

4 Modelos Constitutivos

Muitos modelos constitutivos, básicos, clássicos ou avançados são propostos na literatura. Estes modelos têm como objetivo aproximar o comportamento de um solo real a partir da análise de um meio ideal.

Para o caso de areias saturadas submetidas a carregamento cíclico têm sido propostos alguns modelos que avaliam o comportamento da poropressão. Esses modelos são classificados como: modelos de tensões totais, modelos de tensões efetivas, modelos de deformação volumétrica e modelos elastoplásticos. Todavia, é difícil determinar a história de deformações por meio destes modelos (Toyotoshi & Akira, 1985).

Na engenharia geotécnica os procedimentos disponíveis para resolver os problemas de dinâmica podem ser agrupados em 2 categorias: acoplado (procedimento de análise de tensões efetivas) e desacoplado (procedimento de análise de tensões totais e procedimentos de análise de resposta de poropressão). A análise de resposta do solo por meio do modelo de tensões efetivas requer o conhecimento da distribuição da poropressão no solo. Para um carregamento sísmico, o conhecimento dessa distribuição e sua variação com o tempo é essencial (Ashok *et al.*, 1985).

No presente capítulo são descritas algumas alternativas de modelagem, considerando tensões efetivas e plasticidade, que conseqüentemente considerem a poropressão que afeta o solo submetido a carregamento cíclico (sísmico). Adicionalmente, descrevem-se os modelos básicos essenciais usados para a análise estática da estrutura utilizada na aplicação (modelo elástico e modelo Mohr-Coulomb).

4.1. Modelo elástico

O uso da teoria de elasticidade é a abordagem mais tradicional para representar o comportamento tensão x deformação. No contexto de modelos constitutivos, a definição clássica de Cauchy é a mais precisa. Ela descreve que, em um material elástico, o estado de tensão é função apenas do estado de deformação, ou “vice-versa”, e compreende-se que as trajetórias de carregamento, descarregamento ou recarregamento são coincidentes neste tipo de material. Em outras palavras, o modelo elástico é conservativo, liberando no descarregamento toda a energia interna armazenada durante a fase de carregamento.

A teoria de elasticidade é frequentemente empregada em modelos constitutivos onde o descarregamento, recarregamento ou carregamento reverso (no caso de carregamento cíclico) são lineares; aplicando-se a lei generalizada de Hooke de forma incremental com parâmetros elásticos variáveis a cada incremento, (Ibañez, 2003).

A lei constitutiva para materiais linearmente elásticos e isotrópicos, conhecida como lei de Hooke generalizada, é expressa por:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (4.1)$$

onde λ e μ são as constantes de Lamé.

A equação (4.1) é melhor expressa em termos da deformação volumétrica K ($\lambda = K - 2/3G$) e do módulo de cisalhamento G ($\mu = G$).

Uma propriedade importante para um solo isotrópico elástico é demonstrada na lei generalizada de Hooke, onde os incrementos de deformações estão diretamente relacionados com os incrementos de tensões efetivas. Quando as invariantes de deformação estiverem corretamente associadas com as invariantes de tensão, os incrementos de deformação de cisalhamento $\Delta\varepsilon_s$ serão dependentes somente dos incrementos das correspondentes invariantes de tensão $\Delta q'$. Além disso, os incrementos de deformação volumétrica $\Delta\varepsilon_v$ são dependentes somente dos incrementos das correspondentes invariantes de tensão $\Delta p'$.

$$\Delta\varepsilon_v = \frac{1}{K} \Delta p' + 0 \cdot \Delta q' \quad (4.2)$$

$$\Delta\varepsilon_s = 0 \cdot \Delta p' + \frac{1}{3G'} \Delta q' \quad (4.3)$$

sendo K' o módulo de compressão volumétrica elástico e G' o módulo de cisalhamento elástico.

Mesmo que estas equações sejam derivadas da condição $\sigma'_2 = \sigma'_3$, elas são válidas para estados gerais de tensões para materiais isotrópicos elásticos lineares.

Para o caso de carregamento não-drenado de um solo saturado, se $\Delta\varepsilon_v = 0$, da equação (4.2) tem-se que:

$$\Delta p' = 0 \quad (4.4)$$

A magnitude da poropressão é ajustada para manter $\Delta p' = 0$ e pode ser relacionada com os incrementos das invariantes das tensões de acordo com a equação (4.5).

$$\Delta u = b(\Delta p + a\Delta q) \quad (4.5)$$

em que a e b são parâmetros empíricos.

As relações entre os incrementos das invariantes de tensões totais e efetivas podem ser obtidas das equações (4.6) e (4.7).

$$\Delta p' = \Delta p - \Delta u \quad (4.6)$$

$$\Delta q' = \Delta q \quad (4.7)$$

Considerando a equação (4.5) e comparando com as equações (4.6) e (4.7) tem-se:

$$\Delta u = \Delta p \quad (4.8)$$

Portanto, para o caso de um carregamento drenado, $b = 1,0$ e $a = 0$.

A técnica de análise de carregamento não-drenado em termos de tensões totais, anteriormente mostrada, é simples, mas devem-se considerar as condições nas quais devem ser usadas. O comportamento do solo é, ainda, dependente das tensões efetivas, porém estas são controladas pela condição de volume constante. É importante ressaltar que a técnica das tensões totais só é válida quando o solo for saturado e não-drenado, conseqüentemente, a deformação volumétrica é igual a zero. Em outros casos, a análise de tensões totais não é válida, e o cálculo em termos de tensões efetivas deve ser efetuado.

4.2. Modelo de Mohr Coulomb

O critério de Mohr Coulomb (representado na Figura 4.1) determina a resistência ao cisalhamento τ na iminência da ruptura, no plano de ruptura, dado pela equação (4.9).

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi \quad (4.9)$$

na qual c é a coesão e φ o ângulo de atrito interno do material.

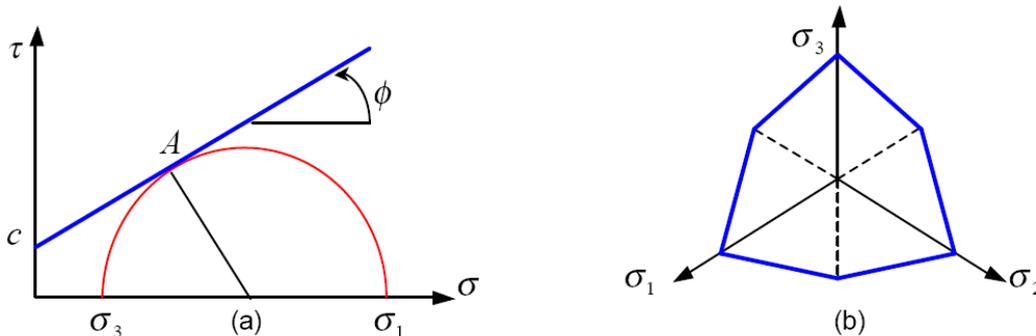


Figura 4.1 – Critério de escoamento de Mohr-Coulomb: a) no plano (σ, τ) ; b) no plano octaédrico (Ibañez, 2003).

Este critério de ruptura pode ser utilizado para expressar uma função de escoamento em termos de σ_1 e σ_3 respectivamente, a tensão principal maior e a tensão principal menor.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \varphi + c \cos \varphi \quad (4.10)$$

ou

$$F = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \varphi - c \cos \varphi = 0 \quad (4.11)$$

A equação (4.10) representa uma pirâmide hexagonal irregular no espaço de tensões, sendo a seção transversal representada em um plano octaédrico, como mostra a Figura 4.1b.

Em solos cuja resistência cumpre o critério de Mohr-Coulomb, a poropressão pode ser calculada pela análise em termos de tensões totais descrita no modelo elástico ou por meio do método de tensões efetivas (Atkinson, 1978).

O elemento do solo é submetido a mudanças de tensões totais $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$ e $\Delta\sigma_3$. Requer-se determinar a variação de poropressão Δu , que ocorre durante a deformação não drenada. Os incrementos de deformação $\Delta\varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon_2$, $\Delta\varepsilon_3$, podem ser calculados em função das tensões efetivas $\Delta\sigma'_1$, $\Delta\sigma'_2$ e $\Delta\sigma'_3$ como:

$$\begin{aligned}
\Delta\varepsilon_1 &= (1/E')(\Delta\sigma'_1 - \nu'\Delta\sigma'_2 - \nu'\Delta\sigma'_3) \\
\Delta\varepsilon_2 &= (1/E')(\Delta\sigma'_2 - \nu'\Delta\sigma'_3 - \nu'\Delta\sigma'_1) \\
\Delta\varepsilon_3 &= (1/E')(\Delta\sigma'_3 - \nu'\Delta\sigma'_1 - \nu'\Delta\sigma'_2)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

onde as constantes E' , ν' descrevem o comportamento do solo submetido às mudanças das tensões efetivas. A mudança em volume do elemento, ΔV , é $-V\Delta\varepsilon_v$, onde o incremento de deformação volumétrica no esqueleto do solo, $\Delta\varepsilon_v$ é:

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 \tag{4.13}$$

Portanto,

$$\Delta\varepsilon_v = -\Delta V/V = [(1-2\nu')/E'](\Delta\sigma'_1 + \Delta\sigma'_2 + \Delta\sigma'_3) \tag{4.14}$$

Substituindo o módulo de compressão volumétrica do esqueleto do solo, K'_s , por $E'/(1-2\nu)$ e escrevendo a equação em termos de tensões totais temos:

$$-\Delta V = (V/K'_s)(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 - 3\Delta u) \tag{4.15}$$

O volume de água no elemento do solo é:

$$V_w = [(\nu-1)/\nu]V = nV \tag{4.16}$$

onde n é a porosidade.

Se o solo é não-drenado e a água não pode entrar nem sair, este volume de água comprime a mesma quantidade do esqueleto do solo (os grãos do solo são assumidos incompressíveis comparados com a água). A compressão da água $\Delta V_w = -nV(\Delta u/K_w)$, devido à variação da poropressão Δu , deve, portanto, ser igual à compressão do solo, então:

$$nV(\Delta u/K_w) = (V/K'_s)(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 - 3\Delta u) \tag{4.17}$$

sendo K_w é o módulo de compressão volumétrica da água. Reagrupando os termos, temos:

$$\Delta u = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{K'_s} \frac{1}{(n/K_w) + (3/K'_s)} \tag{4.18}$$

ou

$$\Delta u = \Delta p \frac{1}{(nK'_s/3K_w) + 1} \tag{4.19}$$

Comparando as equações (4.5) com (4.18) pode-se deduzir que:

$$b = \frac{1}{(nK'_s/3K_w) + 1}, \quad a=0 \tag{4.20}$$

Quando a amostra está totalmente saturada, o módulo de compressão volumétrica da água é muito maior que o módulo de compressão volumétrica do solo, portanto, o parâmetro b da poropressão chega a ser muito próximo a 1. Se o fluido dos poros for incompressível (por exemplo, contendo bolhas de ar), K_w não pode ser tão grande comparado com K_s e, portanto, b pode ser significativamente menor que 1. As medidas do valor de b , então, dão uma indicação do grau de saturação da amostra. Para solos isotrópicos elásticos, onde K'_w é maior que K'_s , temos $b=1,0$ e $a=0$.

