

4

Modelo de fatores para classes de ativos

4.1.

Análise de estilo baseado no retorno: versão original (estática)

A *análise de estilo baseada no retorno* é um procedimento estatístico que visa a identificar as fontes de riscos às quais está exposta uma carteira de investimentos, assim como as estratégias de alocação de recursos utilizadas pelo gestor desta carteira. Esse método que explora as estratégias e o estilo de investimento empregado pelos gestores foi (conforme descrito na revisão da literatura apresentada no capítulo 2) originalmente proposto por Sharpe (1988), e revisitado em Sharpe (1992).

Como uma extensão natural da técnica desenvolvido por Sharpe (1988), a adição do termo de intercepto, conhecido como *alfa de Jensen*, foi sugerida por de Roon et al. (2004). O alfa de Jensen é a medida relacionada ao poder de seletividade do fundo, a qual é avaliada pela capacidade do gestor de obter ganhos em momentos particulares da situação econômico-financeira.

Com base na série de retornos de um fundo e na série de retornos de índices que representam as classes de ativos, o *modelo de fatores para classes de ativos*, que constitui a plataforma estatística da análise de estilo, já na versão de de Roon et al. (2004), é dado por:

$$R_t^f = \alpha + \beta_1 R_{1,t} + \beta_2 R_{2,t} + \dots + \beta_k R_{k,t} + \varepsilon_t, \quad (17)$$

no qual:

R_t^f : retorno do fundo;

α : alfa de Jensen;

$R_{t,j}$: retorno da classe de ativo j ;

β_j : medida desconhecida da alocação/exposição na classe de ativo j ;

ε_t : choque ou erro da variação não explicado pelas classes de ativos;

Na equação (17), o termo $\beta_1 R_{1,t} + \beta_2 R_{2,t} + \dots + \beta_k R_{k,t}$ representa uma espécie de *carteira empírica* que explica a variação do retorno do fundo (a menos do alfa de Jensen) e, em contra partida, o erro absorve a toda a parcela que os índices não foram capazes de explicar¹³. Para o modelo especificado em (17), as restrições descritas na revisão de literatura (cap. 2), as quais originalmente foram propostas por Sharpe (1988), podem ser incorporadas. Estas restrições são:

- i. $\sum_{j=1}^k \beta_j = 1$
- ii. $\beta_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, k$

A restrição dada em (i) é chamada *restrição de carteira* (em inglês: *portfolio restriction*) e representa uma restrição contábil. A restrição em (ii) reconhece que o fundo não esteve, ao longo do período sob consideração, em posições vendidas. Para a estimação do modelo enunciado em (17), Sharpe (1988, 1992) propõe a escolha das “melhores” alocações sujeitas ou não às restrições (i) e (ii), minimizando a variância dos resíduos ou soma do quadrado dos resíduos. Para este processo de estimação das exposições, Sharpe (1988, 1992) utiliza, como técnica de otimização, o método de gradiente.

Embora a análise de estilo seja uma técnica atraente para avaliar a política e o desempenho de fundos de investimentos, alguns pontos negativos, enfatizados por Varga e Valli (1998), Posthuma e Van Der Sluis (2005), Pizzinga e Fernandes (2006), Swinkels e Van Der Sluis (2006), e Pizzinga et al. (2007), sobre a formulação apresentada na equação (17), merecem ser enfatizados:

1. Dependendo das características do mercado financeiro analisado, assim como do fundo sob estudo, pode ser difícil encontrar bons índices para representar de forma satisfatória as classes de ativos pertinentes;
2. É plausível considerar que as exposições mudam ao longo do tempo, refletindo as realocações dos recursos pelo gestor do fundo.

¹³ Muitas vezes, o erro, neste contexto, é chamado de *parcela idiossincrática* do retorno do fundo, quando não é, até mesmo, considerado como algo que contabiliza de estratégias de *seletividade* também (cf. Sharpe, 1988; Sharpe, 1992; e Pizzinga e Fernandes, 2006).

4.2.

