

5 Sistemas OFDM com Intervalo de Guarda Insuficiente

5.1 Introdução

Neste Capítulo considera-se sistemas OFDM com intervalo de guarda insuficiente.

A Seção 5.3.1 trata da extensão do método das potências para sistemas OFDM-ZP e OFDM-CP.

Na Seção 5.3.2, o esquema de estimação de canal por meio de casamento de correlação é estendido para sistemas OFDM-ZP e OFDM-CP.

A Seção 5.3.3 apresenta alguns resultados quanto ao desempenho de estimadores de canal para sistemas OFDM operando com intervalo de guarda insuficiente.

5.2 Detecção de Sinais

O problema de equalização em sistemas OFDM-CP já foi estudado, por exemplo, em [57, 58]. Em [57], a IBI é cancelada de forma subtrativa utilizando o símbolo detectado no intervalo de sinalização anterior, e um esquema ZF é então aplicado ao sinal resultante (teoricamente livre de IBI, caso o símbolo anterior tenha sido detectado corretamente). Em [58] a IBI também é cancelada de forma subtrativa utilizando decisões passadas, mas é aplicado ao sinal resultante (teoricamente livre de IBI) um esquema MMSE.

Mais recentemente sistemas OFDM-ZP com intervalo de guarda insuficiente foram abordados em [60]. A aplicação de um esquema MMSE sobre a observação $r_{ZP}(i)$ é proposta, de modo que a solução proposta é na verdade uma extensão do receptor MMSE apresentado no Capítulo 3.

5.3 Estimação Cega de Canal

Nesta Seção, as técnicas apresentadas ao longo do Capítulo 4 são estendidas para o caso de intervalo de guarda insuficiente, ou seja, a ordem L do canal é tal que $D < L < P$, onde D é o comprimento do intervalo de guarda e P é o tamanho do Símbolo OFDM transmitido.

5.3.1

Estimação de Canal por meio do Método das Potências

OFDM-ZP

Em sistemas OFDM-ZP com intervalo de guarda insuficiente, a Equação (3.8) fica:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{ZP}}(i) &= \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i-1) + \mathbf{n}(i) \\ &= [\mathbf{H}_1 \ \mathbf{H}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i-1) \\ \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) \end{bmatrix} + \mathbf{n}(i), \end{aligned} \quad (5.1)$$

com

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & h[0] & & \vdots \\ h[D] & \vdots & & \vdots \\ \vdots & h[D] & & \vdots \\ h[L] & \vdots & & \vdots \\ 0 & h[L] & & 0 \\ \vdots & 0 & & h[0] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h[D] \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

e

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & h[L] & h[L-1] & \dots & h[D+1] \\ 0 & \dots & 0 & 0 & h[L] & \dots & h[D+2] \\ \vdots & & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & h[L] \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

ou seja, as últimas $L - D$ colunas de \mathbf{H}_1 são não-nulas.

O método de estimação cega de canal da Seção 4.3, que aproxima o produto $\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ por potências ascendentes da inversa da matriz correlação das observações, pode ser estendido para o caso de intervalo de guarda insuficiente empilhando α vetores de observação:

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{s}}(i) + \bar{\mathbf{n}}(i), \quad (5.4)$$

onde:

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\text{ZP}}^{(t)}(i - \alpha + 1) \\ \mathbf{r}_{\text{ZP}}(i - \alpha + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{\text{ZP}}(i) \end{bmatrix},$$

de tal modo que $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(k)$, $k = i - \alpha + 2, \dots, i$, tem tamanho $P \times 1$, e $\mathbf{r}_{\text{ZP}}^{(t)}(i - \alpha + 1)$ é um vetor que contém as últimas $P - (L - D)$ componentes do vetor $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i - \alpha + 1)$; $\bar{\mathbf{r}}(i)$ é portanto um vetor de comprimento $(\alpha - 1)P + P - (L - D) = \alpha P + D - L$.

Por sua vez, a matriz $\bar{\mathbf{H}}$ de tamanho $(\alpha P + D - L) \times \alpha M$ é dada por:

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0^{(t)} & \mathbf{0}_{(P-L+D) \times M} & \cdots & \mathbf{0}_{(P-L+D) \times M} & \mathbf{0}_{(P-L+D) \times M} \\ \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 & \cdots & \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} \\ \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} & \cdots & \mathbf{H}_0 & \mathbf{0}_{P \times M} \\ \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} & \cdots & \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_0 \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

onde $\mathbf{H}_0^{(t)}$ é uma matriz de tamanho $(P - L + D) \times M$ que contém as últimas $(P - L + D)$ linhas de \mathbf{H}_0 , e \mathbf{H}_0 e \mathbf{H}_1 , ambas de tamanho $P \times M$, são dadas por (5.2) e (5.3), respectivamente. O vetor $\bar{\mathbf{s}}(i)$, de tamanho $\alpha M \times 1$ é dado por:

$$\bar{\mathbf{s}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i - \alpha + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) \end{bmatrix}.$$

Finalmente, o vetor $\bar{\mathbf{n}}(i)$, de comprimento $\alpha P - L + D$ tem expressão:

$$\bar{\mathbf{n}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{(t)}(i - \alpha + 1) \\ \mathbf{n}(i - \alpha + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{n}(i) \end{bmatrix},$$

onde $\mathbf{n}^{(t)}(i - \alpha + 1)$ é um vetor que contém as últimas $P - (L - D)$ componentes do vetor $\mathbf{n}(i - \alpha + 1)$.

