

Referências bibliográficas

- [1] R. W. Chang, "Synthesis of band-limited orthogonal signals for multi-channel data transmission," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45, pp. 1775–1796, Dezembro 1966.
- [2] B. R. Saltzberg, "Performance of an efficient parallel data transmission system," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-15, pp. 805–811, Dezembro 1967.
- [3] M. S. Zimmerman and A. L. Kirsch, "The AN/GSC-10 (KATHRYN) variable rate data modem for HF radio," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-15, pp. 197–204, Abril 1967.
- [4] B. Hirosaki, "An analysis of automatic equalizers for orthogonally multiplexed QAM systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-28, pp. 73–83, 1980.
- [5] M. L. Doelz, E. T. Heald, and D. L. Martin, "Binary data transmission techniques for linear systems," *Proc. IRE*, vol. 45, Maio 1957.
- [6] B. Hirosaki, "An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-29, pp. 982–989, Julho 1981.
- [7] J. A. C. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 5–14, Maio 1990.
- [8] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, "Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Commun. Technol.*, vol. COM-19, no. 5, pp. 628–634, Outubro 1971.
- [9] J. A. C. Bingham, *ADSL, VDSL, and Multicarrier Modulation*. Wiley, 2000.
- [10] *Asymmetric digital subscriber line (ADSL) transceivers: Transmission Systems and Media Digital Systems and Networks*, ITU-T Std. G.992.1, 1999.

- [11] *Radio broadcasting systems: Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers*, ETSI Std. ETS 300 401, Maio 1997.
- [12] H. Sari, G. Karam, and I. Jeanclaude, "Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 100–109, Fevereiro 1995.
- [13] *Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*, ETSI Std. EN 300 744 V1.6.1, 2009.
- [14] R. van Nee, G. Awater, M. Morikura, M. Webster, and K. W. Halford, "New high-rate wireless LAN standards," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 82–88, Dezembro 1999.
- [15] *Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specification*, IEEE Std. 802.11, 1999.
- [16] B. P. Crow, I. Widjaja, J. G. Kim, and P. T. Sakai, "IEEE 802.11 wireless local area networks," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 116–126, Setembro 1997.
- [17] S. Hara and R. Prasad, "Overview of multicarrier CDMA," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 126–133, Dezembro 1997.
- [18] Z. Wang and G. B. Giannakis, "Wireless multicarrier communications," *IEEE Signal Process. Mag.*, pp. 29–48, Maio 2000.
- [19] R. Nogueroles, M. Bossert, A. Donder, and V. Zyablov, "Improved performance of a random OFDMA mobile communication system," in *Proc. IEEE VTC*, vol. 3, Maio 1998, pp. 2502–2506.
- [20] S. Kondo and L. B. Milstein, "Performance of multicarrier DS CDMA systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 2, pp. 238–246, Fevereiro 1996.
- [21] L. Hanzo, M. Münster, B. J. Choi, and T. Keller, *OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting*. John Wiley and Sons, 2003.
- [22] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Redundant filter-bank precoders and equalizers - Part I: Unification and optimal designs," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, pp. 1988–2006, Julho 1999.

- [23] L. J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-33, no. 7, pp. 665–675, Julho 1985.
- [24] J. Rinne and M. Renfors, "Pilot spacing in orthogonal frequency division multiplexing systems on practical channels," *IEEE Trans. Consum. Electron.*, vol. 42, pp. 959–962, Novembro 1996.
- [25] Y. Le, "Pilot-symbol-aided channel estimation for OFDM in wireless systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, pp. 1207–1215, Julho 2000.
- [26] R. Negi and J. Cioffi, "Pilot tone selection for channel estimation in a mobile OFDM system," *IEEE Trans. Consum. Electron.*, vol. 44, pp. 1122–1128, Agosto 1998.
- [27] M. Morelli and U. Mengalli, "A comparasion of pilot-aided channel estimation methods for OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 12, no. 12, pp. 3065–3073, Dezembro 2001.
- [28] L. Tong and S. Perreau, "Multichannel blind identification: From subspace to maximum likelihood methods," *Signal Processing*, vol. 86, no. 10, pp. 1951–1968, Outubro 1998.
- [29] G. Giannakis, Y. Inouye, and J. Mendel, "Cumulant-based identification of multichannel moving average models," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 34, pp. 783–787, 1989.
- [30] G. Giannakis and J. Mendel, "Identification of non-minimum phase systems using high-order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 37, pp. 360–377, 1989.
- [31] J. Mendel, "Tutorial on high-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications," *Proc. IEEE*, pp. 278–305, Março 1991.
- [32] L. Tong, G. Xu, and T. Kailath, "A new approach to blind identification and equalization of multipath channels," in *Proc. 25th Asilomar Conf.*, 1991, pp. 856–860.
- [33] E. Moulines, P. Duhamel, J. Cardoso, and S. Mayrargue, "Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters," in *Proc. IEEE ICASSP*, vol. iv, Fevereiro 1994, pp. 573–576.