Como o solo não é perfeitamente elástico e as poropressões de valores consideráveis podem ser geradas por mudanças em q . Portanto, $a \neq 0$ é seu valor deve ser determinado, usualmente nos ensaios triaxiais, para cada amostra de solo.

Os parâmetros a e b são definidos por Skempton como parâmetros A e B onde:

$$\Delta u = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] \quad (4.21)$$

E necessário ressaltar que os modelos descritos anteriormente não predizem o comportamento da poropressão, mas ajudam a determinar outras variáveis importantes na análise dinâmica.

4.3. Modelo de Finn

Este modelo estabelece relações quantitativas entre as reduções de volume durante o carregamento cíclico drenado e o correspondente incremento de poropressão sujeito a condições não drenadas. Descreve-se aqui o desenvolvimento deste modelo empírico de tensões efetivas.

Martin *et al.* (1975) utilizaram o conceito de liquefação para analisar o mecanismo progressivo do incremento da poropressão em ensaios de cisalhamento simples cíclicos não-drenados. Eles obtiveram uma relação que permite avaliar teoricamente este incremento de poropressão usando parâmetros de tensões efetivas básicos. Já era reconhecido que a poropressão desenvolvida por carregamento cíclico durante um sismo dissiparia com o tempo; portanto, apesar do benefício da teoria anteriormente descrita, tinham-se ainda certas limitações em obter um procedimento para representar a dissipação da poropressão.

Posteriormente, Seed *et al.* (1975) publicaram um método simplificado que fornece um meio para avaliar as características gerais do incremento e a subsequente dissipação da poropressão, durante e após de um período sísmico. Esta teoria precisa da predição da liquefação submetida às condições não drenadas e das medidas de permeabilidade e compressibilidade, as mesmas utilizadas em uma equação similar à de adensamento unidimensional de Terzaghi.

Em 1977, Finn *et al.* ligam as duas teorias descritas anteriormente e apresentam um modelo não-linear de tensões efetivas. O método consiste em um procedimento de análise dinâmica, uma lei tensão x deformação específica e o cálculo de volume e poropressões simultâneo à análise dinâmica. Além disso, descrevem a teoria na qual se fundamenta o modelo de Finn. É necessário ressaltar que o desenvolvimento deste modelo empírico foi avaliado para um depósito de camadas horizontais de areia saturada.

4.3.1.

Procedimento para avaliar o incremento da poropressão (Martin *et al.*, 1975).

A seguir apresenta-se a teoria descrita por Martin *et al.* (1975) para avaliar o incremento da poropressão durante um carregamento cíclico.

Relações entre a redução de volume durante ensaios cíclicos drenados e os incrementos de poropressão em ensaios não-drenados.

Considera-se uma amostra de areia saturada submetida a um ciclo de carregamento em cisalhamento simples onde $\Delta\varepsilon_{vd}$ é o incremento volumétrico líquido correspondente ao decréscimo de volume obtido durante o ciclo de carregamento submetido a condições drenadas. Para condições iniciais, demonstra-se que $\Delta\varepsilon_{vd}$ é, basicamente, função da amplitude de deformação de cisalhamento e pode ser causado pelo escorregamento entre grãos. Considera-se agora um ciclo de carregamento que tem a mesma amplitude de deformação de cisalhamento dada anteriormente, mas aplicada para condições não drenadas. Baseado em dados experimentais é conhecido que a magnitude de flutuação da poropressão cíclica, para baixas amplitudes de deformação de cisalhamento, é pequena. Assume-se que a magnitude do incremento da poropressão residual de

um ciclo é, também, relativamente pequena comparada com a poropressão inicial. Então, é razoável declarar que as forças de contato intergranulares induzidas durante o ciclo de deformação de cisalhamento são similares à aquelas induzidas durante o ciclo drenado. Portanto os escorregamentos resultantes entre grãos com o incremento de deformação volumétrica, $\Delta\varepsilon_{vd}$, podem novamente ocorrer. Esta deformação devida ao escorregamento pode transferir parte da tensão vertical, previamente carregada pelas forças intergranulares, para a água incompressível. Com o conseqüente incremento da poropressão, a correspondente redução da tensão vertical resulta em uma liberação do incremento de deformação volumétrica $\Delta\varepsilon_{vr}$, armazenado pela deformação elástica nos contatos dos grãos.

Se:

Δu = incremento na poropressão residual do ciclo;

K_w = módulo de compressão volumétrica da água;

n_e = porosidade da amostra;

\bar{E}_r = módulo tangente da curva de descarregamento unidimensional no ponto correspondente às tensões efetivas verticais iniciais.

Compatibilizando o volume ao final do ciclo tem-se:

Mudança no volume dos vazios = Mudança líquida no volume da estrutura de areia.

Mudança do volume de vazios = $(\Delta u n_e) / K_w$;

Redução da estrutura da areia devido à deformação por escorregamento = $\Delta\varepsilon_{vd}$;

Incremento em volume da estrutura da areia devido à deformação volumétrica recuperável = $\Delta\varepsilon_{vr} = \Delta u / \bar{E}_r$;

Mudança neta no volume da estrutura de areia = $\Delta\varepsilon_{vd} - \Delta u / \bar{E}_r$.

Portanto:

$$\frac{(\Delta u n_e)}{K_w} = \Delta\varepsilon_{vd} - \frac{\Delta u}{\bar{E}_r} \quad (4.22)$$

$$\Delta u = \frac{\Delta\varepsilon_{vd}}{\frac{1}{\bar{E}_r} + \frac{n_e}{K_w}} \quad (4.23)$$

Para amostras saturadas, $K_w = 1,92 \times 10^6 \text{ kPa}$, enquanto que E_r é geralmente na ordem de $4,8 \times 10^4 \text{ kPa}$. Considerando a água como incompressível e sem mudanças de volume, têm-se:

$$\Delta \varepsilon_{vd} = \Delta \varepsilon_{vr} = \frac{\Delta u}{E_r}, \text{ ou} \quad (4.24)$$

$$\Delta u = \bar{E}_r \varepsilon_{vd} \quad (4.25)$$

Então, esta teoria, na sua versão mais simples, indica:

- No caso de areias saturadas, carregadas para uma tensão vertical efetiva de σ'_{vo} , têm-se uma deformação volumétrica recuperável de ε_{vro} . Desta forma, a liquefação ocorrerá quando uma história de deformação cíclica aplicada produzir uma deformação volumétrica de $\varepsilon_{vd} = \varepsilon_{vro}$ sob condições drenadas.
- No caso de areias não saturadas, o módulo de deformação volumétrica efetiva da água decresce rapidamente para reduções relativamente pequenas no grau de saturação, S_r . Por exemplo, K_w chega a ser da mesma ordem de \bar{E}_r para valores de $S_r \approx 99\%$ e, portanto, da equação (4.22) pode ser visto que o acréscimo da poropressão seria reduzido consideravelmente. Conseqüentemente, a necessidade de saturação durante ensaios cíclicos não-drenados é aparente, necessitando-se de resultados experimentais exatos. Assim, esta teoria assume uma saturação completa.

Para a aplicação da teoria de predição da poropressão é necessário um método de cálculo de mudanças de volume para carregamentos cíclicos não uniformes (como por exemplo, sismos ou carregamentos cíclicos de tensão controlada usando parâmetros físicos básicos da areia).

Conforme Martin *et al.* (1975), considerando o mesmo equipamento e a mesma série de ensaios efetuados por Silver & Seed (1971), que compreendia ensaios de deformação cíclica controlada, Martin *et al.* (1975) usaram amostras preparadas com uma densidade relativa de 45% normalmente carregadas a 4000 psf, mas envolvendo ensaios de amplitudes de deformação de cisalhamento não uniformes.

Na Figura 4.2 são apresentadas as curvas de deformação volumétrica para amplitudes de deformação de cisalhamento cíclico constante, das quais só a curva

para 0,3% de amplitude de deformação foi obtida experimentalmente. Para uma melhor compreensão do procedimento, a Figura 4.2 é novamente plotada na Figura 4.3, agora em termos de mudanças de deformação volumétrica por ciclo versus amplitudes de deformação de cisalhamento cíclico para valores constantes de deformação volumétrica.

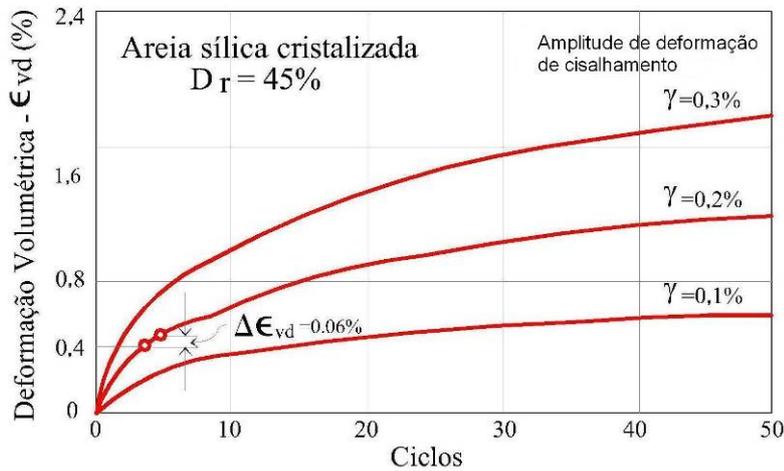


Figura 4.2 – Curvas de deformação volumétrica para ensaios de cisalhamento cíclico de amplitude de deformação constante (modificado de Martin *et. al.*, 1975).

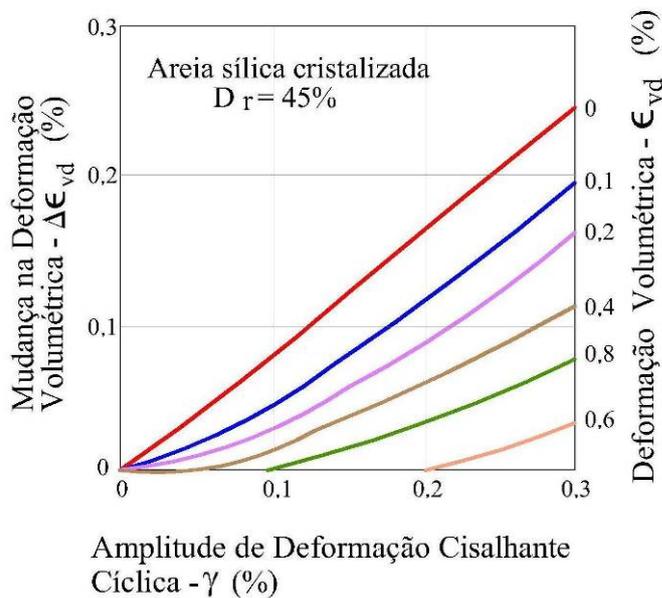


Figura 4.3 – Curvas de deformação volumétrica incremental (adaptado de Martin *et. al.*, 1975).

