2
Estudo Bibliográfico

Este capítulo trata na primeira seção da definição de modelos e de heurísticas de estoque. Políticas de estoques para um produto, um elo, assim como suas vantagens e inconvenientes, são apresentadas na Seção 2.2. A Seção 2.3 aborda o estoque de segurança. Na Seção 2.4 são introduzidos os conceitos e modo de cálculo para classificação de estoques com critérios múltiplos e a escolha das políticas mais adaptadas às diferentes classes de produtos. Finalmente, a Seção 2.5 introduz os conceitos de gestão de estoques coordenados em elos múltiplos, descrevendo metodologias aplicáveis ao estudo de caso.

2.1
Definições de estoques, modelos e heurísticas

Para Ballou (2006) *estoques são acumulações de matérias primas, suprimentos, componentes, materiais em processo e produtos acabados que surgem em numerosos pontos do canal de produção e logística das empresas*. Este autor distingue 5 tipos de estoques:

- *Estoques no canal de distribuição*, que são estoques em trânsito entre elos da cadeia de suprimento ou em processo entre operações de produção;
- *Estoques especulativos*, cuja compra excede a necessidade de consumo imediata. Podem ser motivados por antecipação de lucros, descontos de preços por quantidades, promoções, antecipações de aumentos anunciados de preços ou padrões de vendas sazonais;
- *Estoques regulares* ou estoques de ciclo, que correspondem a demanda média durante o tempo transcorrido entre reabastecimentos sucessivos;
- *Estoques de segurança*, que funcionam como pulmão contra a variabilidade da demanda e dos tempos de reposição;
- *Estoques obsoletos*, ou ainda, estoque morto ou evaporado, que é o estoque perecível, com prazo de validade esgotado ou de tecnologia ultrapassada e que deverá ser gerenciado até o descarte final.

Estoques se diferenciam igualmente pela natureza da demanda ao longo do tempo. Trata-se de forma distinta estoques de demanda estacionária, que variam pouco no tempo (sopas enlatadas); estoques de demanda sazonal, que apresentam picos marcados em certas épocas do ano (moda inverno-verão, sorvetes); estoques de demanda irregular, que alternam períodos de demanda escassa ou nula com períodos de alta demanda (equipamentos de construção civil); estoques terminais, em fase final do ciclo de vida (peças de reposição de aviões, produtos farmacêuticos próximos da data de expiração).

A natureza da demanda define igualmente aqueles produtos que são de demanda dependente e de demanda independente. Demanda independente descreve um tipo de demanda por um produto ou serviço que é completamente independente da demanda por produtos ou serviços aparentemente relacionados. Produtos de demanda dependente são aqueles mais comumente encontrados na manufatura e em linhas de montagem; a demanda por pneus na indústria automobilística é um múltiplo de cinco vezes a demanda por um automóvel – quatro rodas e um estepe, cuja produção foi determinada por um Programa Mestre de Produção (Lewis, 1997). Produtos para embalagens são outro exemplo. O controle deste tipo de estoque é sempre mais bem manejado com o planejamento mestre de produção (*Master Production Schedule – MPS)* e com o planejamento de requerimento de materiais (*Materials Requirement Plannning* – MRP – Ballou, 2006). Todos os modelos e políticas de estoques abordados neste capítulo referem-se unicamente a produtos de demanda independente.

Três outras definições de estoques são úteis para o entendimento de políticas de reposição, que serão abordadas na Seção 2.2:

Estoque em mãos ou estoque atual – É o estoque fisicamente disponível nas prateleiras;

Estoque líquido – É o estoque em mãos, menos os pedidos colocados e não atendidos (*back orders*);

Posição de Estoque – É o estoque disponível, definido pela relação

Posição de Estoque = (Em mãos) + (Em trânsito) – (*Back Orders*) – (Comprometido)

O **estoque comprometido** é aquele que está reservado para entrega após o término do tempo de ciclo, que não pode ser atendido com o estoque em mãos ou com o estoque em trânsito do período.

Cabe notar que embora a decisão de colocação de pedidos dependa da posição de estoque, os custos de manutenção de estoques e os custos da falta são calculados a partir do nível de estoque em mãos.

2.1.1
Modelos de Estoques

Modelos de estoque são representações da realidade que servem a um propósito estabelecido. Modelos podem ser descritivos ou normativos; estes últimos prescrevem ações ou decisões que devem ser tomadas a partir dos resultados. Quanto a sua natureza física, estes modelos podem ser (i) esquemáticos ou diagramáticos (mapas, diagramas de fluxos); (ii) matemáticos ou analíticos, que descrevem as relações matemáticas entre custos e quantidades de compra de estoques, por exemplo; (iii) icônicos ou físicos, como as maquetes em arquitetura; (iv) verbais, como os qualificativos lingüísticos utilizados em classificação de estoques multicritérios, por exemplo, e; (v) numéricos, como as planilhas eletrônicas e modelos de simulação, entre outros. Os modelos de estoques em sua grande maioria são modelos normativos, esquemáticos, matemáticos e numéricos. São caracterizados pela parcimônia na escolha e uso de seus componentes ou partes, assim como pela sua abrangência e relevância (Vieira, 2008). Não há modelos de estoques universais e gerais. Eles respondem unicamente a problemas claramente delimitados e devem tratar a integralidade do problema colocado. Ghianni et al (2004) classificam os modelos matemáticos de estoques segundo diferentes critérios, dentre os quais:

Modelos determinísticos ou estocásticos – Em modelos determinísticos, demandas e tempos de reposição são conhecidos com certeza, antecipadamente. O problema abordado nestes modelos é o de balancear diferentes categorias de custos (por exemplo, o custo fixo de aquisição e o custo de manutenção de estoques). Em modelos estocásticos, há incertezas quanto à demanda e tempos de reposição. O problema em modelos estocásticos usualmente reside em buscar garantir um certo nível de serviço ao cliente, estabelecendo, por exemplo, que um cliente tenha uma probabilidade igual ou superior a *x*% de ser atendido. As definições de nível de serviço serão tratadas na seção 2.3. *Diferentes Abordagens para Estoques de Segurança*.

Modelos para produtos de alto e de baixo giro de estoque – O giro de estoque é definido como sendo a proporção entre o preço médio da venda anual de um item e o valor deste item em estoque. Em geral, quanto maior o giro, melhor a gestão de estoque. Itens de alto giro são aqueles de consumo em larga escala. O problema abordado nos modelos de estoque para estes produtos é o de garantir quando os locais de estoque devem ser reabastecidos e qual deverá ser o tamanho de cada pedido. Para os itens de baixa demanda, o principal problema tratado nos modelos de estoques é o de calcular quando e quantos itens comprar em pequenas quantidades devido ao elevado custo de peças de reposição e ao custo elevado de manter estes itens em estoque. Esta distinção será importante por ocasião das discussões de modelos de compras coordenadas e no uso das distribuições de probabilidade utilizadas nos modelos estocásticos (por exemplo, uso de distribuições normais para produtos de alto giro e de distribuições de Poisson para produtos de baixo giro).

Modelos para um ou mais elos na cadeia de suprimento – Os modelos tradicionais são geralmente bem desenvolvidos e comprovados para um único elo da cadeia de suprimentos. Modelos para elos múltiplos, do tipo descrito no capítulo 3, são bem mais difíceis de serem resolvidos exatamente, por métodos analíticos.

Modelos para um ou mais produtos – Quando múltiplos itens são gerenciados simultaneamente, como os cerca de 725 itens do estudo de caso do capítulo 3, aparecem custos e restrições que devem ser otimizados de forma simultânea, não sendo surpresa de que, quando combinado com múltiplos elos da cadeia de suprimento, estes problemas sejam de difícil solução matemática.