- [34] E. Moulines, P. Duhamel, J.-F. Cardoso, and S. Mayrague, "Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters," *IEEE Trans. Signal Process.*, 1995.
- [35] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Redundant filterbank precoders and equalizers - Part II: Blind channel estimation, synchronization and direct equalization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, pp. 2007–2022, Julho 1999.
- [36] S. E. Bensley and B. Aazhang, "Subspace-based channel estimation for code division multiple access communication systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 8, pp. 1009–1020, Agosto 1996.
- [37] X. G. Doukopoulos and G. V. Moustakides, "Blind channel estimation for downlink CDMA systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Comm.*, vol. 4, Maio 2003, pp. 2416–2420.
- [38] X. Cai and A. Akansu, "A subspace method for blind channel identification in OFDM systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Communications*, 2000.
- [39] B. Muquet, M. de Courville, P. Duhamel, and V. Buzenac, "A subspace-based blind and semi-blind channel identification method for OFDM systems," in *Proc. SPAWC*, Maio 1999, pp. 170–173.
- [40] B. Muquet, M. de Courville, and P. Duhamel, "Subspace-based blind and semi-blind channel estimation for OFDM systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 7, pp. 1699–1712, Julho 2002.
- [41] S. Roy and C. Li, "A subspace blind channel estimation method for OFDM systems without cyclic prefix," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 1, no. 4, pp. 572–578, Janeiro 2002.
- [42] C. Li and S. Roy, "Subspace-based blind channel estimation for OFDM by exploiting virtual carriers," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 2, no. 1, pp. 141–150, Janeiro 2003.
- [43] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing – Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [44] Z. Xu and M. K. Tsatsanis, "On correlation matching approaches to multipath parameter estimation in multiuser CDMA systems," in *Proc. SPAWC*, Maio 1999, pp. 38–41.

- [45] —, “Blind channel estimation for long codes multiuser CDMA systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 48, no. 4, pp. 988–1001, Abril 2000.
- [46] H. Liu, G. Xu, L. Tong, and T. Kailath, “Recent developments in blind channel equalization: From cyclostationarity to subspace,” *Signal Processing*, vol. 50, no. 1-2, pp. 83–99, Abril 1996.
- [47] Y. Sato, “A method of self-recovering equalization for multi-level amplitude modulation,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-6, pp. 679–682, 1975.
- [48] D. Godard, “Self recovering equalization and carrier-tracking in two-dimensional data communication systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 28, pp. 1867–1875, Novembro 1980.
- [49] S. Verdú, B. D. O. Anderson, and R. Kennedy, “Blind equalization without gain identification,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 39, pp. 292–297, 1993.
- [50] M. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, “Blind adaptive multiuser detection,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 41, pp. 944–960, Julho 1995.
- [51] M. K. Tsatsanis, “Inverse filtering criteria for CDMA systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, 1997.
- [52] M. K. Tsatsanis and Z. Xu, “On minimum output energy CDMA receivers in the presence of multipath,” in *Proc. 31st Conf. Inform. Sci. Systems*, Março 1997, pp. 724–729.
- [53] —, “Performance analysis of minimum variance CDMA receivers,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 46, no. 11, pp. 3014–3022, Novembro 1998.
- [54] Z. Xu and M. K. Tsatsanis, “Blind adaptive algorithms for minimum variance CDMA receivers,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 1, pp. 180–194, Janeiro 2001.
- [55] R. W. Heath and G. B. Giannakis, “Exploiting input cyclostationarity for blind channel identification in OFDM systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, no. 3, pp. 848–856, 1999.