Uma característica observada no gráfico da Figura 4.3 é que a deformação volumétrica é proporcional à amplitude de deformação de cisalhamento. Para permitir que a família de curvas da Figura 4.3 seja utilizada, estas foram ajustadas para uma função analítica da forma:

$$\Delta \varepsilon_{vd} = C_1(\gamma - C_2 \varepsilon_{vd}) + \frac{C_3 \varepsilon_{vd}^2}{\gamma + C_4 \varepsilon_{vd}} \quad (4.26)$$

A avaliação das 4 constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 é realizada usando mais 2 ou 3 ensaios cíclicos de amplitude de deformação constante, onde o comportamento da mudança de volume submetida ao carregamento cíclico ficaria definido completamente. A constante C_1 é igual à inclinação da linha $\varepsilon_{vd} = 0$, enquanto as outras constantes podem ser estimadas selecionando três pontos em outras curvas de ε_{vd} constante, substituindo para valores de γ na equação (4.26) e finalmente resolvendo um sistema de equações de três incógnitas.

Adicionalmente, Martin *et al.* (1975) desenvolveram estudos que permitem calcular as mudanças de volume durante ensaios de cisalhamento simples cíclico de tensão controlada. No caso de ensaios cíclicos drenados, o módulo de cisalhamento é função da amplitude de deformação e do número de ciclos de carregamento, logo, faz-se necessário o uso de um método que permita prever o módulo de cisalhamento apropriado para cada ciclo de carregamento. Estudos detalhados revelaram que o efeito do número de ciclos no módulo de cisalhamento é considerado pela relação amplitude de deformação de cisalhamento x tensão de cisalhamento, como uma função de deformação volumétrica acumulada. Para uma dada deformação volumétrica, a curva suave de amplitude de deformação de cisalhamento x tensão cisalhante pode ser ajustada para a forma de uma hipérbole apresentada na Figura 4.4. Da mesma forma, assumindo que a amplitude de tensão de cisalhamento para um ciclo de deformação dado é proporcional à raiz quadrada da tensão efetiva vertical σ'_v , a família de curvas apresentada na Figura 4.4 foi ajustada como uma função hiperbólica expressa na forma geral completa:

$$\tau_{hv} = \frac{(\sigma'_v)^{1/2}}{a + b} \quad (4.27)$$

onde os parâmetros a e b são funções de ε_{vd} e podem ser ajustados a funções como:

$$a = A_1 - \frac{\varepsilon_{vd}}{A_2 + A_3 \varepsilon_{vd}} \quad (4.28)$$

$$b = B_1 - \frac{\varepsilon_{vd}}{B_2 + B_3 \varepsilon_{vd}} \quad (4.29)$$

A avaliação das seis constantes A_1 , A_2 , A_3 , B_1 , B_2 e B_3 é realizada através de dados de três ensaios cíclicos de amplitude de deformação constante. Portanto, define-se o comportamento amplitude de deformação de cisalhamento x tensão cisalhante em ensaios de cisalhamento simples cíclico.

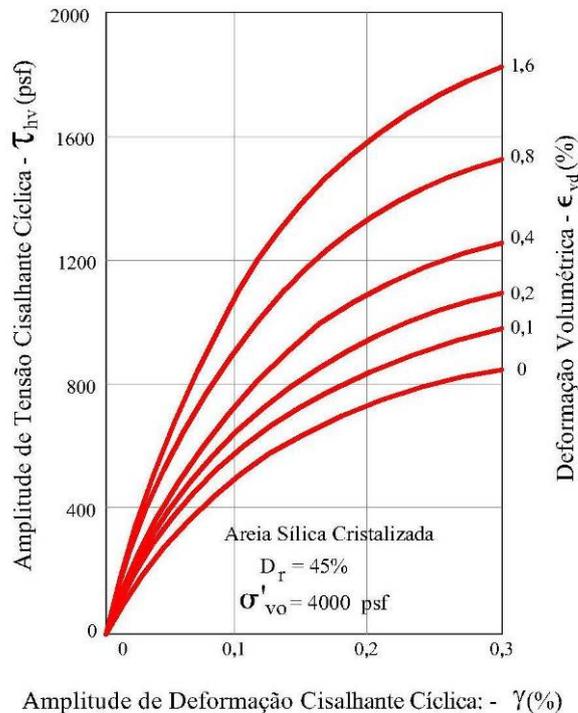


Figura 4.4 – Efeito da amplitude de deformação cisalhante cíclica e deformação volumétrica em relações de amplitudes de tensão x deformação drenadas, onde 1psf = 47.9N/m² (modificado de Martin,1975).

O comportamento do solo submetido a ensaios de cisalhamento simples cíclico não-drenado já foi extensamente estudado. Portanto, é importante comparar a teoria desenvolvida usando as expressões que permitem prever os incrementos da poropressão com resultados experimentais para um caso particular de uma seqüência de tensões de cisalhamento uniforme. O procedimento adotado para cada ciclo de cálculo computacional foi o seguinte:

1. As condições iniciais prévias de cada ciclo de carregamento são a amplitude da tensão de cisalhamento τ_{hv} , a tensão efetiva vertical, σ'_v , a deformação de escorregamento volumétrico acumulado, ϵ_{od} e sua correspondente poropressão u dos ciclos de carregamento prévios.
2. As amplitudes de deformação de cisalhamento correspondentes a amplitudes de tensão de cisalhamento apresentadas nas curvas de

amplitude tensão x deformação da Figura 4.4, podem ser calculadas usando a equação (4.27).

3. A partir das amplitudes de deformação de cisalhamento calculadas para o ciclo, o incremento da deformação volumétrica por escorregamento, $\Delta\varepsilon_{vd}$, pode ser calculado com as curvas apresentadas na Figura 4.3 e fazendo uso da equação (4.26).
4. O módulo de descarregamento \bar{E}_r , correspondente às condições iniciais, pode ser calculado com a equação:

$$\bar{E}_r = \frac{d\sigma'_v}{d\varepsilon_{vr}} = \frac{(\sigma'_v)^{1-m}}{mk_2(\sigma'_{v0})^{n-m}} \quad (4.30)$$

onde n , m e k_2 são parâmetros que podem ser obtidos de curvas de descarregamento para diferentes tensões verticais iniciais σ_{v0} .

5. Substituindo $\Delta\varepsilon_{vd}$ e \bar{E}_r na equação (4.24), determina-se o incremento da poropressão residual, Δu , ocorrido durante o ciclo de carregamento e adicionado à poropressão u existente no início do ciclo.

Programando esta seqüência de cálculos em um computador, para uma dada amplitude de tensão de cisalhamento cíclica aplicada, a história da amplitude da deformação de cisalhamento cíclico no tempo e os incrementos de poropressão podem ser facilmente determinados.

4.3.2.

Método simplificado para calcular a geração e dissipação de poropressões (Seed et al., 1975).

Neste item apresenta-se a análise da redistribuição de poropressões em um depósito de areia formado por camadas horizontais, durante e depois de um sismo.

Em condições não drenadas, este método exige a avaliação do número de ciclos de tensões uniformes (N_l) para produzir uma condição de liquefação inicial. Este valor pode ser obtido por meio de amostras representativas submetidas a ensaios de cisalhamento simples cíclico ou outros ensaios apropriados. De acordo com a Figura 4.5 se pode estimar a poropressão desenvolvida após um certo número N de ciclos uniformes equivalentes. A curva apresentada na Figura 4.5 foi usada como base na predição de geração de poropressão para a teoria posteriormente descrita.

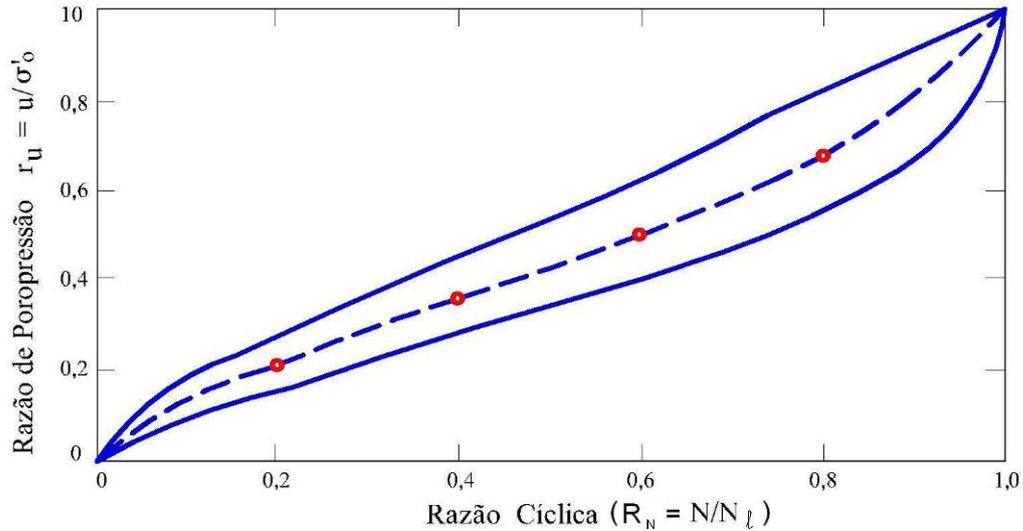


Figura 4.5 – Razão de incremento de poropressão em ensaios de cisalhamento simples cíclico (modificado de Seed *et. al.*, 1975).

Seja:

$$r_u = \frac{u_g}{\sigma'_o} \quad (4.31)$$

onde:

u_g = excesso de poropressão hidrostática pico gerada por um sismo;

σ'_o = pressão efetiva de sobrecarga (*overburden*) correspondente à condição de pressão hidrostática;

r_u = razão de poropressão.

Além disso,

$$r_N = \frac{N}{N_l} \quad (4.32)$$

onde:

N = Número de ciclos de tensões aplicados;

N_l = Número acumulativo de ciclos requeridos para iniciar a liquefação;

r_N = razão entre o número de ciclos de tensões aplicado e o número de ciclos acumulativos para iniciar a liquefação.

Utiliza-se a expressão (4.33) para ajustar a forma característica da curva da Figura 4.5:

$$r_N = \left[\frac{1}{2} (1 - \cos \pi r_u) \right]^\alpha \quad (4.33)$$

na qual

α é função das propriedades do solo e condições de ensaio.

