

3

Receptores OFDM em Sistemas com Intervalo de Guarda Suficiente

3.1

Introdução

Neste Capítulo são apresentados os receptores convencionais para sistemas OFDM com intervalo de guarda suficiente, ou seja, nos quais a ordem do canal não ultrapassa o comprimento de intervalo de guarda isto é $L \leq D$.

A Seção 3.2 aborda as estruturas usuais de recepção para sistemas OFDM. O sistema OFDM-CP é considerado em mais detalhes na Seção 3.2.1. Receptores usuais para o OFDM-ZP são assunto da Seção 3.2.2.

A Seção 3.3 explicita a analogia existente entre os sinais de sistemas OFDM e sistemas CDMA.

3.2

Receptores Convencionais

3.2.1

Receptor Convencional para OFDM-CP

Nesta Seção, o processamento efetuado pelo receptor OFDM-CP convencional é descrito. O receptor opera sobre o vetor de observação $\mathbf{r}_{CP}(i)$ para detectar o vetor de informação $\mathbf{s}(i)$ transmitido. De acordo com (2.21), reproduzida abaixo por conveniência, o vetor observação é dado por:

$$\mathbf{r}_{CP}(i) = \mathbf{H}\mathbf{F}_{CPS}(i) + \mathbf{H}_{IBI}\mathbf{F}_{CPS}(i-1) + \mathbf{n}(i),$$

com as matrizes \mathbf{F}_{CP} , \mathbf{H} e \mathbf{H}_{IBI} definidas respectivamente em (2.10), (2.16) e (2.17). O vetor $\mathbf{n}(i)$, de tamanho $P \times 1$, é vetor Gaussiano de ruído branco com média nula e matriz covariância dada por (2.19).

O diagrama em blocos do sistema de transmissão OFDM-CP encontra-se na Figura 3.1.

Como visto em (2.14), as L primeiras componentes de $\mathbf{r}_{CP}(i)$ dependem não somente de componentes de $\mathbf{s}(i)$ mas também de componentes de $\mathbf{s}(i-1)$,

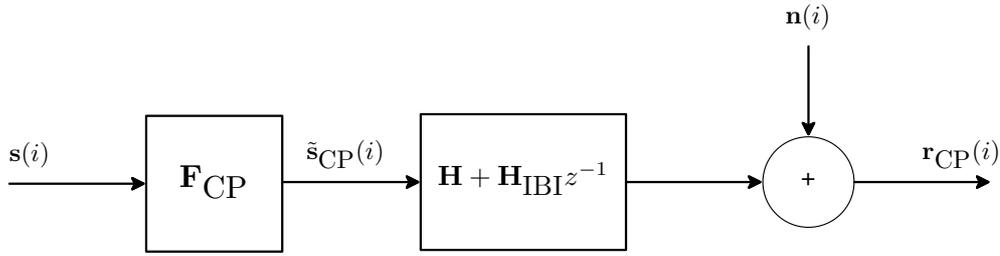


Figura 3.1: Modelo vetorial de sinais: OFDM-CP

caracterizando assim a Interferência entre Blocos (ou IBI). Assim sendo, para efetuar a detecção de $s(i)$ livre de IBI, as D primeiras componentes de $r_{CP}(i)$ são descartadas no receptor, dando origem ao vetor $\tilde{x}_M(i)$, contendo as últimas M amostras de $r_{CP}(i)$. O descarte, em princípio, não acarreta perda de informação sobre o símbolo OFDM transmitido, uma vez que para o OFDM-CP, o intervalo de guarda é na verdade uma réplica das últimas D amostras do símbolo OFDM transmitido. Após o descarte tem-se [56]:

$$\tilde{x}_M(i) = \mathbf{C}_M(\mathbf{h}_M) \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_M(i), \quad (3.1)$$

onde \mathbf{C}_M é uma matriz circulante de tamanho $M \times M$ com primeira coluna $\mathbf{h}_M = [h[0] \ h[1] \ \dots \ h[L] \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{M-L-1 \text{ zeros}}]^T$, ou seja:

$$\mathbf{C}_M(\mathbf{h}_M) = \begin{pmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 & h[L] & \dots & h[2] & h[1] \\ h[1] & h[0] & \ddots & 0 & 0 & \ddots & h[3] & h[2] \\ h[2] & h[1] & h[0] & \dots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & h[L] \\ h[L] & \ddots & \ddots & h[1] & h[0] & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & h[L] & \ddots & \ddots & h[1] & h[0] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h[L] & h[L-1] & \dots & h[1] & h[0] \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