- [56] B. Muquet, Z. Wang, G. B. Giannakis, M. de Courville, and P. Duhamel, "Cyclic prefixing or zero padding for wireless multicarrier transmissions?" *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 12, pp. 2136–2148, Dezembro 2002.
- [57] J. Zhu, W. Ser, and A. Nehorai, "Channel equalization for DMT with insufficient cyclic prefix," in *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, vol. 2, Outubro 2000, pp. 951–955.
- [58] G. Parsaee, A. Yarali, and H. Ebrahimzad, "MMSE-DFE equalizer design for OFDM systems with insufficient cyclic prefix," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, vol. 6, Setembro 2004, pp. 3828–3832.
- [59] T. Karp, C. Bauer, and N. J. Fliege, "Optimal one-tap equalization for DMT transceivers with insufficient guard interval," in *Proc. IEEE Int. Conf on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, Março 2005, pp. 881–884.
- [60] F. D. Beaulieu and B. Champagne, "MMSE equalization for zero padded multicarrier systems with insufficient guard length," in *Proc. IEEE Int. Conf on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 4, Abril 2006, pp. 377–380.
- [61] F. D. Backx, T. T. V. Vinhoza, and R. Sampaio-Neto, "Power techniques for blind channel estimation in zero-padded OFDM systems," in *Proc. IEEE PIRMC*, Athens, Greece, Setembro 2007.
- [62] —, "Blind channel estimation for zero-padded OFDM systems based on correlation matching," in *Proc. IEEE VTC Fall*, Baltimore, USA, Setembro 2007, pp. 1308–1311.
- [63] Y.-P. Lin and S.-M. Phoong, "OFDM transmitters: Analog representation and DFT-based implementation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 9, pp. 2450–2453, Setembro 2003.
- [64] S. Barbarossa, *Multiantenna Wireless Communication Systems*. Artech House Publishers, 2005.
- [65] S. Benedetto and E. Biglieri, *Principles of Digital Transmission: with Wireless Applications*. Kluwer Academic, 1999.
- [66] B. Sklar, *Digital Communications - Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, 2001.

- [67] W. H. Tranter, K. S. Shamugan, T. S. Rappaport, and K. L. Kosbar, *Principles of Communication Systems Simulation with Wireless Applications*, T. S. Rappaport, Ed. Prentice Hall, 2004.
- [68] S. K. Mitra, *Digital signal processing: a computer-based approach*. McGraw-Hill, 2006.
- [69] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: principles and practice*. Prentice Hall, 1999.
- [70] G. Strang, *Linear Algebra and its applications*, 4th ed. Thomson Brooks/Cole, 2006.
- [71] H. L. V. Trees, *Optimum Array Processing*. John Wiley and Sons, 2002.
- [72] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory, Fourth Edition*. Prentice Hall Information and System Sciences Series, 2002.
- [73] M. Zeng and V. Bhargava, "Recent advances in cellular wireless communications," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 128–138, Setembro 1999.
- [74] A. J. Viterbi, *CDMA: principles of spread spectrum communication*. Addison-Wesley wireless communications series, 1995.
- [75] D. J. Goodman, *Wireless personal communications systems*. Addison-Wesley wireless communications series, 1997.
- [76] S. Verdú, "Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple access channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 32, pp. 85–96, Janeiro 1986.
- [77] R. Lupas and S. Verdú, "Linear multiuser detectors for synchronous CDMA channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 35, pp. 123–136, Janeiro 1986.
- [78] —, "Near-far resistance of multiuser detectors in asynchronous channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, Abril 1990.
- [79] R. T. S. Z. Xie and C. K. Rushforth, "A family of suboptimum detectors for coherent multiuser communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 8, pp. 683–690, Maio 1990.
- [80] H. V. Poor and S. Verdú, "Probability of error in MMSE multiuser detection," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 43, pp. 858–871, Maio 1997.