2.1.2
Heurísticas

Heurísticas são freqüentemente utilizadas para aqueles casos em que não se pode obter soluções ótimas para minimizar ou maximizar modelos de estoques. Silver (2004) define heurísticas como sendo *um método que, baseado em experiência ou julgamento, parece provável que resulte em soluções razoáveis para um problema, mas que não se pode garantir que produza soluções matematicamente ótimas.*

A figura 2-1, adaptada de Silver (2004), resume a modelagem matemática de situações reais. Modelos e heurísticas situam-se nas etapas 3 e 4.

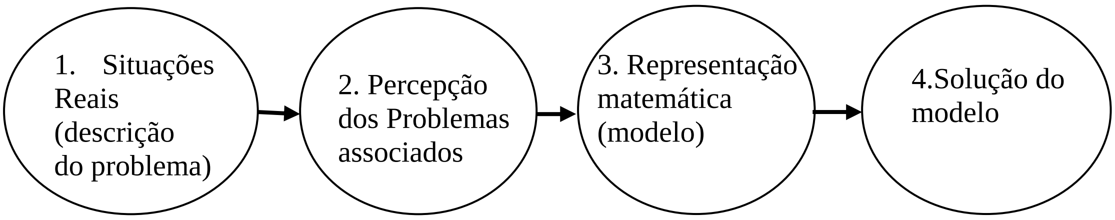

Figura 2-1 – Descrição e modelos matemáticos

A principal razão para se usar uma heurística em vez de um modelo matemático exato reside na dificuldade ou impossibilidade de se obter uma solução ótima para uma formulação matemática que seja uma representação razoável de um problema real. Segundo Silver (2004), três são as situações que conduzem ao uso de heurísticas devido a esta razão principal: (i) uma *explosão* combinatória das variáveis de decisão que poderiam conduzir ao ótimo matemático; (ii) dificuldades de avaliar a função objetivo em presença de variáveis estocásticas (ou de restrições probabilísticas) e; (iii) condições que mudam drasticamente com o tempo, requerendo uma série temporal de soluções, em vez de uma solução simples num momento dado. Outras razões indicadas pelo autor são: (i) facilidade de implantação; (ii) demonstração de melhoria sobre práticas atuais; (iii) resultados podem ser obtidos rapidamente; (iv) heurísticas podem ser mais robustas, menos sensíveis a mudanças que ocorram nos dados de observação ou na formulação do problema original do que métodos matemáticos exatos. Dentre os vários exemplos de problemas que devem ser necessariamente abordados por heurística devido à presença de variações estocásticas, Silver (2004) inclui os problemas de gestão de estoques multi-elos, do tipo descrito no Capítulo 3.

2.2
Principais políticas de estoques para um só produto sob demanda probabilística

O termo **política de estoques** é reservado aos sistemas de controle utilizados. *A política de estoques consiste em normas sobre o que comprar ou produzir, quando atirar* (encomendar) *e quais as quantidades. Inclui também decisões de posicionamento e alocação de estoque em fábricas e centros de distribuição* (Bowersox e Closs, 2001). Para cada política convém definir a estratégia de gerenciamento de estoques. Exemplo de estratégia relevante para o estudo de caso é a centralização e coordenação da política de estoque para itens múltiplos distribuídos por um armazém e vários pontos de distribuição.

As decisões de políticas de estoques são baseadas em custos ou em níveis de serviço ao cliente ou, ainda, numa combinação entre estes dois fatores. Políticas de estoque se distinguem pela forma de revisão de estoques (contínua ou periódica) e pela forma como são calculados os ressuprimentos (lotes fixos ou variáveis). Nos sistemas de revisão contínua, o estoque é monitorado em permanência ou a intervalos curtos de tempo; as decisões de ressuprimento são tomadas de imediato, sempre quando o estoque for estimado suficientemente baixo.

A ordem chega após um intervalo de tempo, *lead time* (L). Este tempo é medido desde a decisão de se colocar a ordem de compra até a chegada do produto nas estantes, incluindo tempos de cálculo de estoques, preparação da ordem, transporte da origem ao destino, trabalhos administrativos e de inspeção nos locais do fornecedor e do destinatário. Na prática, o *lead time* nunca é constante ou igual a zero, variando aleatoriamente entre uma entrega e outra.

A alternativa para ressuprimentos contínuos são os ressuprimentos periódicos, que consistem em rever a posição de estoque a cada intervalo fixo de tempo, por exemplo a cada 2 dias, a cada semana, a cada mês. A posição de estoque deverá cobrir o intervalo de tempo entre duas revisões (R) mais o tempo de *lead time* ($R+L$). No caso de reposição contínua, a posição de estoque deverá cobrir unicamente o *lead time* (L).

Silver e Peterson (1985) definem quatro grandes grupos de políticas de estoques para um produto sob demanda probabilística, resumidos na Tabela 2-1.

Diferentes políticas de estoques são indicadas para diferentes contextos e tipos de estoques. A breve revisão das vantagens e indicações gerais destas políticas, apresentadas a seguir, está apoiada na apresentação de Silver e Peterson (1985).

Sistemas de tipo (s,Q), definidos na tabela 2-1, são de fácil entendimento e operacionalização.

Os sistemas de tipo (s,S), igualmente definidos na tabela 2-1, conduzem a resultados ótimos matematicamente, superiores aos que podem ser obtidos com políticas de tipo (s,Q), porém o cálculo e atualização dos parâmetros os torna proibitivos, exceto para itens mais caros ou mais críticos.

Tabela 2-1 - Tipos de políticas de estoque

Tipo	Sigla	Regras de Decisão
Revisão Contínua, lotes fixos	(s,Q)	Uma quantidade fixa Q é pedida sempre quando a posição de estoque atinja ou ultrapasse o nível de reposição s.
Revisão Contínua, lotes variáveis	(s,S)	Uma quantidade variável é pedida sempre quando a posição de estoque atinge o ponto de reposição s. elevando a posição de estoque a um máximo, S. Devido ao fato de que os estoques situam-se entre s e S, esta política é por vezes chamada de *Min-Max*.
Revisão Periódica, lotes variáveis	(R,S)	Esta política é conhecida também como política de ciclo de ressuprimento: a cada R períodos (ou a cada revisão periódica de estoque) é pedida uma quantidade suficiente para aumentar a posição de estoque para S.
Revisão Periódica, lotes variáveis	(R,s,S)	É uma combinação das políticas (s,S) e (R,S). A cada período fixo R, verifica-se a posição de estoque. Se estiver no ponto de ressuprimento s, ou abaixo deste, pede-se uma quantidade suficiente para que a posição de estoque atinja o nível máximo S.

Políticas periódicas de tipo (R,S) são as mais indicadas para compras coordenadas de vários itens. Elas permitem a atualização periódica do nível máximo de estoque, S, o que é particularmente útil nos casos de demanda variável no tempo. Seu maior inconveniente é o de exigir estoques médios mais elevados do que no caso das políticas contínuas, devido ao período entre ressuprimentos, que se estende a (*R*+*L*) e não unicamente a *L*, como nas políticas continuas.

As políticas de tipo (*R*,*s*,*S*) resultam em custos matemáticos ótimos totais de aquisição, manutenção de estoques e de perda que são inferiores ao de qualquer outro tipo de política (Clark e Scarf, 1960 APUD Silver e Peterson, 1985), porém o cálculo de valores ótimos para os parâmetros são de difícil obtenção. Na prática, este tipo de sistema é mais utilizado com valores de *R* estabelecidos por conveniência dos gestores dos sistemas de abastecimento (Silver e Peterson, 1985). Passa-se a calcular os parâmetros *s* e *S* para um período fixo de reposição, não otimizado. A política de ressuprimento atual de itens da classe C1, apresentada no estudo de caso do Capítulo 3, é um exemplo para *R* = 30 dias.

Regras de decisão e modo de cálculo dos parâmetros de políticas periódicas de tipo (*s*,*Q*) , (*R*,*S*) e (*R*,*s*,*S*) serão apresentadas no Capítulo 3.

