PUC

132 - 96

LUIZ ALENCAR REIS DA SILVA MELLO

INVESTIGAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL SOBRE
O COMPORTAMENTO DO DESVANECIMENTO RÁPIDO
NAS LIGAÇÕES DE MICRO-ONDAS EM VISIBILIDADE

Tese de Mestrado

Departamento de Engenharia Elétrica

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

Rio, 21 de Novembro de 1977

Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rua Marquês de São Vicente 225 — ZC 19

Rio de Janeiro — Brasil

N. Chamada: 621.3 / M527 / TESE UC
Título: Invest. gação teórico - experimental sobr

0 0 3 5 2 1 7 6525
EX-D-CENTRAL

Luiz Alencar Reis da Silva Mello

INVESTIGAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL SOBRE
O COMPORTAMENTO DO DESVANECIMENTO RÁPIDO
NAS LIGAÇÕES DE MICRO-ONDAS EM VISIBILIDADE

Tese apresentada ao Departamento
de Engenharia Elétrica da PUC/RJ
como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em
Ciências em Engenharia Elétrica.
Orientador: Mauro Soares de Assis

Departamento de Engenharia Elétrica

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 21 de novembro de 1977

38017

17

UC 23452-1

11.52 +
TE SE UC

11.52 +

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Mauro Soares de Assis, pelo interesse, eficiência e constância com que orientou o trabalho;
- Aos Profs. Ney Dhein e Francisco C. Medeiros filho pelas valiosas discussões sobre o assunto;
- À Srta. Léia da Rocha Aguiar pelos trabalhos de datilografia executados com presteza e bom humor;
- Ao Sr. Ernesto Mathias pela preparação dos gráficos e figuras.

RESUMO

Este trabalho apresenta a base de um modelo matemático destinado a interpretar teoricamente o comportamento estatístico de sinais sujeitos a desvanecimentos rápidos em enlaces de microondas em visibilidade. As teorias existentes para explicar a dependência do fenômeno com as características de um lance são discutidas em função dos resultados experimentais disponíveis. Foi investigado com especial atenção o relacionamento entre as profundidades de desvanecimento e a rugosidade do relevo, demonstrando-se que a fórmula empírica atualmente em uso é perfeitamente adequada para quantificar este efeito.

ABSTRACT

The purpose of this work is to present a mathematical model to interpret theoretically the statistical behavior of deep fades in line-of-sight microwave paths. The previous theories that predict the statistics dependence with the path parameters are discussed and compared to the known experimental data. A simple model is used to obtain a theoretical dependence of the fades depth with the path roughness. The results show that the empirical expression presently in use quantifies correctly this effect.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	1
1. POSIÇÃO DO PROBLEMA.....	3
1.1. Desvanecimento.....	3
1.2. Desvanecimento Rápido.....	8
1.3. Estatísticas dos Sinais Desvanecidos.....	9
1.3.1. A Distribuição de Amplitudes.....	10
1.3.2. O Valor Esperado do Número de Desvanecimento.....	18
1.3.3. A Duração Média dos Desvanecimentos.....	18
2. ANÁLISE MATEMÁTICA DO DESVANECIMENTO RÁPIDO.....	21
2.1. A Formulação de Lin.....	21
2.1.1. Modelo do Sinal Desvanecido.....	21
2.1.2. A Distribuição de Amplitudes.....	23
2.1.3. O Número Esperado de Desvanecimentos.....	26
2.1.4. A Duração Média dos Desvanecimentos.....	28
2.2. A Formulação de Ruthroff.....	28
2.2.1. Modelo de Ligação.....	29
2.2.2. O Número de Percursos Possíveis.....	29
2.2.3. Defasagem nos Raios.....	32
2.2.4. A Distribuição de Amplitudes.....	34
2.3. Análise dos Resultados.....	36
3. INFLUÊNCIA DA RUGOSIDADE DO SOLO.....	38
3.1. Modelo do Sinal Desvanecido.....	38
3.2. A Função Distribuição de Probabilidades.....	40
3.3. Espalhamento por Superfícies Rugosas.....	42
3.4. A Densidade de Probabilidades do raio refletido.....	57
3.5. A Dependência com a Rugosidade.....	61
3.6. Comparação com Dados Experimentais.....	81
CONCLUSÕES.....	83

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pag.
Fig. 1 - Mecanismos que provocam desvanecimento.....	6
Fig. 2 - Tipos de desvanecimento em enlaces em visibilidade.....	10
Fig. 3 - Distribuição de amplitudes do sinal desvanecido.....	12
Fig. 4 - Variação do fator de ocorrência com a distância.....	15
Fig. 5 - Valor esperado do número de desvanecimentos.....	19
Fig. 6 - Modelo do sinal desvanecido.....	22
Fig. 7 - Condição para ocorrência de desvanecimento.....	22
Fig. 8 - Refração por camada atmosférica.....	30
Fig. 9 - Relações de altura.....	33
Fig. 10 - Casos de refração.....	33
Fig. 11 - Refração por camada atmosférica - Caso geral.....	30
Fig. 12 - Modelo do Sinal Desvanecido.....	39
Fig. 13 - Notação Básica.....	39
Fig. 14 - Aproximação para Pontos Distantes.....	44
Fig. 15 - Geometria do Espalhamento.....	44
Fig. 16 - Zona Efetiva de Reflexão.....	55
Fig. 17 - Ângulo de Incidência.....	62
Fig. 18 - Modelo do Sinal.....	65
Fig. 19 - Influência do ângulo de incidência.....	65
Fig. 20 - Folga do Percurso.....	69
Fig. 21 - Dependência com a rugosidade ($H/R=0.5$).....	71
Fig. 22 - Dependência com a rugosidade ($H/R=0.8$).....	72
Fig. 23 - Dependência com a rugosidade ($H/R=0.9$).....	73
Fig. 24 - Dependência com a rugosidade ($H/R=1.0$).....	74
Fig. 25 - Dependência com a rugosidade ($H/R=1.1$).....	75
Fig. 26 - Dependência com a rugosidade ($H/R=1.2$).....	76
Fig. 27 - Dependência com a rugosidade ($H/R=2.0$).....	77
Fig. 28 - Dependência com a rugosidade ($H/R=5.0$).....	78

INTRODUÇÃO

Um problema importante a ser considerado no dimensionamento de enlaces rádio-elétricos na faixa de micro-ondas é o dos desvanecimentos rápidos a que estão sujeitos os sinais na propagação entre as antenas transmissoras e receptoras. Estes desvanecimentos, cuja duração é da ordem de segundos, podem atingir níveis de 40 dB ou mais e, embora sejam relativamente raros, ocorrem com frequência suficiente para afetar a confiabilidade dos sistemas. Em geral o problema é resolvido dando-se uma margem de segurança no dimensionamento dos enlaces. Em situações de desvanecimento intenso o uso de técnicas de diversidade em espaço ou frequência tem-se mostrado eficaz. Em qualquer dos casos uma estimativa tão precisa quanto possível da intensidade dos desvanecimentos é necessária.

Devido às suas características aleatórias o fenômeno é tratado estatisticamente. São de interesse a distribuição de amplitudes do sinal recebido, o valor esperado do número de desvanecimentos e a duração média dos desvanecimentos, em função do nível de sinal e das características do enlace. Estas estatísticas foram obtidas de dados experimentais por diversos pesquisadores como Barnett^(1,2), Vigants^(3,4), Morita^(5,6), Pearson⁽⁷⁾ e outros. Há um consenso mais ou menos geral de que elas dependem do nível de sinal considerado, da frequência, da distância e da rugosidade do solo além de parâmetros meteorológicos. Algumas tentativas tem sido feitas para justificar os resultados experimentais com base em formulações teóricas. Dentre elas os trabalhos mais importantes são os de Lin⁽⁸⁾ e Ruthroff⁽⁹⁾ que estabelecem a dependência das estatísticas com o nível de sinal e a

frequência e distância da ligação.

Pretende-se neste trabalho analisar criticamente as teorias matemáticas desenvolvidas para explicar o desvanecimento rápido, introduzindo uma formulação que mostre a sua dependência com a rugosidade do solo. Dentro deste objetivo foi adotado o seguinte roteiro. O capítulo 1 discute genericamente as causas do desvanecimento, caracteriza o desvanecimento rápido e apresenta resultados experimentais ilustrativos. O capítulo 2 analisa as formulações de Lin e Ruthroff. No capítulo 3, com base em um modelo teórico que inclui a influência do relevo da ligação, procura-se estabelecer a dependência conhecida empiricamente das estatísticas do desvanecimento com a rugosidade e o perfil da ligação. Finalmente, uma série de conclusões procura reunir os principais resultados obtidos, indicando também as direções que poderão ser seguidas em novas investigações sobre o problema aqui tratado.

CAPÍTULO 1

POSIÇÃO DO PROBLEMA

Diversos fenômenos, agindo isolada ou simultaneamente, podem provocar desvanecimento dos sinais recebidos em enlaces radioelétricos. Dependendo da combinação de efeitos que ocorre, os desvanecimentos resultantes podem ser profundos ou não e de curta ou longa duração. Neste capítulo, o fenômeno é tratado inicialmente de maneira qualitativa. A seguir, é discutido o modo pelo qual as possíveis combinações acarretam desvanecimentos ao mesmo tempo rápidos e profundos. Finalmente são apresentadas expressões para estatísticas do sinal desvanecido obtidas por Barnett^(1,2), Vigants^(3,4) e Morita^(5,6) a partir de dados experimentais.

1.1 - Desvanecimento

Os sinais transmitidos em enlaces radioelétricos sofrem, em seu trajeto pelo meio propagante, a influência de perturbações que fazem variar sua intensidade de maneira aleatória. Esta variação é chamada desvanecimento. As causas do desvanecimento são várias. No caso de enlaces em visibilidade pode-se enumerar as seguintes:

a) Reflexões no Solo: O campo refletido pelo relevo entre os extremos de uma ligação contém uma componente constante e uma componente que varia aleatoriamente⁽¹⁰⁾. Quando o gradiente vertical do índice de refração da atmosfera varia, a fase da componente constante também varia. Eventualmente esta componente

pode atingir o receptor em oposição de fase com a onda direta, ocasionando desvanecimentos que serão muito profundos se o coeficiente de reflexão da superfície da terra for próximo da unidade. Normalmente a duração deste tipo de desvanecimento é de alguns minutos ou até mesmo horas.