A matriz de correlação das observações $\bar{\mathbf{r}}(i)$ em (5.4), denotada por $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}}$, tem tamanho $(\alpha P - L + D) \times (\alpha P - L + D)$ e é definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}} &= \mathbb{E}[\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)] \\ &= \sigma_s^2 \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{H}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{(\alpha P - L + D)}. \end{aligned}$$

A matriz $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}}$ pode ser decomposta por SVD como segue:

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}} = [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \sigma_s^2 \mathbf{\Lambda}_s + \sigma^2 \mathbf{I}_{\alpha M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma^2 \mathbf{I}_{(\alpha+1)D-L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Uma vez que $\bar{\mathbf{H}}$ tem tamanho $(\alpha P + D - L) \times \alpha M$, uma condição necessária para que exista subespaço de ruído é $\alpha > \frac{L-D}{D}$, ou seja é necessário empilhar $\alpha > \frac{L-D}{D}$ vetores observação $\mathbf{r}_{ZP}(i)$, como também pode ser observado em (5.6).

Da condição de ortogonalidade dos subespaços de sinal e de ruído, e sabendo que as colunas de $\bar{\mathbf{H}}$ pertencem ao subespaço de sinal, tem-se que:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{0}_{((\alpha+1)D-L) \times \alpha M}. \quad (5.7)$$

As colunas de $\bar{\mathbf{H}}$ dependem de \mathbf{h} . A seguir, esta dependência é explicitada.

Uma vez que a matriz \mathbf{H}_0 em (5.2) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{H}_0 = [\mathbf{S}_1 \mathbf{h} \ \mathbf{S}_2 \mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}_M \mathbf{h}],$$

com

$$\mathbf{S}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(i-1) \times (L+1)} \\ \mathbf{I}_{\min[L+1; P-i+1] \times (L+1)} \\ \mathbf{0}_{P-i+1-\min[L+1; P-i+1] \times (L+1)} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (5.8)$$

as M últimas colunas de $\bar{\mathbf{H}}$, a saber (vide (5.5)):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times M} \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix}$$

podem ser reescritas como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times M} \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times 1} \\ \mathbf{S}_1 \mathbf{h} & \dots & \mathbf{S}_M \mathbf{h} \end{bmatrix},$$

ou ainda

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times M} \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} = [\bar{\mathbf{S}}_1^{(0)} \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(0)} \mathbf{h}], \quad (5.9)$$

onde

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-2)P+P-L+D) \times (L+1)} \\ \mathbf{S}_i \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Procedimento análogo é efetuado a seguir para as primeiras M colunas de $\bar{\mathbf{H}}$, a saber (vide (5.5)):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_0^{(t)} \\ \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times M} \end{bmatrix}.$$

A matriz \mathbf{H}_1 em (5.3) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0} \ \mathbf{S}'_1 \mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}'_{L-D} \mathbf{h}], \quad (5.11)$$

onde

$$\mathbf{S}'_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{i \times (L+1-i)} & \mathbf{I}_i \\ \mathbf{0}_{(P-i) \times (L+1)} & \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, L-D. \quad (5.12)$$

A matriz $\mathbf{H}_0^{(t)}$ em (5.5), de tamanho $(P-L+D) \times M$, contém as últimas $(P-L+D)$ linhas da matriz \mathbf{H}_0 . Definindo a matriz de tamanho $(P-L+D) \times P$ $\mathbf{S}_w = [\mathbf{0}_{(P-L+D) \times (L-D)} \ \mathbf{I}_{(P-L+D)}]$, tem-se que $\mathbf{H}_0^{(t)} = \mathbf{S}_w \mathbf{H}_0$. Logo, é possível reescrever $\mathbf{H}_0^{(t)}$ como:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0^{(t)} &= [\mathbf{S}_w \mathbf{S}_1 \mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}_w \mathbf{S}_M \mathbf{h}] \\ &= [\mathbf{S}_1^{(t)} \mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}_M^{(t)} \mathbf{h}], \end{aligned} \quad (5.13)$$

onde

$$\mathbf{S}_i^{(t)} = \mathbf{S}_w \mathbf{S}_i, \quad i = 1, \dots, M.$$

Assim, com a ajuda de (5.11) e (5.13), pode-se reescrever as M primeiras colunas de $\bar{\mathbf{H}}$ como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0^{(t)} \\ \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times M} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^{(t)} \mathbf{h} & \dots & \mathbf{S}_{M-L+D+1}^{(t)} \mathbf{h} & \dots & \mathbf{S}_M^{(t)} \mathbf{h} \\ \mathbf{0}_{P \times 1} & \dots & \mathbf{S}'_1 \mathbf{h} & \dots & \mathbf{S}'_{L-D} \mathbf{h} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times 1} \end{bmatrix} \\ &= [\bar{\mathbf{S}}_1^{(t)} \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(t)} \mathbf{h}], \end{aligned} \quad (5.14)$$

onde

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(t)} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_i^{(t)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-1)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, & i = 1, \dots, M-L+D \\ \begin{bmatrix} \mathbf{S}_i^{(t)} \\ \mathbf{S}'_{i-(M-L+D)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, & i = M-L+D+1, \dots, M \end{cases}. \quad (5.15)$$