Para a linha tracejada da Figura 4.5 o valor de $\alpha = 0.7$ fornece o melhor ajuste.

O valor de r_u pode ser expresso em termos de r_N pela seguinte relação:

$$r_u = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsen \left((2r_N)^\alpha - 1 \right) \quad (4.34)$$

A qual é simplesmente obtida da equação (4.33).

Procedimento para a estimativa da poropressão:

1. Para uma camada de um depósito de solo localizada a uma profundidade determinada, precisa-se estimar a história no tempo das tensões de cisalhamento horizontais desenvolvidas pelo sismo por meio de um procedimento apropriado. Este cálculo pode ser feito por uma análise de resposta do solo ou por um método simplificado baseado nos resultados dessas análises. Em qualquer caso a história de tensões resultante será irregular.
2. Usando o procedimento de pesos ponderados, a história de tensões atuais pode ser representada por um número equivalente de ciclos de tensões uniformes N_{eq} , tendo uma amplitude de tensões pico τ_{eq} , desenvolvida a partir de uma duração determinada de ciclos de uma vibração, ou seja, em um período particular T_{eq} .
3. Para as condições de sobrecarregamento, com a densidade da areia e as tensões cíclicas uniformes equivalentes determinadas no passo No. 2 determina-se o número de ciclos requerido para produzir a condição de liquefação (N_l). Se a camada de areia está em condições não drenadas, a taxa de desenvolvimento de poropressão pode ser estabelecida de duas formas:
 - (a) Se $N_l < N_{eq}$, haverá liquefação na camada de areia antes que a vibração seja concluída e após de um tempo igual a $N_l * T_{eq}$.
 - (b) Se $N_l > N_{eq}$, a poropressão não dissipará e seguirá a trajetória da curva da Figura 4.5.

Desenvolvimento da poropressão durante a vibração de um sismo

Apresentada a avaliação da razão da poropressão durante a vibração de um sismo, pode-se analisar o desenvolvimento da poropressão no depósito de solo. Dois fenômenos aparecem simultaneamente:

1. Excessos de pressões hidrostáticas u_g , geradas pelas tensões cíclicas induzidas pelo movimento do sismo.
2. Dissipação do excesso de pressão hidrostática, acompanhado de mudanças de volume, de acordo com as leis de difusão para o adensamento unidimensional.

A distribuição do excesso de pressão hidrostática no depósito é controlada pela equação diferencial (4.35).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial u_g}{\partial t} \quad (4.35)$$

$$q = \frac{\partial u_g}{\partial t} \quad (4.36)$$

sendo:

c_v = Coeficiente de adensamento do solo

q = razão da geração da poropressão causada pelo sismo

Esta equação é idêntica à equação de adensamento unidimensional de Terzaghi, mas com a adição do termo q , gerado pelo sismo.

Para resolver a equação se utilizou o método de diferenças finitas, tendo por condições de contorno a drenagem livre e a elevação do nível d'água. Surgem dois problemas na solução da equação:

1. Incorporação do termo q .
2. No caso do lençol freático não coincidir com a superfície, tem-se que modelar a elevação do nível freático com o tempo, a dissipação da poropressão e a consideração do adensamento no solo.

Incorporação da geração de poropressão em análises de diferenças finitas:

Considerando um pequeno incremento de tempo Δt , o termo q da equação (4.36) pode ser expresso por:

$$q = \frac{u_{gl} - u_o}{\Delta t} \quad (4.37)$$

sendo que:

u_o é o excesso de poropressão no tempo t_o ,

u_{gl} é o excesso de poropressão que se desenvolveria o tempo $t_I = t_o + \Delta t$

É possível avaliar u_{gl} pelo procedimento previamente descrito. Para um tempo $t = t_I$:

$$r_{N1} = r_{NO} + \Delta r_N \quad (4.38)$$

onde Δr_N é o incremento função do ciclo para condições não drenadas sobre o incremento do tempo Δt e é definido por:

$$\Delta r_N = \frac{\Delta N}{N_l} \quad (4.39)$$

na qual:

ΔN é a fração de um ciclo equivalente ocorrido no incremento de tempo Δt

N_l é o número de ciclos requerido para iniciar liquefação submetido a condições não drenadas para um nível de tensões de cisalhamento τ_{eq}

Conseqüentemente,

$$\Delta N = \frac{\Delta t}{T} * N_{eq} \quad (4.40)$$

sendo T a duração do sismo.

Substituindo a equação (4.40) na equação (4.39), tem-se:

$$\Delta r_N = \frac{\Delta t}{T} * \frac{N_{eq}}{N_l} \quad (4.41)$$

Obtido Δr_N , $\overline{r_{N1}}$ pode ser determinado da equação (4.38) e u_{gl} da equação (4.34) com $r_N = \overline{r_{N1}}$ e $r_u = u_{gl}/\sigma'_o$.

Propriedades do solo:

Para aplicar a teoria apresentada acima, é necessário avaliar as características de liquefação, permeabilidade e compressibilidade do solo submetido a condições não drenadas. Para determinar estas características devem ser desenvolvidos ensaios de laboratório com amostras representativas. Todavia, o uso de valores típicos permite uma solução razoável na aplicação da teoria.

Consideração do aumento da elevação do lençol freático:

Caso o lençol freático esteja abaixo da superfície, o adensamento das camadas de solo produzirá um fluxo ascendente da poropressão, resultando em um aumento do lençol freático que continuará até que o excesso da poropressão tenha se dissipado ou o nível de água tenha atingido a superfície.

Para determinar o incremento do lençol freático é preciso estimar a quantidade de água por unidade de área que flui em direção ascendente (Q) em um intervalo de tempo Δt .

$$Q = -k \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=d} * \Delta t \quad (4.42)$$

onde k é o coeficiente de permeabilidade. A equação (4.42) calcula a mudança na elevação do nível da zona saturada.

Procedimento para avaliar a geração e dissipação da poropressão:

Baseado nas considerações descritas anteriormente, recomenda-se seguir o seguinte procedimento simplificado para a análise unidimensional da geração e dissipação da poropressão de um depósito de areia submetido a uma excitação sísmica:

1. Por meio de uma análise de resposta dinâmica do depósito do solo, ou de outro procedimento que for adequado, determinar a história no tempo das tensões de cisalhamento desenvolvidas pelo sismo às profundidades de interesse.
2. Para cada profundidade selecionada no passo 1, estimar a tensão cíclica uniforme equivalente (τ_{eq}), o número equivalente de ciclos de tensões uniformes (N_{eq}) e o período efetivo de cada ciclo de tensão T_{eq} representando a história de tensão induzida.
3. Determinar, por meio de ensaios de carregamento cíclico no laboratório, as relações entre as tensões de cisalhamento cíclico aplicadas e o número de ciclos de tensões requeridas para gerar a condição de início de liquefação da amostra submetida a condições não drenadas para diferentes profundidades de solo.

4. A partir dos dados desenvolvidos no passo 3, calcular o número de ciclos de tensões com período τ_{eq} requeridos para causar liquefação inicial do solo (N_l) na profundidade de interesse.
5. Estimar os valores da razão do incremento da poropressão (q) para cada camada do depósito de solo. Caso o solo esteja em condições não drenadas, usar a curva representativa da Figura 4.5.
6. Dados os valores dos coeficientes de permeabilidade e compressibilidade conhecidos, determinar os valores correspondentes do coeficiente de adensamento c_v para as diferentes camadas.
7. Com os valores obtidos nos passos anteriores, as expressões de geração de poropressão e condições de contorno; resolver a equação (4.35) utilizando algum método adequado para resolver equações diferenciais.

Se é de interesse realizar a análise na etapa posterior ao sismo, a equação (4.35) pode ser resolvida sem o termo q de geração de poropressão:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v * \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4.43)$$

4.3.3.

Modelo de tensões efetivas para liquefação (Finn *et al.*, 1977).

Relações constitutivas do modelo de tensões efetivas.

O objetivo geral de todo modelo é determinar a resposta dinâmica do solo usando relações constitutivas que considerem os seguintes fatores: (1) O módulo de cisalhamento inicial no sítio, (2) A variação do módulo de cisalhamento com a deformação de cisalhamento, (3) A geração e dissipação contemporâneas de poropressões, (4) As mudanças da tensão normal efetiva média, (5) O amortecimento, e (6) O endurecimento.

Apresenta-se agora uma breve descrição do procedimento estendido que abrange a geração e dissipação da poropressão anteriormente explicada, de forma a determinar a resposta dinâmica para um dado sismo, em camadas de areia saturada (Finn *et al.*, 1977).

Módulo de cisalhamento inicial:

Durante o sismo, todo o depósito arenoso é submetido a um carregamento irregular que consiste de intervalos de carregamento, descarregamento e recarregamento. O estado inicial de uma areia é controlado pelo valor de seu módulo de cisalhamento inicial G_{mo} , determinado por métodos geofísicos ou ensaios de coluna de ressonância. Assume-se que a resposta da areia segue a relação tensão x deformação hiperbólica adotada por Hardin & Drenevich (1972), a qual se ilustra na Figura 4.6. Portanto, a fase inicial de carregamento na areia é descrita como:

$$\tau = \frac{G_{mo}\gamma}{1 + \frac{G_{mo}\gamma}{\tau_{mo}}} \quad (4.44)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento para uma amplitude de deformação γ , G_{mo} é o módulo tangente inicial máximo e τ_{mo} é a tensão de cisalhamento máxima que pode ser aplicada na areia em seu estado inicial (antes da falha).

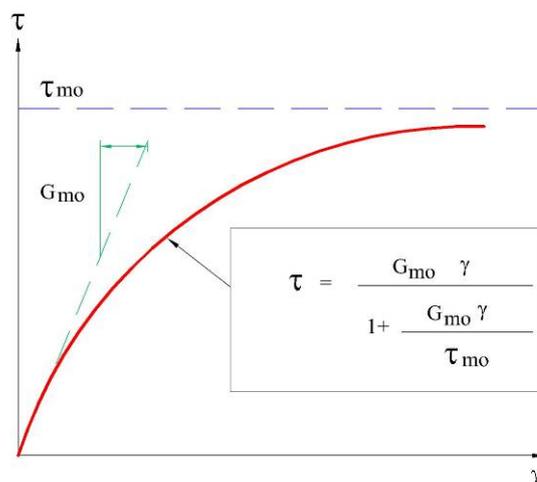


Figura 4.6 – Curva hiperbólica de tensão x deformação (adaptado de Finn *et. al.*, 1977).