Análise de estilo baseada no retorno: versão dinâmica via modelagem espaço de estado

Uma maneira natural de se incorporar na análise de estilo o fato de que as alocações a classes de ativos de fundo de investimento podem variar ao longo do tempo é determinar uma dinâmica apropriada para os coeficientes descritos no modelo (17). Em termos técnicos, pode-se reconhecer que estes seguem processos estocásticos não-observáveis, mas que podem ser estimados, sob o uso de modelos em espaço de estado, com base na evidência empírica advinda de séries de retornos da carteira e dos índices representantes da classe de ativos. Esta abordagem pode ser chamada de *análise dinâmica de estilo*, e os modelos resultantes atenderiam pelo nome de modelos dinâmicos de fatores para classes de ativos – vide Posthuma e Van Der Sluis (2005), Pizzinga e Fernandes (2006) e em Swinkels e Van der Sluis (2006).

4.2.1.

Análise dinâmica de estilo fraca

É possível propor várias alternativas de se escrever um modelo com coeficientes variantes no tempo (adequado à análise dinâmica de estilo) em formas de espaço de estado, sob as quais diversas estruturas para representar a dinâmica do vetor de estado poderiam ser consideradas. Neste trabalho, seguindo as alternativas sugeridas por Swinkels e Van der Sluis (2006), Pizzinga et al. (2008) e Pizzinga et al. (2009), propõe-se um passeio aleatório para modelar a dinâmica do alfa de Jensen. Já para os outros coeficientes, que representam as exposições, acredita-se que, durante o período de análise, os gestores estão susceptíveis a alterar com certa frequência sua política de investimentos. Assim, como sugerido em Pizzinga et. al (2009), com objetivo de se capturar esta dinâmica, propõe-se um modelo auto-regressivo vetorial estacionário, com matriz dos coeficientes diagonal, e sem *drift* para os coeficientes; isto é, $\beta_{j,t+1} = \phi_j \beta_{j,t} + \eta_{j,t}$, onde $|\phi_j| < 1$ para todo j . Uma possível forma em espaço de estado então para a versão do modelo dinâmico de fatores para classes de ativos,

que contemple as hipóteses postuladas sobre o alfa de Jensen e sobre as exposições, seria¹⁴:

-Equação das medidas:

$$R_t^f = [R_{1,t} \cdots R_{k,t} \quad 1] \begin{bmatrix} \beta_{1,t} \\ \vdots \\ \beta_{k,t} \\ \alpha_t \end{bmatrix} + \varepsilon_t \quad (18)$$

-Equação do estado:

$$\begin{bmatrix} \beta_{1,t+1} \\ \vdots \\ \beta_{k,t+1} \\ \alpha_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & & \phi_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1,t} \\ \vdots \\ \beta_{k,t} \\ \alpha_t \end{bmatrix} + \eta_t$$

nas quais $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ e $\eta_t \sim NID(0, Q)$, sendo que Q é uma matriz $(k+1) \times (k+1)$, por definição não-negativa definida¹⁵, cheia ou diagonal. Nesta Dissertação, será utilizada a matriz Q cheia, a qual impacta indiretamente na “comunicação” entre as exposições (vide próxima subseção para discussão mais detalhada). Ambas as matrizes seguramente compreendem parâmetros desconhecidos, os quais deverão ser estimados conforme descrito na seção 3.5.

4.2.2.

Análise dinâmica de estilo semi-forte

A restrição de carteira pode ser adicionada ao modelo em espaço de estado apresentado em (18). O tratamento dessa abordagem (análise de estilo semi-forte, conforme definido no capítulo 2) em modelo de espaço de estado foi amplamente empregado por Pizzinga e Fernandes (2006), Pizzinga et al. (2007) e Pizzinga et

¹⁴ Em alguns casos, pode ser necessário considerar uma estrutura mais complexa para a dinâmica da equação do estado. Um exemplo empírico de tal situação é, como já citado no capítulo 2, o de Pizzinga et. al (2009), sob o qual foram estudados fundos cambiais brasileiros durante turbulência eleitoral no Brasil dos anos 2001 a 2004.