Finalmente, busca-se explicitar o vetor \mathbf{h} nas $(\alpha-2)M$ colunas restantes⁽¹⁾ de $\bar{\mathbf{H}}$. Estas colunas podem ser particionadas em blocos de M colunas cada. O k -ésimo bloco, $k = 1, \dots, \alpha-2$, pode ser reescrito (vide (5.5)):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(P-L+D) \times M} \\ \mathbf{0}_{(k-1)P \times M} \\ \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2-k)P \times M} \end{bmatrix} = [\bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(k) \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(k) \mathbf{h}], \quad (5.16)$$

⁽¹⁾Obviamente, estas colunas só existem se $\alpha \geq 3$.

onde

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(1)}(k) = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(P-L+D) \times (L+1)} \\ \mathbf{0}_{(k-1)P \times (L+1)} \\ \mathbf{S}_i \\ \mathbf{0}_{P \times (L+1)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2-k)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, & i = 1, \dots, M - L + D \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(P-L+D) \times (L+1)} \\ \mathbf{0}_{(k-1)P \times (L+1)} \\ \mathbf{S}_i \\ \mathbf{S}'_{i-(M-L+D)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2-k)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, & i = M - L + D + 1, \dots, M \end{cases}. \quad (5.17)$$

De posse de (5.9), (5.14) e (5.16), a matriz $\bar{\mathbf{H}}$ pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}} &= [\bar{\mathbf{S}}_1^{(t)} \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(t)} \mathbf{h} \ \bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(1) \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(1) \mathbf{h} \ \dots \\ &\quad \dots \ \bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(\alpha-2) \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(\alpha-2) \mathbf{h} \ \bar{\mathbf{S}}_1 \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_M \mathbf{h}] \\ &= [\bar{\mathbf{S}}_1 \mathbf{h} \ \dots \ \bar{\mathbf{S}}_{\alpha M} \mathbf{h}]. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Da condição de ortogonalidade entre os subespaços decorre que, para cada coluna de $\bar{\mathbf{H}}$:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_k \mathbf{h} = \mathbf{0}, \quad k = 1, \dots, \alpha M. \quad (5.19)$$

Logo, de (5.7), chega-se a

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{0}_{(\alpha P - L + D) \times \alpha M} \Leftrightarrow \|\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{H}}\|_F^2 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i \right) \mathbf{h} = 0,$$

e portanto pode-se obter uma estimativa para o canal (a menos de um escalar complexo) por meio de:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\substack{\mathbf{h} \\ \|\mathbf{h}\|=1}} \left[\mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i \right) \mathbf{h} \right]. \quad (5.20)$$

Reconhecendo em (5.20) um quociente de Rayleigh, segue que $\hat{\mathbf{h}}$ é o vetor associado ao menor valor singular da matriz $\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i$.

De posse de (4.11), e levando em conta (5.20), o produto $\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ pode ser substituído por potências ascendentes inteiras da inversa da matriz correlação $\mathbf{R}_{\mathbf{r}}$ de modo a obter o seguinte estimador de canal (a menos de uma ambigüidade):

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\substack{\mathbf{h} \\ \|\mathbf{h}\|=1}} \left[\mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H (\mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{-1})^m \bar{\mathbf{S}}_i \right) \mathbf{h} \right]. \quad (5.21)$$

Convém frisar que as matrizes $\bar{\mathbf{S}}_i$, $i = 1, \dots, \alpha M$, envolvidas, são esparsas e envolvem apenas 1's e 0's (vide (5.10), (5.15), e (5.17)).

OFDM-CP

De (2.21), chega-se ao modelo de sinais para o OFDM-CP com intervalo de guarda insuficiente, a saber:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{CP}}(i) &= \mathbf{H}\mathbf{F}_{\text{CPS}}(i) + \mathbf{H}_{\text{IBI}}\mathbf{F}_{\text{CPS}}(i) + \mathbf{n}(i) \\ &= \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \mathbf{H}_{\text{IBI}}\mathbf{F}\mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i-1) + \mathbf{n}(i), \end{aligned} \quad (5.22)$$

onde \mathbf{H} , \mathbf{H}_{IBI} , \mathbf{F}_{CP} e \mathbf{F} estão definidos em (2.16), (2.17), (2.10) e (4.32) respectivamente. Convém salientar que este modelo de sinais é análogo ao modelo de sinais para o OFDM-CP com intervalo de guarda suficiente⁽²⁾.

O procedimento para a obtenção do estimador de canal baseado no método das potências ascendentes da inversa da matriz correlação é análogo ao efetuado para o OFDM-ZP com intervalo de guarda insuficiente.