A componente variável da onda refletida no solo tem amplitude menor que as da onda direta e da componente constante da reflexão, dando origem a desvanecimentos muito rápidos (da ordem de um segundo) mas pouco profundos. Entretanto quando interfere com a onda direta e a componente constante, nos períodos em que estas estão em oposição de fase, o desvanecimento resultante pode ser extremamente profundo.

b) Multipercurso de Origem Atmosférica:

A característica não homogênea da atmosfera torna possível que vários raios, propagando-se ao longo de diferentes percursos, atinjam a antena receptora:

- um raio pode ser refletido ou refratado (fig. 1.a) por camadas da atmosfera com gradiente do índice de refração negativo; estas camadas são em geral estáveis podendo permanecer durante horas;

- um raio pode ser parcialmente refletido (fig. 1.b) por irregularidades da atmosfera onde ocorre descontinuidade do índice de refração; a duração destas irregularidades é, no máximo, da ordem de minutos.

A presença de vários raios no receptor, defasados devido aos seus diferentes percursos, causa desvanecimentos que podem ser profundos se suas amplitudes forem comparáveis à da on

da direta. A duração destes desvanecimentos depende da estabilidade das não homogeneidades atmosféricas que os provocam, podendo ser de segundos até horas.

c) Atenuação da Onda Direta por Dutos:

É possível que a onda direta seja canalizada por um duto troposférico não atingindo a antena receptora o que provoca um desvanecimento extremamente profundo (fig.1.c). Este tipo de desvanecimento é caracterizado por uma longa duração.

d) Espalhamento Por Turbulências:

Turbulências na atmosfera provocam espalhamento das ondas radioelétricas.(fig.1.d). Nestas condições o campo recebido sofre flutuações muito rápidas (da ordem de um segundo) e de pequena amplitude.

e) Atenuação por Chuvas, Oxigênio e Vapor D'água:

Em frequências superiores da 10 GHz o comprimento de onda é comparável às dimensões das gotas de chuva e a precipitação causa espalhamento e absorção da energia em propagação. Além disso em torno das frequências de 22 e 60 GHz ocorre forte absorção pelo vapor d'água e oxigênio da atmosfera, respectivamente.

f) Difração Pela Superfície da Terra:

Este tipo de desvanecimento ocorre quando a visibilidade do enlace é temporariamente interrompida por uma condição sub-padrão do índice de refração atmosférico. Sua duração pode atingir a várias horas.

FIG. I - MECANISMOS QUE PROVOCAM DESVANECIMENTO

g) Desvanecimento Por Desvio do Feixe:

Em condições super-padrão do índice de refração atmosférico o raio direto é desviado de seu trajeto normal não atingindo a antena receptora. Este problema é particularmente importante quando se faz uso de antenas muito diretivas e o fenômeno pode persistir por um longo período.

Os desvanecimentos são geralmente classificados em duas categorias: lento e rápido. Considera-se desvanecimento lento aquele cuja duração varia de minutos até muitas horas ou até mesmo dias. Rápido é o desvanecimento cuja duração vai de microssegundos a segundos. A rigor, para permitir uma associação entre a causa e a duração dos desvanecimento, a classificação poderia ser feita em tres categorias: lentos, médios e rápidos.

O desvanecimento lento, com duração de algumas horas ou até dias, é devido à atenuação da onda direta por absorção, refração ou difração. Incluem-se nesta categoria os descritos nos itens c, e, f e g.

Os desvanecimentos causados pela interferência da onda direta com outras componentes correspondem às categorias restantes. As componente constante da reflexão no solo (a) e o multipercurso de origem atmosférica (b) provocam desvanecimentos de média duração (minutos até horas) enquanto que a componente variável da reflexão no solo (a) e o espalhamento por turbulências dão origem a flutuações muito rápidas (da ordem de segundos) na intensidade de sinal recebido.

Uma das técnicas mais utilizadas no combate ao desvanecimento é a utilização de diversidade. Consiste em transmitir dois ou mais sinais contendo a mesma informação. A eficácia da técnica é tanto maior quanto maior for a descorrelação entre os desvanecimentos sofridos pelos sinais empregados. Os desvanecimentos descritos nos itens a, b e d apresentam grande seletividade em espaço e frequência, o que favorece o uso de diversidade.

A diversidade em espaço consiste em receber os sinais em duas ou mais antenas. A descorrelação entre os sinais é função da distância entre as antenas. Alguns comprimentos de onda de separação são necessários para prover a descorrelação suficiente o que torna a diversidade em espaço mais viável na faixa de micro-ondas. A diversidade em frequência emprega diferentes frequências portadoras na transmissão da mesma informação. A descorrelação é função do espaçamento entre as frequências. Embora esta técnica apresente economia de espaço e antenas em relação à diversidade em espaço, exige transmissores e receptores mais complexos e implica em maior ocupação do espectro.

1.2 - Desvanecimento Rápido

Neste trabalho pretende-se estudar os desvanecimentos profundos, em que o nível de sinal recebido está mais de 20 dB abaixo do valor de espaço livre. Evidências experimentais mostram que desvanecimentos deste tipo são muito rápidos, com duração da ordem de segundos. Entretanto, da análise do item anterior, verifica-se que nenhum dos fenômenos descritos é capaz de causar desvanecimentos rápidos e profundos. A figura 2, obtida de Beckmann,⁽¹⁰⁾ ilustra a situação: Os desvanecimentos rápidos di

ficilmente excedem 3 ou 4 dB (fig.2.a), enquanto que os de média duração atingem valores de no máximo 20 dB (fig.2.b), quando o correm isoladamente. A superposição destas duas figuras mostra, todavia, que quando os dois efeitos ocorrem simultaneamente provocam desvanecimentos rápidos e muito profundos (fig.2.c).

Em resumo, quando ocorrem desvanecimentos causados pelo multipercurso de origem atmosférica ou pela componente constante da reflexão no solo, os campos responsáveis pelas flutuações rápidas do sinal (componente variável da reflexão no solo e espalhamento por turbulências) tem amplitudes comparáveis com a do campo com o qual interferem. Os desvanecimentos resultantes' podem atingir profundidades de 40-45 dB⁽¹⁰⁾. Portanto, a análise do desvanecimento profundo deve levar em consideração o efeito simultâneo de ambas as componentes do raio refletido no solo, do multipercurso atmosférico e do espalhamento por turbulências.

1.3 - Estatísticas dos Sinais Desvanecidos

Embora os desvanecimentos rápidos e profundos sejam um fenômeno relativamente raro, ocorrem em número suficiente para limitar a performance de sistemas de micro-ondas. Para que se possa avaliar a influência destes desvanecimentos na confiabilidade de um sistema é necessário o conhecimento de certas estatísticas do sinal desvanecido. Para um sinal genérico, representado por $V(t) e^{j\phi(t)}$, são de interesse:

a) A probabilidade de que a amplitude $V(t)$ caia abaixo de um nível L : $P(V < L)$

(a)

(b)

(c)

Fig. 2 - Tipos de desvanecimento em enlaces em visibilidade.

b) O valor esperado do número de desvanecimentos abaixo de L : $N(L)$.

c) A duração média destes desvanecimentos: $\bar{t}(L)$

Experiências realizadas por Barnett^(1,2), Vigants^(3,4), Morita^(5,6), Baker e Brice⁽¹¹⁾, e outros pesquisadores, evidenciam uma dependência destas estatísticas com as características do enlace (distância, frequência de operação, perfil e fatores geográficos), além do nível de sinal L .

1.3.1 - A Distribuição de Amplitudes:

A grande maioria dos dados experimentais mostra um comportamento de $P(V < L)$ com o nível, semelhante ao da distribuição de Rayleigh para desvanecimentos superiores a 20 dB:

$$P(V < L) \propto L^2; L < 0.1 \quad (1)$$

A figura 3 mostra uma distribuição obtida experimentalmente e a distribuição de Rayleigh para comparação. A diferença entre ambas consiste num fator de proporcionalidade c , que depende das características do enlace.

Este comportamento típico é observado na maioria dos enlaces sem diversidade. Ocorre um comportamento diferente em alguns enlaces sobre a água, sujeitos a fortes desvanecimentos, onde a distribuição obtida experimentalmente é melhor descrita por:

$$P(V < L) \propto L < 0.1 \quad (2)$$

FIG. 3 - DISTRIBUIÇÃO DE AMPLITUDES DO SINAL DESVANECIDO

Foi ainda observada por Barnett⁽¹⁾ uma distribuição do tipo

$$P(V < L) \propto L^4; L < 0.1 \quad (4)$$

em um enlace curto em 4 GHz, sujeito a pouco desvanecimento. Estes casos são, entretanto, suficientemente raros para que sejam tratados como excessões, e a expressão (2) pode ser tomada praticamente geral. A distribuição de amplitudes do sinal recebido é, portanto, semelhante à distribuição de Rayleigh, contendo um fator que expressa a dependência com a frequência, o perfil do enlace e as condições climáticas.

Alguns autores, como Morita^(5,6), interpretam este resultado da seguinte forma:

- dado que ocorre desvanecimento profundo, a distribuição de amplitudes do sinal recebido é a de Rayleigh;
- a probabilidade de ocorrência de desvanecimento profundo depende das características do enlace.

Em outras palavras, se representarmos por D o evento "ocorre desvanecimento profundo" temos:

$$P[V < L \mid D] = L^2; L < 0.1$$

$$P_r [D] = \epsilon$$

$$P[V < L] = \epsilon L^2; L < 0.1$$

O parâmetro ϵ é chamado fator de ocorrência e sua expressão foi determinada experimentalmente por Barnett⁽¹⁾ e também por Morita⁽⁶⁾.

A expressão obtida por Barnett é:

$$\epsilon = C (f/4) D^3 10^{-5} \quad (5)$$

onde

$$C = \begin{array}{l} 6,4; \text{ sobre água e regiões costeiras} \\ 1,6; \text{ terra medianamente rugosa e cli} \\ \text{ma médio} \\ 0,4; \text{ sobre montanhas e clima seco.} \end{array}$$

f = frequência em GHz

D = distância do enlace em Km

A expressão de Morita é dada por

$$\epsilon = (f/4)^{1.2} Q d^{3.5}; \quad \epsilon < 0.3 \quad (6)$$

onde

$$Q = \begin{array}{l} 2.0 \times 10^{-9}; \text{ sobre montanhas} \\ 5.1 \times 10^{-9}; \text{ sobre terra plana} \\ 3.7 \times 10^{-7} (\bar{h})^{-1/2} \text{ sobre o mar} \end{array}$$

f = frequência em GHz

d = distância do enlace em Km

$\bar{h}$ = altura média das antenas (m)

A figura 4 mostra a variação de ϵ com a distância, obtida pelas fórmulas de Barnett e Morita. Observa-se uma grande discrepância entre os resultados destes autores.