e \mathbf{F}_M é a matriz da transformada discreta de Fourier normalizada de M pontos definida em (2.4). Ainda em (3.1), o vetor $\tilde{\mathbf{n}}_M(i)$ de tamanho $M \times 1$ contém as M últimas amostras do vetor $\mathbf{n}(i)$. O vetor $\tilde{\mathbf{n}}_M(i)$ é portanto vetor Gaussiano complexo de média nula e matriz covariância dada por:

$$\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{n}}_M} = N_0 \mathbf{I}_M, \quad (3.3)$$

ou seja, $\tilde{\mathbf{n}}_M(i)$ é vetor de ruído branco. É possível detectar o vetor $\mathbf{s}(i)$ diretamente a partir do vetor \tilde{x}_M , todavia este não é o modo mais eficiente de proceder, em termos de complexidade computacional.

De fato, sabendo que é possível diagonalizar uma matriz circulante pré- e pós-

multiplicando-a pelas matrizes DFT e IDFT respectivamente [70], pré-multiplica-se $\tilde{\mathbf{x}}_M(i)$ por \mathbf{F}_M de forma a obter-se:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_M(i) &= \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{x}}_M(i) \\
 &= \mathbf{F}_M (\mathbf{C}_M(\mathbf{h}_M) \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_M(i)) \\
 &= (\mathbf{F}_M \mathbf{C}_M(\mathbf{h}_M) \mathbf{F}_M^H) \mathbf{s}(i) + \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{n}}_M(i) \\
 &= \text{diag}(H[0] \dots H[M-1]) \mathbf{s}(i) + \mathbf{F}_M \tilde{\mathbf{n}}_M(i) \\
 &= \mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M) \mathbf{s}(i) + \mathbf{n}_M(i).
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Em (3.4), $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$ é matriz diagonal de tamanho $M \times M$ e que tem as componentes do vetor $\tilde{\mathbf{h}}_M$ em sua diagonal, sendo

$$\tilde{\mathbf{h}}_M = [H[0] \dots H[M-1]]^T = \sqrt{M} \mathbf{F}_M \mathbf{h}_M, \tag{3.5}$$

com $H[k] = \sum_{l=0}^L h[l] e^{-j2\pi kl/M}$, ou seja, $\tilde{\mathbf{h}}_M$ contém as componentes da transformada discreta de Fourier de M pontos de \mathbf{h}_M , logo $\tilde{\mathbf{h}}_M$ esta associado à resposta em frequência discreta do canal $\mathbf{h} = [h[0] h[1] \dots h[L]]^T$. Ainda em (3.4), $\mathbf{n}_M(i) = \mathbf{F}_M^H \tilde{\mathbf{n}}_M(i)$ é ruído Gaussiano branco com matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_M} = N_0 \mathbf{I}_M$, uma vez que \mathbf{F}_M é unitária. Numa clara analogia ao modelo analógico clássico do OFDM, a pré-multiplicação pela matriz DFT representa a demodulação dos sinais, ou ainda o processamento dos sinais por um banco de filtros casados às portadoras.

Nestas condições, o vetor de informação $\mathbf{s}(i)$ pode ser então detectado de forma simples, a partir da observação $\mathbf{x}_M(i)$, invertendo-se a matriz diagonal $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$. De fato, a k -ésima componente de $\mathbf{s}(i)$, denotada $s^{(i)}[k]$, pode ser detectada de forma independente das demais uma vez que, de (3.4), pode-se escrever a k -ésima componente de $\mathbf{x}_M(i)$, denotada $x_M^{(i)}[k]$, como:

$$x_M^{(i)}[k] = H[k] s^{(i)}[k] + n_M^{(i)}[k]. \tag{3.6}$$

Do ponto de vista da representação analógica do OFDM, o papel do prefixo cíclico (ou CP) é justamente este: o de restaurar a ortogonalidade entre as portadoras, na recepção.

A estimativa *Zero Forcing* (ou ZF) de $s^{(i)}[k]$, denotada $\hat{s}_{\text{ZF}}^{(i)}[k]$, que não leva em conta a presença de ruído na observação é dada por (vide Apêndice A):

$$\begin{aligned}
 \hat{s}_{\text{ZF}}^{(i)}[k] &= \frac{x_M^{(i)}[k]}{H[k]} \\
 &= s^{(i)}[k] + \frac{n_M^{(i)}[k]}{H[k]}.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Todavia, se $H[k] \approx 0$, o símbolo $s^{(i)}[k]$ da k -ésima subportadora não poderá ser recuperado, o que vem a ser provavelmente o maior ponto fraco do esquema

OFDM-CP. Por outro lado, a baixa complexidade envolvida na detecção (a inversão de um escalar complexo por subportadora) é certamente um dos pontos fortes deste esquema. Note-se que para a detecção, faz-se necessário o conhecimento dos escalares $H[k]$, ou seja, é preciso dispor de uma estimativa do canal.