- [81] M. K. Varanasi and B. Aazhang, "Multistage detection in asynchronous CDMA communications," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, pp. 509–519, Abril 1990.
- [82] —, "Near-optimum detection in synchronous code-division multiple-access systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, Maio 1991.
- [83] P. Patel and J. Holtzmann, "Analysis of a simple successive interference cancellation scheme in DS/CDMA system," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 12, Junho 1994.
- [84] Z. Xu, "Statistical performance of a data-based covariance estimator," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 53, no. 3, Maio 2004.
- [85] D. F. Cardoso, F. D. Backx, and R. Sampaio-Neto, "Estimação cega de canal para sistemas MC-DS-CDMA ZP basead nos métodos das potências e de subespaço," in *Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Setembro 2008.
- [86] —, "Alternative subspace method for improved blind channel estimation in uplink zero padded MC-DS/CDMA systems," in *Proc. Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference (AT-NAC)*, vol. 4, Dezembro 2008, pp. 147–152.
- [87] —, "On correlation matching approaches to blind multipath parameter estimation in MC-DS-CDMA ZP systems," in *Proc. IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS)*, Janeiro 2009.
- [88] R. W. Lucky, "Automatic equalization for digital communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 44, pp. 547–588, 1965.

A

Equalizadores MMSE e ZF

A.1

Equalizador MMSE

Sejam $\mathbf{r}(i)$ o vetor observação, de tamanho $P \times 1$, e $\mathbf{s}(i)$ o vetor do sinal desejado, de tamanho $M \times 1$. O banco de filtros lineares que minimiza o erro quadrático médio de estimação do sinal $\mathbf{s}(i)$ processando a observação $\mathbf{r}(i)$ é chamado de banco de equalizadores MMSE (*Minimum Mean Square Error*). O banco de filtros lineares é representado por uma matriz $\mathbf{W}$, de tamanho $P \times M$. Cada coluna de $\mathbf{W}$ representa um equalizador. A estimativa MMSE de $\mathbf{s}(i)$, denotada por $\hat{\mathbf{s}}_{\text{MMSE}}(i)$, é obtida por meio de:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{MMSE}}(i) = \mathbf{W}_{\text{MMSE}}^H \mathbf{r}(i).$$

Logo, a matriz $\mathbf{W}_{\text{MMSE}}$ de tamanho $P \times M$ satisfaz [71, 72]:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{MMSE}} &= \arg \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{P \times M}} \mathbb{E} \left[\|\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i)\|^2 \right] \right\} \\ &= \arg \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{P \times M}} \mathbb{E} \left[(\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i))^H (\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i)) \right] \right\} \\ &= \arg \left\{ \min_{\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{P \times M}} \mathbb{E} \left[\text{Tr} \{ (\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i)) (\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i))^H \} \right] \right\} \\ &= \mathbb{E} [\mathbf{r}(i) \mathbf{r}(i)^H]^{-1} \mathbb{E} [\mathbf{r}(i) \mathbf{s}(i)^H], \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

e depende portanto da matriz autocorrelação das observações, bem como da matriz de correlação cruzada entre as observações e os sinais desejados.

A.1.1

Exemplo: OFDM-ZP

O modelo de sinais para o OFDM-ZP é (vide Capítulo 3):

$$\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i) = \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i), \quad (\text{A.2})$$

com $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)$, $\mathbf{H}_0$, $\mathbf{F}_M$, $\mathbf{s}(i)$ e $\mathbf{n}(i)$ de tamanhos $P \times 1$, $P \times M$, $M \times M$, $M \times 1$ e $P \times 1$ respectivamente. A matriz autocorrelação das observações, de tamanho $P \times P$, vale:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)^H] = \sigma_s^2 \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + N_0 \mathbf{I}_P, \quad (\text{A.3})$$

e a matriz de correlação cruzada entre as observações e os sinais desejados, de tamanho $P \times M$, vale:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)\mathbf{s}(i)^H] = \sigma_s^2 \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.3) e (A.4) em (A.1) chega-se à expressão para o banco de equalizadores MMSE para o caso de sinais OFDM-ZP:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{MMSE}} &= [\sigma_s^2 \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + N_0 \mathbf{I}_P]^{-1} \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \sigma_s^2 \\ &= \mathbf{R}_{\text{ZP}}^{-1} \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \sigma_s^2 \\ &= \left[\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + \frac{N_0}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_P \right]^{-1} \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

A obtenção da matriz $\mathbf{W}_{\text{MMSE}}$ envolve a inversão da matriz autocorrelação de $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)$, $\mathbf{R}_{\text{ZP}}$, e pressupõe o conhecimento de N_0 (ou uma estimativa do mesmo) no receptor.