Na Figura 4.7 se apresenta a curva básica (*skeleton curve*) que descreve o carregamento inicial, que pode ser descrita na forma:

$$\tau = f(\gamma) \quad (4.45)$$

Se o descarregamento ocorrer no ponto (γ_r, τ_r) então a curva tensão x deformação durante o subsequente descarregamento x recarregamento desde o ponto de reversão pode ser assumida como:

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_r}{2}\right) \quad (4.46)$$

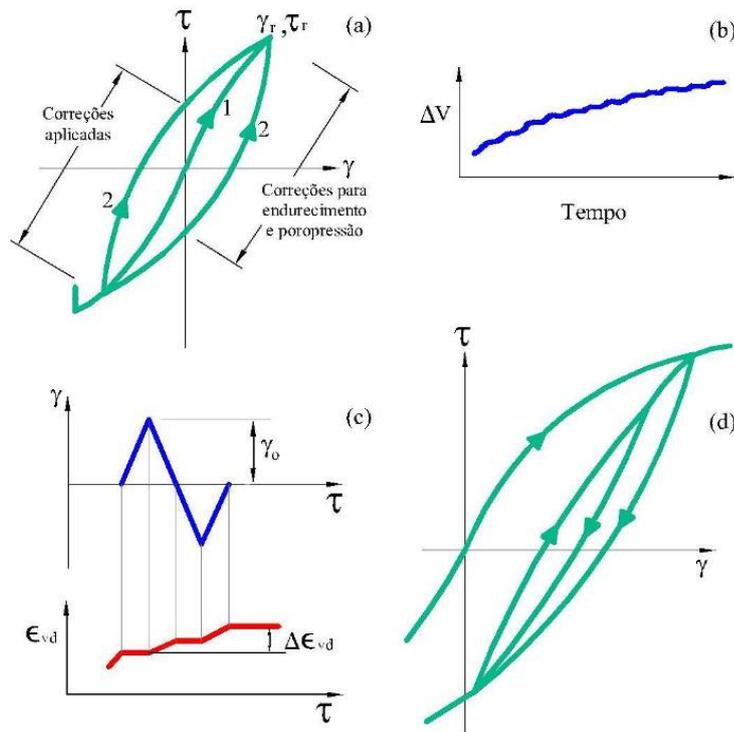


Figura 4.7 – (a) Ciclo do primeiro carregamento; (b) Mudança de volume com o tempo; (c) Detalhe da mudança de volume; (d) Modelo de carregamento geral. Modificado de Finn *et. al.* (1977).

Quando a curva descrita na equação (4.46) cruza a curva de carregamento previamente descrita, então a curva tensão x deformação segue a curva do ciclo prévio. Se durante o descarregamento o recarregamento intercepta a curva básica, logo se segue a trajetória desta. Este tipo de resposta é conhecido como Modelo de Massing.

Portanto, a resposta tensão x deformação de uma areia, na ausência de endurecimento e poropressão, é descrita pelas equações (4.44) e (4.46).

Efeitos de poropressão e endurecimento:

Com base em ensaios de cisalhamento simples cíclico, a maior porcentagem da mudança de volume numa areia seca ou o incremento de poropressão numa areia saturada, ocorre na fase de descarregamento de um ciclo de carregamento cíclico, tal como se apresenta na Figura 4.7b. Conseqüentemente, as modificações da curva de tensão x deformação para considerar endurecimento e poropressão são feitas durante o período de descarregamento. Para intervalos de deformação $\Delta\gamma$,

durante o descarregamento, correspondem intervalos constantes de tempo Δt ; nas quais são feitas correções pelos efeitos de endurecimento e poropressão.

Este procedimento é repetido para cada carregamento e descarregamento, resultando uma série de laços histeréticos com mudanças contínuas no comportamento tensão x deformação de uma areia submetida a um carregamento cíclico (Figura 4.7d).

Endurecimento:

Obtêm-se o módulo de cisalhamento máximo G_{mn} e a tensão de cisalhamento máxima τ_{mn} das equações (4.47) e (4.48), após produzida a deformação volumétrica ε_{vd} :

$$G_{mn} = G_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_1 + H_2 \varepsilon_{vd}}\right) \quad (4.47)$$

$$\tau_{mn} = \tau_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_3 + H_4 \varepsilon_{vd}}\right) \quad (4.48)$$

nas quais ε_{vd} é a deformação volumétrica acumulada e H_1 , H_2 , H_3 e H_4 são constantes. As constantes são determinadas pelo ajuste das equações (4.47) e (4.48) a resultados de ensaios de carregamento cíclico de deformação constante usando o equipamento de cisalhamento simples.

Geração de poropressão:

O incremento de poropressão Δu , é governado pelas equações (4.22), (4.23) e (4.26). O Δu é distribuído sobre a porção não carregada do ciclo de carregamento e o módulo de cisalhamento é modificado progressivamente pelas mudanças em tensões efetivas em cada intervalo de tempo Δt . O nível de tensão efetiva afetará o módulo inicial G_{mn} e a tensão de cisalhamento máxima τ_{mn} aplicável ao próximo ciclo de carregamento. Conseqüentemente, para areias saturadas, o módulo de cisalhamento máximo e a tensão de cisalhamento máxima permitida para o enésimo ciclo são relacionados com os valores iniciais respectivos pelas equações (4.49) e (4.50).

$$G_{mn} = G_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_1 + H_2 \varepsilon_{vd}}\right) \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{vo}}\right)^{1/2} \quad (4.49)$$

$$\tau_{mn} = \tau_{mo} \left(1 + \frac{\varepsilon_{vd}}{H_3 + H_4 \varepsilon_{vd}}\right) \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{vo}} \quad (4.50)$$

sendo σ'_{vo} a tensão efetiva vertical inicial e σ'_v a tensão efetiva vertical no início do n ésimo ciclo.

As equações (4.49) e (4.50) permitem determinar o módulo de cisalhamento máximo e a tensão de cisalhamento compatíveis com a quantidade de endurecimento desenvolvida e a magnitude de poropressão atual. Portanto, pode-se atualizar continuamente a equação (4.46) e determinar para qualquer tempo o módulo de cisalhamento tangente atual a usar pela análise dinâmica. A forma explícita atualizada da equação (4.46) é:

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = \frac{\frac{G_{mn}(\gamma - \gamma_r)}{2}}{1 + \frac{G_{mn}|\gamma - \gamma_r|}{2\tau_{mn}}} \quad (4.51)$$

A resposta tensão x deformação completa de areias saturadas não drenadas é descrita pelas equações (4.49), (4.50) e (4.51).

Dissipação de poropressão:

Se a camada de areia saturada pode drenar durante a vibração, então se produz geração e dissipação de poropressão simultaneamente. Desta forma, o índice de incremento de poropressão será menor que para a areia completamente não-drenada. A distribuição de poropressão no tempo t é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \bar{E}_r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \bar{E}_r \frac{\partial \varepsilon_{vd}}{\partial t} \quad (4.52)$$

onde u = poropressão, k = permeabilidade e γ_w é o peso específico da água. O termo que contém ε_{vd} representa a geração interna de poropressão. Esta equação é utilizada quando a drenagem externa não é produzida. Numa camada de areia as poropressões geradas pelo sismo em várias localizações não estarão em equilíbrio uma com a outra, desenvolvendo assim uma redistribuição contínua de poropressões submetida a gradientes atuais estabelecidos pelo movimento sísmico. A poropressão em qualquer tempo t é determinada pela equação (4.52), a qual é resolvida numericamente pelas equações de movimento da camada de areia de forma a atualizar continuamente os valores de poropressão que estão sendo

desenvolvidas durante a vibração sísmica. A equação (4.52) reflete os efeitos da geração e redistribuição de poropressão contemporânea.

Análise dinâmica acoplada e resposta de poropressão

Assume-se um estrato de areia saturada sobrejacente a um maciço rochoso e uma vibração devida a uma onda de cisalhamento horizontal que se propaga verticalmente em direção ascendente. As propriedades da areia variam verticalmente e o depósito de areia é dividido em camadas com propriedades aproximadamente uniformes. Este sistema é modelado como um sistema de massas concentradas colocando a metade da massa de cada camada nos contornos de cada camada. As massas são conectadas por molas não-lineares com propriedades tensão x deformação descritas pela equação (4.44) para o ciclo de carregamento e pela equação (4.51) para os descarregamentos e recarregamentos subsequentes. Estas equações refletem o comportamento histerético, dependente da deformação e não-linear. A equação diferencial do movimento é:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\ddot{u}_g(t) \quad (4.53)$$

onde $[M]$ = matriz diagonal de massa, $[C]$ = matriz de amortecimento viscoso, $[K]$ = matriz de rigidez não-linear, $\ddot{u}_g(t)$ = acelerações do sismo na base da camada e $\{x\}, \{\dot{x}\}, \{\ddot{x}\}$, são os deslocamentos, velocidades e acelerações das massas $[M]$ relativas à base.

4.4. Modelo de Byrne

Uma avaliação detalhada da equação (4.26) desenvolvida no modelo de Finn mostra que não é geralmente estável. De ali, Byrne (1991) propôs como alternativa uma equação com só 2 parâmetros que aparentemente brinda correlações melhores em um intervalo considerável de densidades relativas.

Os parâmetros da equação (4.26) podem ser usados em análises para prever mudanças de volume plásticas e recalques baixo condições drenadas e/ou aumento da poropressão e liquefação de areias saturadas ou em análise dinâmica de tensões totais ou efetivas.

Da Figura 4.2 e da Figura 4.3 anteriormente apresentadas, pode-se deduzir que a deformação volumétrica acumulada é o fator preponderante (*hardener*) que controla a mudança de volume plástico no ciclo atual. Além disso, da forma como é apresentada a Figura 4.3, não é necessário que a deformação de cisalhamento seja a mesma em cada ciclo numa seqüência de carregamento, todavia, desta figura, é difícil expressar o dado em forma de equação.

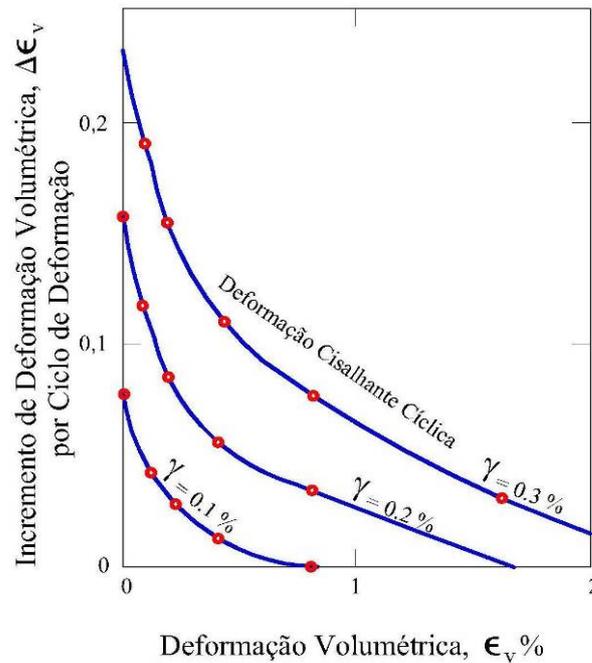


Figura 4.8 – Curvas alternativas de deformação volumétrica dos dados das Figura 4.2 e Figura 4.3 (modificado de Byrne, 1991).