Finalmente, cabe lembrar que as políticas de estoques da tabela 2-1 se aplicam a resuprimento de um único item, num único elo da cadeia. Nas últimas décadas, diversos modelos matemáticos e heurísticas foram propostos para a resolução de políticas periódicas de estoques coordenados (Koujha e Goyal, 2008; Nilsson, 2006; Axsäter, 2003). Os problemas abordados por estas políticas são de dois tipos: ressuprimento conjunto de vários produtos, denominado em Pesquisa Operacional como problema de tipo *JRP* (*Joint Replenishment Problem*) e problema multi-elos de um almoxarifado e vários clientes (*One warehouser and N retailers*).

2.3
Diferentes abordagens para estoques de segurança

Os estoques de segurança podem ser calculados baseados nos custos da perda (*B*) ou em considerações sobre o nível de serviço (*P*). Silver e Peterson, (1985) definem sete diferentes critérios para cálculo de estoques de segurança, indicados na tabela 2-2.

Definir um ponto de reposição em políticas de estoques equivale a definir o estoque de segurança desta política (Silver e Peterson, 1985), lembrando que o estoque de segurança é o *estoque em mãos* no final do período de ressuprimento.

A quantidade de estoque de segurança depende da forma como é tratada a falta de estoque entre dois casos extremos: pedidos pendentes no final do período de ciclo são atendidos no próximo ressuprimento (*complete back order*) ou as vendas não atendidas durante o período de ciclo são completamente perdidas (*complete lost sales*). A quantidade do estoque em mãos no final do período será negativa no caso de *back orders* permitidos ou igual a zero se todas as vendas no período de falta de estoque forem perdidas (Silver e Peterson, 1985).

No estudo de caso do Capítulo 3 é utilizado o nível de serviço P_1, definido na Tabela 2-2, para cálculo dos fatores de segurança das fórmulas de estoque, calculado separadamente para cada produto e para cada almoxarifado regional.

Tabela 2-2 - Fatores para cálculo de estoques de segurança

Tipo	Sigla	Descrição
Custo fixo por falta	(B_1)	O único custo associado à falta é um valor fixo, independente da magnitude ou duração da falta. Aplica-se, por exemplo, quando o único custo da falta é o de realizar uma entrega de urgência.
Custo proporcional por unidade em falta	(B_2)	O custo da falta é estimado como sendo igual a uma fração B_2v do item em falta, v sendo o custo variável do item. Se aplica, por exemplo, a situações em que o custo da falta de uma unidade pode ser compensado por horas-extras na produção.
Custo proporcional por unidade em falta por unidade de tempo	(B_3)	O custo da falta é estimado por $/unidade/tempo. Peças de reposição que paralisem a produção por um dado período de tempo são exemplos de aplicação de B_3.
Probabilidade de falta por ciclo de ressuprimento	(P_1)	É a fração do ciclo de ressuprimento durante a qual não há falta de estoque. A falta de estoque ocorre quando o estoque em mãos é igual a zero.
Fração da demanda satisfeita com o estoque em mãos	(P_2)	É a fração da demanda que deverá ser atendida com o estoque em mãos. É equivalente a medida de custos da falta B_3, com a equivalência dada por $P_2 = \left(\frac{B_3}{B_3 + r}\right)$, r sendo o custo de manutenção de

Tipo	Sigla	Descrição
		estoques.
Taxa de disponibilidade (*Ready rate*)	(P_3)	É a fração de tempo durante a qual o estoque líquido é positivo, ou seja, há estoque nas prateleiras. Para distribuições de demanda que seguem uma distribuição de Poisson, $P_3 = P_2$.
Tempo médio entre faltas de estoque	*TMF*	É o tempo decorrido sem falta de estoque líquido. Inversamente, pode-se obter o número de episódios de faltas no ciclo de ressuprimento, calculando o recíproco de *TMF*.

2.4
Classificação ABC de estoques

Diferentes políticas de estoques se aplicam a diferentes tipos de produtos e sistema de distribuição. Silver e Peterson (1985) relacionam as políticas de estoque a classificações de produtos em três classes, ordenadas da mais importante à menos importante: A-B-C. A classificação ABC de estoques decorre da observação feita por Pareto de que 80% da riqueza está concentrada em cerca de 20% da população. Por extensão, cerca de 80% do estoque em valores monetários estão concentrados em cerca de 20% dos produtos em estoque (Silver e Peterson, 1985). As curvas ABC são calculadas geralmente a partir dos valores monetários de uso, obtidos pelo produto entre quantidades distribuídas e valor unitário.

Diferentes tratamentos são dados às diferentes classes de estoques.

2.4.1
Análise classificatória multicritérios

Há ampla evidencia na literatura da associação existente entre classificação de estoques e escolha de políticas de estoques. Políticas e modelos variam para cada classe ou reagrupamento de produtos. Estas classes e as políticas adotadas, dependem das metodologias de classificação, do setor da economia, do tipo de industria e do tipo de produtos (Chakravarty, 1981; Silver e Peterson, 1985; Flores e Whybark,1986, 1987; Cohen e Ernst, 1988; Ernst e Cohen, 1990; Flores et al., 1992; Partovi e Hopton, 1994; Guvenir e Erel, 1998; Zipkin, 2000; Zhang et al.,2001; Partovi e Anandarajan, 2002; Braglia e al,2004; Huiskonen, 2001; Huiskonen et al., 2005; Axsäter, 2006; Chen, 2006; Ramanathan, 2006; Liiv I.,2006; Zhou e Fan, 2007; Ng, 2007, 2008; Chen et al., 2008; Chu et al., 2008).

Outros critérios devem ser utilizados em conjunto com valor de uso, dado que produtos de baixo valor monetário podem ser críticos para as operações de uma empresa (Flores e Whybark, 1986). Análises ABC de estoque que incluam mais de um critério de classificação serão chamadas de ABC multicritério (ABCM). Diversas técnicas de classificação ABCM foram desenvolvidas nas últimas décadas e serão descritas brevemente nesta Seção. Segundo Huiskonen (2001), podem ser classificadas em dois grandes grupos: modelos matemáticos e análise classificatória. Técnicas classificatórias incluem, entre outros, as matrizes multicritério (Flores e Whybark, 1987) e a análise hierárquica de processos (AHP – Flores e al., 1992; Partovi e Hopton, 1994; Braglia et al., 2004). Modelos matemáticos e heurísticas incluem, entre outros, agrupamentos em famílias de produtos (Chakravarty, 1981; Zhang et al., 2001) e programação linear (Ramanathan, 2006; Zhou e Fan, 2006; Wang Lung Ng, 2007), entre outros. A estes dois grandes grupos, acrescenta-se uma terceira classificação: análises estatísticas e heurísticas que visam técnicas eficientes de constituição de grupos. Exemplos são a análise estatística por conglomerados (Cohen e Ernst, 1998) e o uso de técnicas de inteligência artificial - redes neurais (Partovi e Anandarajan, 2002; Huiskonen et al., 2005), algoritmos genéticos (Guvenir e Erel, 1998) e lógica fuzzy (Chu et al., 2008).

O problema abordado pela classificação multi-critérios é um problema de escolhas a partir de uma taxonomia, geralmente tratado sob a designação de problemas de decisão multicritérios (MCDA – *Multicriteria Decision Analysis*), nos quais um Gestor escolhe, ordena e classifica alternativas num conjunto finito segundo dois ou mais critérios (Chen, 2006). O processo classificatório consiste em (i) definir objetivos; (ii) organizá-los em critérios, identificando todas as alternativas e (iii) medir objetivamente as conseqüências de cada alternativa em cada critério. A conseqüência é uma medida objetiva e direta do sucesso de uma alternativa (por exemplo, valor de uso do estoque em Reais) e não inclui informação sobre a preferência do Gestor. A parte mais importante de toda MCDA consiste em obter a preferência do Gestor, sob forma de valores ou de pesos atribuídos aos diferentes critérios e seu ordenamento (Chen, 2006; Chen et al., 2008). Todas as diferentes técnicas de classificação ABCM revistas passam necessariamente pelas três etapas da MCDA: escolha da melhor alternativa; classificação das alternativas em grupos relativamente homogêneos que reflitam uma ordem de preferência (as classes A, B e C, no nosso exemplo) e a ordenação das alternativas, da melhor para a pior (Roy, 1996 APUD Chen, 2006).