A Figura 3.2 ilustra o receptor convencional para o esquema OFDM-CP.

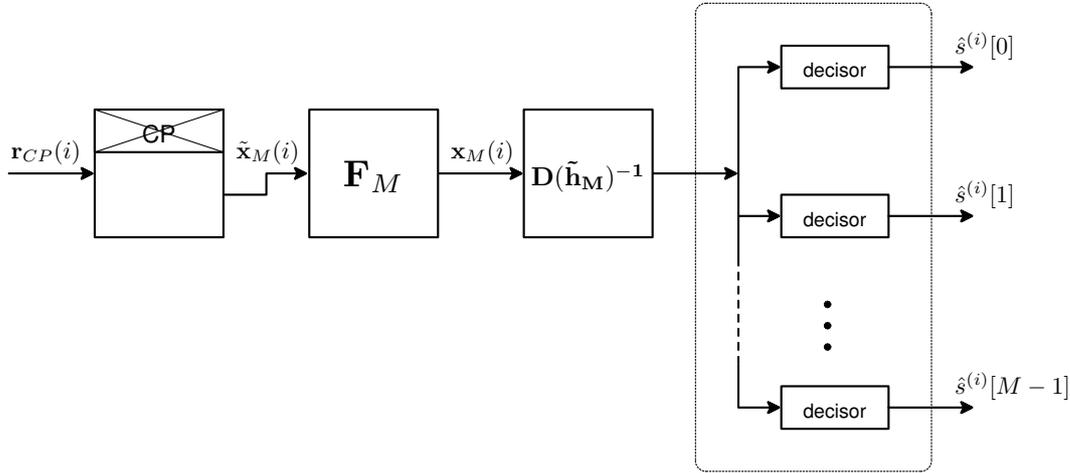


Figura 3.2: Estrutura do Receptor Convencional OFDM-CP

Com vistas a mitigar os efeitos da amplificação do ruído em (3.7), é possível realizar a detecção MMSE de $s^{(i)}[k]$ (vide Apêndice A):

$$\hat{s}_{\text{MMSE}}^{(i)}[k] = \frac{H[k]^*}{|H[k]|^2 + \frac{N_0}{\sigma_s^2}} x_M^{(i)}[k].$$

O receptor MMSE contudo não resolve o problema da não-detectabilidade do OFDM-CP.

3.2.2 Receptor Convencional para OFDM-ZP

O vetor observação $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)$ a ser processado pelo receptor, no caso do OFDM-ZP, é dado por (2.20) reproduzida abaixo:

$$\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i) = \mathbf{H}\mathbf{F}_{\text{ZPS}}(i) + \mathbf{H}_{\text{IBI}}\mathbf{F}_{\text{ZPS}}(i-1) + \mathbf{n}(i), \quad (3.8)$$

com as matrizes \mathbf{F}_{ZP} , \mathbf{H} e \mathbf{H}_{IBI} definidas respectivamente em (2.6), (2.16) e (2.17). O vetor $\mathbf{n}(i)$, de tamanho $P \times 1$, é vetor Gaussiano de ruído branco com média nula e matriz covariância dada por (2.19). O sistema OFDM-ZP em questão é ilustrado na Figura 3.3.

É possível particionar as matrizes $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_0 \ \mathbf{H}_{\text{ZP}}]$, com \mathbf{H}_0 de tamanho $P \times M$, e $\mathbf{H}_{\text{IBI}} = [\mathbf{H}_0^{\text{IBI}} \ \mathbf{H}_{\text{ZP}}^{\text{IBI}}]$, com $\mathbf{H}_0^{\text{IBI}}$ de tamanho $P \times M$.