Uma alternativa é ilustrar de outra maneira os dados da Figura 4.3, tal como os apresentados na Figura 4.8, na qual a deformação volumétrica por ciclo, $\Delta \epsilon_v$, é plotada *versus* a deformação volumétrica acumulada, ϵ_v , para três níveis de deformação de cisalhamento. Se os eixos da Figura 4.8 forem divididos pela deformação volumétrica, as três curvas desta figura colapsam numa única curva, representada pela equação:

$$\frac{\Delta \epsilon_v}{\gamma} = C_1 \text{EXP}(-C_2 \left(\frac{\epsilon_v}{\gamma}\right)) \quad (4.54)$$

na qual $C_1 = 0,8$ e $C_2 = 0,5$ para os dados mostrados.

O parâmetro C_1 controla a quantidade de mudança de volume. Para o primeiro ciclo de carregamento $\epsilon_v = 0$ e, portanto:

$$C_1 = \frac{(\Delta \epsilon_v)_{ciclo1}}{\gamma} \tag{4.55}$$

Os dados também mostram que a deformação volumétrica acumulada no final dos 15 ciclos uniformes é aproximadamente 5 vezes maior que o primeiro ciclo, portanto:

$$C_1 = \frac{(\epsilon_v)_{15}}{5\gamma} \tag{4.56}$$

Em muitos casos, esta equação pode ser melhor que a equação (4.55), porque existem dados consideráveis em $(\epsilon_v)_{15}$ como função da densidade relativa.

O parâmetro C_2 controla a forma da mudança volumétrica acumulada com o número de ciclos. A forma prevista da Figura 4.9 é compatível com a obtida por Martin *et al.* (1975) e também com os dados de Tokimatsu & Seed (1987) descritos em Byrne (1991).

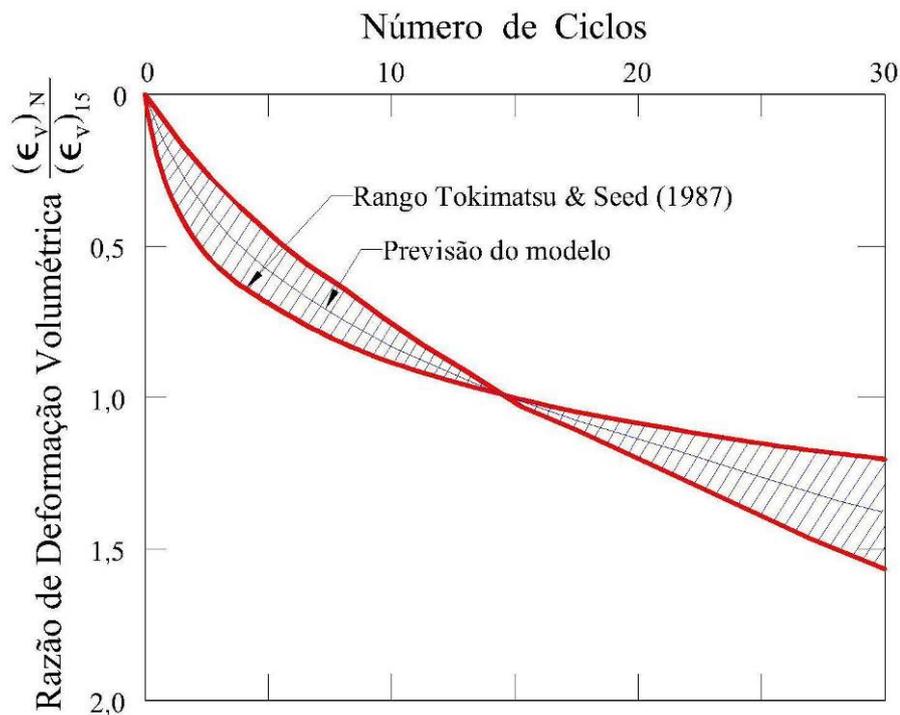


Figura 4.9 – Relação entre a razão de deformação volumétrica e o número de ciclos para areias secas (adaptado de Byrne, 1991).

Uma vez que a forma da curva na Figura 4.8 é a mesma para todas as densidades, o parâmetro C_2 é uma fração da constante C_1 para todas as densidades relativas e pode ser descrita como:

$$C_2 = \frac{0,4}{C_1} \tag{4.57}$$

A equação de acoplamento cisalhamento-volume incremental fundamental envolve, portanto, somente uma constante, C_1 , a qual depende da densidade da areia e só pode ser avaliada se a deformação volumétrica acumulada é conhecida para um número específico de ciclos. Todavia, recomenda-se que a constante C_2 seja preservada, pois confere grande flexibilidade na união dos dados se uma história mais completa de deformações volumétricas acumuladas estiver disponível.

Tokimatsu & Seed (1987) apresentam na Figura 4.10 os dados da deformação volumétrica acumulada após 15 ciclos para um intervalo de deformações de cisalhamento cíclicas e densidades relativas. Os valores de C_1 e C_2 foram calculados usando as equações (4.56) e (4.57). Os modelos preditos usando as constantes estimadas são mostrados na Figura 4.10 e apresentam uma boa correlação com os dados. O modelo de Martin (Martin *et al.* 1975) está abaixo dos dados de Tokimatsu & Seed (1987).

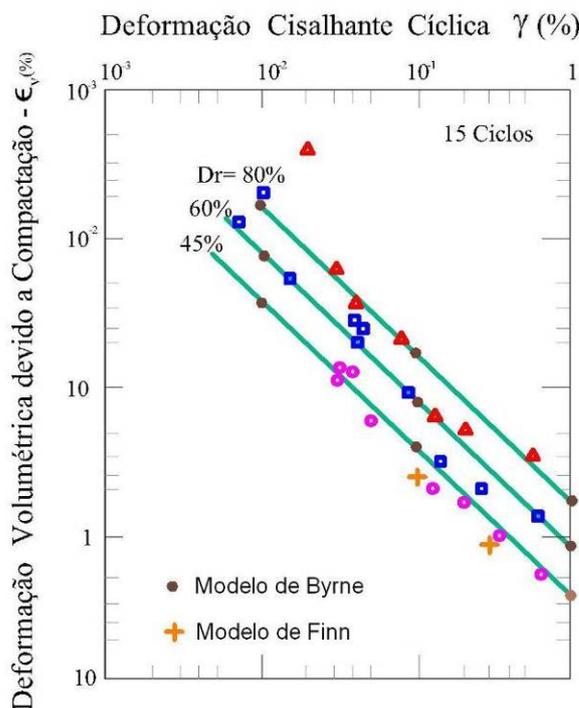


Figura 4.10 – Relação entre a deformação volumétrica e a deformação de cisalhamento para areias secas. Dados de Silver & Seed (1971) apud adaptado de Byrne (1991).

O valor de C_1 pode ser expresso numa equação em função da densidade relativa Dr :

$$C_1 = 7600(D_r)^{-2,5} \tag{4.58}$$

onde D_r está em porcentagem e o valor de C_2 é obtido com a equação (4.57).

Byrne (1991) afirma que, além disso, Tokimatsu & Seed (1987) obtiveram valores de deformação volumétrica acumulada após de 15 ciclos como uma função dos valores de SPT (ensaio de penetração padrão), $(N_1)_{60}$.

A correlação entre a densidade relativa e $(N_1)_{60}$ pode ser aproximada no intervalo de $30 < D_r < 90$ por:

$$D_r = 15(N_1)_{60}^{1/2} \quad (4.59)$$

Conseqüentemente os valores de C_1 e C_2 podem ser expressos em forma de equações como:

$$C_1 = 8,7(N_1)_{60}^{-1,25} \quad (4.60)$$

$$C_2 = 0,4 / C_1 \quad (4.61)$$

A equação de deformação volumétrica pode ser incorporada numa análise dinâmica para estimar, em um estrato de areia, o incremento de deformação volumétrica a qualquer profundidade a partir de uma série unidimensional de pulsos de deformações. A integração destas deformações dará recalques no estrato em qualquer ponto.

Para um modelo aleatório de ciclos de deformação, é apropriado modificar a equação base para calcular as deformações volumétricas por $1/2$ ciclo, modificando para a equação (4.62):

$$(\Delta\varepsilon_v)_{1/2ciclo} = 0,5\gamma C_1 EXP(-C_2 \frac{\varepsilon_v}{\gamma}) \quad (4.62)$$

Deformação volumétrica e incremento de poropressão

O aumento da poropressão em condições não drenadas saturadas pode ser calculado a partir da compatibilidade volumétrica.

$$\Delta\varepsilon_v = \Delta\varepsilon_v^e + \Delta\varepsilon_v^p \quad (4.63)$$

sendo:

$\Delta\varepsilon_v$ = Mudança incremental total na deformação volumétrica por $1/2$ ciclo;

$\Delta\varepsilon_v^e$ = Mudança incremental elástica na deformação volumétrica por $1/2$ ciclo;

$\Delta\varepsilon_v^p$ = Deformação volumétrica incremental plástica por $1/2$ ciclo.

Agora, para condições de cisalhamento simples:

$$\Delta \varepsilon_v^e = \frac{\Delta \sigma_v'}{M} \quad (4.64)$$

onde:

$\Delta \sigma_v'$ = Mudança na tensão efetiva vertical por 1/2 ciclo;

M = Módulo tangente da tensão efetiva ressaltada restrita do esqueleto da areia

As deformações volumétricas referidas anteriormente, em particular a descrita na equação (4.62), não são recuperáveis, portanto, são deformações plásticas e serão denominadas a partir de agora com o sobrescrito de p .

Para condições não drenadas saturadas $\Delta \varepsilon_v = 0$, conseqüentemente das equações (4.63) e (4.64):

$$\Delta \sigma_v' = -M \Delta \varepsilon_v^p \quad (4.65)$$

Se não houver mudança nas tensões totais, então $\Delta \sigma_v = 0$, e a mudança na poropressão é $\Delta u_v = -\Delta \sigma$, portanto:

$$\Delta u = M \Delta \varepsilon_v^p \quad (4.66)$$

Conhecendo $\Delta \varepsilon_v^p$ da equação (4.62) de alguma metade de ciclo de deformação conhecida, o aumento da poropressão por metade de ciclo pode ser estimada da equação (4.66). A poropressão gerada, u_g , para algum modelo específico de ciclos de deformação pode ser calculada pela soma dos incrementos de poropressão, quer dizer, $u_g = \sum \Delta u$.