Uma justificativa desta situação foi proposta por Wheeler⁽¹²⁾ atribuindo a discrepância à folga dos percursos uti

FIG. 4 - VARIAÇÃO DO FATOR DE OCORRÊNCIA COM A DISTÂNCIA

lizados nas análises de Barnett e Morita. De acordo com Wheeler o fator de ocorrência seria dado por:

$$\epsilon = Q \cdot 2.7 \times 10^{-7} (F/N)^{0,8} (F/4)^{1,25} D^{3,25} \quad (7)$$

$$Q = \begin{array}{l} 0.4; \text{ sobre montanhas} \\ 0.1; \text{ sobre terra plana} \\ 72(\bar{h})^{-1/2}; \text{ sobre o mar ou região cos} \\ \text{teira.} \end{array}$$

N = número de zonas de Fresnel desobstruídas a meio percurso.

O fator N/F é dado por *

$$\frac{N}{F} = \frac{1}{8.66\sqrt{D}} \left[\bar{h} - \frac{D^2}{51(1-8.6/D)} \right] \quad (8)$$

com

$\bar{h}$ - em metros

D - em quilômetros

F - em gigahertz

Embora a idéia de Wheeler seja bastante razoável, esta expressão foi obtida de um número reduzido de dados experimentais, o que limitou claramente suas conclusões. Além disto a dependência com a frequência e, principalmente, com a distância difere dos resultados de Barnett e Morita. Assim o resultado de Wheeler, até uma confirmação mais precisa, deve ser usado com a devida cautela.

As expressões (5), (6) e (7) não incluem de forma precisa a dependência da distribuição de amplitudes com o perfil do enlace. Com base em dados experimentais obtidos por Baker e Brice⁽¹¹⁾ e Pearson⁽⁷⁾, foi determinada por Assis⁽¹³⁾ uma dependência com a rugosidade do perfil (σ)**, que pode ser expressa na forma

$$\epsilon \propto \sigma^{-1.4} \quad (9)$$

para rugosidades entre 5 e 60m. Acima deste valor a dependência com a variação de σ tende a desaparecer.

Com base nos mesmos dados experimentais, Barnett⁽¹⁴⁾ incluiu no parâmetro C da expressão (5) o efeito da rugosidade, obtendo:

$$C = \begin{array}{ll} 2 (\sigma/15)^{-1.3}; & \text{áreas costeiras} \\ (\sigma/15)^{-1.3}; & \text{clima médio} \\ 0.5 (\sigma/15)^{-1.3}; & \text{clima seco} \end{array}$$

Segundo Barnett as expressões são válidas para

$$6 \text{ metros} < \sigma < 40 \text{ metros}$$

Fora deste intervalo podem ser tomados os valores extremos.

* A análise de Wheeler não leva em conta o perfil do enlace. Esta expressão foi obtida considerando a terra esférica porém perfeitamente lisa.

** Definida arbitrariamente como o desvio padrão das alturas de 19 pontos igualmente espaçados do enlace. em relação ao seu nível médio.

1.3.2 O Valor Esperado do Número de Desvanecimentos

O comportamento típico do valor esperado do número de desvanecimentos, $N(L)$, é representado na figura 5. Este comportamento pode ser escrito analiticamente na forma

$$N(L) \propto L \quad (10)$$

e foi observado por Barnett^(1,2) e Vigants^(3,4) em todos os enlaces que apresentaram $P(V < L) \propto L^2$. P enlace curto, mencionado no item anterior, no qual $P(V < L) \propto L^4$, aparece como excessão; para este enlace verificou-se

$$N(L) \propto L$$

Vigants⁽⁴⁾ desenvolveu teoricamente uma expressão que permite obter $N(L)$ a partir de parâmetros observados experimentalmente:

$$N(L) = (\varepsilon C) L; L < 0.1$$

onde

ε - fator de ocorrência do desvanecimento

C - fator proporcional à largura espectral das flutuações do sinal recebido.

1.3.3 A Duração Média dos Desvanecimentos

Os dados experimentais (1-4) mostram que em qualquer enlace, com ou sem diversidade, sobre a água ou sobre a terra, a duração média dos desvanecimentos $\bar{t}(L)$, segue uma lei

FIG. 5- VALOR ESPERADO DO NUMERO DE DESVANECIMENTO

da forma

$$\bar{t}(L) \propto L \quad ; \quad L < 0.1$$

Segundo Vigants⁽⁴⁾, a função $\bar{t}(L)$ é completamente definida por

$$\bar{t}(L) = C^{-1} L \quad ; \quad L < 0.1$$

onde C é o parâmetro mencionado no item anterior que pode ser obtido experimentalmente.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE MATEMÁTICA DO DESVANECIMENTO RÁPIDO

Neste capítulo são discutidos os modelos matemáticos do desvanecimento rápido que procuram justificar com base teórica os resultados experimentais mencionados no capítulo 1. O trabalho de Lin⁽⁸⁾ que trata da dependência das estatísticas do desvanecimento com o nível de sinal L . A formulação de Rutherford⁽⁹⁾ que estabelece a dependência da distribuição de amplitudes do sinal desvanecido com a distância do enlace e o comprimento de onda e determina o número de raios interferentes no receptor devido ao multipercurso atmosférico. Os resultados obtidos por ambos são analisados no fim do capítulo.

2.1 - A Formulação de Lin

O trabalho de Lin⁽⁸⁾ trata basicamente da dependência das estatísticas do desvanecimento com o nível de sinal considerado. A formulação é desenvolvida de modo a estender resultados experimentais obtidos principalmente por Barnett e Vigants.

2.1.1 - Modelo do Sinal Desvanecido

O sinal desvanecido é modelado, como mostra a figura 6, pela soma de um vetor constante e um vetor interferente aleatório, podendo ser representado por

$$V(t)e^{j\phi(t)} = 1 + R(t)e^{j\theta(t)} = 1 + \alpha(t) + j\beta(t) \quad (11)$$

FIG. 6 - MODELO DO SINAL DESVANECIDO

FIG. 7 - CONDIÇÃO PARA OCORRÊNCIA DE DESVANECIMENTO

onde $R(t)$, $\theta(t)$, $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ são variáveis aleatórias que representam, respectivamente a amplitude, a fase, parte real e parte imaginária do sinal interferente. Este sinal corresponde à composição de todos os raios refletidos, refratados e difratados, ecos e ruídos, normalizada em relação ao campo recebido pelo raio direto.

2.1.2 - A Distribuição de Amplitudes

A equação (11) mostra que o nível de sinal recebido estará abaixo de um valor L quando

$$(1 + \alpha)^2 + \beta^2 < L^2 \quad (12)$$

Como mostra a figura 7 isto corresponde ao ponto (α, β) pertencer ao interior de um círculo de raio L , centrado no ponto $(-1, 0)$.

Designando por $f(\alpha, \beta)$ a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias $\alpha(t)$ e $\beta(t)$ tem-se

$$P(V < L) = \int_{\beta=-L}^{\beta=+L} \int_{\alpha=-1-\sqrt{L^2-\beta^2}}^{\alpha=-1+\sqrt{L^2-\beta^2}} f(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (13)$$

Lin sugere uma forma para $f(\alpha, \beta)$ que leva a resultados concordantes com os obtidos a partir de dados experimentais.

$$f(\alpha, \beta) = \left[(1+\alpha)^2 + \beta^2 \right]^{(u-1)} H(\alpha, \beta) \quad (14)$$

$$= V^{2(u-1)} H(\alpha, \beta)$$

O parâmetro u controla a continuidade da função no ponto de desvanecimento infinito ($\alpha=-1, \beta=0$) e é chamado índice de suavidade. $H(\alpha, \beta)$ é uma função suave desconhecida. Nestas condições, se u pertence ao intervalo $[1/2, 1)$, $f(\alpha, \beta)$ terá uma singularidade de ordem $2(u-1)$ em ($\alpha=-1, \beta=0$). Se u pertence ao intervalo $(1, \infty)$, $f(\alpha, \beta)$ terá um zero de ordem $2(u-1)$ no mesmo ponto. Expandindo a função $H(\alpha, \beta)$ em série de Taylor bidimensional em torno de $(-1, 0)$, substituindo em (13) e realizando a integração obtém-se

$$P(V < L) = d_2 L^{2u} + \sum_{s=1}^{\infty} d_{2s+2} L^{2s+2u} \quad (15)$$

onde

$$d_2 = \frac{\pi H(-1, 0)}{u}$$

e

$$d_{2s+2} = \frac{\pi}{s!(s+u)2^{2s}} \sum_{v=0}^{v=s} \frac{H_{2s+2v}(-1, 0)}{v!(s-v)!}$$

Para desvanecimentos muito profundos tem-se finalmente

$$P(V < L) \approx \frac{\pi H(-1, 0)}{u} L^{2u} \quad (16)$$

Este é o resultado geral cuja coerência pode ser verificada pela análise das situações em que se observa desvanecimento e dos resultados obtidos experimentalmente. Na maioria dos enlaces sem diversidade sobre terra e nos enlaces sobre a água em que o raio refletido especularmente não se encontra em oposição de fase com o raio direto, os sinais interferentes e o ruído variam continuamente de maneira aleatória de modo que é razoável supor que $f(\alpha, \beta)$ seja uma função suave em torno do ponto de desvanecimento infinito. Isto corresponde a $u=1$ na equação (16), ou seja

$$P(V < L) = \pi H(-1,0) L^2 ; L < 0.1 \quad (17)$$

o que concorda com as observações experimentais. O fator $H(-1,0)$ contém as dependências da distribuição com a frequência, perfil do terreno e fatores geográficos.

Os resultados obtidos para um pequeno enlace, mencionado no capítulo 1, em que se observou $P(V < L) \propto L^4$, podem ser explicados com base nesta formulação considerando que, quando $f(-1,0)$ tem valor muito pequeno, o segundo termo da expressão (15) $d_4 L^4$, é denominante. A comparação entre os resultados de Barnett e Lin mostra que $f(-1,0)$ é proporcional à distância ao cubo e portanto é razoável supor que em enlaces curtos seu valor seja pequeno.