A matriz \mathbf{H}_0 , assim como \mathbf{H} , é Toeplitz e encontra-se explicitada a seguir:

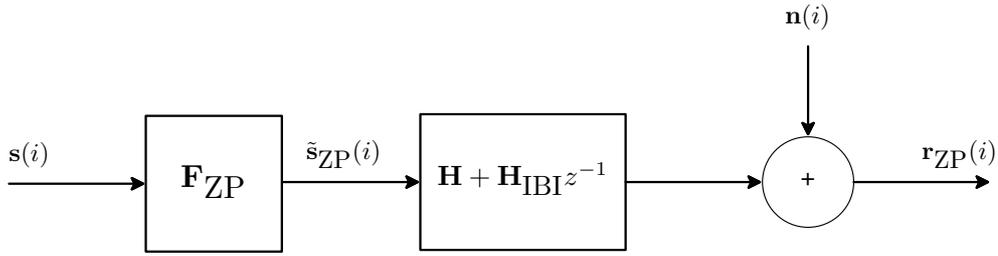


Figura 3.3: Modelo vetorial de sinais: OFDM-ZP

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & h[0] & \ddots & \vdots \\ h[L] & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & h[L] & \ddots & h[0] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & h[L] \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Convém frisar que a matriz \mathbf{H}_0 tem suas últimas $(D - L)$ linhas nulas.

Observando-se que as M primeiras colunas da matriz \mathbf{H}_{IBI} são nulas (para $L \leq D$), vide (2.17), conclui-se que a matriz $\mathbf{H}_0^{\text{IBI}}$, que por definição contém as M primeiras colunas de \mathbf{H}_{IBI} , é toda de zeros.

A Equação (3.8) pode ser então reescrita como segue:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{\text{ZP}}(i) &= [\mathbf{H}_0 \ \mathbf{H}_{\text{ZP}}] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + [\mathbf{H}_0^{\text{IBI}} \ \mathbf{H}_{\text{ZP}}^{\text{IBI}}] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i-1) + \mathbf{n}(i) \\ &= \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \mathbf{H}_0^{\text{IBI}} \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i-1) + \mathbf{n}(i) \\ &= \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i); \end{aligned} \quad (3.10)$$

ou seja, para o OFDM-ZP, $\mathbf{H}_{\text{IBI}} \mathbf{F}_{\text{ZP}} = \mathbf{0}$. Assim fica evidenciado uma das peculiaridades do esquema OFDM-ZP: a ausência de IBI na recepção (vide (3.10)), sem que seja necessário para isso descartar amostras da observação (diferentemente do que é usualmente feito no OFDM-CP).

A estimativa *Zero Forcing* de $\mathbf{s}(i)$, denotada $\hat{\mathbf{s}}_{\text{ZF}}(i)$, é obtida por meio de:

$$\hat{\mathbf{s}}_{\text{ZF}}(i) = \mathbf{W}_{\text{ZF}}^H \mathbf{r}_{\text{ZP}}(i), \quad (3.11)$$

onde \mathbf{W}_{ZF} é matriz de tamanho $P \times M$. A k -ésima coluna de \mathbf{W}_{ZF} , denotada \mathbf{w}_k , contém os pesos do equalizador linear associado à k -ésima portadora. A matriz

\mathbf{W}_{ZF} é tal que:

$$\mathbf{W}_{ZF}^H \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H = \mathbf{I}_M,$$

ou seja, \mathbf{W}_{ZF}^H é a pseudo-inversa de $\mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H$ [56], e é dada por (vide Apêndice A):

$$\mathbf{W}_{ZF} = (\mathbf{H}_0^\dagger)^H \mathbf{F}_M^H \quad (3.12)$$

$$= \mathbf{H}_0 (\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)^{-1} \mathbf{F}_M^H. \quad (3.13)$$

Susbtituindo (3.12) em (3.11) chega-se a:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_{ZF}(i) &= \mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^\dagger \mathbf{r}_{ZP}(i) \\ &= \mathbf{s}(i) + \mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^\dagger \mathbf{n}(i). \end{aligned}$$

A Figura 3.4 ilustra a estrutura que implementa o receptor ZF OFDM-ZP.

