

2 Teoria

2.1. Polarização e representação Jones

A óptica eletromagnética ou teoria eletromagnética da luz classifica e trata a luz da mesma forma que os demais tipos de radiação eletromagnética, ou seja, através das equações de Maxwell. A polarização é um dos fenômenos cujo conceito só é compreendido através da interpretação eletromagnética da luz [2,3].

Um feixe de luz monocromática que se propaga no espaço livre é uma onda transversal eletromagnética (TEM), ou seja, os campos elétrico (E) e magnético (H) são perpendiculares à direção de propagação, aqui representada pelo vetor k . Na figura 1, podemos observar um caso particular da onda TEM, no qual o campo elétrico oscila apenas no eixo x e o campo magnético apenas no eixo y . Se, imaginarmos a projeção do vetor do campo elétrico no plano xy , vamos perceber que, no caso da figura 1, o pico da projeção traça o desenho de um movimento idêntico ao MHS (movimento harmônico simples). Este desenho representa, por definição, a polarização da luz. No caso da figura 1, a onda é polarizada no eixo x .

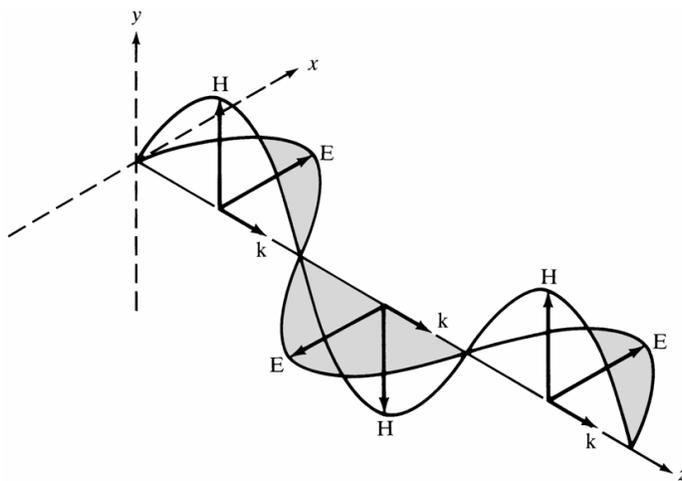


Figura 1 - Onda plana se propagando na direção positiva do eixo z . Fonte: Keiser, G. "Optical Fiber Communications". McGraw-Hill, 2000.

A expressão geral para o campo elétrico de uma onda TEM que se propaga na direção positiva do eixo z é dada por:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= E_x(t)\hat{a}_x + E_y(t)\hat{a}_y \\ &= E_{x0} \cos(\omega t - kz + \phi_x)\hat{a}_x + E_{y0} \cos(\omega t - kz + \phi_y)\hat{a}_y\end{aligned}\quad (2.1)$$

nos quais \hat{a}_x e \hat{a}_y são vetores unitários correspondentes aos eixos x e y .

E o que vai definir o tipo de polarização se linear, circular ou elíptica, é o valor relativo das amplitudes E_x e E_y e das fases ϕ_x e ϕ_y . Assim, teremos basicamente três tipos de polarização:

- Polarização linear

Quando uma das componentes E_x ou E_y for nula (polarização vertical ou horizontal), ou quando as fases forem iguais $\phi_x = \phi_y = \phi$ ou com sinais invertidos $\phi_x = \phi_y + \pi$.

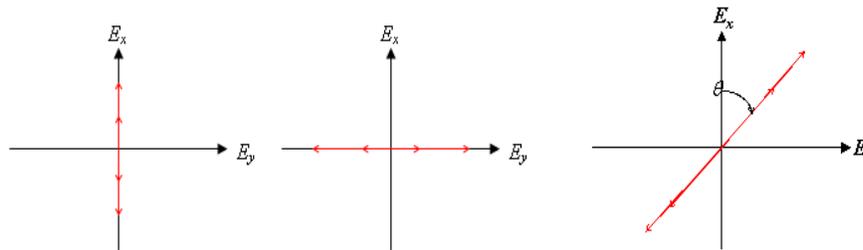


Figura 2 - Ilustração das polarizações linear vertical, horizontal e a um ângulo θ .