Em enlaces sobre a água o raio refletido e o raio direto tem amplitudes de mesma ordem. Neste caso a função densidade de probabilidade $f(\alpha, \beta)$ deve apresentar um pico acentuado (singularidade) no ponto correspondente ao raio refletido. Se a defasagem entre os raios direto e refletido é igual a π este pon

to é ($\alpha=-1, \beta=0$). Neste caso o índice de suavidade u assume um valor no intervalo $[1/2, 1]$. Os resultados experimentais em enlaces sobre a água onde se observou $P(V < L) \propto L$ se enquadram nesta situação com $u = 1/2$, o que leva a

$$P(V < L) = 2\pi H(-1, 0) L; \quad L < 0.1 \quad (18)$$

Resta analisar o caso dos sistemas com emprego de diversidade, nos quais os resultados experimentais levam, em geral, a distribuição do tipo

$$P(V < L) \propto L^4.$$

Uma expressão concordante com este comportamento' foi obtida por Lin fazendo em sua formulação $u = 2$:

$$P(V < L) = \frac{\pi}{2} H(-1, 0) L^4; \quad L < 0.1 \quad (19)$$

Segundo Lin, o que aparentemente ocorre, é que a diversidade "cria" um zero de ordem $2(u-1)$ em $f(\alpha, \beta)$ no ponto de desvanecimento infinito, e o valor de u é igual à ordem da diversidade.

2.1.3 - O Número Esperado de Desvanecimentos

Com base nesta formulação, o número esperado de desvanecimentos é dado por:

$$N(L) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i L^i \frac{\partial}{\partial L} P(V < L) \quad (20)$$

O somatório representa o desenvolvimento em série de Taylor em torno do ponto $L = 0$ da função $\bar{V}' + (L)$ dada por

$$\bar{V}' + (L) = 2 \int_{V'=0}^{V'=\infty} V' P_1(V'|L) dV'$$

onde

$$V' = V'(t) = \frac{\partial}{\partial t} V(t)$$

e $P_1(V'|L)$ é a função densidade de probabilidade de V' sob a condição $V=L$. Detalhes da dedução da expressão (20) podem ser encontrados no trabalho de Lin.

Para desvanecimentos profundos ($L \ll 1$) o primeiro termo da série é dominante e a partir de (16) e (20) chega-se a

$$N(L) = \pi H(-1,0) A_0 L^{2u-1}; \quad L < 0.1 \quad (21)$$

Por esta equação verifica-se que quando $u=1$, caso em que $P(V < L) \propto L^2$, $N(L)$ é dado por

$$N(L) = \pi H(-1,0) A_0 L; \quad L < 0.1 \quad (22)$$

e quando $u=2$, caso em que $P(V < L) \propto L^3$, $N(L)$ é dado por

$$N(L) = \pi H(-1,0) A_0 L^3; \quad L < 0.1 \quad (23)$$

Ambos os resultados estão de acordo com os dados experimentais de Barnett e Vigants.

2.1.4 - A Duração Média dos Desvanecimentos

Considerando um intervalo de tempo T , suficientemente longo para conter um grande número de desvanecimentos, o tempo total em que o sinal estará desvanecido abaixo de um nível L é:

$$t(L) = T P(V < L)$$

Por outro lado, o número total de desvanecimentos neste intervalo é $TN(L)$. Logo a duração média dos desvanecimentos é:

$$\bar{t}(L) = \frac{P(V < L)}{N(L)} \quad (24)$$

Para desvanecimentos profundos ($L \ll 1.0$), esta equação leva a

$$\bar{t}(L) = \frac{1}{u A_0} L \quad (25)$$

o que mais uma vez concorda com os dados experimentais de Barnett e Vigants.

2.2 - A Formulação de Ruthroff

O trabalho de Ruthroff⁽⁹⁾ analisa o problema do desvanecimento levando em conta apenas o multipercurso atmosférico. Com base em um modelo simples deste fenômeno, justifica teoricamente alguns resultados experimentais.

2.2.1 - Modelo da Ligação

O modelo utilizado é mostrado na figura 8. Uma camada da atmosfera, localizada paralelamente ao eixo da ligação na qual o índice de refração decresce rapidamente com a altura, refrata um ou mais raios que vão interferir com o raio direto no receptor. Embora simples este modelo leva a tres importantes resultados observados experimentalmente.

(i) Prevê a possibilidade de um, dois ou tres raios atingirem o receptor, combinações estas que foram verificadas experimentalmente por Crawford e Jakes⁽¹⁵⁾; cumpre ressaltar que quatro ou mais raios simultâneos nunca foram observados.

(ii) Prevê a dependência da ocorrência dos desvanecimentos profundos com a distância e a frequência na forma observada por Barnett^(1,2).

(iii) Prevê corretamente a inclinação da função distribuição de desvanecimentos profundos.

2.2.2 - O Número de Percursos Possíveis

Uma vez que as magnitudes do gradiente do índice de refração da atmosfera são pequenos, apenas os raios irradiados segundo pequenos ângulos com a horizontal podem ser refratados na direção do receptor. Neste caso, e se o gradiente é constante, o percurso de um raio refratado é um arco de círculo de raio R dado por

FIG. 8 - REFRAÇÃO POR CAMADA ATMOSFÉRICA

FIG. II - REFRAÇÃO POR CAMADA ATMOSFÉRICA-CASO GERAL

$$\frac{1}{R} \approx - \frac{d}{dz} n(Z) = - 10^{-6} \frac{d}{dz} N(Z) \quad (26)$$

onde $n(Z)$ é o índice de refração e $N(Z)$ a refratividade dada por

$$N(Z) = [n(Z) - 1] \times 10^6$$

Da geometria da figura 8, é possível obter dois parâmetros necessários à determinação do número de percursos entre o transmissor e o receptor.

$$\frac{h}{h_D} = K - \frac{(K - 1)^2}{(1 - R/R_0)^2}$$

$$\frac{d}{h_D} = K - \frac{(K - 1)^2}{(1 - R/R_0)}$$

$$K \approx \frac{2R_0}{D} \sin \theta_0$$

onde

h - altura da camada refrativa

h_D - altura máxima atingida pelo raio direto

d - altura máxima atingida por um raio refratado

R_0 - raio de curvatura do percurso direto

D - distância total do enlace

θ_0 - ângulo de lançamento do raio refratado

A figura 9 mostra os parâmetros h/h_D e d/h_D em função de K para $R_0=4R$. Observa-se que, dependendo do valor de

h/h_D (e portanto da altura da camada refrativa) é possível que se tenha um, dois ou tres raios atingindo o receptor. Alguns exemplos são mostrados na figura 10. Para $h/h_D=2.2$ (figura 10.a) é possível obter dois valores de K na figura 9, que correspondem a dois valores de θ_0 e portanto a dois raios refratados, além do raio direto. Quando a altura da camada refrativa decresce a separação vertical entre os raios refratados aumenta (fig.10.b). Para $h=h_D$ um dos raios refratados coincide com o raio direto (fig. 10.c). Se $h<h_D$ como na figura 10.d é o raio direto que desaparece restando apenas um raio refratado.

2.2.3 - Defasagem nos Raios

A figura 11, ilustra a geometria mais geral possível dentro do modelo proposto. A defasagem de um raio entre o transmissor e o receptor é dada, segundo a aproximação da ótica geométrica, por:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int n(Z) dl \quad (27)$$

onde dl é um elemento de linha ao longo do percurso considerado.

Segundo Ruthroff é possível demonstrar que o pior caso de interferência, correspondente à maior defasagem entre os raios direto e refratado, ocorre quando nenhum raio que atinge o receptor ultrapassa a camada refrativa. Para esta situação a solução da equação (27) leva a

$$\frac{\lambda \phi_R}{2\pi} \approx D + \frac{D^3}{24R_0^2} \left[2K^3 + \frac{2(K-1)^3}{(1-R/R_0)} - 3K^2 \right]$$

FIG. 9 - RELACOES DE ALTURA (PARA $R_0 = 4R$)

FIG. 10 - CASOS DE REFRAÇÃO

onde ϕ_R é a defasagem de um raio refratado entre transmissor e receptor.

Para o raio direto a defasagem é dada por:

$$\frac{\lambda \phi_O}{2\pi} \approx D - \frac{D^3}{24R_O^2} \quad (29)$$

2.2.4 - A Distribuição de Amplitudes

A rigor, na determinação da distribuição de amplitudes do sinal recebido deveriam ser consideradas as situações em que existem dois e tres raios. Entretanto, como a probabilidade da combinação de tres raios de amplitudes aproximadamente iguais provocar desvanecimentos profundos é muito menor que a de acontecer o mesmo com uma combinação de dois raios, esta segunda situação é dominante na distribuição de amplitudes e será a única considerada.

No modelo de sinal dado por (11)

$$V(t) e^{j\phi(t)} = 1 + R(t) e^{j\theta(t)}$$

a defasagem θ é, de (28) e (29)

$$\theta = \phi_O - \phi_R \approx \frac{\pi D^3}{12\lambda R_O} \left[3K^2 - \frac{2(K-1)^3}{(1-R/R_O)} - 2K^3 + 1 \right] \quad (30)$$

onde o termo entre chaves é uma função do gradiente do índice de refração, da altura e da espessura v da camada refrativa. Assim a equação (30) pode ser reescrita na forma

$$\theta = \frac{\pi D^3}{12\lambda} F(dN/dz, h, v) \quad (31)$$

Supondo independência entre a amplitude e a fase do sinal interferente, a distribuição de probabilidades do nível de sinal recebido é dada por:

$$P(V < L) = \iint p_R(R) p_\theta(\theta) R d\theta dR \quad (32)$$

onde $p_\theta(\theta)$ e $p_R(R)$ são as densidades de probabilidade da amplitude e fase do sinal interferente. A integral é realizada em um círculo de raio L centrado na origem do plano de fases. Para desvanecimentos profundos ($L \ll 1$) as funções densidade de probabilidade podem ser consideradas constantes no intervalo de integração em R e a integral (32) é aproximável por:

$$P(V < L) = 2L p_R(1) \int_{(2n+1)\pi-L}^{(2n+1)\pi+L} p_\theta(\theta) d\theta \quad (33)$$

$$= 2L p_R(1) \sum_{n=0}^{\infty} P \left| (2n+1)\pi - L < \frac{\pi D^3 F}{12\lambda} < (2n+1)\pi + L \right|$$

Uma vez que a função densidade de probabilidade de $F(dN/dz, h, v)$ é independente do comprimento da ligação e frequência, a equação (33) concorda com o resultado de Barnett: a distribuição de probabilidade depende de um fator da forma D^3/λ .