Na análise ABCM, estoques são classificados segundo no mínimo dois critérios e regras são estabelecidas para composição dos novos grupos. O conceito pode ser visto claramente na Figura 2-2, adaptada de Flores e Whybark (1986 APUD Chen et al., 2008).

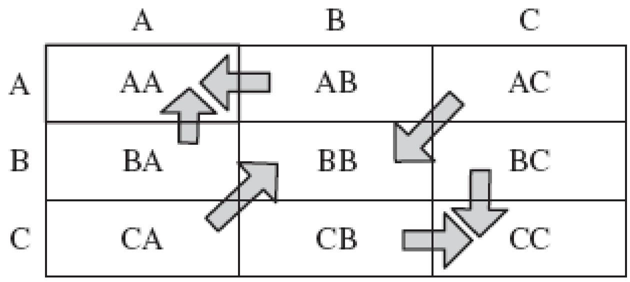

Figura 2-2 - Matriz de classificação multicritérios de Flores e Whybark

As linhas representam as classes ABC baseadas num critério e as colunas representam estas classes baseadas num segundo critério (ou combinação entre *n* critérios). As novas classes são obtidas conforme exemplificado pelas setas da Figura 2-2:

- Uma nova classe AA é formada pela interseção de AA, AB e BA;
- Uma nova classe BB é formada pela intercessão entre BB e as combinações extremas AC e CA;
- Uma nova classe CC é formada pela interseção entre as classes CC, BC e CB.

2.4.1.1
Método matricial de Flores e Whybark

Um trabalho pioneiro para a classificação de estoques baseada em mais de um critério foi publicado por Flores e Whybark (1986), que propuseram um método matricial para a combinação entre um critério adicional e o critério de valor de uso. Os critérios de classificação variam segundo o tipo da indústria. Por exemplo, para atividades de engenharia, fatores como *lead time* e obsolescência são considerados críticos, além do valor de uso. Sugerem igualmente a inclusão dos critérios de facilidade de substituição de produtos (*substitutability)*, de concertos em caso de falhas (*reparability)*, do aspecto crítico para o negócio da empresa (*criticality*) e do uso de um mesmo produto em diferentes processos (*commonality*).

A classificação final é reorganizada seguindo a metodologia da Figura 2-2.

Flores e Whybark (1986) aplicaram o método a uma empresa de manufatura de plásticos no México. Eles afirmam que seu método fornece classificações mais precisas do que o método clássico, porém permite apenas comparações entre dois critérios.

2.4.1.2
Análise Hierárquica de Processos - AHP

A análise hierárquica de processos tem sido utilizada em classificações de estoques por diversos autores, devido, sobretudo, à capacidade de lidar com um grande número de critérios, quantitativos e qualitativos e de transformá-los em uma medida única da preferência do Gestor. As etapas da análise consistem em (Saaty, 1980; Guvenir e Erel, 1998; Braglia e al., 2004):

1. Definir uma hierarquia de critérios para decisão. Esta hierarquia é estruturada em diferentes níveis, com objetivo geral, critérios, sub-critérios e alternativas. Neste ponto é criada uma matriz de comparação dois a dois. O Gestor define a hierarquia de preferências entre pares de critérios de classificação. Sejam os critérios C_i e C_j. É atribuído um escore entre 1 e 9, a cada comparação, sendo 1 para dois critérios de importância igual e 9 quando o critério C_i é absolutamente mais

importante do que C_j. O Gestor pode utilizar qualificativos verbais como “sem importância”, “importante”, “muito importante”. Estes critérios são em seguida traduzidos em escores pelo analista;

2. Verificar a consistência interna da matriz de comparação pela razão de inconsistência de Saaty (1980, APUD Guvenir e Erel, 1998), obtida mediante cálculo de índices de consistência, que calculam quão próximo ou distante a matriz se encontra dos valores médios que seriam obtidos de forma aleatória. Se há inconsistência nas respostas, o Gestor deverá refazer as comparações até que as condições de consistência tabuladas por Saaty sejam satisfeitas (Braglia et al., 2004);
3. Calcular um vetor de prioridades a partir dos dados da matriz obtida em 1, $\mathbf{w} = <w_1, w_2, ..., w_k>$. Os diferentes valores de w são os pesos atribuídos aos diferentes critérios. Os valores de **w** estão compreendidos entre 0 e 1 e sua soma é igual a 1;
4. Trazer todos os critérios à mesma unidade de medida, calculando o escore ponderado de cada item, após transformação dos critérios originais, reduzindo-os a uma escala entre 0 e 1;
5. Classificar, finalmente, os itens de inventário em ordem decrescente da soma ponderada dos critérios, estabelecendo as classes A, B e C.

Dentre as vantagens do método, ressaltam facilidade de uso, possibilidade de comparações verbais, uso de grande número de critérios, ordenamento de prioridades com comparações dois a dois, em vez de ordená-las todas de uma única vez (Braglia et al., 2004; Guvenir e Erel, 1998). Uma das principais desvantagens do método é a de introduzir critérios subjetivos de ordenamento (Ramanathan, 2006; Zhou e Fan, 2006; Wang Lung Ng, 2007; Chu et al., 2008).

2.4.1.3
Modelos de programação matemática linear ponderada

O problema de classificação é definido por Ramanathan (2006) como sendo o de avaliar a performance de diferentes critérios para classificação de produtos em classes ABC. O peso de cada critério é obtido por otimização matemática linear ponderada. Zhou e Fan (2007) propõem uma extensão do método de

Ramanathan e finalmente, Ng (2007) apresenta um modelo alternativo, simplificado algebricamente para uso de médias móveis.

Método de Ramanathan

Ramanathan (2006) propõe o uso de um modelo de programação matemática linear, aplicado a cada item de estoque. A técnica é aplicada à mesma base de dados analisada com a técnica de análise hierárquica de processos – AHP – por Flores et al. (1992). O autor compara os resultados obtidos com estes métodos e com a análise ABC.

Quatro critérios são utilizados: valor médio de uso em $, custo unitário em $, *lead time* variando de 1 a 7 dias e escore de fator crítico (1 para muito crítico, 0,5 para moderadamente critico e 0,001 para não crítico). Todos os critérios são positivamente relacionados com o valor do escore, isto é, quanto maior o valor do critério maior é a chance de que o item seja classificado em A.

O método consiste em obter o valor ponderado dos diferentes critérios por otimização, sujeito à restrição de que a soma de todos os valores ponderados seja superior à zero e igual ou inferior a 1.

O problema assim colocado é um problema clássico de comparação de performances entre centros de decisão, abordado mediante programação matemática linear ponderada (AIMMS, 2007). O autor lembra que este método é equivalente a uma análise envoltória de dados (*DEA – Data Envelopment Analysis* – Charnes et al., 1978 APUD AIMMS, 2007).

Ramanathan (2006) conclui que é difícil comparar os resultados obtidos com os resultados da classificação por valor de uso ou por análise hierárquica, devido às diferenças entre critérios e metodologias. Na análise hierárquica foram atribuídos pesos subjetivos a cada critério, com escores menores para valor de uso e custo unitário do que os atribuídos pela técnica de otimização.