Uma expressão alternativa⁽¹⁾ para o banco de equalizadores MMSE em (A.5) pode ser obtida com a ajuda do lema de inversão de matrizes [71, 72]:

$$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = \mathbf{H}_0 \left[\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0 + \frac{N_0}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_M \right]^{-1} \mathbf{F}_M^H. \quad (\text{A.6})$$

A.1.2

Exemplo: OFDM-CP

O modelo de sinais para o OFDM-CP satisfaz (vide Capítulo 3):

$$\mathbf{x}_M(i) = \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)\mathbf{s}(i) + \mathbf{n}_M(i), \quad (\text{A.7})$$

com $\mathbf{x}_M(i)$, $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$, $\mathbf{s}(i)$ e $\mathbf{n}_M(i)$ de tamanhos $M \times 1$, $M \times M$, $M \times 1$ e $M \times 1$ respectivamente. Ademais, $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) = \text{diag}(\tilde{\mathbf{h}}_M)$. A matriz autocorrelação das observações, de tamanho $M \times M$, vale:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\mathbf{r}_{\text{CP}}(i)\mathbf{r}_{\text{CP}}(i)^H] &= \sigma_s^2 \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)^H + N_0 \mathbf{I}_M \\ &= \sigma_s^2 \text{diag}(\tilde{\mathbf{h}}_M \odot \tilde{\mathbf{h}}_M^*) + N_0 \mathbf{I}_M, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

onde $\odot$ denota o produto de Hadamard. A matriz de correlação cruzada entre as observações e os sinais desejados, de tamanho $M \times M$, vale:

$$\mathbb{E}[\mathbf{r}_{\text{CP}}(i)\mathbf{s}(i)^H] = \sigma_s^2 \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M). \quad (\text{A.9})$$

⁽¹⁾expressão válida somente se $N_0 \neq 0$; se $N_0 = 0$, a matriz $\mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H$ de tamanho $P \times P$ resultante em (A.5) não admite inversa, uma vez que $\mathbf{H}_0$ tem posto M e $P > M$.

Substituindo (A.8) e (A.9) em (A.1), obtém-se a expressão para o banco de equalizadores MMSE para os sinais OFDM-CP:

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_{\text{MMSE}} &= [\sigma_s^2 \text{diag}(\tilde{\mathbf{h}}_M \odot \tilde{\mathbf{h}}_M^*) + N_0 \mathbf{I}_M]^{-1} \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) \sigma_s^2 \\ &= \mathbf{R}_{\text{CP}}^{-1} \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) \sigma_s^2 \\ &= \left[\text{diag}(\tilde{\mathbf{h}}_M \odot \tilde{\mathbf{h}}_M^*) + \frac{N_0}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_M \right]^{-1} \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M).\end{aligned}\quad (\text{A.10})$$

Convém ressaltar que a matriz obtida em (A.10) é diagonal.

Sabendo que

$$\tilde{\mathbf{h}}_M = [H[0] \ H[1] \ \dots \ H[M-1]]^T$$

e

$$\tilde{\mathbf{h}}_M \odot \tilde{\mathbf{h}}_M^* = [|H[0]|^2 \ |H[1]|^2 \ \dots \ |H[M-1]|^2],$$

pode-se reescrever (A.10) como:

$$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = \text{diag} \left(\frac{H[0]}{|H[0]|^2 + \frac{N_0}{\sigma_s^2}} \ \frac{H[1]}{|H[1]|^2 + \frac{N_0}{\sigma_s^2}} \ \dots \ \frac{H[M-1]}{|H[M-1]|^2 + \frac{N_0}{\sigma_s^2}} \right). \quad (\text{A.11})$$