- Polarização Circular

Quando as componentes E_x e E_y forem iguais e diferença de fase de $+\pi/2$ (polarização circular à direita, figura 3a) ou $-\pi/2$ (polarização circular à esquerda, figura 3b).

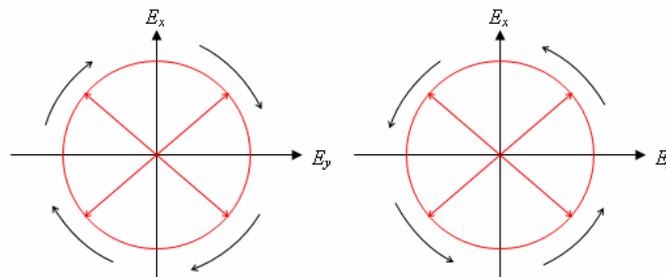


Figura 3 - Ilustração das polarizações circular à direita e circular à esquerda.

- Polarização elíptica

Todos os outros casos com diferenças relativas de amplitudes entre E_x e E_y e de fase não abrangidos pelas polarizações lineares ou circulares.

O *Vetor de Jones*, eq.2.2, é constituído da representação fasorial para as componentes E_x e E_y ,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{j\phi_x} \\ E_{0y} e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

e como a intensidade do campo não interessa na determinação do estado de polarização, podemos trabalhar com vetores de Jones normalizados. Além disso, para determinar o estado de polarização basta sabermos a defasagem, ou fase relativa, entre as componentes. Assim, as fases absolutas e individuais das componentes E_x e E_y podem ser omitidas, então, podemos escrever o vetor de Jones apenas em função da relação entre as amplitudes dos campos e da defasagem das componentes:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{j\delta} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde:

$$\delta = \phi_y - \phi_x \quad (2.4)$$

$$\chi = \tan^{-1} \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) \quad (2.5)$$

Nessa representação, $0 \leq \chi \leq \pi/2$ e $0 \leq \delta < 2\pi$. Note que o vetor de Jones da expressão (2.3) possui módulo unitário, portanto representa um sinal de luz de intensidade unitária.

Acima, vimos a representação da luz polarizada na forma de um vetor de Jones. Já o comportamento dos componentes ópticos em geral pode ser representado por um operador linear no espaço de estados de polarização. Seja, portanto, T a representação matricial do operador linear que descreve um

dispositivo óptico e seja SOP_{in} um vetor de Jones representando o estado de polarização da luz na entrada do dispositivo. O estado de polarização da luz na saída do dispositivo será dado por:

$$SOP_{out} = T \cdot SOP_{in} \quad (2.6)$$

Onde T é uma matriz 2x2, chamada de Matriz de Jones. Se a luz estiver atravessando uma série de dispositivos de matrizes de Jones dadas por T_1, T_2, \dots, T_n , o estado de polarização emergente será:

$$SOP_{out} = T_n \cdot T_{n-1} \cdot \dots \cdot T_2 \cdot T_1 \cdot SOP_{in} \quad (2.7)$$

2.2. Parâmetros de Stokes e Representação de Poincaré

Quando se trata de representar resultados experimentais, muitas vezes, a forma de Jones pode não ser tão prática, pois a mesma é válida somente para a luz polarizada. Outra característica da representação de Jones é que os estados de polarização são obtidos em função das amplitudes das componentes E_x e E_y do campo elétrico e não pela intensidade da luz. Já os parâmetros de Stokes possuem a vantagem de representar, também, a luz não-polarizada. Os vetores de Stokes consistem apenas de números reais, sendo que cada um deles possui um significado físico bem definido. A notação utilizada para representar a luz em termos dos parâmetros de Stokes é:

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ I_E - I_D \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Nos quais I_x e I_y são as intensidades das componentes lineares da onda nos eixos x e y respectivamente; I_{+45° e I_{-45° são as intensidades das componentes lineares da onda ao longo dos eixos à 45° dos eixos x e y; I_E e I_D são as

intensidades das componentes circularmente polarizadas à esquerda e à direita respectivamente. O parâmetro S_0 representa a intensidade total do sinal de luz, isto é, a soma das intensidades das componentes polarizada e não-polarizada:

$$S_0 = I_{polarizada} + I_{n\tilde{a}o-polarizada} \quad (2.9)$$

Como, em geral, a luz não é 100% polarizada, não podemos negligenciar a intensidade não polarizada. A expressão 2.10 define o grau de polarização (DOP), que é a relação entre a intensidade de luz polarizada e a intensidade total de luz:

$$DOP = \frac{I_{polarizada}}{I_{polarizada} + I_{n\tilde{a}o-polarizada}} \quad (2.10)$$

Normalizando os parâmetros de Stokes, fazendo:

$$\frac{S_1^2}{S_0^2} + \frac{S_2^2}{S_0^2} + \frac{S_3^2}{S_0^2} = \frac{I_{polarizada}^2}{S_0^2} = \left(\frac{I_{polarizada}}{I_{polarizada} + I_{n\tilde{a}o-polarizada}} \right)^2$$

podemos obter,

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = DOP^2 \quad (2.11)$$

no qual cada $s_i = \frac{S_i}{S_0}$ é chamado o parâmetro de Stokes normalizado, cuja soma dos quadrados é unitária para o caso da luz totalmente polarizada. Tais grandezas representam as componentes de um vetor unitário, que para a luz polarizada, formam a base para a representação dos estados de polarização por meio de uma representação geométrica chamada esfera de Poincaré. Em [2], podemos observar, com bastante clareza, a dedução para a seguinte relação:

$$\begin{cases} s_1 = DOP \cdot \cos 2\chi \\ s_2 = DOP \cdot \sin 2\chi \cos \delta \\ s_3 = DOP \cdot \sin 2\chi \sin \delta \end{cases} \quad (2.12)$$

nas quais $0 \leq \chi \leq \pi/2$ e $0 \leq \delta < 2\pi$. Assim, para a luz totalmente despolarizada temos:

$$s_1 = s_2 = s_3 = 0 \quad (2.40)$$

que representa um ponto na origem da esfera. E para a luz totalmente polarizada, temos:

$$\begin{cases} s_1 = \cos 2\chi \\ s_2 = \sin 2\chi \cos \delta \\ s_3 = \sin 2\chi \sin \delta \end{cases} \quad (2.13)$$

correspondendo à superfície de uma esfera.

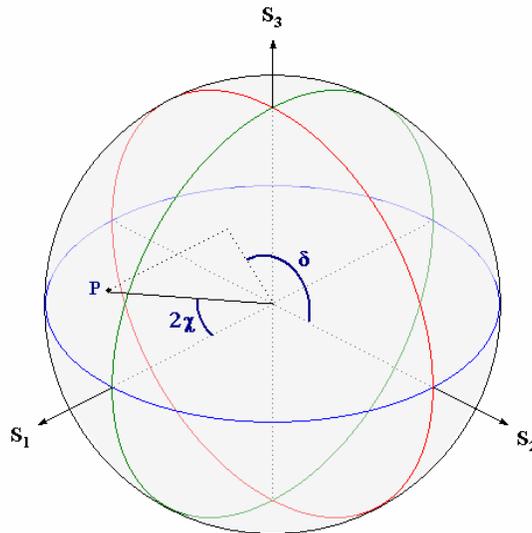


Figura 4 - Ponto P na esfera de Poincaré e suas coordenadas esféricas 2χ e δ . Figura retirada de [2].

A esfera de Poincaré possui uma correspondência biunívoca entre cada ponto em sua superfície ou interior e cada estado de polarização.