Empilha-se α vetores de observação:

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(i) + \bar{\mathbf{n}}(i) \quad (5.23)$$

onde:

$$\bar{\mathbf{r}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\text{CP}}^{(t)}(i - \alpha + 1) \\ \mathbf{r}_{\text{CP}}(i - \alpha + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{\text{CP}}(i) \end{bmatrix},$$

de tal modo que $\mathbf{r}_{\text{CP}}(k)$, $k = i - \alpha + 2, \dots, i$, tem tamanho $P \times 1$, e $\mathbf{r}_{\text{CP}}^{(t)}(i - \alpha + 1)$ é um vetor que contém as últimas $P - L$ componentes do vetor $\mathbf{r}_{\text{CP}}(i - \alpha + 1)$; $\bar{\mathbf{r}}(i)$ é portanto um vetor de comprimento $(\alpha - 1)P + P - L = \alpha P - L$.

Por sua vez, a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ de tamanho $(\alpha P - L) \times \alpha M$, em (5.23), é dada por:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(t)}\mathbf{F} & \mathbf{0}_{(P-L) \times M} & \dots & \mathbf{0}_{(P-L) \times M} & \mathbf{0}_{(P-L) \times M} \\ \mathbf{H}_{\text{IBI}}\mathbf{F} & \mathbf{H}\mathbf{F} & \dots & \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} \\ \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} & \dots & \mathbf{H}\mathbf{F} & \mathbf{0}_{P \times M} \\ \mathbf{0}_{P \times M} & \mathbf{0}_{P \times M} & \dots & \mathbf{H}_{\text{IBI}}\mathbf{F} & \mathbf{H}\mathbf{F} \end{bmatrix}, \quad (5.24)$$

⁽²⁾Para intervalo de guarda suficiente, não existe IBI na recepção para o caso do OFDM-ZP (vide (3.10)); o mesmo não acontece com o OFDM-CP e é por esse motivo que ocorre o descarte das D primeiras amostras de cada bloco recebido. Para o caso de intervalo de guarda insuficiente, existe IBI na recepção de sinais OFDM-ZP (vide (5.1)) e a matriz \mathbf{H}_1 aparece para representar este efeito; para o OFDM-CP, a IBI atinge simplesmente mais amostras consecutivas de um mesmo símbolo OFDM e o modelo permanece portanto o mesmo.

onde $\mathbf{H}_0^{(t)}$ é uma matriz de tamanho $(P - L) \times P$ que contém as últimas $(P - L)$ linhas de \mathbf{H} ; \mathbf{H} e \mathbf{H}_{IBI} , ambas de tamanho $P \times P$, são dadas por (2.16) e (2.17), respectivamente. A matriz \mathbf{F} , de tamanho $P \times M$ esta definida em (4.32).

O vetor $\bar{\mathbf{x}}(i)$, de tamanho $\alpha M \times 1$, em (5.23), é dado por:

$$\bar{\mathbf{x}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i - \alpha + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) \end{bmatrix}.$$

Finalmente, o vetor $\bar{\mathbf{n}}(i)$, de comprimento $\alpha P - L$ tem expressão:

$$\bar{\mathbf{n}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^{(t)}(i - \alpha + 1) \\ \mathbf{n}(i - \alpha + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{n}(i) \end{bmatrix},$$

onde $\mathbf{n}^{(t)}(i - \alpha + 1)$ é um vetor que contém as últimas $P - L$ componentes do vetor $\mathbf{n}(i - \alpha + 1)$.

A matriz de correlação das observações $\bar{\mathbf{r}}(i)$ em (5.23), denotada por $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}}$ e de tamanho $(\alpha P - L) \times (\alpha P - L)$, é definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}} &= \mathbb{E}[\bar{\mathbf{r}}(i)\bar{\mathbf{r}}^H(i)] \\ &= \sigma_s^2 \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{A}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{(\alpha P - L)}, \end{aligned}$$

e pode ser decomposta por SVD como segue:

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}} = [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \sigma_s^2 \boldsymbol{\Lambda}_s + \sigma^2 \mathbf{I}_{\alpha M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma^2 \mathbf{I}_{\alpha D - L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{U}_n^H \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

Uma vez que $\bar{\mathbf{A}}$ tem tamanho $(\alpha P - L) \times \alpha M$, uma condição necessária para que exista subespaço de ruído é $\alpha > \frac{L}{D}$, ou seja é necessário empilhar $\alpha > \frac{L}{D}$ vetores observação $\mathbf{r}_{\text{CP}}(i)$, como também pode ser observado em (5.25).

Da condição de ortogonalidade dos subespaços de sinal e de ruído, e sabendo que as colunas de $\bar{\mathbf{A}}$ pertencem ao subespaço de sinal, tem-se que:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{0}_{(\alpha D - L) \times \alpha M}. \quad (5.26)$$

As colunas de $\bar{\mathbf{A}}$ dependem de \mathbf{h} . As últimas M colunas de $\bar{\mathbf{A}}$ podem ser reescritas como (vide (5.24)):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha - 1)P - L) \times M} \\ \mathbf{H}\mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_1^{(0)} \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(0)} \mathbf{h} \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

onde (vide (4.41))

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{((\alpha-1)P-L) \times (L+1)} \\ \mathbf{S}_{\text{CP}}^{(i)} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, M.$$