Durante períodos de desvanecimento muito profundo, a fase θ pode, segundo Ruthroff, ser considerada uniformemente distribuída no intervalo $|0, 2\pi|$. Desta suposição resulta, pela equação (33) uma distribuição cuja inclinação é a distribuição de Rayleigh:

$$P(V < L) = \frac{2}{\pi} P_R(L) L^2$$

2.3 - Análise dos Resultados

O trabalho de Lin apresenta uma generalização dos resultados experimentais conhecidos, englobando uma grande variedade de situações. Os resultados são aceitáveis na medida em que o desenvolvimento não envolve muitas restrições ou particularizações. Suas principais limitações consistem em não se basear em modelos físicos dos fenômenos que acarretam o desvanecimento, não podendo justificar com o rigor necessário as relações encontradas e não determinar de forma completa as estatísticas de interesse, já que só se preocupa com a dependência destas estatísticas com o nível de sinal.

O trabalho de Ruthroff analisa o fenômeno com base em um modelo físico e obtém resultados coerentes com o comportamento mais comum dos sinais desvanecidos. Estes resultados admitem discussão porque o desenvolvimento apresenta aproximações e suposições cuja validade não pode ser absolutamente garantida. Além disso, as dependências da distribuição com a frequência, distância e nível de sinal aparecem de maneira um tanto forçada. Este parece ser, entretanto, um preço pago à simplicidade do modelo.

Em resumo verifica-se que ambas as análises não resolvem o problema de forma conclusiva. Todavia, não são encontradas na literatura análises matemáticas mais completas ou precisas o que se deve à complexidade do fenômeno que depende de um grande número de fatores difíceis de equacionar.

CAPÍTULO 3

INFLUÊNCIA DA RUGOSIDADE DO SOLO

Os trabalhos de Lin e Ruthroff justificam a dependência das estatísticas do desvanecimento com o nível de sinal, a frequência e a distância. Entretanto, não existe na literatura técnica nenhuma análise matemática sobre o efeito da rugosidade do solo na amplitude do desvanecimento. Procurando contribuir na solução deste problema, este capítulo desenvolve um modelo para o sinal desvanecido que inclui o espalhamento da energia pelo relevo do terreno. O objetivo é justificar com base teórica a dependência da distribuição de amplitudes do sinal recebido com a rugosidade do solo que foi observada por Pearson⁽⁷⁾ em medidas experimentais e expressa analiticamente por Barnett^(1,2) e Assis⁽¹³⁾.

3.1 - Modelo do Sinal Desvanecido

O sinal desvanecido é modelado como mostra a figura 12, por tres vetores:

(i) Um vetor constante, unitário, correspondente ao raio direto.

(ii) Um vetor de amplitude r_1 e fase ψ_1 , representando a resultante de todos os raios devidos ao multipercurso atmosférico que atingem o receptor.

(iii) Um vetor de amplitude r_2 e fase ψ_2 , representando a resultante de todos os raios espalhados pelo relevo que atingem o receptor.

FIG. 12 - MODELO DO SINAL DESVANECIDO

FIG. 13 - NOTAÇÃO BÁSICA

Da composição destes dois últimos vetores resulta um sinal interferente da forma

$$R(t) e^{j\theta(t)} = x(t) + jy(t) \quad (27)$$

onde

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (28)$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (29)$$

$$x_1 + jy_1 = r_1 e^{j\psi_1}$$

Neste modelo x_1 , x_2 , y_1 e y_2 são variáveis aleatórias supostas independentes. O sinal recebido é dado por

$$V(t) e^{j\phi(t)} = 1 + R(t) e^{j\theta(t)}$$

3.2 - A Função Distribuição de Probabilidades

Para este modelo de sinal, a função distribuição de probabilidades pode ser calculada por

$$P(V < L) = \int_{Y=-L}^{Y=L} \int_{X=-1-\sqrt{L^2-Y^2}}^{X=-1+\sqrt{L^2-Y^2}} p_{xy}(X,Y) dXdy \quad (30)$$

onde $p_{xy}(X,Y)$ é a função densidade de probabilidade conjunta de x e y . Supondo esta função suave em torno do ponto $(-1,0)$ e para valores de L muito pequenos, a integral em (30) pode ser apro

ximada por

$$P(V < L) \approx p_{xy}(-1,0) \int_{Y=-L}^{Y=L} \int_{X=-1-\sqrt{L^2-Y^2}}^{X=-1+\sqrt{L^2-Y^2}} dx dy$$

ou ainda

$$P(V < L) = \pi p_{xy}(-1,0) L^2 \quad (31)$$

Isto corresponde a considerar $p_{xy}(X,Y)$ constante para pontos no interior de um círculo de raio L centrado no ponto $(-1,0)$ do plano XY . O resultado é idêntico ao já obtido por Lin⁽⁸⁾.

A função densidade de probabilidade conjunta $p_{xy}(X,Y)$ pode ser obtida a partir das densidades de probabilidade de x_1, x_2, y_1 e y_2 . De (28) e (29) vem

$$P_X(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{x_1}(X-\alpha) p_{x_2}(\alpha) d\alpha$$

$$P_Y(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{y_1}(Y-\beta) p_{y_2}(\beta) d\beta$$

A suposição de que x_1, x_2, y_1 e y_2 sejam independentes acarreta que x e y também o sejam e, portanto,

$$p_{xy}(X,Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{x_1 y_1}(X-\alpha, Y-\beta) p_{x_2 y_2}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

Substituindo em (31) resulta finalmente

$$P(V < L) = \pi L^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{x_1 y_1}(-L-\alpha, -\beta) p_{x_2 y_2}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (32)$$

3.3 - Espalhamento por Superfícies Rugosas

Para determinar a função densidade de probabilidade do raio devido ao relevo do terreno é necessário estudar inicialmente o problema do espalhamento por superfícies rugosas. A análise que se segue está baseada no trabalho de Beckmann⁽¹⁰⁾ que considera a incidência de uma onda plana sobre uma superfície rugosa. A notação básica está ilustrada na figura 13. A superfície é descrita em coordenadas cartesianas pela função $Z=\xi(X,Y)$ e seu nível médio é o plano $Z=0$. Os ângulos de incidência e espalhamento são designados por θ_1 e θ_2 . A amplitude da onda incidente é dada por

$$E_1 = e^{j\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - j\omega t}$$

onde

$$\vec{K}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\vec{K}_1}{K_1}$$

O campo espalhado pela superfície num ponto P, é obtido pela integral de Helmholtz

$$E_2(P) = \iint_S \left(E \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial E}{\partial n} \right) dS \quad (33)$$

onde

$$\psi = \frac{e^{jK_2 R'}}{R'} \quad (34)$$

e R' é a distância do ponto da superfície ao ponto P. Para pontos P suficientemente distantes (na região de Fraunhofer), a figura 14 mostra que

$$K_2 R' = K_2 R_O - \vec{K}_2 \cdot \vec{r}$$

o que acarreta

$$\psi = \frac{1}{R_O} \exp j(K_2 R_O - \vec{K}_2 \cdot \vec{r})$$

O valor de E em cada ponto da superfície é dado por

$$E = (1 + R) E_1 \quad (35)$$

sendo R o coeficiente de reflexão de Fresnel cujo valor depende da polarização da onda incidente. Para polarização vertical

$$R = R^+ = \frac{Y^2 \cos v - \sqrt{Y^2 - \sin^2 v}}{Y^2 \cos v + \sqrt{Y^2 - \sin^2 v}}$$

e para polarização horizontal

$$R = R^- = \frac{\cos v - \sqrt{Y^2 - \sin^2 v}}{\cos v + \sqrt{Y^2 - \sin^2 v}}$$

O ângulo local de reflexão v é mostrado na figura 15 e Y é a admitância normalizada do solo.

Nesta análise será desprezado o efeito dos pontos que não pertencem ao plano da ligação. Dentro desta aproximação a integral de superfície em (33) se reduz a uma integral de linha e o ângulo local de reflexão é dado por

$$v = \theta_1 - t_g^{-1} \frac{d\xi(x)}{dx}$$

Substituindo (34) e (35) em (33) tem-se

$$E_2 = \frac{j e^{jKR_0}}{4 R_0} \int_S (R \vec{v} - \vec{p}) \cdot \vec{n} e^{j\vec{v} \cdot \vec{r}} dS \quad (36)$$

onde foram introduzidos os vetores

$$\vec{v} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2$$

$$\vec{p} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2$$

Os vetores em (36) podem ser escritos em coordenadas cartesianas na forma

$$\vec{v} = K(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) \hat{x} - K(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \hat{z}$$

$$\vec{p} = K(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) \hat{x} + K(\cos\theta_2 - \cos\theta_1) \hat{z}$$

$$\vec{n} = -\hat{x} \sin\beta + \hat{z} \cos\beta$$

$$\vec{r} = x \hat{x} + \xi(x) \hat{z}$$

Para uma superfície se estendendo de $x=-D$ a $x=+D$, a equação (36) pode ser escrita sob a forma escalar

$$E_2 = \frac{j e^{jKR_0}}{4 \pi R_0} \int_{-D}^D (a \xi' - b) e^{jv_x X + jv_z \xi} dx \quad (37)$$

onde

$$\xi' = \frac{d\xi}{dx}$$

$$a = (1-R) \sin\theta_1 + (1+R) \sin\theta_2$$

$$b = (1+R) \cos\theta_2 - (1-R) \cos\theta_1$$

Esta expressão pode ser ainda simplificada por normalização introduzindo-se o coeficiente de espalhamento

$$\rho = \frac{E_2}{E_{20}}$$

onde E_{20} é o campo refletido na direção especular ($\theta_2 = \theta_1$) por uma superfície lisa perfeitamente condutora, quando a onda incidente tem polarização horizontal. De acordo com esta definição

$$E_{20} = \frac{jK e^{jKR_0} D \cos\theta_1}{\pi R_0}$$

$$\rho = \frac{1}{4D \cos\theta_1} \int_{-D}^D (a \xi' - b) e^{j(v_x X + v_z \xi)} dx \quad (38)$$

Esta integral é extremamente complexa devido a dependência de a e b com R e v , não sendo de utilidade prática. Para prosseguir o desenvolvimento é necessário fazer uso de uma, entre duas aproximações que tornam a e b independentes de x : tomar o valor médio de R ao longo de toda superfície ou considerar a condutividade do solo infinita. Optando por esta última e in

tegrando a equação (38) por partes vem

$$\rho = \frac{F_2}{2D} \int_{-D}^D e^{j\vec{v} \cdot \vec{r}} dx \quad (39)$$

onde

$$F_2(\theta_1, \theta_2) = \sec\theta_1 \frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}$$

O conhecimento total da função $\xi(X)$ no intervalo $[-D, D]$ permitiria calcular um valor único de ρ através da equação (39). Isto levaria a um valor fixo para o campo contido no raio refletido. Entretanto, observa-se que este campo varia aleatoriamente ao longo do tempo. A razão é que, devido às variações aleatórias das condições do meio propagante, a onda incidente sofre alterações ao longo do tempo. O tratamento do comportamento da atmosfera é extremamente complexo devido ao grande número de parâmetros envolvidos. Beckmann contornou o problema considerando o perfil da ligação como uma superfície rugosa aleatória gerada por um processo estocástico e a estrutura da atmosfera invariante. A suposição é que o efeito resultante de uma superfície fixa com uma atmosfera aleatória, é o mesmo que se teria se a atmosfera fosse fixa e o perfil aleatório.