2.3. Birrefringência e PMD

Birrefringência, como o nome já sugere, é a característica de um material óptico possuir dois índices de refração (duas refrefringências) para as polarizações ortogonais da onda, ou seja, diz-se que um material é birrefringente quando ele possui índices de refração diferentes para polarizações diferentes. A birrefringência nada mais é que a anisotropia da fibra e é, em geral, formada pela assimetria do guia. Para estruturas bem definidas, existem dois estados de polarização ortogonais que não sofrem alteração enquanto se propagam. Chamamos esses estados de *auto-estados* ou *estados próprios* da estrutura. Quando os auto-estados são lineares, dizemos que o material apresenta *birrefringência linear*, e quando são circulares, dizemos que o material apresenta *birrefringência circular*. Quando os dois tipos de birrefringência coexistem no mesmo meio, os auto-estados são elípticos. A matriz 2.14 é uma representação genérica de um dispositivo ou meio que apresente birrefringência linear. Observando que, no caso do dispositivo não apresentar ganhos ou perdas, os autovalores de T possuirão norma 1 e a matriz representará um operador unitário [2].

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_u x_0^2 + \lambda_v y_0^2 & (\lambda_u - \lambda_v) x_0 y_0 \\ (\lambda_u - \lambda_v) x_0 y_0 & \lambda_u y_0^2 + \lambda_v x_0^2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

onde os autovetores são normalizados, ou seja,

$$x_0^2 + y_0^2 = 1 \quad (2.15)$$

Um tipo especial de fibra óptica é a de alta birrefringência (ou Hi-Bi), que é fabricada com eixos ortogonais de birrefringência bem definidos e homogêneos ao longo da fibra. Tal característica mantém a polarização da luz na fibra quando ela é lançada em um desses eixos de birrefringência, porém, quando a luz é lançada em um ângulo qualquer, parte da luz é acoplada proporcionalmente em cada um dos eixos, e, como o índice de refração em cada eixo é diferente, as ondas com polarizações diferentes viajam com velocidades diferentes. A diferença entre os tempos de propagação entre as ondas acopladas nos dois eixos é chamada de atraso diferencial de grupo (DGD – *Differential Group Delay*).

Na concatenação de elementos birrefringentes, como uma fibra normal, existe sempre um par de estados de polarização na entrada ou saída do conjunto de elementos, que é em primeira ordem invariante na frequência (ω). Esses dois estados são chamados de estados principais de polarização (*Principal States of Polarization - PSP*). Quando um sinal é lançado em um PSP e outro em seu complemento ortogonal, observar-se uma DGD entre eles [4].

A dispersão dos modos de polarização, (*PMD – Polarization Mode Dispersion*), é um efeito de natureza aleatória já muito conhecido e abordado na literatura em geral [5 - 10] onde se encontram detalhadamente descritos desde os aspectos físicos até o tratamento estatístico da PMD.

Definição (vetor PMD):

A direção do vetor PMD $\vec{\Omega}$ é alinhada ao PSP lento, ou seja, o PSP que tem o maior atraso. O comprimento do vetor PMD $|\vec{\Omega}|$ é a DGD entre os PSPs rápido e o lento [4].

Em fibras monomodo normais utilizadas em enlaces de comunicações ópticas, a PMD é causada pela birrefringência residual no processo de fabricação ou por tensões externas assimétricas que podem acontecer no encablamento ou na instalação dos cabos de fibra. Variações no ambiente externo, como temperatura e ventos (no caso das fibras aéreas), podem fazer a birrefringência variar aleatoriamente ao longo da fibra. Assim, a PMD pode ser entendida como uma concatenação de defasadores com birrefringências distintas e acoplados com ângulos aleatórios, como consequência disso, o pulso de luz se alarga temporalmente em relação aquele enviado pelo transmissor causando assim uma distorção do sinal [52].

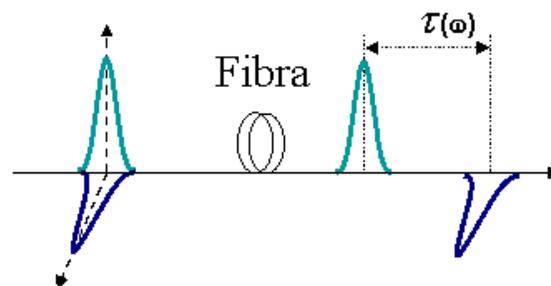


Figura 5 - Comportamento típico do pulso óptico em presença de uma fibra com PMD.