Zhou e Fan (2007) propõem uma extensão do método de Ramanathan. Demonstram que um valor elevado de um critério de baixa relevância pode conduzir a uma classificação errônea deste item na classe A. Na otimização linear ponderada, um item que tenha um valor dominante num critério com relação aos demais itens de estoque, será sempre classificado como A, naquele critério, independente de sua posição no ranking dos demais critérios. Isto pode conduzir a situações em que um item extremamente bem classificado num critério secundário e com valores baixos nos demais critérios seja assim mesmo classificado como A. Propõem uma extensão do método de Ramanathan, acrescentando o cálculo dos valores menos favoráveis para os critérios de cada item. O índice final de classificação é obtido pela média entre os valores mais favoráveis e os menos favoráveis para cada item. A média pode ser ponderada subjetivamente pelos Gestores ou aritmeticamente pelo modelo.

Método das Médias Ponderadas

Ng (2007) propõe uma simplificação do método de Ramanathan (2006). A descrição do problema de otimização linear é feita em termos semelhantes, para classificação de um estoque composto de *I* itens, classificados em *J* critérios. A medição do item *i* sob o critério *j* é notado y_{ij}. O objetivo é o de converter medições múltiplas num único escore para cada item. Como no método de Ramanathan (2006), todas as medidas dos critérios são positivamente relacionadas com o escore do item.

Um modelo alternativo de otimização linear ponderada é então proposto. Os valores dos critérios são transformados numa mesma escala ($0 > y'_{ij} < 1$):

$$y'_{ij} = \frac{y_{ij} - \min y_{ij}}{\max y_{ij} - \min y_{ij}} \quad (2\text{-}1)$$

A contribuição do *j*-ésimo critério do *i*-ésimo item para o escore do item é medido por um peso w_{ij}, não negativo. Os critérios são classificados em ordem decrescente de importância de sua contribuição ao escore do item, de tal forma que $\mathrm{w}_{i1} \geq w_{i2} \geq \ldots \geq w_{ij}$, para todo os itens de estoque. O escore S*i* é a soma ponderada da contribuição de todos os critérios para a classificação do item *i*. O modelo de otimização linear é da forma:

$$\max S_i = \sum_{j=1}^{J} w_{ij} y_{ij}^{'} \qquad \text{s.a.} \qquad (2\text{-}2)$$

$$\sum_{j=1}^{J} w_{ij} = 1, \qquad (1)$$

$$w_{ij} - w_{i(j+1)} \geq 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, (J-1), \qquad (2)$$

$$w_{ij} \geq 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, J. \qquad (3)$$

As restrições (1) e (3) forçam o somatório de todos os pesos para cada item a uma escala 0-1. A restrição (2) garante a ordenação prévia dos critérios por ordem de importância, segundo a preferência do Gestor. Devido a equação (2-1), todas as medições dos valores de cada critério para cada item y_{ij} situam-se entre 0 e 1. Resultam escores ponderados S_i igualmente situados entre 0 e 1.

Após transformações algébricas, o autor demonstra que o modelo pode ser aproximado pelo cálculo de médias parciais dos diferentes valores ponderados dos critérios. O procedimento é simples e se presta a cálculos em planilhas, dispensando o uso de otimizadores lineares. As cinco etapas do método consistem em:

1. Calcular os valores normalizados de cada critério, utilizando a Equação 2-1;
2. Calcular as médias parciais para cada item e para cada critério: $\overline{S}_{ij} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} y_{ij}$, $j = 1, 2, \ldots, J$;
3. Comparar e localizar os valores máximos de cada média parcial para o item i: $\overline{S}_i = \max\left\{\overline{S}_{ij}\right\}$, $j = 1, 2, \ldots, J$;
4. Ordenar os escores $\overline{S}_i$ em ordem decrescente;
5. Agrupar os escores $\overline{S}_i$ em classes A,B,C.

O método é exemplificado em planilha Excel na Tabela 2-3, com os dados originais do problema (Ng, 2008).

Tabela 2-3 - Classificação ABC – Método de Wang Lung Ng

Itens	Critérios			Critérios Transformados			Médias Parciais			Nível Ótimo	Classes ABC	
	Valor de Uso	Custo Unitário	*Lead Time*	Valor de Uso	Custo Unitário	*Lead Time*	Valor de Uso	Custo Unitário	*Lead Time*			
i	y_{i1}	y_{i2}	y_{i3}	y'_{i1}	y'_{i2}	y'_{i3}	$\overline{S}_{i1}$	$\overline{S}_{i2}$	$\overline{S}_{i3}$	$\overline{S}_i$	ABCM	ABC
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]
1	5840,64	49,92	2	1,00	0,22	0,17	**1,00**	0,61	0,46	**1,00**	A	C
2	5670	210	5	0,97	1,00	0,67	0,97	**0,99**	0,88	**0,99**	A	B
3	5037,12	23,76	4	0,86	0,09	0,50	**0,86**	0,48	0,48	**0,86**	A	B
4	4769,56	27,73	1	0,82	0,11	0,00	**0,82**	0,46	0,31	**0,82**	A	C
5	3478,8	57,98	3	0,59	0,26	0,33	**0,59**	0,43	0,40	**0,59**	A	C
6	2936,67	31,24	3	0,50	0,13	0,33	**0,50**	0,31	0,32	**0,50**	A	B
min y_{i1}	25,38	5,12	1									
max y_{i1}	5840,64	210	7									

A coluna (1) relaciona os índices dos diferentes itens de estoque. As colunas (2), (3) e (4) apresentam os valores originais dos critérios ordenados da esquerda para a direita, por ordem decrescente de importância segundo a preferência do Gestor: valor de uso, custo unitário e *lead time*. O critério de nível crítico do item, utilizado por Flores et al. (1992) e por Ramanathan (2006) foi retirado da análise, por tratar-se de variável discreta. Os critérios transformados numa escala de 0 a 1 são calculados nas colunas (5), (6) e (7), mediante aplicação da Equação (2-1). As médias parciais são calculadas nas colunas (8), (9) e (10). Exemplificando com o item 1, sucessivamente, temos 1/1x1,00=1,00; (1/2)x(1,00+0,22)=0,61; (1/3)x(1,00+0,22+0,17)=0,46 para respectivamente j=1, j=2 e j=3. O nível ótimo é obtido na coluna (11), pela maior dentre as médias parciais. No caso do exemplo: 1,00 para o item i=1. As colunas (12) e (13) servem para comparação das classes obtidas pelo método ABCM e ABC tradicional por valor de uso.

2.4.2
Classificação de itens no interior da classe C

Huiskonen et al. (2005) abordam o problema de classificação de itens no interior da classe C e a escolha de políticas de gestão de estoques diferenciadas para estes itens. Devido a sua diversidade, volume e baixo giro, utilizam grande parte do tempo e recursos de Gestão, mesmo quando gerenciados por técnicas simplificadas. Sobretudo, podem ter um papel decisivo de apoio à prestação de serviços. Advogam que itens de classe C em classificações ABC podem vir a demandar nível de serviço e políticas de gestão de produtos A-B, em duas situações específicas:

1. Quando a venda de produtos A-B está associada à venda de produtos C. Esta associação de produtos C aos produtos AB é denominada de papel (*role*) de apoio a produtos A-B;
2. Quando a venda de produtos C é realizada às principais classes de clientes, aqueles que oferecem maior margem de lucro. Esta associação de produtos C a clientes AB é denominada de papel (*role*) de apoio a clientes A-B.

Huiskonen et al. (2005) chamam ao conjunto destas duas situações de papel de apoio de produtos C a serviços, do qual derivam uma regra geral para escolha de políticas de estoques, conforme ilustrado na Figura 2-3.