Convém lembrar que a k -ésima componente de $\mathbf{x}_M(i)$ está associada ao sinal transmitido pela k -ésima portadora. De (A.11) conclui-se portanto que o filtro linear ótimo, segundo o critério MMSE, que equaliza o sinal transmitido pela k -ésima portadora possui apenas um coeficiente (ou *tap*), que é dado por:

$$w_{\text{MMSE}}[k] = \frac{H[k]}{|H[k]|^2 + \frac{N_0}{\sigma_s^2}}.$$

A.2

Equalizador ZF

O banco de equalizadores *Zero Forcing* (ou ZF) é um banco de filtros lineares que objetiva processar o sinal recebido de forma a desfazer os efeitos do canal sobre o sinal transmitido, sem levar em conta a presença de perturbações tais como o ruído aditivo [88]. A estimativa *Zero Forcing* do sinal desejado $s(i)$, denotada por $\hat{s}_{\text{ZF}}(i)$, é obtida por meio de:

$$\hat{s}_{\text{ZF}}(i) = \mathbf{W}_{\text{ZF}}^H \mathbf{r}(i),$$

onde $\mathbf{W}_{\text{ZF}}$ é uma matriz de tamanho $P \times M$ e $\mathbf{r}(i)$ é o vetor de sinal recebido, de tamanho $P \times 1$.

Para um sinal recebido $\mathbf{r}(i)$ que se relaciona de modo linear com o sinal

desejado $s(i)$ por meio de uma matriz de canal $\mathbf{H}$ de tamanho $P \times M$, isto é:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{H}\mathbf{s}(i),$$

a matriz $\mathbf{W}_{\text{ZF}}$ é tal que:

$$\mathbf{W}_{\text{ZF}}^H \mathbf{H} = \mathbf{I}_M,$$

ou seja, $\mathbf{W}_{\text{ZF}}^H$ é a pseudo-inversa de $\mathbf{H}$ ou ainda:

$$\mathbf{W}_{\text{ZF}}^H = \mathbf{H}^\dagger. \quad (\text{A.12})$$

Convém frisar que a estimativa $\hat{s}_{\text{ZF}}(i)$ é perfeita (ideal) caso o canal de comunicação seja livre de ruído (isto é, o sinal transmitido não é corrompido por ruído na recepção). Em presença de ruído, o desempenho do sistema tende a sofrer degradação, devido ao fenômeno de amplificação do ruído pelo equalizador ZF.

A.2.1

Exemplo: OFDM-ZP

Observando o modelo de sinais para o OFDM-ZP em (A.2), e substituindo $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H$ em (A.12), chega-se a [56]:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{ZF}}^H &= (\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H)^\dagger \\ &= [(\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H)^H (\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H)]^{-1} (\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H)^H \\ &= (\mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H)^{-1} \mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^H \\ &= \mathbf{F}_M (\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)^{-1} \mathbf{F}_M^H \mathbf{H}_0^H \\ &= \mathbf{F}_M (\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)^{-1} \mathbf{H}_0^H \\ &= \mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^\dagger; \end{aligned}$$

ou seja, o banco de equalizadores ZF para sinais OFDM-ZP satisfaz a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{ZF}} &= (\mathbf{H}_0^\dagger)^H \mathbf{F}_M^H \\ &= \mathbf{H}_0 (\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)^{-1} \mathbf{F}_M^H. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

É interessante comparar (A.13) e (A.6): a expressão para o equalizador MMSE tende à expressão para o equalizador ZF quando a razão “sinal ruído” $\frac{\sigma_s^2}{N_0}$ tende ao infinito (ou o ruído tende a zero).

A.2.2**Exemplo: OFDM-CP**

Para os sinais OFDM-CP (vide (A.7)), o banco de equalizadores ZF é obtido substituindo $\mathbf{H} = \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$ em (A.12), de modo que:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{ZF}} &= (\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)^{-1})^H \\ &= \text{diag}\left(\frac{1}{H[0]^*}, \frac{1}{H[1]^*}, \dots, \frac{1}{H[M-1]^*}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

De modo análogo ao que ocorre com o OFDM-ZP, a expressão do equalizador MMSE em (A.11) tende à expressão do equalizador ZF em (A.14) quando a razão “sinal ruído” $\frac{\sigma_s^2}{N_0}$ tende ao infinito (ou o ruído tende a zero).

Uma vez que a k -ésima componente de $\mathbf{x}_M(i)$ em (A.7) está associada ao sinal transmitido pela k -ésima portadora, e que a k -ésima coluna de $\mathbf{W}_{\text{ZF}}$ contém os pesos do equalizador linear associado à k -ésima portadora, de (A.14) conclui-se portanto que o filtro linear ZF que equaliza o sinal transmitido pela k -ésima portadora possui apenas um coeficiente (ou *tap*), que é dado por:

$$w_{\text{ZF}}[k] = \frac{1}{H[k]^*}.$$