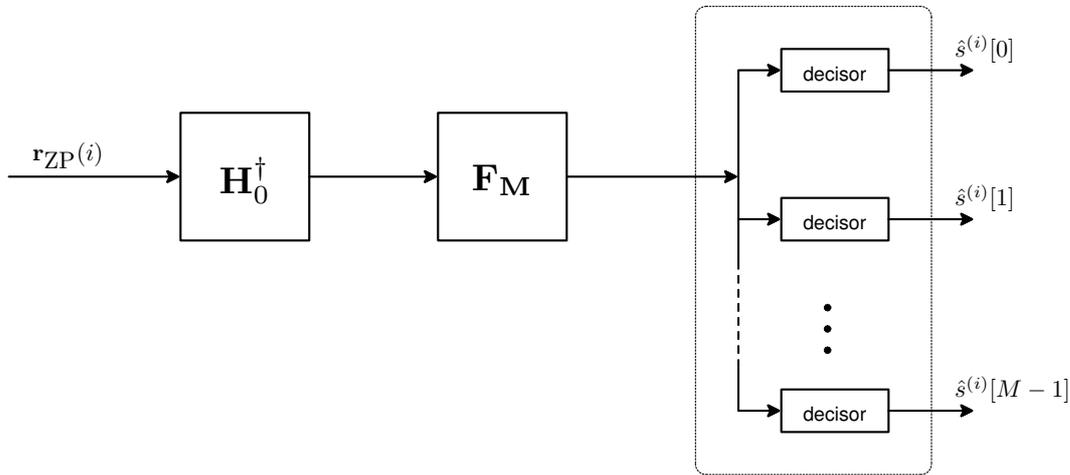


Figura 3.4: Estrutura do Receptor *Zero Forcing* OFDM-ZP

Lembrando que \mathbf{H}_0 é Toeplitz de tamanho $P \times M$, convém frisar que $(\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)$ “sempre” admite inversa⁽¹⁾. Isso implica que o OFDM-ZP não padece do mesmo problema de não-detectabilidade do OFDM-CP. Todavia a detecção feita após o estágio de equalização *Zero Forcing* não será ótima caso as componentes $s^{(i)}[k]$ sejam detectadas de forma independente, visto que o ruído não é mais branco. De fato, o ruído após a equalização tem matriz covariância dada por: $N_0 \mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^\dagger (\mathbf{F}_M \mathbf{H}_0^\dagger)^H = N_0 \mathbf{F}_M (\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0)^{-1} \mathbf{F}_M^H$. Porém, na prática, por questões de complexidade computacional, as componentes são detectadas de forma independente.

Por sua vez, a estimativa MMSE de $\mathbf{s}(i)$, denotada $\hat{\mathbf{s}}_{MMSE}(i)$, é obtida por meio de:

$$\hat{\mathbf{s}}_{MMSE}(i) = \mathbf{W}_{MMSE}^H \mathbf{r}_{ZP}(i). \quad (3.14)$$

⁽¹⁾exceto para $\mathbf{H}_0 = \mathbf{0}_{P \times M}$.

A matriz \mathbf{W}_{MMSE} de tamanho $P \times M$ satisfaz (vide Apêndice A):

$$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = [\sigma_s^2 \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + N_0 \mathbf{I}_P]^{-1} \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \sigma_s^2 \quad (3.15)$$

$$= \mathbf{R}_{\text{ZP}}^{-1} \mathbf{H}_0 \mathbf{F}_M^H \sigma_s^2, \quad (3.16)$$

que envolve a inversão da matriz autocorrelação de $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)$, \mathbf{R}_{ZP} , de tamanho⁽²⁾ $P \times P$, e o conhecimento de N_0 .

A Figura 3.5 descreve a estrutura do receptor MMSE OFDM-ZP.