Este quadro conceitual foi aplicado por Huiskonen et al. (2005) a uma empresa de vendas por atacado, com 1.021 clientes da indústria e do setor de construção civil, para 2.045 produtos. As etapas da análise foram:

1. Segmentação de clientes em três grupos, importante, intermediário e pouco importante, a partir do volume total de vendas;
2. Identificação dos produtos C vendidos aos grupos de clientes definidos em 1;

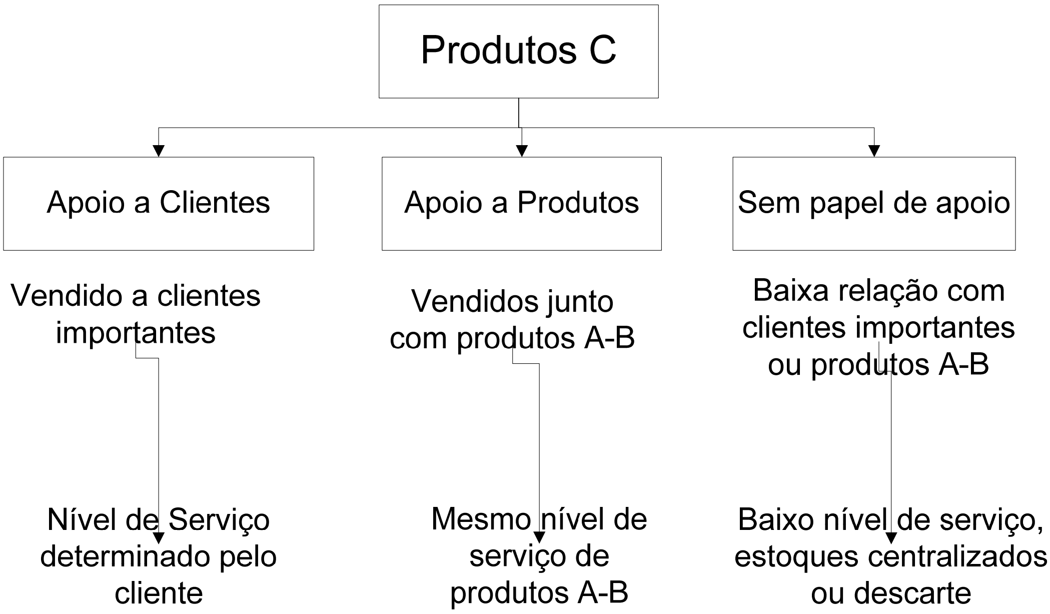

Figura 2-3 - Papel de apoio de produtos C

3. Identificação de clientes de produtos C que demandam alto nível de serviços. Clientes que compram mais de 40% de produtos C localmente foram incluídos nesta categoria.
4. Identificação de Clientes que compram produtos A-B nas mesmas proporções em que compram produtos C: foram utilizados o número de produtos C comprados de forma combinada com produtos A-B e o volume anual de vendas de produtos C para um mesmo cliente.

Os autores identificam clientes A-B mediante análise ABC por valor de uso. O reagrupamento de produtos C nas categorias de apoio a clientes e de apoio a produtos foi realizada mediante aplicação de algoritmo de redes neurais a base de dados de vendas e estoque.

2.5 Gestão de estoques coordenados em elos múltiplos

Problemas de gestão de estoques coordenados em elos múltiplos são geralmente resolvidos por aplicação de heurísticas, devido à complexidade e incertezas no processo de gestão (Silver, 2004). Duas heurísticas são resumidas nesta seção e propostas enquanto políticas alternativas no Capítulo 3.

2.5.1
Heurísticas para Gestão de Estoques Multi-elos

O conceito de estoque de elo foi introduzido por Clark e Scarf (1960). Axsäter e Rossling (1993) demonstram que o estoque de elo resulta geralmente em custos inferiores aos do estoque na instalação, para políticas de estoques de tipo (R,Q), segundo definição de políticas da Tabela 2-1. O diagrama da Figura 2-4, extraído de Zipkin (2000), ajuda a ilustrar o conceito.

O elo do estágio *j* (ou elo *j*) inclui *j* e todos os elos subseqüentes. Os triângulos da Figura 2-4 representam as instalações e seus estoques atendem unicamente aos clientes servidos por esta instalação. Os retângulos representam os elos da cadeia. Os estoques de elo, para o Triângulo 1 da Figura 2-4, por exemplo, incluem os estoques de todos os demais elos subseqüentes (2, 3 e o estoque na instalação 4), e assim por diante para os elos 2 e 3.

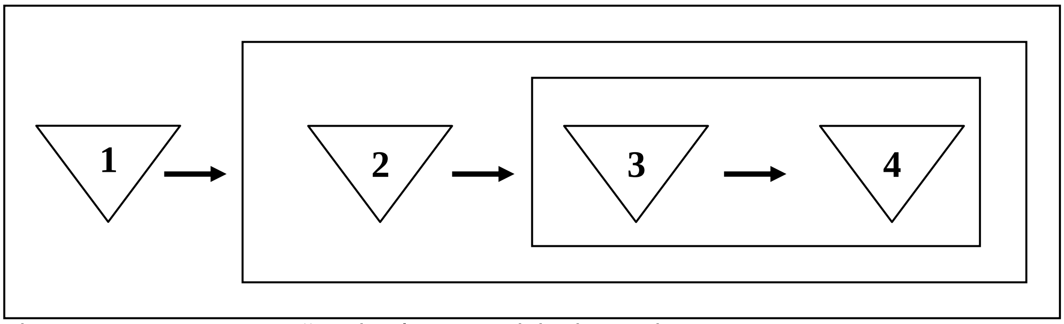

Figura 2-4 - Representações de elos na cadeia de suprimento

O sistema de distribuição do estudo de caso do capítulo 3 é um sistema divergente, do tipo descrito na figura 2-5.

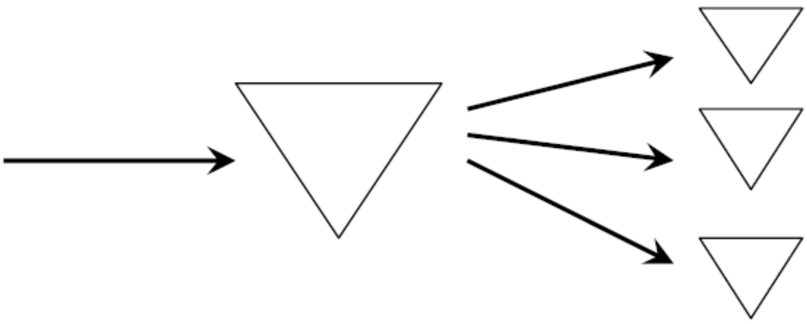

Figura 2-5 - Sistema de distribuição divergente

Num sistema de distribuição divergente cada local de estoque tem no máximo um predecessor (Axsäter, 2003; Nilsson, 2006). Este predecessor pode constituir um estoque de elo, com ganhos de custos substanciais sobre um sistema de estoques na instalação. Este resultado é exato em sistemas em série (cada elo tem um único antecessor e um único sucessor) e em sistemas de linhas de montagem (cada elo pode ter vários antecessores), mas é somente aproximado para sistemas divergentes (Axsäter, 2003). Em casos extremos e em sistemas divergentes (um antecessor e vários sucessores – ver Figura 2-5), foi demonstrado por Axsäter e Juntti (1996) e Axsäter (1997) que estoques na instalação podem ser menos onerosos que estoques de elos. Citando Axsäter (2003): *Para sistemas de distribuição, a melhor política de pontos de reposição de estoques de elos pode superar a melhor política de pontos de reposição de estoques na instalação, mas também pode ser o contrário. Ver detalhes em Axsäter e Juntti (1996) e Axsäter (1997).* Na maioria dos casos, entretanto, pode-se considerar o estoque de elo como sendo uma forma eficiente de gerenciamento de sistemas de estoques multi-elos (Simchi-Levi et al., 2003). Os resultados das mudanças de políticas de distribuição multi-elos com estoques de elos versus estoques na instalação podem ser monitorados com as técnicas de implantação de mudanças que serão descritas na Seção 3.5.