As primeiras M colunas de $\bar{\mathbf{A}}$ podem ser expressas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_t \mathbf{F} \\ \mathbf{H}_{\text{IBI}} \mathbf{F} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_1^{(t)} \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(t)} \mathbf{h} \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

onde (vide (4.46) e (4.47))

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{\text{CP},t}^{(i)} \\ \mathbf{S}_{\text{CP,IBI}}^{(i)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, \quad i = M - L + D + 1, \dots, M.$$

Finalmente, as $(\alpha - 2)M$ colunas restantes⁽³⁾ de $\bar{\mathbf{A}}$ admitem a seguinte forma equivalente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(P-L) \times M} \\ \mathbf{0}_{(k-1)P \times M} \\ \mathbf{H} \mathbf{F} \\ \mathbf{H}_{\text{IBI}} \mathbf{F} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2-k)P \times M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(k) \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(k) \mathbf{h} \end{bmatrix}, \quad (5.29)$$

onde (vide (4.46) e (4.47))

$$\bar{\mathbf{S}}_i^{(1)}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(P-L) \times (L+1)} \\ \mathbf{0}_{(k-1)P \times (L+1)} \\ \mathbf{S}_{\text{CP}}^{(i)} \\ \mathbf{S}_{\text{CP,IBI}}^{(i)} \\ \mathbf{0}_{(\alpha-2-k)P \times (L+1)} \end{bmatrix}, \quad i = M - L + D + 1, \dots, M.$$

Com a ajuda de (5.27), (5.28) e (5.29), a matriz $\bar{\mathbf{A}}$ pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_1^{(t)} \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(t)} \mathbf{h} & \bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(1) \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(1) \mathbf{h} & \dots \\ \dots & \bar{\mathbf{S}}_1^{(1)}(\alpha - 2) \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M^{(1)}(\alpha - 2) \mathbf{h} & \bar{\mathbf{S}}_1 \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_M \mathbf{h} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_1 \mathbf{h} & \dots & \bar{\mathbf{S}}_{\alpha M} \mathbf{h} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Da condição de ortogonalidade entre os subespaços decorre que, para cada

⁽³⁾somente se $\alpha \geq 3$.

coluna de $\bar{\mathbf{A}}$:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_k \mathbf{h} = \mathbf{0} \quad , \quad k = 1, \dots, \alpha M.$$

Logo, de (5.26), chega-se a

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{A}} = \mathbf{0}_{(\alpha P - L + D) \times \alpha M} \Leftrightarrow \|\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{H}}\|_F^2 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i \right) \mathbf{h} = 0,$$

e segue que uma estimativa para o canal (a menos de um escalar complexo) pode ser obtida por meio de:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left[\mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i \right) \mathbf{h} \right], \quad (5.31)$$

ou seja, $\hat{\mathbf{h}}$ é o vetor associado ao menor valor singular da matriz $\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{S}}_i$.

Explorando uma vez mais (4.11), e levando em conta (5.31), o produto $\mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ pode ser substituído por potências ascendentes inteiras da inversa da matriz correlação $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}}$ de modo a obter o seguinte estimador de canal (a menos de uma ambigüidade):

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \left[\mathbf{h}^H \left(\sum_{i=1}^{\alpha M} \bar{\mathbf{S}}_i^H (\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{r}}}^{-1})^m \mathbf{S}_i \right) \mathbf{h} \right]. \quad (5.32)$$

5.3.2

Estimação de Canal com Casamento de Correlação

OFDM-ZP

O método utilizando casamento de correlação também é facilmente estendido para o caso de intervalo de guarda insuficiente.

Define-se a matriz erro $\mathbf{E}(i)$ entre a matriz de correlação suposta conhecida $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P} = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{x}}_P(i) \tilde{\mathbf{x}}_P(i)^H]$ e a matriz de correlação estimada $\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}(i)$, isto é, obtida de alguma forma a partir das observações $\tilde{\mathbf{x}}_P(i)$, como segue:

$$\mathbf{E}(i) = \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P} - \hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}(i) \quad (5.33)$$

com

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P} = \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + \mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P. \quad (5.34)$$

Seja agora a função custo $J(i)$ dada por:

$$J(i) = \text{vec}^H(\mathbf{E}(i)) \text{vec}(\mathbf{E}(i)). \quad (5.35)$$

Utilizando (5.33) pode-se escrever:

$$\text{vec}(\mathbf{E}(i)) = \text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}) - \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}(i)). \quad (5.36)$$

Utilizando agora (5.34), tem-se:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}) &= \text{vec}(\mathbf{H}_0\mathbf{H}_0^H + \mathbf{H}_1\mathbf{H}_1^H + \sigma^2\mathbf{I}_P) \\ &= \text{vec}(\mathbf{H}_0\mathbf{H}_0^H) + \text{vec}(\mathbf{H}_1\mathbf{H}_1^H) + \text{vec}(\sigma^2\mathbf{I}_P). \end{aligned} \quad (5.37)$$