Seja $\xi(X)$ uma variável aleatória assumindo valores Z com densidade de probabilidade $P(Z)$ e de valor médio $\langle \xi \rangle$ nulo. O valor médio da integral em (39) é

$$\left\langle \int_{-D}^D e^{j\vec{v} \cdot \vec{r}} dx \right\rangle = \left\langle e^{jv_z \xi} \right\rangle \int_{-D}^D e^{jv_x X} dx \quad (40)$$

De acordo com a definição de função característica de uma variável aleatória

$$\chi(v_z) = \int_{-\infty}^{\infty} p(z) e^{jv_z z} dz = \left\langle e^{jv_z \xi} \right\rangle$$

a expressão (40) pode ser reescrita

$$\left\langle \int_{-D}^D e^{j\vec{v} \cdot \vec{r}} dx \right\rangle = \chi(v_z) \int_{-D}^D e^{jv_x X} dx \quad (41)$$

O valor médio de ρ é obtido de (41) através de (39).

$$\langle \rho \rangle = \rho_0 \chi(v_z) F_2(0_1, 0_2)$$

onde

$$\rho_0 = \text{senc } v_x D$$

e

$$\text{senc } v_x D = \frac{\text{sen } v_x D}{v_x D}$$

Verifica-se que para $D \gg \lambda$, que é o caso encontrado na prática, ρ_0 é igual à unidade na direção de reflexão especular ($\theta_2 = \theta_1, v_x=0$) mas tende rapidamente a zero quando θ_2 se afasta de θ_1 . A conclusão é que $\langle \rho \rangle$ é igual a zero para qualquer direção de espalhamento, exceto para um pequeno cone em torno da direção de reflexão especular.

A potência média espalhada numa direção genérica é proporcional ao valor médio do quadrado do módulo do coeficiente de reflexão, dado por

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \frac{F_2^2}{4D^2} \int_{-D}^D \int_{-D}^D e^{jv_x(x_1-x_2)} \langle e^{jv_z(\xi_1-\xi_2)} \rangle dx_1 dx_2 \quad (42)$$

onde

$$\xi_1 = \xi(x_1)$$

$$\xi_2 = \xi(x_2)$$

O valor médio contido na integral em (42) é a função característica da densidade de probabilidade conjunta $p(z_1, z_2)$ de acordo com a definição

$$\chi_2(v_z, -v_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(z_1, z_2) e^{jv_z(\xi_1-\xi_2)} dz_1 dz_2 \quad (43)$$

Assim, (42) pode ser escrita

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \frac{F_2^2}{4D^2} \int_{-D}^D \int_{-D}^D \chi_2(v_{z_1} - v_{z_2}) e^{jv_x(x_1 - x_2)} dx_1 dx_2 \quad (44)$$

Uma vez que ξ_1 e ξ_2 serão em geral variáveis correlatadas o conhecimento de $p(z)$ não implica no conhecimento de $p(z_1, z_2)$ e é, portanto, insuficiente para a determinação da função característica bidimensional através de (42). Além da densidade de probabilidade de ξ é necessária sua função correlação

$$\beta(\tau) = \lim_{D \rightarrow \infty} \frac{1}{2D} \int_{-D}^D \xi(x) \xi(x-\tau) dx$$

onde

$$\tau = x_1 - x_2$$

ou de seu coeficiente de autocorrelação

$$C(\tau) = \frac{\beta(\tau) - \langle \xi \rangle^2}{\langle \xi^2 \rangle - \langle \xi \rangle^2} = \frac{\langle \xi_1 \xi_2 \rangle}{\langle \xi_1^2 \rangle}$$

Para uma superfície puramente aleatória $C(\tau)$ decresce monotonicamente de seu valor máximo

$$C(0) = 1$$

ao seu valor mínimo

$$C(\infty) = 0$$

O valor de τ para o qual $C(\tau)$ é igual a e^{-1} é denominado distância de correlação e designado por T , ou seja

$$C(T) = e^{-1}$$

Uma vez estabelecido um modelo para a superfície rugosa a formulação até aqui desenvolvida permite calcular os valores de $\langle \rho \rangle$ e $\langle \rho \rho^* \rangle$. Isto foi realizado por Beckmann⁽¹⁰⁾ para um perfil gaussiano com densidade de probabilidade dada por

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2\sigma^2} \quad (45)$$

e coeficiente de autocorrelação

$$C(\tau) = \exp(-\tau^2/T^2) \quad (46)$$

A função característica associada à distribuição normal é

$$\chi(v_z) = \exp(-\frac{1}{2} \sigma^2 v_z^2)$$

O valor médio do coeficiente de reflexão é dado por

$$\langle \rho \rangle = \rho_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left| \frac{2\pi\sigma}{\lambda} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \right|^2 \right\} F_2(\theta_1, \theta_2)$$

Na direção de reflexão especular tem-se

$$\langle \rho_{\text{esp}} \rangle = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{4\pi\sigma \cos\theta_1}{\lambda} \right)^2 \right] \quad (47)$$

A densidade de probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias ξ_1 e ξ_2 , de densidades marginais dadas por (44) e coeficiente de autocorrelação C é

$$p(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{1-C^2}} \exp \left[-\frac{z_1^2 - 2C z_1 z_2 + z_2^2}{2\sigma^2 (1 - C^2)} \right] \quad (48)$$

e a função característica a ela associada

$$\chi_2(v_z, -v_z) = \exp \left[-v_z^2 \sigma^2 (1 - C^2) \right] \quad (49)$$

A substituição de (46) em (49) seguida de uma expansão em série exponencial leva a

$$\chi_2(v_z, -v_z) = e^{-v_z^2 \sigma^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{v_z^{2m} \sigma^{2m}}{m!} e^{-\frac{m\sigma^2}{T^2}} \quad (50)$$

As expressões (48) e (50) fornecem, através de (44)

$$\langle \rho \rho^* \rangle = e^{-g} \left[\rho_0^2 + \frac{\sqrt{\pi} T F^2}{2D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! \sqrt{m}} e^{-\frac{v_z^2 T^2}{4m}} \right] \quad (51)$$

onde

$$g = v_z^2 \sigma^2$$

O comportamento da energia espalhada em função de σ (ou g) é ilustrada por dois casos particulares:

$$\langle \rho \rho^* \rangle = e^{-g} \left\{ \rho_0^2 + \frac{\sqrt{\pi} T F^2 g}{2D} e^{-v_z^2 T^2/4} \right\} ; g \ll 1 \quad (52)$$

$$\langle \rho \rho^* \rangle = \frac{\pi F^2 T^2}{D v_z \sigma} \exp \left\{ - \frac{v_x^2 T^2}{4g} \right\} ; g \gg 1 \quad (53)$$

Para valores reduzidos da rugosidade σ predomina a reflexão especular caracterizada pelo fator $\rho_0^2 e^{-g}$. Quando a rugosidade cresce essa componente especular diminui de intensidade tornando-se comparável a uma componente devida ao espalhamento difuso sobre toda a superfície e que é predominante para $g \gg 1$.

Estes resultados se baseiam na suposição inicial da incidência de uma onda plana sobre o solo. Em uma ligação real isto não ocorre sendo o ângulo de incidência variável ao longo do perfil. Entretanto, há um consenso geral de que apenas os raios refletidos em pontos interiores ao primeiro elipsóide de Fresnel contribuem significativamente para o campo no receptor. Define-se uma zona efetiva de reflexão que consiste na interseção do elipsóide com o plano $\xi=0$ como mostra a figura 16. Esta região é uma elipse de centro e semi-eixos dados por

FIG. 16 -- ZONA EFETIVA DE REFLEXÃO

$$\overline{AA'} = \frac{d}{2} \frac{1 + \frac{2h_1(h_1+h_2)}{\lambda d}}{1 + \frac{(h_1 + h_2)^2}{\lambda d}}$$

$$a = \frac{d}{2} \frac{\sqrt{1 + \frac{4h_1h_2}{\lambda d}}}{1 + (h_1+h_2)^2/\lambda d}$$

$$b = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{1 + 4h_1h_2/\lambda d}{1 + (h_1+h_2)^2/\lambda d}}$$

onde h_1 e h_2 são as alturas das antenas em relação ao nível médio do perfil. As integrais em (39), (41) e (44) devem ser realizadas apenas sobre o semi-eixo maior da elipse desprezando-se o restante do perfil. Ao longo deste percurso, sempre inferior à distância total do enlace a aproximação de onda plana é, em geral, razoável.

3.4 - A Densidade de Probabilidade do Raio Refletido

O campo espalhado por uma superfície rugosa é a com posição de um conjunto de raios refletidos por diversos pontos da superfície. Como o conjunto de espalhamento é aleatório sua re sultante também será. Assim o raio refletido pelo solo pode ser escrito na forma

$$r_2 e^{j\psi_2} = \sum_{i=1}^n A_i e^{j\psi_i} = x_2 + jy_2$$

No desenvolvimento apresentado a seguir, serão feitas as seguintes suposições:

- (i) As amplitudes A_i são todas unitárias.
- (ii) As densidades de probabilidade das variáveis aleatô rias ψ_i , $p_i(\psi)$, são simétricas em torno de zero.
- (iii) O número de raios refletidos n é grande.
- (iv) As médias e variâncias das variáveis aleatórias ψ_i , designadas por $\langle \psi_i \rangle$ e $D\{\psi_i\}$, são finitas.