A modelagem matemática do problema de centros de distribuição divergentes, devido à conjugação de incertezas na cadeia, é complexa. O problema de sistemas de distribuição divergente é também designado de problema de Um almoxarifado e *N* revendedores (*One warehouse and N retaillers*).

Retomando a apresentação de Roundy (1985), o problema pode ser descrito a partir de um almoxarifado que é o único fornecedor de *n* revendedores. A demanda ocorre a taxas constantes no local de cada revendedor. Esta demanda deve ser atendida num horizonte infinito, sem rupturas de estoques. Há um custo de manutenção de estoques por unidade em estoque por unidade de tempo e um custo fixo para cada ordem colocada por cada revendedor e pelo almoxarifado central. A demanda, custos de manutenção de estoques e custos de colocação de pedidos são fixos e dependem de cada local. As ordens de compras são entregues imediatamente. O objetivo é o de encontrar uma política com custos médios mínimos ou próximos do mínimo, no longo prazo.

Não há método conhecido para resolução do problema na versão contínua ou na versão discreta de horizonte finito. Diversas heurísticas podem ser testadas para redução de custos em sistemas desta natureza (Nilsson, 2006; Axsäter, 2003). Duas heurísticas são propostas no estudo de caso e descritas a seguir: a heurística de Axsäter, Marklund e Silver (2002) e a heurística de Graves e Willems (Graves, 1996; Graves e Willems, 2003).

Axsäter et al. (2002) propõem uma heurística em duas etapas que resulta em custos bastante próximos do ótimo, respeitadas a configuração e condições que seguem.

As posições de estoque são revistas periodicamente. Todos os eventos ocorrem no início do período, na seguinte ordem:

1. O almoxarifado decide se compra do fornecedor externo;
2. Ressuprimentos externos chegam ao almoxarifado;
3. Estoques em mãos no almoxarifado são separados para cada ponto de distribuição regional (os *revendedores*), no todo ou em parte;
4. Os envios do almoxarifado chegam aos pontos de distribuição regional;
5. A demanda estocástica ocorre nos pontos de distribuição regional unicamente (o almoxarifado central não atende a clientes diretamente; unicamente aos almoxarifados regionais).

Todas as rupturas de estoque são repostas quando as encomendas chegam (não há vendas perdidas). Os custos de manutenção de estoque ocorrem tanto no almoxarifado central quanto nos pontos de distribuição regionais e é proporcional ao estoque em mãos. Cada almoxarifado regional arca com um custo constante de falta por unidade e por período. Não há custo de pedidos ou restrições por ocasião dos envios do almoxarifado central para os ARs. Ressuprimentos do fornecedor para o almoxarifado central são feitos por lotes (por exemplo, por lotes econômicos determinísticos dados na Equação 2-4, ou por múltiplos de caixas de transportes, conforme adotado na Seção 3.4.1.). A demanda estocástica nos ARs é estacionária e independente entre ARs e de um período ao outro.

Esta heurística calcula estoques virtuais para um almoxarifado central e sua redistribuição aos almoxarifados regionais.

Na primeira etapa, os autores adotam a estratégia de estoques virtuais proposta por Graves (1996). Em seguida, conservando estoques de elo num ponto central, realizam ganhos econômicos, descritos na literatura como efeito de *risk* *pooling*. Eppen (1979) demonstrou que o principal efeito da centralização é a redução dos custos de manutenção de estoques e da perda na cadeia de suprimentos, pela centralização dos riscos (*risk pooling*) de que estes custos aumentem ou diminuam em determinadas regiões, ao mesmo tempo. Sob distribuição normal da demanda em cada local de estoque e com custos lineares idênticos de manutenção de estoques e de perda, o aumento da demanda por um determinado produto em algumas regiões é compensado pela diminuição da demanda por este mesmo produto em outras regiões. Eppen (1979) conclui que sob estas condições, tem-se que: (i) custos esperados de manutenção de estoques e da perda em sistemas descentralizados excedem o incorrido em sistemas centralizados e; (ii) se as demandas forem idênticas e não correlacionadas, os custos crescem na proporção da raiz quadrada do número de demandas individuais consolidadas no modelo centralizado. Por exemplo, a redução de 9 almoxarifados para 3 almoxarifados resultaria numa redução de custos de manutenção e da perda de estoques da ordem de $\sqrt{(9/3)} \approx 1,73$ vezes, em comparação com estes mesmos custos na rede de 9 almoxarifados.

Axsäter et al. (2002) comparam a heurística proposta com a abordagem clássica para estoques de elos de Clark e Scarf (1960) em redes seriais. Demonstram por estudos numéricos que em casos de demanda desigual entre ARs e quando ocorrem variações importantes da demanda para cada AR, os ganhos da heurística de estoques de elo em duas etapas (alocação virtual ao almoxarifado central, combinada com alocação aos ARs em duas ocasiões do período de ciclo), podem chegar a uma redução de custos da ordem de 50%. A heurística de Axsäter et al. (2002) requer, todavia, um número elevado de cálculos para estabelecimento de políticas ótimas em redes de varejo de Um almoxarifado e N revendedores. Na aplicação numérica, exemplificam com estimativas simplificadas das distribuições de demanda que requerem cálculos de 3^N distribuições, N sendo o número de revendedores atendidos pelo almoxarifado.

A heurística de estoque de elo proposta por Graves (1996) e Graves e Willems (2003) supõe uma política contínua de estoques. É de formulação relativamente simples e de fácil implantação (Axsäter, 2006).

A heurística de Graves permite extensões para sistemas descentralizados, otimizações para estoques de segurança e políticas periódicas de estoques. Esta heurística é denominada *método de tempos de serviços garantidos* (Graves e Willems, 2003; Axsäter, 2006). Estabelecendo os tempos de serviços necessários para S_j^{out} ou tempo de serviço da instalação j para as instalações abaixo dela na cadeia de suprimentos, níveis pré-estabelecidos de serviços podem ser determinados e os estoques de segurança podem ser calculados para garantir que se atinja até este nível pré-estabelecido. A heurística não prevê mecanismos para flutuações aleatórias da demanda ou dos tempos de entrega que excedam os níveis de serviços pré-fixados pelo Gestor.

O procedimento de reposição de estoque em duas etapas da heurística de Axsäter et al. (2002) e o algoritmo da heurística de tempos de serviços garantidos de Graves e Willems (2003), serão apresentados nas subseções de alternativas à situação atual no Capítulo 3, na Seção 3.3.2.

2.5.2 Mudanças de tempos de ciclo em cadeias multi-elos

Na prática, é comum que se estabeleçam diferentes períodos para entregas escalonadas de itens múltiplos, de um almoxarifado para vários distribuidores. Uma política de estoques bastante empregada em cadeias de suprimentos de redes de varejo é a política periódica de tipo *R*,*S* (Simchi-Levi et al., 2003), definida na seção 2.2, tabela 2-1. Neste tipo de política, todos os itens são pedidos ao mesmo tempo a cada *R* períodos e os ressuprimentos repõem os estoques no ponto máximo *S*. Atkins e Yiogun (1988) comparam duas variantes desta política (para *R* constante e para *R* variando por grupos de produtos) com as políticas coordenadas de tipo (*s*,*c*,*S*). Políticas de tipo (*s*,*c*,*S*) são conhecidas sob a designação de políticas de sistemas contínuos de “poder pedir” (*can order systems*): quando um item atinge o ponto de ressuprimento *s*, investiga-se se os demais itens atingiram o nível *c* ($s > c < S$) e ordena-se ressuprimentos em quantidade suficiente para que a posição de estoque atinja o nível máximo, *S*. Estas políticas podem representar ganhos de até 20% sobre o custo de políticas não coordenadas (Silver e Peterson, 1985). Atkins e Iyogun (1988) demonstraram que as heurísticas de políticas periódicas nas quais todos os itens são pedidos ao mesmo tempo apresentam ganhos de até 50% sobre o custo de políticas do tipo

(s,c,S). Viswanathan (1997) estende o conceito de políticas periódicas coordenadas de Atkins e Iyogun (1988) ao que designa de políticas de tipo $P(s,S)$, ou políticas periódicas de tipo (s,S), nas quais um pedido é colocado para todos os itens ao mesmo tempo até o nível do estoque máximo S, sempre que um dos itens do grupo esteja no ponto de reposição ou abaixo deste no momento da revisão periódica. Aplicando a política $P(s,S)$ ao mesmo conjunto de dados de Atkins e Iyogun (1988), Viswanathan (1997) conclui que políticas de tipo $P(s,S)$ resultam em menores custos do que políticas do tipo (s,c,S) e do que as duas heurísticas de de Atkins e Iyogun (1988).