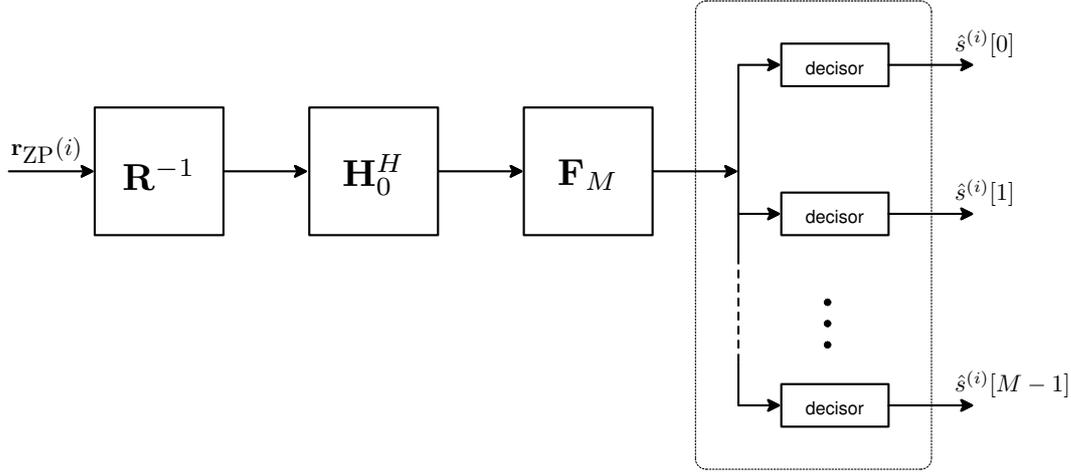


Figura 3.5: Estrutura do Receptor MMSE OFDM-ZP

Existe todavia uma abordagem alternativa [56] (ou abordagem “Pós-DFT”) no que diz respeito ao esquema OFDM-ZP e à detecção dos sinais. De fato, observando que as últimas D colunas da matriz \mathbf{H} não afetam o bloco recebido, graças aos zeros inseridos, é possível alterar as suas últimas D colunas de modo que a matriz \mathbf{H} passe a ser uma matriz circulante de tamanho $P \times P$ denotada $\mathbf{C}_P(\mathbf{h}_P)$ cuja primeira coluna é $\mathbf{h}_P = [h[0] \ h[1] \ \dots \ h[L] \ \underbrace{0 \ \dots \ 0}_{P-L-1 \text{ zeros}}]^T$.

Lançando mão deste artifício e rebatizando o vetor $\mathbf{r}_{\text{ZP}}(i)$ de $\tilde{\mathbf{x}}_P(i)$ e o vetor $\mathbf{n}(i)$ de $\tilde{\mathbf{n}}_P(i)$ (numa analogia com a notação para os sinais do esquema OFDM-CP)

⁽²⁾Por meio do lema de inversão de matrizes [71, 72], é possível reescrever $[\sigma_s^2 \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_0^H + N_0 \mathbf{I}_P]^{-1}$ em (3.15) e por conseguinte obter uma expressão alternativa para \mathbf{W}_{MMSE} , a saber:

$\mathbf{W}_{\text{MMSE}} = \mathbf{H}_0 [\mathbf{H}_0^H \mathbf{H}_0 + \frac{N_0}{\sigma_s^2} \mathbf{I}_M]^{-1} \mathbf{F}_M^H$, de modo que \mathbf{W}_{MMSE} envolve a inversão de uma matriz de tamanho $M \times M$. Comparando (3.13) com a expressão alternativa para \mathbf{W}_{MMSE} , nota-se que quando $\frac{\sigma_s^2}{N_0} \rightarrow \infty$, $\mathbf{W}_{\text{MMSE}} \rightarrow \mathbf{W}_{\text{ZF}}$.

é possível reescrever a Equação (3.8) (já sem os termos relativos à IBI) como segue:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{x}}_P(i) &= [\mathbf{H}_0 \ \mathbf{H}_{ZP}] \mathbf{F}_{ZP} \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \\
 &= [\mathbf{H}_0 \ \mathbf{H}_{ZP}] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \\
 &= [\mathbf{H}_0 \ \Xi] \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \\
 &= \mathbf{C}_P(\mathbf{h}_P) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i),
 \end{aligned}$$

com Ξ tal que a matriz $[\mathbf{H}_0 \ \Xi]$ é circulante.

Lembrando uma vez mais que uma matriz circulante pode ser diagonalizada pré- e pós-multiplicando-a respectivamente pelas matrizes DFT e IDFT, e que $\mathbf{F}_P^H \mathbf{F}_P = \mathbf{I}_P$, pré-multiplica-se $\tilde{\mathbf{x}}_P(i)$ pela matriz DFT de P pontos \mathbf{F}_P de modo a obter-se o modelo alternativo de sinais para o OFDM-ZP:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_P(i) &= \mathbf{F}_P \tilde{\mathbf{x}}_P(i) \\
 &= \mathbf{F}_P \left(\mathbf{C}_P(\mathbf{h}_P) \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \right) \\
 &= (\mathbf{F}_P \mathbf{C}_P(\mathbf{h}_P) \mathbf{F}_P^H) \mathbf{F}_P \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \mathbf{F}_P \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \\
 &= \mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P) \mathbf{F}_P \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix} \mathbf{s}(i) + \mathbf{F}_P \tilde{\mathbf{n}}_P(i) \\
 &= \mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P) \mathbf{V} \mathbf{s}(i) + \mathbf{n}_P(i).
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Em (3.17), $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P) = \mathbf{F}_P \mathbf{C}_P(\mathbf{h}_P) \mathbf{F}_P^H$ é matriz diagonal de tamanho $P \times P$ e que tem as componentes do vetor $\tilde{\mathbf{h}}_P$ em sua diagonal, sendo

$$\tilde{\mathbf{h}}_P = [H[0] \ \dots \ H[P-1]]^T = \sqrt{P} \mathbf{F}_P \mathbf{h}_P, \tag{3.18}$$

com $H_k = \sum_{l=0}^{L-1} h[l] e^{-j2\pi kl/P}$, ou seja, $\tilde{\mathbf{h}}_P$ contém as componentes da transformada discreta de Fourier de P pontos de \mathbf{h} , logo $\tilde{\mathbf{h}}_P$ é a resposta em frequência discreta do canal \mathbf{h} . Ainda em (3.17), $\mathbf{n}_P(i) = \mathbf{F}_P \tilde{\mathbf{n}}_P(i)$ é ruído Gaussiano branco com matriz covariância $\mathbf{K}_{\mathbf{n}_P} = N_0 \mathbf{I}_P$, uma vez que \mathbf{F}_P é unitária. Por fim, a matriz \mathbf{V} , de tamanho $P \times M$, é definida como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}_P \begin{bmatrix} \mathbf{F}_M^H \\ \mathbf{0}_{D \times M} \end{bmatrix}. \tag{3.19}$$