De acordo com (i), as médias e variâncias de x_2 e y_2 podem ser escritas:

$$\alpha = \langle x_2 \rangle = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \cos \psi \, d\psi$$

$$\beta = \langle y_2 \rangle = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \sin \psi \, d\psi$$

$$S_1 = D\{x_2\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \cos^2 \psi \, d\psi - \left[\int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \cos \psi \, d\psi \right]^2 \right\}$$

$$S_2 = D\{y_2\} = \sum_{i=1}^n \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \sin^2 \psi \, d\psi - \left[\int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \sin \psi \, d\psi \right]^2 \right\}$$

De acordo com a suposição (ii)

$$\beta = 0$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} p_i(\psi) \sin^2 \psi \, d\psi$$

As suposições (iii) e (iv) acarretam de acordo com o teorema do limite central que x_2 e y_2 sejam variáveis aleatórias gaussianas com densidade de probabilidade conjunta.

$$p_{x_2, y_2}(x_2, y_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi S_1 S_2}} \exp \left[-\frac{(x-\alpha)^2}{2 S_1} - \frac{y^2}{2 S_2} \right] \quad (54)$$

Considerando que no modelo apresentado no ítem 3.1 a normalização dos raios seja realizada em relação a E_{20} tem-se:

$$\rho = x_2 + jy_2$$

$$\alpha = \langle x_2 \rangle = \langle \rho \rangle$$

$$S_1 = D\{\text{Re } \rho\}$$

$$S_2 = D\{\text{Im } \rho\}$$

A expressão de $\langle \rho \rangle$ foi calculada na seção 3.3 obtendo-se

$$\langle \rho \rangle = \chi(v_z) \rho_0 \quad F_2(\theta_1, \theta_2) \cong \chi(v_z) \rho_0 \quad (55)$$

Um desenvolvimento análogo fornece para S_1 e S_2 as expressões

$$S_1 = \frac{D}{2} \left\{ 1 + \rho_o^{(2)} \operatorname{Re} \left[\chi(2v_z) \right] - 2 \operatorname{Re}^2 \left[\chi(v_z) \right] \rho_o^2 \right\} \quad (56)$$

$$S_2 = \frac{D}{2} \left\{ 1 + \rho_o^{(2)} \operatorname{Re} \left[\chi(2v_z) \right] \right\} \quad (57)$$

onde $\rho_o^{(2)} = \operatorname{sinc} 2v_x D$

Para o modelo de perfil gaussiano caracterizado no item 3.3 e considerando o espalhamento na direção de reflexão especular tem-se

$$\chi(v_z) = \exp(-1/2 \sigma^2 v_z^2)$$

$$\rho_o = \rho_o^{(2)} = 1$$

As substituições em (55), (56) e (57) leva a

$$\alpha = \exp(-1/2 \sigma^2 v_z^2) \quad (58)$$

$$S_1 = \frac{D}{2} \left\{ (1 - e^{-\sigma^2 v_z^2}) \right\}^2 \quad (59)$$

$$S_2 = \frac{D}{2} (1 - e^{-2\sigma^2 v_z^2}) \quad (60)$$

onde

$$D = \frac{d}{4} \frac{\sqrt{1 + 4h_1 h_2 / \lambda d}}{1 + (h_1 + h_2)^2 / \lambda d}$$

e

$$v_z = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \theta_1 = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha$$

Como mostra a figura 17 o ângulo α é função das alturas h_1 e h_2 das antenas em relação ao nível médio do perfil e da distância total do enlace, sendo dado por

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 + h_2}{d}$$

Nos casos reais d é muito maior que $(h_1 + h_2)$ e

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \operatorname{sen} \alpha \approx \alpha$$

3.5. A Dependência com a Rugosidade

A rugosidade do solo é definida arbitrariamente como o desvio padrão das alturas do perfil em relação ao seu nível médio. Trata-se, portanto, de uma medida aproximada do desvio padrão σ da distribuição gaussiana assumida para o relevo. A

FIG. 17 - ÂNGULO DE INCIDÊNCIA

dependência da distribuição de probabilidades $P(V < L)$ com a rugosidade poderia ser obtida pela substituição em (32) da função densidade de probabilidade $P_{x_2 y_2}(x_2, y_2)$ dado em (54) com α , S_1 e S_2 de (58), (59) e (60) respectivamente. Entretanto, é preciso observar que no modelo do campo recebido os raios foram normalizados em relação ao campo contido no raio direto, enquanto que no desenvolvimento deste capítulo o raio espalhado pelo perfil foi normalizado em relação a E_{20} dado por,

$$E_{20} = e^{j(KR_o - \pi)} \frac{Kd \cos \theta_1}{2\pi R_o}$$

Observando que

$$R_o \cos \theta_1 \approx \frac{d}{2}$$

tem-se

$$E_{20} = e^{j(K \frac{d}{2 \cos \theta_1} - \pi)} \frac{\cos^2 \theta_1}{\lambda}$$

A solução para este problema é modificar o modelo original realizando a normalização de todos os raios em relação a E_{20} . Assim P_{x_1, y_1} passa a ser a densidade de probabilidades das componentes do raio devido ao multipercurso normalizado em relação a E_{20} e o raio direto passa a ser representado pelo vetor

$$a + jb = \frac{\lambda}{\cos^2 \theta_1} e^{[kd(1-\sec\theta_1) - \pi]}$$

onde

$$a = \frac{\lambda}{\cos^2 \theta_1} \sin [kd(1-\sec\theta_1)] \quad (61)$$

e

$$b = \frac{\lambda}{\cos^2 \theta_1} \cos [kd(1-\sec\theta_1)] \quad (62)$$

O novo modelo do sinal está representado na figura 18. Observa-se que a distribuição de probabilidade $P(V < L)$ é agora dada pela integração de $P_{x,y}(X,Y)$ num círculo de raio L centrado não mais em $(-1,0)$ mas em $(-a,-b)$, ou seja

$$P(V < L) = \int_{y=-b-L}^{y=-b+L} \int_{X=-a-\sqrt{L^2-Y^2}}^{X=-a+\sqrt{L^2-Y^2}} P_{xy}(X,Y) dXdY$$

FIG. 18 - MODELO DO SINAL

FIG. 19 - INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE INCIDÊNCIA

Um desenvolvimento análogo ao apresentado no item 3.2 fornece

$$P(V < L) = \pi L^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{x_1 y_1}(-a-\alpha, -b-\beta) P_{x_2 y_2}(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

A substituição de (54) na expressão acima leva a

$$P(V < L) = L^2 \sqrt{\frac{\pi}{2S_1 S_2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_{x_1 y_1}(-a-\alpha, -b-\beta) \exp \left[-\frac{(\alpha - m_1)^2}{2S_1} - \frac{\beta^2}{2S_2} \right] d\alpha d\beta \quad (63)$$

Segundo (59) e (60) o fator $S_1 S_2$ na expressão a cima é dado por

$$\sqrt{S_1 S_2} = \frac{D}{2} \left[(1 - e^{-g})^2 (1 - e^{-2g}) \right]^{1/2} \quad (64)$$

onde

$$g = V_z^2 \sigma^2 = \left(\frac{4\pi\alpha}{\lambda} \right)^2 \sigma^2 \quad (65)$$

Embora o integrando de (63) também dependa de g , será suposto por motivos a serem explicados posteriormente, que $\sqrt{S_1 S_2}$ é preponderante no que diz respeito ao efeito da rugosidade. A partir deste resultado verifica-se que $P(V < L)$ diminui a medida que $\sqrt{S_1 S_2}$ aumenta, ou seja quando g aumenta. Obviamente de acordo com (65), o parâmetro g cresce com α e σ . A interpretação física deste dependência é relativamente simples. Para uma dada rugosidade do solo, à medida que o ângulo de incidência aumenta o efeito de espalhamento (difusão) da energia torna-se mais efetivo. Este efeito está ilustrada na figura 19, onde é mostrado que uma mesma extensão de terreno perturba uma porção maior da frente de onda quanto maior for o ângulo de incidência, tornando' mais difuso o espalhamento. Assim o raio refletido na direção do receptor é menos intenso e $P(V < L)$ diminui. Por outro lado é bastante intuitivo que, para um dado ângulo de incidência, o espalhamento é mais pronunciado para maiores rugosidades, o que leva essencialmente ao mesmo resultado.

Para fins práticos, é interessante expressar g em função da folga do percurso e do raio da 1ª Zona de Fresnel.

Da figura 20 tem-se

$$H = \sqrt{4 \frac{h_1 h_2 d_1 d_2}{d_2}}$$

$$\alpha = \frac{h_1}{d_1} = \frac{h_2}{d_2}$$

Como o raio da 1.ª Zona de Fresnel é dado por

$$R = \sqrt{\frac{\lambda d_1 d_2}{d}}$$

o ângulo α pode ser escrito

$$\alpha = \frac{\lambda H}{2R^2} \quad (66)$$

A substituição de (66) em (65) leva a

$$g = \left[2\pi \frac{H}{R} \right]^2 \frac{\sigma^2}{R^2} \quad (67)$$

Este resultado leva a conclusão que $P(V < L)$ depende dos parâmetros (σ/R) e (H/R) . É interessante destacar que, apesar de utilizar em enfoque totalmente diferente a dependência com a folga do percurso foi discutida recentemente de forma empírica por Wheeler⁽¹²⁾.

FIG. 20 - FOLGA DO PERCURSO

As figuras 21 a 29 mostram a variação do parâmetro $\frac{2}{D} \sqrt{S_1 S_2}$ em função de (σ/R) para os seguintes valores de (H/R) : 0,5; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 2,0 e 5,0. Observa-se nestas curvas um efeito de saturação que depende da rugosidade e do valor de (H/R) . É fácil verificar que a saturação ocorre para

$$2\pi \frac{H}{R} \frac{\sigma}{R} \approx \frac{\pi}{2}$$

que segundo o conhecido critério de Rayleigh⁽¹⁰⁾ é o limite a partir do qual a componente devida à reflexão especular se torna comparável à componente difusa.

Esta saturação está ligada a uma limitação fundamental da teoria desenvolvida neste capítulo, onde toda a análise baseou-se na suposição da preponderância da reflexão sobre o espalhamento difuso, pois foi suposto $\theta_2 = \theta_1$. Para valores elevados da rugosidade e/ou da folga do percurso, a componente especular é da mesma ordem de grandeza ou inferior à componente difusa. Neste caso não é possível utilizar a aproximação de onda plana e o modelo de Beckmann se torna inadequado. Spizzichino⁽¹⁰⁾ analisou esta limitação e procurou estender os resultados de Beckman para casos onde o espalhamento difuso é preponderante. Devido entre tanto à complexidade do problema, sua análise se limita a casos particulares e não aplicáveis a este trabalho. Como, conforme será visto na próxima seção, os resultados até aqui apresentados são suficientes para interpretar as medidas experimentais, não será desenvolvido este aspecto da questão.