Lembrando que

$$\mathbf{H}_0 = [\mathbf{S}_1\mathbf{h} \ \mathbf{S}_2\mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}_M\mathbf{h}],$$

com as matrizes $\mathbf{S}_i, i = 1, \dots, M$ definidas em (5.8), e

$$\mathbf{H}_1 = [\mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0} \ \mathbf{S}'_1\mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}'_{L-D}\mathbf{h}],$$

com as matrizes $\mathbf{S}'_i, i = 1, \dots, L - D$ definidas em (5.12), então

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0\mathbf{H}_0^H &= [\mathbf{S}_1\mathbf{h} \ \mathbf{S}_2\mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}_M\mathbf{h}] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H\mathbf{S}_1^H \\ \mathbf{h}^H\mathbf{S}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{h}^H\mathbf{S}_M^H \end{bmatrix} \\ &= \sum_{k=1}^M \mathbf{S}_k\mathbf{h}\mathbf{h}^H\mathbf{S}_k^H \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1\mathbf{H}_1^H &= [\mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0} \ \mathbf{S}'_1\mathbf{h} \ \dots \ \mathbf{S}'_{L-D}\mathbf{h}] \begin{bmatrix} \mathbf{0}^H \\ \vdots \\ \mathbf{0}^H \\ \mathbf{h}^H\mathbf{S}'_1{}^H \\ \vdots \\ \mathbf{h}^H\mathbf{S}'_{L-D}{}^H \end{bmatrix} \\ &= \sum_{k=1}^{L-D} \mathbf{S}'_k\mathbf{h}\mathbf{h}^H\mathbf{S}'_k{}^H. \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{H}_0\mathbf{H}_0^H) &= \text{vec}\left(\sum_{k=1}^M \mathbf{S}_k\mathbf{h}\mathbf{h}^H\mathbf{S}_k^H\right) \\ &= \sum_{k=1}^M \text{vec}(\mathbf{S}_k\mathbf{h}\mathbf{h}^H\mathbf{S}_k^H) \\ &= \sum_{k=1}^M \text{vec}(\mathbf{S}_k\mathcal{X}\mathbf{S}_k^H), \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 \text{vec}(\mathbf{H}_1 \mathbf{H}_1^H) &= \text{vec} \left(\sum_{k=1}^{L-D} \mathbf{S}'_k \mathbf{h} \mathbf{h}^H \mathbf{S}'_k{}^H \right) \\
 &= \sum_{k=1}^{L-D} \text{vec}(\mathbf{S}'_k \mathbf{h} \mathbf{h}^H \mathbf{S}'_k{}^H) \\
 &= \sum_{k=1}^{L-D} \text{vec}(\mathbf{S}'_k \mathcal{X} \mathbf{S}'_k{}^H),
 \end{aligned}$$

com $\mathcal{X} = \mathbf{h} \mathbf{h}^H$. Utilizando o fato de que [71]:

$$\text{vec}(\mathbf{S}_k \mathcal{X} \mathbf{S}_k^H) = (\mathbf{S}_k^* \otimes \mathbf{S}_k) \text{vec}(\mathcal{X}) \quad (5.38)$$

em (5.37) chega-se a:

$$\begin{aligned}
 \text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_P}) &= \sum_{k=1}^M (\mathbf{S}_k^* \otimes \mathbf{S}_k) \text{vec}(\mathcal{X}) + \sum_{k=1}^{L-D} (\mathbf{S}'_k{}^* \otimes \mathbf{S}'_k) \text{vec}(\mathcal{X}) + \text{vec}(\mathbf{I}_P) \sigma^2 \\
 &= \mathbf{M} \text{vec}(\mathcal{X}) + \text{vec}(\mathbf{I}_P) \sigma^2,
 \end{aligned} \quad (5.39)$$

onde

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^M (\mathbf{S}_k^* \otimes \mathbf{S}_k) + \sum_{k=1}^{L-D} (\mathbf{S}'_k{}^* \otimes \mathbf{S}'_k) \quad (5.40)$$

é uma matriz conhecida de tamanho $P^2 \times (L+1)^2$.

Por analogia ao que foi apresentado na Seção 4.5, a solução é a mesma que em (4.67), com \mathbf{M} dada por (5.40). Ou seja,

$$\mathbf{v} = [\mathbf{M}^H (\mathbf{I}_{P^2} - \frac{1}{P} \mathbf{ii}^H) \mathbf{M}]^{-1} \mathbf{M}^H (\mathbf{I}_{P^2} - \frac{1}{P} \mathbf{ii}^H) \mathbf{q}(i). \quad (5.41)$$

Lembrando que $\mathbf{v} = \text{vec}(\mathcal{X})$, então $\text{unvec}(\mathbf{v}) = \mathcal{X}$ e uma estimativa do vetor \mathbf{h} pode ser obtida, a menos de um escalar complexo, determinando-se o vetor singular associado ao maior valor singular de \mathcal{X} , uma vez que \mathcal{X} tem posto 1. Convém frisar que a matriz \mathcal{X} sobre a qual se opera para obter \mathbf{h} , tem tamanho $(L+1) \times (L+1)$.

OFDM-CP

Uma vez que os modelos de sinais para o OFDM-CP com intervalo de guarda suficiente e insuficiente são os mesmos, segue que uma estimativa do canal (a menos de um escalar complexo), por meio do método de casamento de correlação, é o vetor singular associado ao maior valor singular de \mathcal{X} , onde $\mathcal{X} = \text{unvec}(\mathbf{v})$, e \mathbf{v} é dado por (4.77).