Convém ressaltar que a matriz \mathbf{V} não depende do canal, mas somente de matrizes (I)DFT e pode por conseguinte ser pré-allocada no receptor.

A detecção dos sinais $s(i)$ é feita a partir de (3.17). Por exemplo, a estimativa ZF de $s(i)$, denotada $\hat{s}_{ZF}(i)$ é dada por:

$$\begin{aligned}\hat{s}_{ZF}(i) &= (\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger \mathbf{x}_P(i) \\ &= \mathbf{s}(i) + (\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger \mathbf{n}_P(i),\end{aligned}\quad (3.20)$$

e o receptor é ilustrado na Figura 3.6.

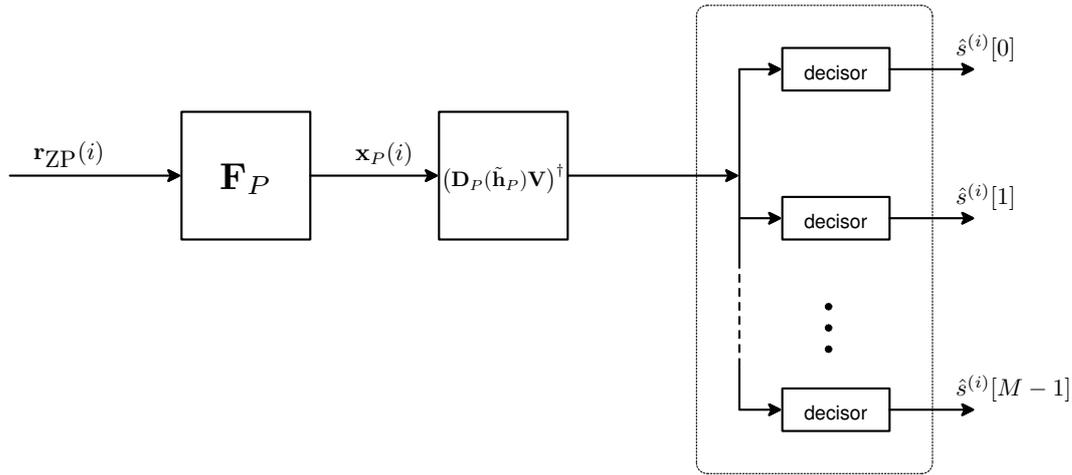


Figura 3.6: Estrutura do Receptor *Zero Forcing* Pós-DFT OFDM-ZP

Como o canal tem ordem L , $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)$ pode ter no máximo L elementos diagonais nulos. Ao contrário do OFDM-CP, os elementos não-nulos restantes da diagonal garantem a recepção ZF. Todavia, é necessário calcular a pseudoinversa de $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}$.

É interessante comparar as Equações (3.4) e (3.17). No caso do OFDM-CP, consegue-se efetuar a detecção com baixa complexidade computacional às custas de uma eventual não-detectabilidade dos sinais. Já no caso do OFDM-ZP, para efetuar a detecção, faz-se necessário calcular a pseudoinversa de uma matriz de tamanho $P \times M$ resultante do produto $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}$. A detectabilidade, todavia, é nesse caso garantida [56].

Convém frisar mais uma vez que a detecção das componentes de $s(i)$ de forma independente, após a multiplicação pela pseudoinversa de $\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}$, é sub-ótima, uma vez que o ruído passa a ser colorido com matriz covariância igual a $N_0(\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger((\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger)^H = N_0[(\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^H(\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})]^{-1} = N_0\mathbf{F}_M(\mathbf{H}_0^H\mathbf{H}_0)^{-1}\mathbf{F}_M^H$.

Convém também ressaltar que todos os receptores apresentados ao longo deste Capítulo, tanto para o OFDM-ZP quanto para o OFDM-CP, necessitam de estimativas do canal.