FIG. 21 — DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = 0,5$)

FIG. 22 — DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = .80$)

FIG. 23 — DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = .90$)

FIG. 24 - DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = 1,00$)

FIG. 25 - DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = 1.10$)

FIG. 26 - DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = 1.20$)

FIG. 27 - DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE ($H/R = 2.00$)

FIG. 28 - DEPENDENCIA COM A RUGOSIDADE (H/R = 5.00)

Por outro lado seria interessante procurar expressar a variação do fator $2/D \sqrt{S_1 S_2}$ de um modo mais simples que permitisse a visualização da dependência com a rugosidade. Para isto ajustou-se às curvas das figuras 21 a 29, funções do tipo

$$f\left(\frac{\sigma}{R}\right) = a \left(\frac{\sigma}{R}\right)^b$$

pelo método dos mínimos quadrados. A escolha deste tipo de função será justificada na análise comparativa dos resultados teóricos com as medidas experimentais conhecidas. Limitando-se o erro máximo de ajustagem a 10% este procedimento levou aos resultados apresentados na tabela I.

Os resultados apresentados até este ponto são provenientes de uma análise onde a dependência com a rugosidade foi fixada a partir unicamente do fator $\sqrt{S_1 S_2}$. Para generalizar estes resultados seria necessário investigar a contribuição do termo integral em (63) e, portanto, conhecer a função densidade de probabilidade conjunta das componentes do raio devido ao multipercurso atmosférico. Devido à falta de uma teoria que permita determinar esta função foi suposto que o fator $\sqrt{S_1 S_2}$ é preponderante no que diz respeito ao efeito da rugosidade. Embora esta suposição se ressinta da falta de uma justificativa teórica, será visto que ela leva a resultados coerentes com os dados experimentais.

H/R	a	b	$\sigma/R_{\max}$	$\sigma/R_{\min}$
0,5	2,45	1,3	0,52	0,22
0,8	4,51	1,3	0,31	0,14
0,9	5,26	1,3	0,29	0,12
1,0	6,04	1,3	0,26	0,11
1,1	6,84	1,3	0,23	0,10
1,2	7,65	1,3	0,21	0,092
2,0	14,7	1,3	0,13	0,055
5,0	49,1	1,3	0,051	0,022

TABELA I

3.6 - Comparação com Dados Experimentais

As medidas experimentais mais representativas para analisar a dependência com a rugosidade foram coletadas por Baker e Brice⁽¹¹⁾ e sintetizados por Pearson⁽⁷⁾ em um resultado único que permitiu visualizar a dependência do desvanecimento com a rugosidade do terreno. O resultado de Pearson foi analisado posteriormente por Assis⁽¹³⁾ e mostrou uma dependência com a rugosidade do tipo $\sigma^{-1.4}$, para valores de σ entre 5 e 60 metros. Estudos similares foram desenvolvidos por Barnett que sugeriu uma dependência do tipo $\sigma^{-1.3}$, para valores de σ entre 6 e 42.

No que diz respeito ao tipo de variações com σ ambos os resultados são compatíveis com a previsão teórica. Entretanto os limites superiores da região de validade apresentam uma diferença sensível. Por exemplo, para uma ligação de 50 km na frequência de 4 GHz, o raio da 1.^a Zona de Fresnel a meio percurso é de 30,6 metros. Tomando-se $H/R=1$, já que a maioria dos enlaces de microondas em visibilidade operam nestas condições, os limites teóricos para a aproximação $\sigma^{-1.3}$ são (ver tabela I)

$$0,11 < \sigma/R < 0,26$$

o que corresponde a σ entre 3,4 e 8 metros. Esta diferença é devida à saturação da curva teórica já comentada anteriormente, ou seja, a inadequação do modelo utilizado para descrever o efeito de espalhamento quando a rugosidade é elevada.

A mesma limitação aparece claramente quando se utiliza esta teoria para determinar o valor do módulo do coeficiente de reflexão de uma superfície rugosa. Dentro da faixa de rugosidades onde, pelo critério de Rayleigh, a componente especular é preponderante a expressão teórica funciona satisfatoriamente. Para rugosidades elevadas, ou seja, na região de espalhamento difuso, os dados experimentais divergem sensivelmente dos resultados teóricos como mostram trabalhos de Beckmann⁽¹⁰⁾ e Bullington⁽¹⁶⁾.

Entretanto, esta limitação não invalida o tratamento aqui empregado. Uma vez que, dentro dos limites de validade do modelo, a concordância é aceitável conclui-se que está demonstrada a dependência da distribuição de amplitudes com a rugosidade na forma de uma proporcionalidade ao fator $\sigma^{-1.3}$.

CONCLUSÕES

O método desenvolvido neste trabalho justifica satisfatoriamente a dependência da distribuição de amplitudes de um sinal desvanecido com as irregularidades do relevo. Embora a formulação matemática possua limitações, dentro da região de validade da teoria verifica-se que o relacionamento entre a rugosidade e a profundidade de desvanecimento é dado por uma função simples que concorda plenamente com as medidas disponíveis. Os dados experimentais, entretanto, não são numerosos. Além disto, as informações sobre os enlaces investigados não são completas dificultando seriamente uma interpretação rigorosa dos resultados das medidas.

Este trabalho mostrou também uma dependência do desvanecimento com a folga do percurso. Esta idéia foi abordada em outra investigação⁽¹²⁾, através de um tratamento distinto do aqui apresentado, para explicar diferenças observadas entre medidas experimentais. É provável que seja possível atingir este objetivo utilizando esta dependência. No entanto, pelas razões acima expostas, ou seja, o conhecimento limitado dos perfis das ligações, não se chegou ainda a resultados conclusivos.

Esta análise, entretanto, não permite determinar de forma completa a distribuição das amplitudes dos sinais desvanecidos. Para isto seria necessário:

(i) Obter um modelo que forneça a densidade de probabilidade da componente devida ao multipercorso atmosférico, permitindo a solução da integral contida em (63).

(ii) Aperfeiçoar o modelo aqui proposto de modo a torná-lo válido na região de espalhamento difuso.

Além disto seria conveniente investigar a possibilidade de caracterizar a superfície rugosa por outra distribuição mais realista que a gaussiana e incluir no modelo do sinal desvanecido a influência do espalhamento por turbulências atmosféricas.

Finalmente, uma vez que a dependência com a rugosidade foi demonstrada teoricamente, resta incluir a relação do desvanecimento com o clima da região em estudo. No entanto, devido à complexidade do problema, será provavelmente mais simples e objetivo fixar esta dependência através de medidas experimentais. Para isto existe uma enorme falta de dados em regiões tropicais.

REFERÊNCIAS

- [1] - Barnett, W.T., "Multipath Propagation at 4,6, and 11GHz", BSTJ Vol. 51, Nº 2, Fevereiro 1972, pp. 321-372.
- [2] - Barnett, W.T. "Microwave Line-of-Sight Propagation With and Without Frequency Diversity" BSTJ, Vol. 49, Nº 8, Outubro 1970 pp. 1827-1871.
- [3] - Vigants, A., "Number and Duration of Fades at 6 and 4 GHz" BSTJ Vol. 50, Nº 3, Março 1971, pp. 815-841.
- [4] - Vigants, A., "The Number of Fades in Space Diversity Reception" BSTJ, Vol. 49, Nº 7, Setembro 1970, pp. 1513-1530.
- [5] - Morita, K. "Prediction of Equivalent Rayleigh Fading Occurrence Rate on Line-of-Sight Reflected-Wave Path", RECL, Vol. 20, Nºs 7-8, Julho-Agosto 1972, pp. 589-598.
- [6] - Morita, K., "Prediction of Rayleigh Fading Occurrence Probability of Line-of-Sight Microwave Links", RECL, Vol. 18, Nºs 11-12 Novembro-Dezembro 1970, pp. 810-822.
- [7] - Pearson K.W., "Method of Prediction of the Fading Performance of a Multi-section Microwave Link", PROC. IEE, Vol. 112, Nº 7, Julho 1975, pp. 1291-1300.
- [8] - Lin, S.H. "Statistical Behavior of a Fading Signal", BSTJ, Vol. 50, Nº 10, Dezembro 1971, pp. 3211-3270.
- [9] - Ruthroff, C.L. "Multiple-Path Fading on Line-of-Sight Microwave Radio Systems as a Function of Path Length and Frequency", BSTJ, Vol. 50, Nº 7, Setembro 1971, pp. 2375-2398.
- [10] - Beckmann, P. e A. Spizzichino, "The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces", Pergamon Press, 1963.
- [11] - Baker, A.E. e P.J. Brice, "Radio-Wave Propagation as a Factor in the Design of Microwave Relay Links", POEEJ, Vol. 62, 239-246, Janeiro 1970.

- [12] - Wheeler, M.S., "Microwave Relay Fading Statistics as a Function of Terrain Clearance Factor", IEEE Trans. on Ant. And Prop. Vol AP-25, Nº 3, Março 1977, pp. 269-273.
- [13] - Assis, M.S. "Propagação e Desvanecimento nas Ligações em Visibilidade", IEEE Electrolatina, Vol. 6, Nº 3, Setembro 1972. pp.9-17.
- [14] - CCTR, "Line-of-Sight Radio-Relay Systems", DOC 9/29E, Março 1972
- [15] - Crawford, A.B. e Jakes, W.C., "Selective Fading of Microwave", BSTJ, Vol. 31, Nº 1, Janeiro 1952, pp. 63-90.
- [16] - Bullington, K., "Reflection Coefficients of Irregular Terrain", PROC. IRE, Vol. 42, Nº 8, Agosto 1954, pp. 1258-1262.

Tese apresentada ao Departamento de ENGENHARIA ELÉTRICA da
PUC/RJ, fazendo parte da banca examinadora os senhores:

Prof. Mauro Soares de Assis (Orientador)
CETUC-PUC/RJ

Dr. Luiz Mauro Vianna de Camargo
Camargo Sistemas de Engenharia

Prof. José Paulo de Almeida e Albuquerque
CETUC-PUC/RJ

Prof. Ney Roberto Dhein
CETUC-PUC/RJ

Visto e permitida a impressão

Rio de Janeiro, / /

Coordenador dos Programas de Pós-Graduação
do Centro Técnico Científico.