5.3.3 Resultados

Alguns resultados são apresentados de modo a ilustrar o desempenho do estimador ‘corrmatch’ para OFDM-ZP. Considera-se um sistema com $M = 32$ portadoras, transmitindo símbolos BPSK, e intervalo de guarda $D = 4$. O sistema experimenta um canal de ordem $L = 15$, com suas respostas ao impulso e em frequência ilustradas nas figuras 5.1 e 5.2 respectivamente (vide Tabela 5.1). Convém ressaltar que o receptor está operando na condição de intervalo de guarda insuficiente.

São realizados 25 experimentos independentes; para cada experimento é simulada a transmissão de 4000 símbolos OFDM.

O desempenho MSE de dois estimadores é comparado na Figura 5.3, para razões $\frac{E_B}{N_0}$ de 0dB, 5dB, 10dB, 15dB, 20dB e 25dB. Os dois estimadores são baseados no método de casamento de correlação. O primeiro estimador ‘corrmatch’ porém, estima um canal de ordem $\hat{L} = D = 4$, ou seja, este estimador se comporta como se estivesse operando na condição de intervalo de guarda suficiente, como na Seção 4.5. Já o segundo estimador, ‘corrmatch-IBI’, estima um canal de ordem $\hat{L} = L = 15$, tirando proveito do que foi desenvolvido na Seção 5.3.2.

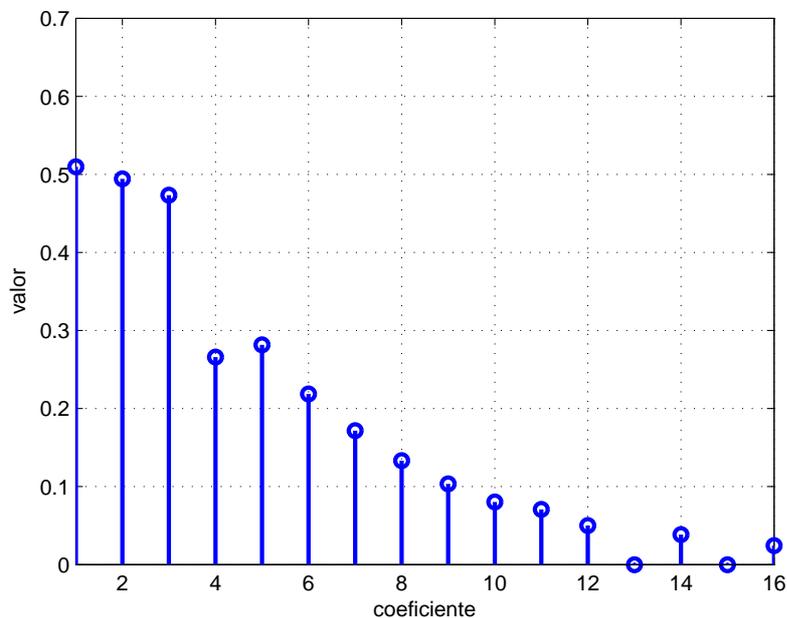


Figura 5.1: Resposta ao Impulso do canal fixo de ordem 15

Da Figura 5.3, é notável a perda de desempenho do estimador ‘corrmatch’ "tradicional". Embora ele apresente o que se poderia chamar de convergência mais rápida, o desempenho em estado estacionário é sofrível. A convergência mais

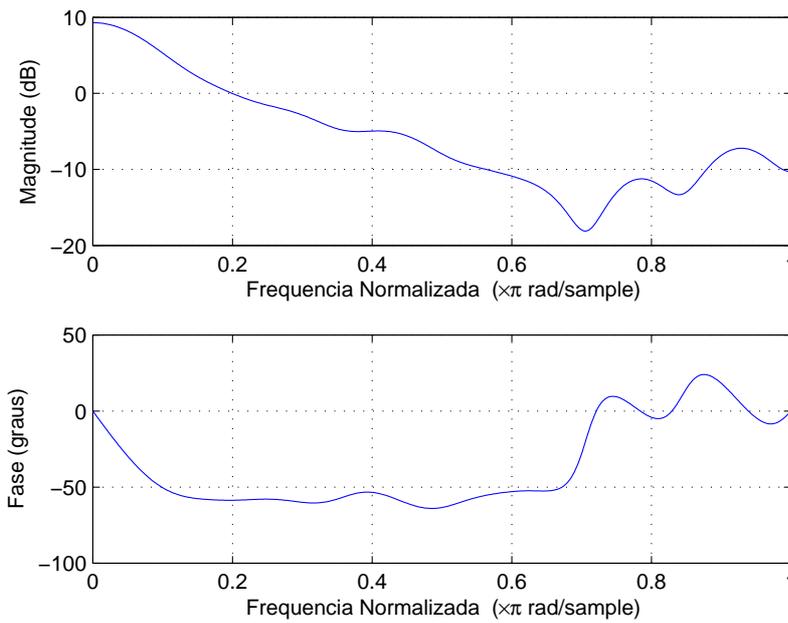


Figura 5.2: Resposta em Frequência do canal fixo de ordem 15

rápida pode ser explicada pelo fato deste estimador estar rastreando um parâmetro vetorial de pequena dimensão (5 taps, se comparado com o estimador melhorado ‘cormatch-IBI’, que estima 16 taps).