¹⁵ Nesta Dissertação, a garantia não negatividade da matriz Q é dada pela seguinte decomposição de Choleski: $Q = CC'$ sendo C uma matriz diagonal inferior, porém com os elementos da diagonal $C_{i,i}$ sempre não-negativos para todo i .

al. (2009). Seguindo os passos 1 e 2 discutidos na seção 3.3, a adição da restrição da carteira em (18) pode ser feita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 1 &= [1 \ 1 \dots 1 \ 0](\beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \dots, \beta_{k,t}, \alpha_t)' \\ \Rightarrow 1 &= \beta_{1,t} + [1 \dots 1 \ 0](\beta_{2,t}, \dots, \beta_{k,t}, \alpha_t)' \\ \Rightarrow \beta_{1,t} &= 1 - [1 \dots 1 \ 0](\beta_{2,t}, \dots, \beta_{k,t}, \alpha_t)' \end{aligned} \quad (19)$$

Assim, pela expressão (19), nota-se que é possível estimar uma parte do vetor de estado em cada instante de tempo e depois obter os valores das outras coordenadas (neste caso, representada por $\beta_{1,t}$). Com o resultado da eq. (19), uma opção de reescrever a equação das medidas e contemplando o passo 8 (também descrito na seção 3.3), é dada por:

$$\begin{aligned} R_t^f &= \beta_{1,t} R_{1,t} + \sum_{j=2}^k \beta_{j,t} R_{j,t} + \alpha_t + \varepsilon_t \\ &= R_{1,t} (1 - \sum_{j=2}^k \beta_{j,t}) + \sum_{j=2}^k \beta_{j,t} R_{j,t} + \alpha_t + \varepsilon_t \\ &= R_{1,t} - (R_{1,t} \beta_{2,t} + \dots + R_{1,t} \beta_{k,t}) + \sum_{j=2}^k \beta_{j,t} R_{j,t} + \alpha_t + \varepsilon_t \\ &= R_{1,t} + \sum_{j=2}^k [\beta_{j,t} (R_{j,t} - R_{1,t})] + \alpha_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (20)$$

Por fim, as expressões na forma de espaço de estado, que conjugam as equações das medidas e do estado, adicionando-se a restrição definida na eq. (19), são propostas abaixo:

$$\begin{aligned} R_t^f - R_{1,t} &= [R_{2,t} - R_{1,t} \dots R_{k,t} - R_{1,t} \ 1] \gamma_{2,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2) \\ \gamma_{2,t+1} &= \text{diag}(\phi_2, \phi_3, \dots, \phi_k, 1) \gamma_{2,t} + R_{2,t} \eta_{2,t}, \quad \eta_t \sim NID(0, Q). \end{aligned} \quad (21)$$

Na expressão acima, tem-se que $\gamma_{2,t} \equiv (\beta_{2,t}, \dots, \beta_{k,t}, \alpha_t)'$, o que implica $\gamma_{1,t} \equiv \beta_{1,t} \equiv 1 - [1 \dots 1 \ 0] \gamma_{2,t}$. Sobre o modelo proposto em (21), cumpre fazer algumas considerações importantes. Sob esse contexto de restrição de carteira, assim como no do modelo proposto na subseção anterior (abordagem fraca), Pizzinga et al. (2009) defendem que o uso de Q cheia impacta na caracterização

das decisões de investimentos do fundo, já que a redução/aumento na posição em alguma classe de ativo poderá influenciar aumentando/reduzindo a participação nas outras classes. E, por último, observa-se que o modelo torna-se mais parcimonioso dado que não é mais necessário estimar ϕ_1 e as covariâncias (inclusive a variância) entre $\beta_{1,t}$ e outras coordenadas do vetor de estado que estão em $\gamma_{2,t}$.

Para o modelo proposto, conforme detalhado na seção 3.4, há de se especificarem algumas matrizes para o processo de inicialização exata do filtro e do suavizador de Kalman. Estas matrizes são dadas por:

- $a_{k \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$
- $A_{k \times 1} = [0 \ 0 \ \dots \ 1]'$
- $R_{0 \ k \times (k-1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$
- $vec(Q_0)_{(k-1)^2 \times 1} = (I_{(k-1)^2} - T^{(\beta)} \otimes T^{(\beta)})^{-1} vec(RQ^{(\beta)}R')$

Sobre as matrizes acima, menciona-se que a matriz $T^{(\beta)}$ é de dimensão $(k-1) \times (k-1)$ e compreende apenas os coeficientes da dinâmica das coordenadas estacionárias (as exposições), assim como $Q^{(\beta)}$ representa o bloco de Q (cf. modelo (21)) associado aos choques destas mesmas coordenadas.