A PMD de 1ª ordem está relacionada com o valor do DGD em uma determinada frequência óptica. Entretanto, a aleatoriedade das birrefringências causadas por fatores externos nas fibras normais faz com que os estados principais de polarização (PSP), e o DGD, variem ao longo do tempo, bem como nas frequências ópticas [11]. Estas variações do DGD fazem com que a chamada PMD de 1ª ordem, em uma fibra normal, seja encarada como uma grandeza estocástica, em outras palavras, a PMD de 1ª ordem de uma fibra é o valor médio da DGDs aleatórias no tempo e frequência.

A PMD de 2ª ordem (SOPMD) é dada pela variação do vetor DGD em relação à frequência óptica, assim, ele também dependerá da largura de banda da fonte óptica no transmissor. Como a PMD é uma grandeza vetorial, a SOPMD tem duas componentes. A primeira grandeza da SOPMD é conhecida como despolarização, que é a mudança na direção do vetor PMD com o comprimento de onda. A segunda componente da SOPMD é a dependência da polarização em relação à dispersão cromática (PDCD). Estatisticamente, a SOPMD é correlacionada com o nível de DGD, pois a magnitude da componente de despolarização da SOPMD aumenta com a DGD de forma linear. Assim, se a DGD aumentar, a SOPMD também aumenta. Além disso, como a SOPMD depende da largura de banda da modulação do sinal, isso significa que, se aumentarmos a taxa de bits transmitidos, a SOPMD também aumentará.

O vetor SOPMD é dado por:

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}_{\omega} &= \frac{d\vec{\Omega}}{d\omega} \Delta\omega = \frac{d}{d\omega} [\Omega \hat{p}] \Delta\omega \\ &= \hat{p} \frac{d\Omega}{d\omega} \Delta\omega + \Omega \frac{d\hat{p}}{d\omega} \Delta\omega \\ &= \vec{\Omega}_{\omega\parallel} + \vec{\Omega}_{\omega\perp}\end{aligned}\tag{2.16}$$

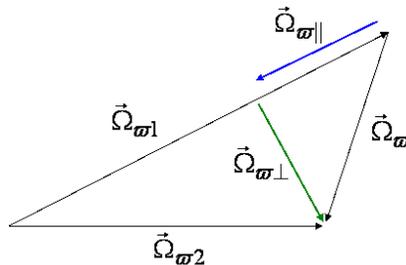


Figura 6 - Representação gráfica do vetor SOPMD e suas componentes.

no qual Ω é o vetor PMD na frequência óptica ω , Ω_{ω} é o vetor SOPMD composto das componentes PDCD $\Omega_{\omega||}$ e das componentes de despolarização $\Omega_{\omega\perp}$.

Na figura 7, podemos observar, através do resultado de uma medição de longa duração a variação do valor da DGD no tempo e na frequência óptica. É fácil observar que ocorrem variações maiores do que 1ps, para uma diferença de 1nm entre comprimentos de onda.