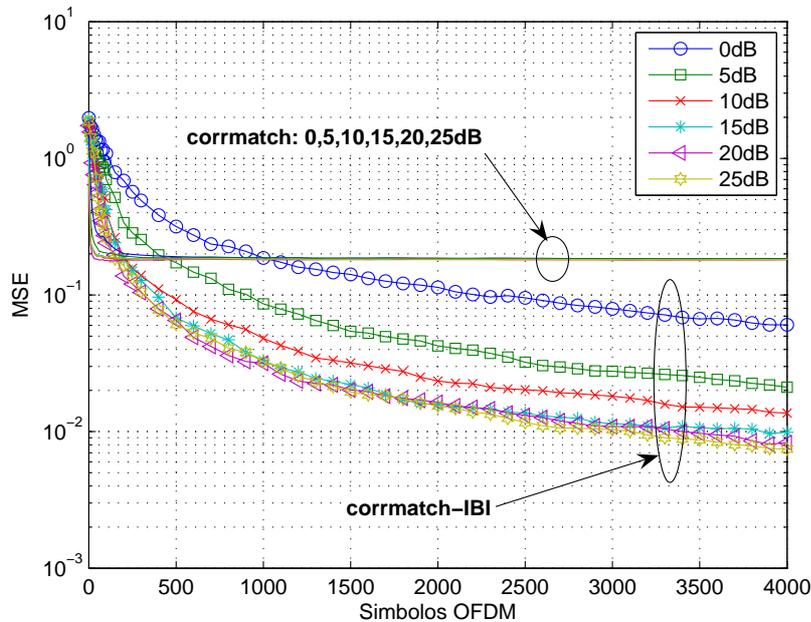


Figura 5.3: Desempenho MSE dos estimadores ‘cormatch-IBI’ e ‘cormatch’ tradicional, para um sistema OFDM-ZP com $M = 32$ portadoras, intervalo de guarda $D = 4$, para canal fixo de ordem $L = 15$

Por fim, ilustra-se na Figura 5.4 o desempenho em termos de taxa de erro de bit para um receptor MMSE como proposto em [60] (o receptor, de posse de uma estimativa de canal, reconstrói as matrizes \mathbf{H}_0 e \mathbf{H}_1 , necessárias para a implementação do equalizador. Para o caso do estimador ‘corrmatch’ tradicional, a matriz \mathbf{H}_1 será nula.)

A diferença de desempenho em favor do receptor que emprega o estimador ‘corrmatch-IBI’ para o caso de intervalo de guarda insuficiente é notável.

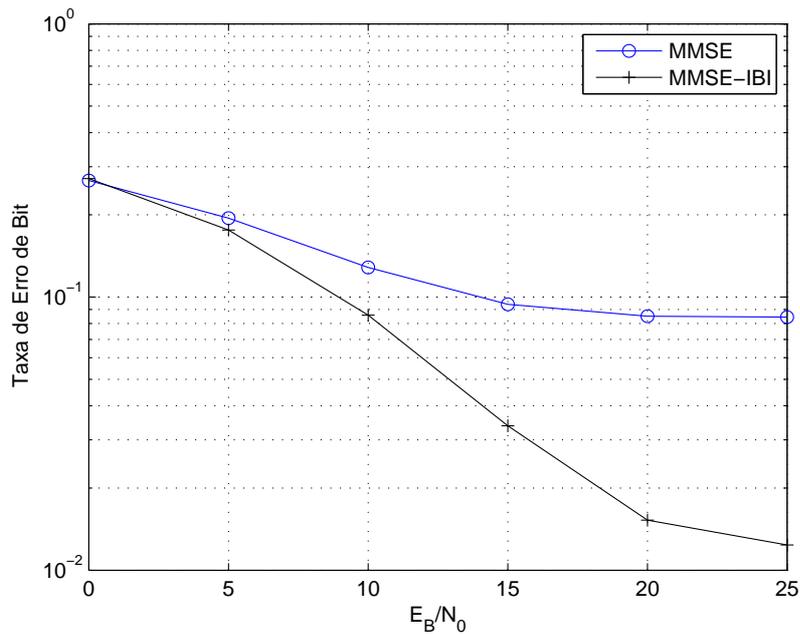


Figura 5.4: Taxa de Erro de Bit para receptor MMSE empregando os estimadores ‘corrmatch-IBI’ (MMSE-IBI) e ‘corrmatch’ tradicional (MMSE), para um sistema OFDM-ZP com $M = 32$ portadoras, intervalo de guarda $D = 4$, para canal fixo de ordem $L = 15$

Tabela 5.1: Coeficientes do Canal

coeficiente	valor
1	0.5098
2	0.4942
3	0.4733
4	0.2659
5	0.2817
6	0.2186
7	0.1717
8	0.1333
9	0.1034
10	0.0803
11	0.0707
12	0.0501
13	0
14	0.0384
15	0
16	0.0245