. <i>Análise Nodal</i> .....	27
2.6. CASO EXEMPLO .....	29
2.7. CONCLUSÃO.....	31
<b>3. EQUAÇÃO DE ESTADO</b>	<b>32</b>
3.1. INTRODUÇÃO .....	32
3.2. ESCRIVENDO AS EQUAÇÕES DE ESTADO .....	33
3.2.1. <i>Ordem de complexidade de uma rede</i> .....	33
3.2.2. <i>Considerações</i> .....	34
3.3. FORMULAÇÃO.....	36
3.4. FORMULAÇÃO SISTEMÁTICA DAS EQUAÇÕES DE ESTADO .....	41
3.5. CASO EXEMPLO .....	44
3.6. CONCLUSÃO.....	46
<b>4. FORMULAÇÃO DE REDES ELÉTRICAS NÃO-LINEARES</b>	<b>48</b>
4.1. INTRODUÇÃO .....	48
4.2. FORMULAÇÃO.....	49
4.2.1. <i>Inserção de elementos virtuais</i> .....	52
4.3. FORMULAÇÃO SISTEMÁTICA.....	54
4.4. CASO ILUSTRATIVO .....	56
4.5. CONCLUSÃO.....	59

<b>5. APLICAÇÕES</b>	<b>60</b>
5.1. INTRODUÇÃO .....	60
5.2. CARGA NÃO-LINEAR .....	61
5.2.1. <i>Caso 1</i>	62
5.2.2 <i>Caso 2</i>	66
5.3. CARGA NÃO-LINEAR ALIMENTADA POR REDE LINEAR .....	73
5.3.1 <i>Modelo da Linha de Transmissão</i>	73
5.3.2 <i>Simulação</i>	78
5.4. CONCLUSÃO .....	82
<b>6. CONCLUSÕES</b>	<b>83</b>
6.1. CONTRIBUIÇÕES .....	84
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	85
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>86</b>
<b>APÊNDICE A. MODELO DE LINHAS DE TRANSMISSÃO A PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE B. FILTRO SUPRESSOR DE HARMÔNICOS</b>	<b>92</b>

## Lista de figuras

Figura 2.1 - (a) Circuito e (b) Grafo correspondente	16
Figura 2.2 - Referência de Tensão e Corrente	18
Figura 2.3 - Lei dos Nós	18
Figura 2.4 - Lei dos Circuitos	19
Figura 2.5 - Cortes Fundamentais	21
Figura 2.6 - (a) Indutor $k$ - (b) equivalente discreto do indutor	25
Figura 2.7 - Equivalente geral discretizado do indutor	25
Figura 2.8 - (a) Capacitor $k$ – (b) Equivalente discreto do capacitor	26
Figura 2.9 - Equivalente geral discretizado do capacitor	26
Figura 2.10 - Equivalente geral discretizado do resistor	27
Figura 2.11 - Rede do caso exemplo	30
Figura 2.12 - Tensão na barra 1	31
Figura 3.1 - Rede linear	36
Figura 3.2 - Árvore do exemplo	37
Figura 3.3 - Rede exemplo	43
Figura 3.4 - Rede do caso exemplo	45
Figura 3.5 - Tensão na barra 1	46
Figura 4.1 - Circuito retificador	49
Figura 4.2 - Árvore do circuito retificador	50
Figura 4.3 - Circuito retificador com elemento virtual	52
Figura 4.4 - Árvore do circuito da Figura (4.3)	52
Figura 4.5 - Circuito retificador	56
Figura 4.6 - Resultado da simulação	57
Figura 4.7 - Resultado da simulação com o TopSPICE	58
Figura 4.8 - Comparação dos resultados	58
Figura 5.1 - Simulação completa	61
Figura 5.2 - Diagrama da carga não-linear	61
Figura 5.3 - Modelo equivalente da linha de cubas	62
Figura 5.4 - Rede caso 1 completa	63

Figura 5.5 - Tensões na carga não-linear	64
Figura 5.6 - Corrente na carga não-linear	65
Figura 5.7 – Resposta em frequência da tensão de entrada da carga não-linear	66
Figura 5.8 - Ponte retificadora trifásica	67
Figura 5.9 - Tensões na carga não-linear	70
Figura 5.10 - Tensões da fase 1 e da linha de cubas	70
Figura 5.11 - Tensão da fase 1 e da linha de cubas	71
Figura 5.12 - Corrente na linha de cubas	71
Figura 5.13 - Resposta em frequência da tensão de entrada da carga não-linear	72
Figura 5.14 - Diagrama do caso exemplo	73
Figura 5.15 - Modelo de linha de transmissão	74
Figura 5.16 - Modelo do transformador ideal	75
Figura 5.17 - Modelo generalizado da linha de transmissão	77
Figura 5.18 - Rede linear	78
Figura 5.19 - Rede não-linear	79
Figura 5.20 - Tensão na carga não-linear	80
Figura 5.21 - Corrente na linha de cubas	81
Figura 5.22 - Corrente na rede linear	81
Figura A.1 - Linha de transmissão com condutor simples	88
Figura B.1 - Resposta em frequência do filtro supressor de harmônicos	92

## Lista de tabelas

Tabela 2.1 - Tensões nas barras	29
Tabela 2.2 - Valores das fontes	30
Tabela 3.1 - Tensões nas barras	44
Tabela 3.2 - Valores das fontes	45
Tabela 4.1 - Valor dos elementos	56
Tabela 5.1 - Valores utilizados	64
Tabela 5.2 - Dados dos transformadores defasadores	66
Tabela 5.3 - Valores para os parâmetros da linha de transmissão generalizada	77
Tabela 5.4 - Valores dos elementos da rede linear	79
Tabela 5.5 - Valores dos elementos da rede não-linear	80