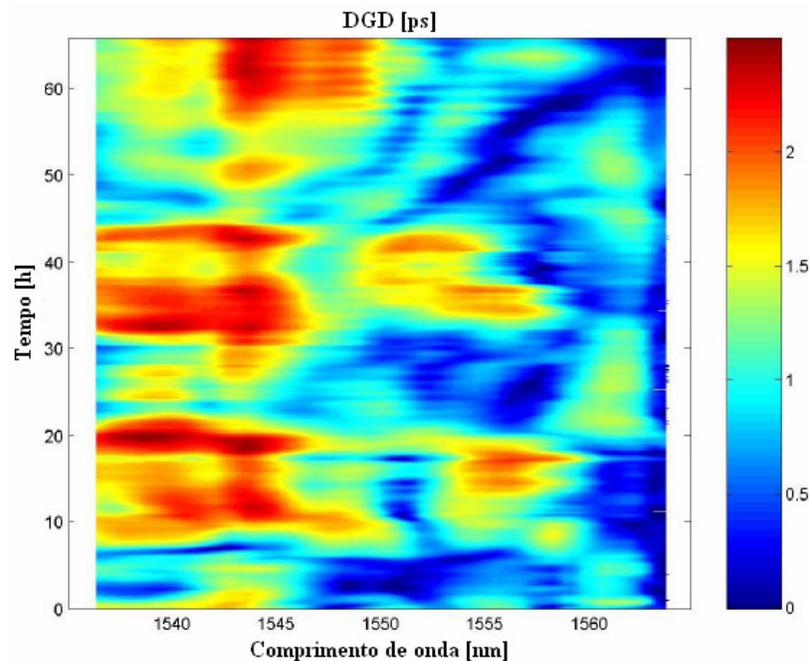


Figura 7 - Medida típica da variação da DGD no Tempo e no comprimento de onda. A direita barra de valores da DGD. Figura retirada de Adaptif_Component_Testing.pdf – Adaptif Photonics.

2.4. Qual a importância de se compensar a PMD?

Atualmente, com a crescente demanda e o aumento do tráfego nos sistemas ópticos, valores de PMD, que antes poderiam ser negligenciáveis, hoje podem se tornar problemas. Um estudo feito, em uma amostra de mais de 2000 fibras instaladas entre 1998 e 2000, durante a expansão das telecomunicações no

Brasil [12], mostra que 19% das fibras possuem um coeficiente de PMD maior que $0,5\text{ps/km}^{1/2}$.

Obviamente, o planejamento, com o aumento do rigor em relação aos parâmetros da fibra, pode ser o melhor caminho para a mitigação, não só dos efeitos da PMD, mas de muitos outros efeitos indesejados. Porém, muitas vezes, o mercado ainda não dispõe de uma tecnologia que permita a fabricação e instalação de fibras e cabos com coeficientes tão baixos. Atualmente, fibras com tais valores de PMD já começaram a configurar problemas em diversas rotas em todo o mundo. Devemos considerar também que os gastos para a instalação de um cabo óptico são extremamente altos e o tempo de uso dos mesmos deve ser o maior possível, atingindo décadas, para que se justifiquem tais investimentos. Para exemplificar esse problema, muitas das fibras instaladas em 2000 são plenamente compatíveis com sistemas de 622Mb/s e 2,5Gb/s utilizados na época. Mas em menos de dez anos, as taxas de transmissão comerciais utilizadas atingem 10Gb/s ou 40Gb/s. Segundo um estudo apresentado, em 2008, por G. Raybon e P. J. Winzer [13], a demanda de tráfego IP (*Internet Protocol*) em grandes enlaces ultrapassará 100Gb/s por canal DWDM até 2010 em países desenvolvidos, o que exige um esforço ainda maior em viabilizar tais sistemas. Também, de acordo com uma estatística feita em dois de nossos trabalhos publicados [14, 15], verificamos que um valor de $0,05\text{ps/Km}^{1/2}$ (figura 8), por exemplo, é regularmente encontrado em enlaces ópticos ainda mais recentemente instalados (2005).

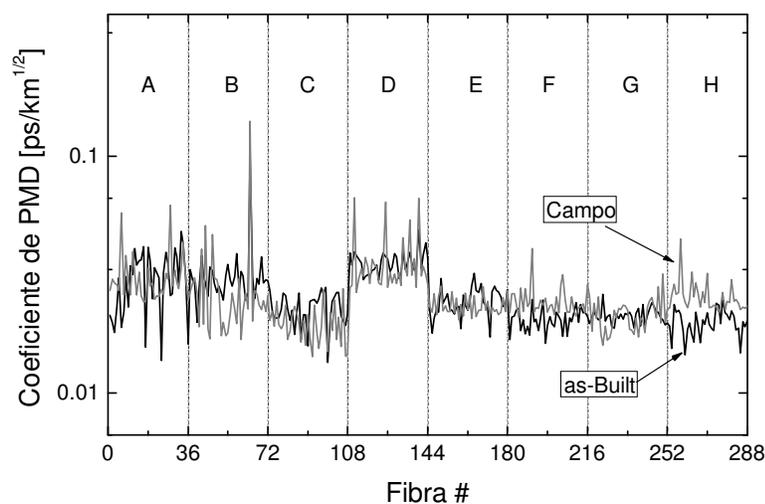


Figura 8 – Medidas de campo e *as-built* feitas em fibras instaladas 2005 mostram regularmente coeficientes de PMD de $0,05\text{ps/km}^{1/2}$.