Uma formulação particular deste tipo de tempo de ciclo entre dois ressuprimentos (T) é conhecida como **políticas de potência de 2**. Cada tempo de ciclo é restrito a ser igual a uma potência de 2, vezes o período de base q. Tomando o mês como exemplo (q = 1 mês): 2^0 = 1 mês, 2^1 = 2 meses, 2^2 = 4 meses, 2^{-1} = 15 dias, 2^{-2} =1/4 de mês ou aproximadamente uma semana.

Sob demanda (D) constante, podemos expressar os lotes de ressuprimento (Q) sob forma de tempos de ciclos, ou seja, $T=Q/D$, com $T^*=Q^*/D$, sendo a solução ótima.

Seja a restrição:

$$T = 2^m q, \text{ para } m \text{ inteiro e } q \text{ fixo} \tag{2-1}$$

Supondo que o tempo T para compras coordenadas multi-itens não possa ser igual à T^*, qual seria o maior incremento em custos que resultaria de se escolher um período de abastecimento *fixo* diferente de T^*?

Considerando o modelo clássico do lote econômico, tem-se que o custo relevante total – CRT (Q) – é dado pela equação 2-2, onde Q é o lote de ressuprimento, v é o custo unitário do produto, r indica o custo de manutenção de estoques, A o custo fixo de colocação do pedido e D representa a demanda (Silver e Peterson, 1985; Saggioro et al., 2001; Ghianni et al., 2004; Axsäter, 2006):

$$CRT(Q) = \frac{Q}{2}vr + \frac{AD}{Q} + Dv \tag{2-2}$$

Harris demonstrou em 1913 (Harris, 1913; Erlenkotter, 1990), que sob certas premissas é possível obter o lote de ressuprimento de custo mínimo, conhecido como lote econômico ou lote de Wilson.

As premissas do lote econômico e sua fórmula de cálculo constituem os fundamentos de modelos de estoques mais sofisticados, sob demanda estocástica. As premissas são (Silver e Peterson, 1985):

1. A taxa de demanda é constante e determinística;
2. As quantidades do lote não precisam ser um número inteiro e não há restrições mínimas ou máximas quanto ao seu tamanho;
3. O custo variável unitário independe do tamanho do lote, em outros termos, não há descontos em preços unitários ou de transporte por quantidades;
4. Os fatores de custo variam pouco no tempo, há pouca ou nenhuma inflação;
5. O item é tratado de forma individual, independente de demais itens de estoque, ignorando todo e qualquer ganho de revisão ou ressuprimento conjunto de estoques;
6. Não há *back orders* (pedidos não atendidos); As quantidades não entregues dentro do período de ressuprimento não são re-entregues no período seguinte;
7. A totalidade da ordem colocada é entregue de uma única vez.

Dado a independência entre lote de ressuprimento e custos variáveis unitários da premissa 3, pode-se negligenciar o último termo à direita da Equação 2-2:

$$CRT(Q) = \frac{Q}{2}vr + \frac{AD}{Q} \tag{2-3}$$

O mínimo de Q é o lote econômico ou lote de Wilson, obtido igualando a derivada primeira de $CRT(Q)$ à zero:

$$\left(\frac{\partial CRT(Q)}{\partial Q}\right) = 0 \Rightarrow \frac{vr}{2} - \frac{AD}{Q^2} = 0 \text{ e}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{vr}} \tag{2-4}$$

Diversas extensões do modelo matemático do lote econômico foram propostas, relevando as restrições impostas pelas premissas (ver Saggioro et al., 2006, para uma revisão detalhada e demonstrações).

Substituindo (2-4) em (2-3), obtemos a expressão do $CRT(Q)$ da Equação (2-5), que é utilizada em demonstrações das propriedades do lote econômico relevantes para a gestão coordenada de estoques multi-itens:

$$CRT(Q^*) = \sqrt{\frac{ADvr}{2}} + \sqrt{\frac{ADvr}{2}} = \sqrt{2ADvr} \tag{2-5}$$

Uma característica do lote econômico, que conduz a sua utilização em diversos modelos e políticas de estoques é sua robustez: erros de 100% no tamanho do lote econômico acarretam erros de no máximo 25% nos custos relevantes totais (Ghianni et al., 2004; Axsäter, 2006).

Nas condições de aplicação do lote econômico, pode-se enunciar a proposição seguinte.

Proposição 1: Para um período de ciclo pré-fixado (*q* constante), o aumento do lote de ressuprimento resultante da mudança para um tempo de ciclo múltiplo de uma potencia de 2, *T*, diferente do tempo de ciclo ótimo, *T, conduz no máximo a um aumento de custos de 6%.**

Diversas variantes da prova deste teorema foram conduzidas por Muksdadt e Roundy (1987), Herer e Roundy (1997), Ferdergruen et al. (1992) e Axsäter (2006).

Segundo Federgruen et al. (1992): *A observação central de que, em modelos de estoques com custos de manutenção lineares e taxas de demanda constantes, um aumento de custo de no máximo 6% resulta quando se restringe a períodos de ciclo que sejam múltiplos de potência de 2 vem desde Brown (1978) (que demonstrou este fato para o modelo de lote econômico para produto único).*

Estes resultados podem ser estendidos a produtos múltiplos e ao problema de Um almoxarifado e *N* distribuidores, sempre quando os tempos de ciclos combinados continuem sendo múltiplos de potencia de 2 (Axsäter, 2006).

Políticas de *potência de 2* são mais próximas dos custos ótimos quando os períodos de ciclo variam por grupos de produtos; o que pode ser enunciado sob forma de proposição.

Proposição 2: Nos casos em que o período q da restrição (2-1) varia, conduzindo a escolha de um tempo de ciclo, $T \neq T^*$, o erro máximo sobre o custo total será de 2%, sempre que *T* seja um tempo de ciclo múltiplo de expoente de base 2.

Provas desta proposição encontram-se em Ferdergruen et al. (1992), Herer e Roundy (1997) e Axsäter (2006).

Citando Herer e Roundy: *Federgruen et al. mostram que a solução para* (*T*) *é um limite inferior para o custo de qualquer política, não unicamente para políticas de potencias de 2. Eles mostram que o custo de uma política de potencia de 2 ótima, fornecida por CRT(Q), é de no máximo 1,021 (ou 1,601 se q é fixo) vezes o valor da solução ótima em (T).*

As implicações destas proposições conduzem à proposta de mudanças na periodicidade das políticas centralizadas de estoques do capítulo 3: um resultado bem estabelecido em modelos de estoques multi-elo é o de que a escolha de períodos de ressuprimento em múltiplos inteiros do período de ciclo ótimo excede os custos relevantes de estoque no máximo em 6% para períodos fixos para todos os produtos e no máximo em 2% para períodos variáveis por grupos de produtos.

Políticas do tipo *potência de 2*, diluem no tempo o impacto sobre o fluxo de caixa das empresas quando comparadas com compras concentradas numa única data. Quando o custo de manutenção de estoques excede o custo de colocação de pedidos, o incremento esperado de custos em relação aos custos ótimos, da ordem de 2 a 6%, é amplamente compensado em contextos de altas taxas de juros e por conseqüência, de altos custos de manutenção de estoques.