3.3

Analogia entre os Sinais OFDM e CDMA

O DS/CDMA [73, 74] é uma técnica de múltiplo acesso [75, 69] na qual os usuários podem transmitir simultaneamente na mesma faixa de frequências, sendo separáveis no receptor pela ortogonalidade, ou quase ortogonalidade, entre os sinais utilizados pelos diferentes usuários para transmissão da informação.

O modelo vetorial para o agregado de sinais CDMA na entrada do receptor é descrito por:

$$\mathbf{r}(i) = \mathbf{P}\mathbf{b}(i) + \text{ISI} + \mathbf{n}(i), \quad (3.21)$$

onde \mathbf{P} é a matriz cujas colunas são as assinaturas (seqüências de espalhamento) efetivas (ou seja, após sua convolução com o canal de comunicação) dos usuários ativos no sistema; $\mathbf{b}(i)$ é o vetor que contém os símbolos transmitidos pelos usuários durante o i -ésimo intervalo de sinalização e $\mathbf{n}(i)$ é um vetor de ruído branco. Convém ressaltar a semelhança de (3.21) com (3.1) ou (3.4) para o caso OFDM-CP, ou ainda com (3.10) ou (3.17) para o caso OFDM-ZP. De fato, o sinal OFDM pode ser visto como: um sinal CDMA downlink onde todas as assinaturas são conhecidas pelo receptor, ou ainda como um sinal CDMA uplink onde todos os usuários experimentam o mesmo canal de comunicação. Isso implica que muitas técnicas empregadas na estimação de canal e detecção de sinais CDMA podem ser aplicadas a sistemas OFDM, observando e tirando proveito destas particularidades.

Por exemplo, é sabido da literatura de CDMA, que caso as assinaturas sejam ortogonais na recepção, então o receptor ótimo⁽³⁾ usa um banco de filtros casados \mathbf{P}^H . Observando agora (3.4), é fácil notar que as 'assinaturas' são ortogonais, uma vez que as colunas de $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$ são ortogonais (a matriz $\mathbf{D}_M(\tilde{\mathbf{h}}_M)$ é diagonal). Assim, conclui-se que o receptor da Figura 3.2, que implementa um banco de filtros casados, é o receptor ótimo para o caso OFDM-CP.

Já para o OFDM-ZP, as colunas de \mathbf{P} , isto é $\mathbf{D}_P(\hat{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V}$, não são ortogonais e é possível explorar mais uma vez a analogia entre os sinais.

De fato, a técnica de múltiplo acesso CDMA tem seu desempenho limitado pela interferência de múltiplo acesso (IMA), devido à não ortogonalidade dos sinais dos diferentes usuários na recepção, e pelo efeito *near-far*, caracterizado por sinais com níveis de potência diferentes na recepção. Essas dificuldades acabaram por motivar o surgimento de uma nova área de pesquisa: a detecção multiusuário. Verdú, em [76], propôs o detector multiusuário ótimo, que padece de uma complexidade exponencial com o número de usuários ativos no sistema, o que torna o seu uso proibitivo em sistemas com grande número de usuários. Ficou no entanto estabelecido um limitante inferior para a probabilidade de erro de símbolo.

⁽³⁾ótimo segundo o critério de Máxima Verossimilhança; também ótimo segundo o critério de Máxima Probabilidade *a Posteriori* caso as mensagens sejam equiprováveis

Vários receptores sub-ótimos foram propostos em seguida, como o decorrelador [77, 78] e o MMSE (*Minimum Mean Square Error*) [79, 80] que pertencem à classe dos receptores lineares e o PIC (*Parallel Interference Canceller*) [81, 82] e o SIC (*Serial Interference Canceller*) [83], canceladores subtrativos de interferência, que pertencem à classe de receptores não-lineares.

É possível aplicar a $\mathbf{x}_P(i)$ o receptor decorrelador $\mathbf{P}^\dagger = (\mathbf{D}_P(\hat{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^\dagger$. Contudo, de acordo com o que foi visto em (3.20), o receptor decorrelador aplicado ao OFDM-ZP equivale ao receptor ZF para o OFDM-ZP.

Outra alternativa é aplicar em $\mathbf{x}_P(i)$ o receptor MMSE $\mathbf{P}^H\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{P}^H(\mathbf{P}\mathbf{P}^H + \sigma^2\mathbf{I})^{-1} = (\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^H \left((\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})(\mathbf{D}_P(\tilde{\mathbf{h}}_P)\mathbf{V})^H + \sigma^2\mathbf{I} \right)^{-1}$. Também é fácil mostrar que estes receptores MMSE (pós- e pré- DFT) se equivalem.