Esse valor pode parecer adequado, porém, devemos lembrar que a PMD é um efeito estatístico, que segue uma distribuição maxwelliana, assim, a DGD pode atingir valores instantâneos de até três vezes o valor da PMD, com uma frequência não negligenciável. Se considerarmos, por exemplo, um enlace de 500 km, teremos uma PMD total de, aproximadamente, 1,12ps, o que, em casos extremos, pode levar a uma DGD de 3,36ps, o que representa mais de 10% do *bit slot* de um sistema de 40Gb/s, levando o mesmo a severos erros, principalmente se modulado em NRZ. Uma observação óbvia é que, se tais problemas já podem ser encontrados para esta taxa, o que podemos esperar para o padrão de 100Gb/s com um *bit slot* de 10ps? Certamente um enlace com sistemáticas visitas às elevadas taxas de erro e até perda de sincronismo devido aos efeitos da PMD.

Além disso, devemos lembrar que muitos países desenvolvidos têm uma rede de fibra extremamente capilarizada, porém antiga, justificando assim um investimento no desenvolvimento de um equipamento ou técnicas de transmissão, imunes à PMD, que permita utilizar as redes já disponíveis.

2.5. O funcionamento básico do compensador óptico de PMD

Para compensar a PMD de um enlace, basicamente, devemos inverter os atrasos das ondas que se propagam nas polarizações opostas, ou seja, alinhar a onda com a polarização que chega primeiro (rápida) no eixo de propagação mais lento da linha de atraso e vice-versa, conforme ilustrado na fig. 9. As linhas de atraso podem ser elementos de fibra de alta birrefringência [16] ou outras como LiNbO_3 e redes de Bragg [17 - 19] com seus eixos alinhados através de controladores de polarização entre cada secção. No nosso caso, utilizaremos uma ou mais secções de fibra de alta birrefringência.

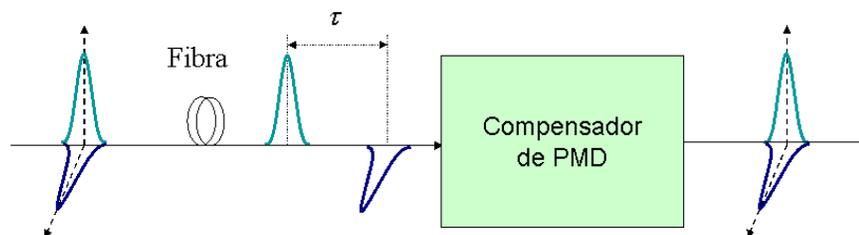


Figura 9 - Ilustração do realinhamento temporal entre as duas polarizações, resultando na compensação da PMD do enlace.

A figura 10 mostra os esquemas básicos das linhas de atraso fixas com uma secção e linhas de atraso dinâmicas com duas e três secções (compostas por fibras de alta birrefringência) e controladores de polarização para orientar os eixos do elemento de alta birrefringência em relação aos eixos.