O módulo tangente restrito de tensão efetiva recuperada aparentemente é dependente do nível de tensões efetivas e não de densidades relativas, podendo predito como:

$$M = K_m P_a \left(\frac{\sigma_v'}{P_a} \right)^m \quad (4.67)$$

Valores de $K_m \approx 1600$ e $m = 0,5$ definem um módulo com boa correlação com valores reportados por Martin *et al.* (1975), assim como também resultados de ensaios de liquefação.

Resposta controlada por deformações cíclicas:

Ensaio não-drenados cíclicos controlados por deformação indicam que existe um limite, por abaixo do qual as deformações volumétricas e a geração de poropressões não ocorrem. Estes ensaios envolvem um número grande de ciclos.

Foi constatado que o modelo baseado na equação (4.62) superestima as deformações volumétricas e as poropressões, conseqüentemente, é necessário efetuar a correlação da deformação de cisalhamento considerando a deformação limite prevista anteriormente, para obter uma boa compatibilidade com os dados.

O efeito da deformação limite é considerado especificando uma deformação de cisalhamento plástica, γ^* , para ser usada na equação (4.62) como:

$$\gamma^* = \gamma - \gamma_t \quad (4.68)$$

onde γ_t = deformação limite.

Resposta controlada por carregamento cíclico:

Para prever a resposta do carregamento cíclico não-drenado de areia saturada usando o modelo proposto, é necessário introduzir uma lei tensão-deformação para calcular as deformações de cisalhamento em função das tensões de cisalhamento aplicadas.

Byrne (1991), neste caso, usou as equações definidas por Seed & Idriss (1970), onde o módulo de cisalhamento máximo G_{max} , o qual ocorre para valores de deformação de cisalhamento inferiores a 10⁻⁴%, pode ser expresso como:

$$G_{max} = 21,7(K_2)_{max} P_a \left(\frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^{0,5} \quad (4.69)$$

na qual:

$(K_2)_{max}$ = Parâmetro do módulo dependente da densidade ou valor de $(N_1)_{60}$ da areia, e

σ'_m = tensão efetiva média normal.

Seed & Idriss (1970) indicaram que $(K_2)_{max}$ poderia ser expresso em função da densidade relativa pela equação:

$$(K_2)_{max} = 3,5(D_r)^{2/3} \quad (4.70)$$

sendo D_r em porcentagem.

Em termos de $(N_1)_{60}$, Seed sugeriu:

$$(K_2)_{max} = 20(N_1)_{60}^{1/3} \quad (4.71)$$

Byrne (1991) afirma que Hardin & Drnevich (1972), Seed *et al.* (1986) e Tokimatsu & Seed (1987) propuseram curvas de redução de módulo que permitem calcular o módulo secante apropriadamente, compatível com a

deformação. O método de Hardin & Drnevich (1972), cujos resultados são similares aos de Seed *et al.* (1986), é expresso matematicamente da forma:

$$G = G_{\max} = \left(\frac{1}{1 + \gamma_h} \right) \tag{4.72}$$

onde γ_h = deformação hiperbólica.

Resistência à liquefação:

As equações de tensão-deformação de cisalhamento permitem calcular as deformações de cisalhamento para tensões de cisalhamento conhecidas, considerando o incremento da poropressão e seu efeito no módulo de cisalhamento. Na Figura 4.11 observa-se que a forma característica das curvas de resistência à liquefação é fortemente dependente de um valor de deformação limite assumido ($\gamma_t = 0,01\%$ e $\gamma_t = 0,005\%$).

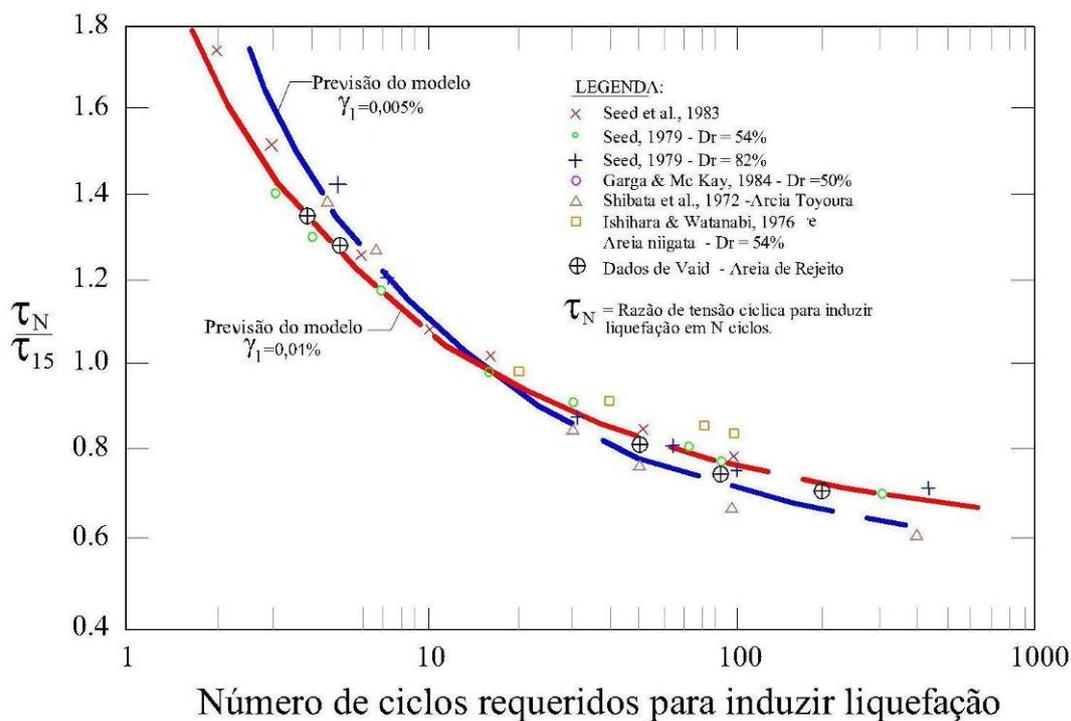


Figura 4.11 – Relação entre os níveis de tensões de cisalhamento e o número de ciclos para iniciar liquefação (modificado de Byrne, 1991).

4.5. Modelo UBCsand

Este modelo constitutivo utiliza um procedimento numérico de tensões efetivas totalmente acoplado, baseado na teoria da plasticidade clássica e nas

características do comportamento da areia submetida a ensaios de carregamento monotônico e cíclico, observadas no laboratório.

O presente modelo é uma extensão de um modelo simples que inclui descarregamento plástico e rotação dos planos principais associados com o carregamento de cisalhamento simples ou efeito K_o .

UBCsand originalmente considerava o descarregamento elástico, o qual pode ser adequado para análises preliminares, mas foi conferido no laboratório que, durante a fase de descarregamento, ocorrem deformações plásticas de valor considerável que capturam o colapso do solo durante a reversão das tensões; portanto, é importante incluir o descarregamento plástico.

A rotação de tensões principais ocorre sempre no carregamento por cisalhamento simples e seu efeito depende do estado de adensamento K_o . É difícil desenvolver ensaios de cisalhamento simples com valores de K_o iniciais pré-determinados, no entanto, Park & Byrne (2006) afirmam que Ishihara (1996) comprovou, mediante ensaios de torsão com confinamento lateral, que K_o tem um efeito muito importante na resistência à liquefação das areias.

Quando o valor de $K_o = 1,0$, o plano horizontal é o plano de cisalhamento máximo e não acontece rotação de tensões durante o carregamento. A teoria clássica de plasticidade pode simular esta condição sem dificuldades por meio de somente um plano. Todavia, se $K_o=0,5$, a tensão cisalhante máxima atua no plano de 45° , conseqüentemente, é produzida uma rotação gradual das tensões principais durante o processo de carregamento que a teoria de plasticidade usada para o caso de $K_o=1$ não pode simular. Porém, UBCsand considera a rotação de tensões incorporando 2 planos mobilizados: o plano de tensão de cisalhamento máximo e o plano horizontal.

A resposta da areia é controlada pelo comportamento da matriz (esqueleto), mas o fluido (matriz de água e ar) nos poros age como uma restrição volumétrica na matriz se a drenagem é impedida. Esta limitação causa o aumento da poropressão e pode induzir a liquefação. Se o comportamento drenado, submetido a condições de carregamento monotônico e cíclico, for apropriadamente modelado, a drenagem é considerada e a rigidez do fluido (B_f) também; então a liquefação pode ser prevista.

4.5.1. Comportamento elástico

A componente elástica isotrópica compreende o módulo de cisalhamento e o módulo de deformação volumétrica governados por:

$$G^e = K_G^e P_a \left(\frac{\sigma'}{P_a} \right)^{n_e} \quad (4.73)$$

$$K^e = \alpha G^e \quad (4.74)$$

onde:

K_G^e = Número de módulo de cisalhamento dependente da densidade da areia e varia de 500 (para areias fofas) a 2000 (para areias densas);

P_a = Pressão atmosférica nas unidades escolhidas;

$\sigma' = \frac{(\sigma'_x + \sigma'_y)}{2}$ = Tensão efetiva média no plano de carregamento;

n_e = expoente elástico que varia entre 0,4 e 0,6;

K^e = módulo de compressão volumétrica elástico;

α = Variável que oscila entre 2/3 a 4/3 da unidade, dependendo do valor do coeficiente de Poisson (o qual está no intervalo 0,0-0,2).

4.5.2. Comportamento plástico mobilizado no plano de tensão de cisalhamento máximo

A formulação está baseada na plasticidade clássica cujo limite de escoamento é considerado como uma linha radial de razão constante começando da origem, como se apresenta na Figura 4.12, e expressa como:

$$f_1 = \tau_1 - \sigma'_m \operatorname{sen} \varphi_{m1} \quad (4.75)$$

na qual:

τ_1 = Tensão de cisalhamento máxima;

φ_{m1} = Ângulo de atrito mobilizado no plano de tensão de cisalhamento máximo

Na Figura 4.12 observa-se que para o primeiro carregamento cisalhante, o limite de escoamento é controlado pelo estado de tensões atual (ponto A); e como as tensões cisalhantes se elevam, a razão de tensões η ($=\tau/\sigma'$) aumenta, causando a movimentação do ponto de tensões ao ponto B, onde τ e σ' são, respectivamente,

a tensão de cisalhamento e a tensão efetiva vertical no plano máximo de cisalhamento.

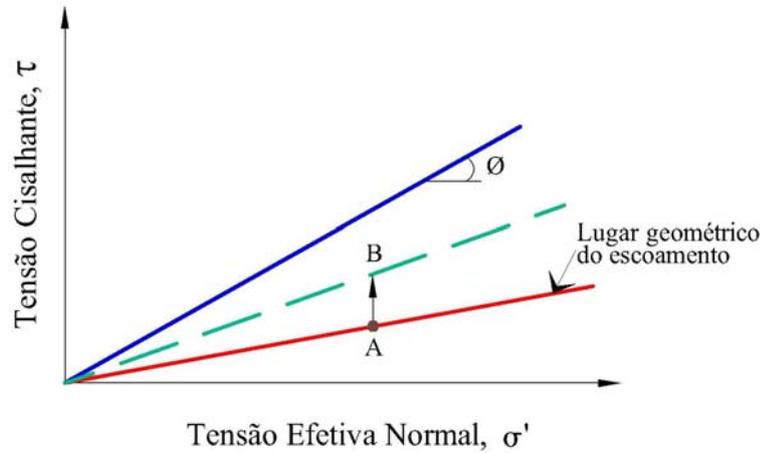


Figura 4.12 – Limite de escoamento do modelo UBCsand (adaptado de Byrne et al., 2004).

Este traslado do ponto de tensões produz incrementos de deformação cisalhante plásticas, $d\gamma^p$, que estão relacionados à mudança da razão de tensões cisalhantes $d\eta$, como se mostra na Figura 4.13. Nesta figura, observa-se uma relação hiperbólica com a razão de tensões controlada pelo módulo de cisalhamento plástico, G^p .

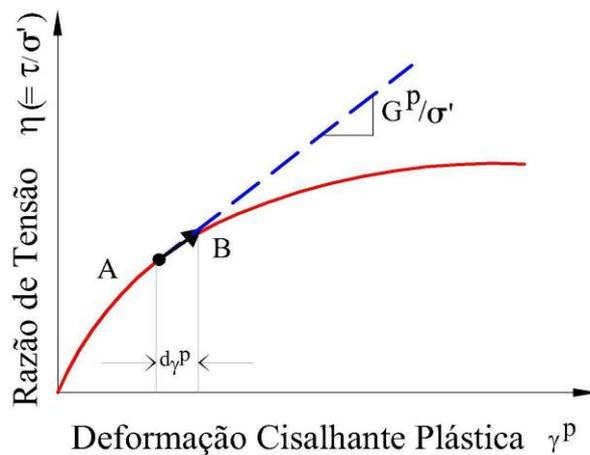


Figura 4.13 – Relação tensão – deformação hiperbólica (modificado de Byrne et al., 2003).

O incremento de deformação volumétrica plástica associada, $d\varepsilon_v^p$, é obtida do ângulo de dilatância ψ_1 :

$$d\varepsilon_v^p = d\gamma^p * \text{sen}\psi_1 \tag{4.76}$$

O ângulo de dilatação é função dos dados de laboratório e das considerações de energia, sendo estimada pela seguinte equação:

$$\text{sen}\psi_1 = \text{sen}\phi_{m1} - \text{sen}\phi_{cv} \quad (4.77)$$

sendo:

ϕ_{cv} a transformação de fase do ângulo de atrito para volume constante e;

ϕ_{m1} o limite de escoamento.

O valor negativo de ψ_1 corresponde à contração. Contração ocorre para estados de tensão abaixo de ϕ_{cv} enquanto a dilatação é produzida acima.

4.5.3. Comportamento plástico mobilizado no plano horizontal

O plano horizontal tem a mesma forma que o plano de cisalhamento máximo e é expresso por:

$$f_0 = \tau_0 - \sigma'_m \text{sen}\phi_{m0} \quad (4.78)$$

onde:

τ_0 = Tensão de cisalhamento atuante no plano horizontal;

ϕ_{m0} = Ângulo de atrito mobilizado no plano horizontal.

O plano horizontal contribui para uma componente do descarregamento e adicionalmente para o descarregamento plástico. Os incrementos de deformação volumétrica plástica e o ângulo de dilatação são similares às equações (4.76) e (4.77), no entanto, o ângulo de dilatação, $\text{sen}\psi_0$, é baseado no ângulo mobilizado no plano horizontal, $\text{sen}\phi_{m0}$, e é expresso por:

$$\text{sen}\psi_0 = \text{sen}\phi_{m0} - \text{sen}\phi_{cv} \quad (4.79)$$

Lei de endurecimento:

As leis de endurecimento são as mesmas para ambos os planos de tensão de cisalhamento máximo e horizontal. A única diferença é a razão de tensão, η . As propriedades plásticas usadas pelo modelo são o ângulo de atrito máximo ϕ_p , o ângulo de atrito de volume constante ϕ_{cv} e o módulo de cisalhamento plástico G^p , onde:

$$G^p = G_i^p * \left(1 - \frac{\eta}{\eta_f} R_f \right) \quad (4.80)$$

$$G_i^p = \alpha G^e \tag{4.81}$$

$$\eta = \frac{\tau_1}{\sigma'_m} \quad \text{ou} \quad \eta = \frac{\tau_0}{\sigma'_m} \tag{4.82}$$

onde:

α é constante e depende da densidade relativa;

η_f é a razão de tensão na ruptura;

R_f é a razão de ruptura usada para truncar a relação hiperbólica.

Para o carregamento no plano de cisalhamento máximo, a posição do limite de escoamento φ_d é inicialmente especificada para cada elemento. O incremento da razão de tensão e a previsão da deformação plástica fazem movimentar o limite de escoamento para o elemento em uma quantidade $d\varphi_d$ de acordo com a equação:

$$d\varphi_d = \left(\frac{G^p}{\sigma'_m} \right) * d\gamma^p \tag{4.83}$$

No descarregamento, as deformações plásticas são controladas pelas condições no plano horizontal usando a formulação incremental da equação (4.78) e expressa na equação (4.84). O lugar geométrico do escoamento é estabelecido no ponto de reversão de tensão, ponto C na Figura 4.14, e o descarregamento é previsto com a equação (4.84) até que o sinal da tensão de cisalhamento mude ou a reversão ocorra.

$$df_0 = d\tau_0 - d\sigma'_m * \text{sen}\varphi_{m0} - G^p * d\gamma^p \tag{4.84}$$

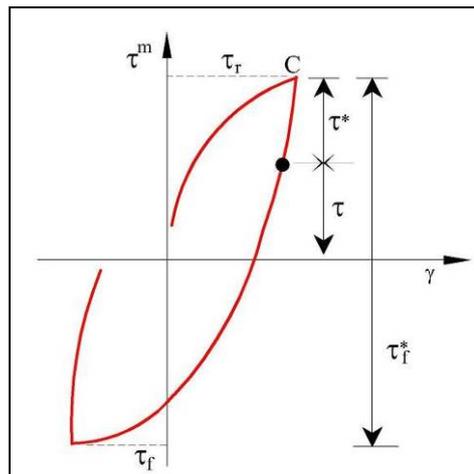


Figura 4.14 – Razão de tensões durante o descarregamento e recarregamento (Park & Byrne, 2004).

Durante o descarregamento e o recarregamento, o módulo de cisalhamento plástico, controlado por tensões de cisalhamento modificadas ($\tau^* = \tau_r - \tau$ para

descarregamento e $\tau^* = \tau_r + \tau$ para recarregamento), e as tensões de cisalhamento na ruptura ($\tau_f^* = \tau_r + \tau_f$), são dados pela equação (4.85) e ilustrados na Figura 4.14.

Conseqüentemente, o recarregamento ocorre com um módulo enrijecido descrito nas equações (4.84) e (4.85).

$$G^p = G_i^p * \left(1 - \frac{\eta^*}{\eta_f^*} R_f \right) \quad (4.85)$$

na qual η^* e η_f^* são razões de tensão baseadas nas tensões de cisalhamento τ^* e τ_f^* como se apresenta na Figura 4.14.

O acoplamento do volume cisalhante pode ser determinado com a equação (4.86) através do ângulo de dilatância $\text{sen}\psi$. Durante o descarregamento, a quantidade de mudança de volume não é influenciada pelo nível da razão de tensão ($\text{sen}\psi = \text{sen}\varphi_{cv}$).

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{|d\gamma^p|} = \text{sen}\psi = (\eta - \text{sen}\varphi_{cv}) \quad (4.86)$$

Baseado na equação (4.86), a mudança de volume durante todos os estágios é determinada na Figura 4.15.

A consideração da rotação das tensões principais durante o carregamento e recarregamento é simulada com as deformações plásticas no plano horizontal durante o carregamento, desenvolvida por meio do procedimento descrito anteriormente para descarregamento. Este procedimento se apresenta na Figura 4.15.

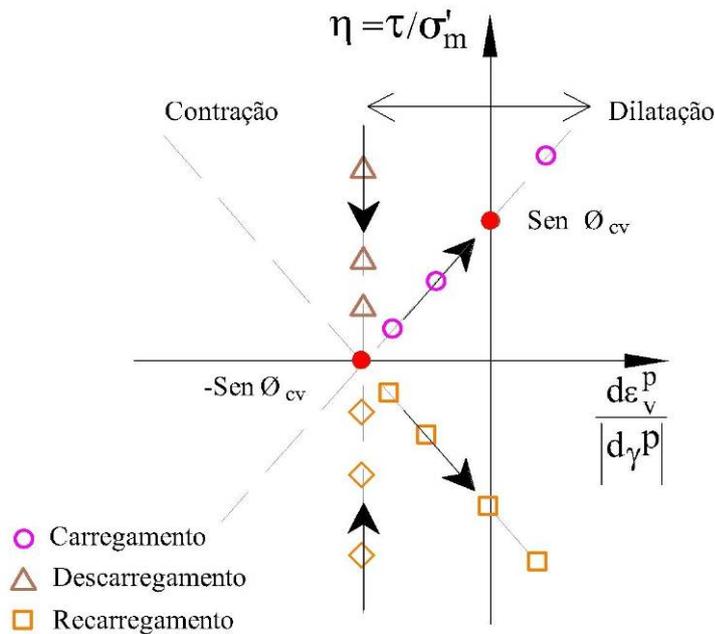


Figura 4.15 - Acoplamento do volume cisalhante (adaptado de Park, 2004).

4.6. Observações

O modelo de Martin foi um modelo empírico que abriu as portas aos posteriores pesquisadores na obtenção de um modelo que permite relacionar as poropressões com tensões e deformações originadas por solicitações dinâmicas.

É importante ressaltar que existem outros modelos que permitem determinar a história de poropressões e deformações tão bons ou melhores que os modelos anteriormente descritos. Entre eles estão a teoria endócrina e o modelo de Pastor-Zienkiwicz.

A teoria endócrina (*endochronic theory*), desenvolvida por Valanis, descreve a resposta não-linear do material por meio de parâmetros que expressam a seqüência de carregamento para sucessivos estados do material. Apesar de não ter variáveis de tempo, os parâmetros estão relacionados com um tempo intrínseco, por isso o termo de endócrino (Toshotoshi & Akira, 1985; Finn, 1982).

O modelo de Pastor-Zienkewicz propõe uma formulação para a simulação da liquefação em areias através da adequação da teoria da plasticidade generalizada (Guillén, 2008).