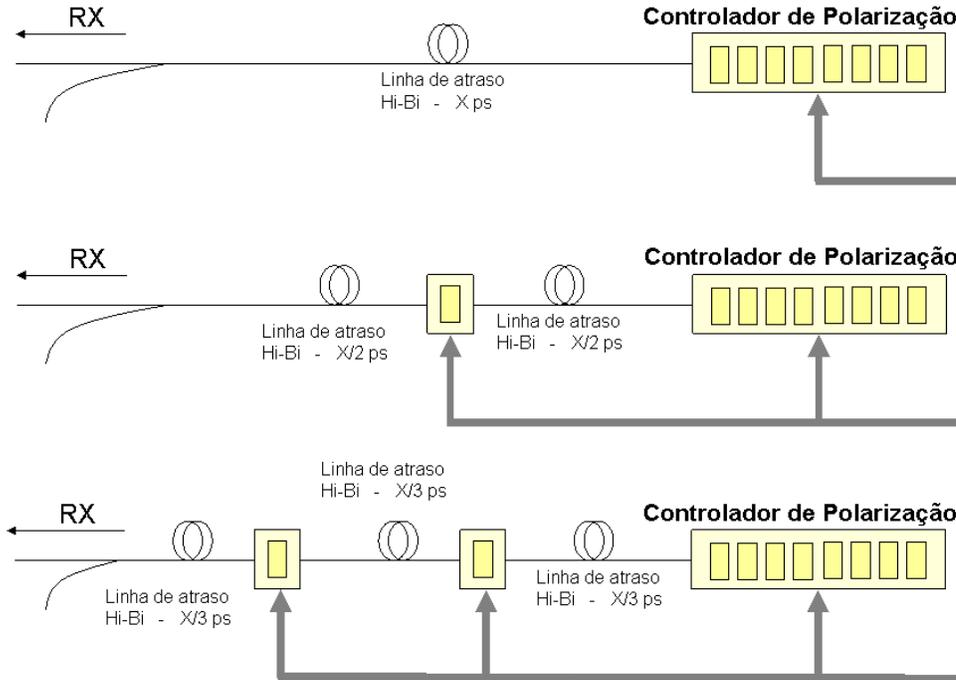


Figura 10 - Esquema de diferentes versões de linha de atraso na saída do controlador de polarização principal do compensador.

A PMD de 1ª ordem é representada na esfera de Poincaré por um vetor PMD representado por Ω e por um estado de polarização de entrada SOP_{in} , conforme mostra a figura 11. Os parâmetros do enlace são o DGD ($|\Omega_e|$) e o ângulo φ entre o SOP_{in} e Ω_e . O vetor PMD do compensador Ω_c tem tamanho fixo para o caso da linha de atraso fixa e sua orientação é determinada pelo controlador de polarização de maneira a maximizar a qualidade do sinal após o compensador.

A condição da PMD na saída do sistema é representada em primeira ordem pelo vetor PMD total ($\Omega_{tot} = \Omega_e + \Omega_c$) e por φ_{tot} . Durante o funcionamento o compensador tentará minimizar o DGD total ($|\Omega_{tot}|$) ou φ_{tot} [7, 16, 20 - 22]. Isto equivale dizer que os eixos do elemento de birrefringência irão se contrapor ao PSP de saída do enlace (minimização do $\Omega_{tot} = \Omega_e + \Omega_c$) ou os eixos do PSP do

conjunto formado por $\Omega_e + \Omega_c$ coincidirão com o SOP_{in} de maneira que o ângulo φ_{tot} tenda a zero.

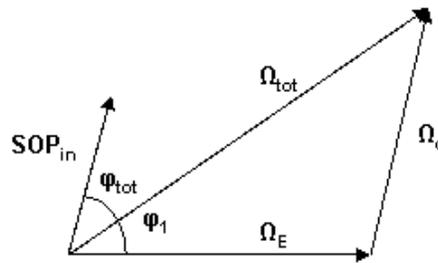


Figura 11 - Ilustração vetorial da compensação de PMD.

2.6.

A importância do sistema de controle de polarização nas comunicações quânticas

O bit é a unidade fundamental da teoria de informação clássica digital, enquanto o análogo quântico foi batizado de qbit, isto é, quantum bit. Nas comunicações quânticas, os bits são codificados em um dos graus de liberdade de uma entidade quântica como a fase ou a polarização de um fóton.

Nos sistemas de comunicações quânticas codificados por polarização, um bit quântico (qbit) é atribuído a um SOP de um fóton único transmitido [23]. Neste caso, o remetente da mensagem escolhe aleatoriamente uma de duas bases independentes, que são mutuamente não ortogonais, e o receptor deve ler os dados, usando um procedimento semelhante. Obviamente, qualquer rotação aleatória de polarização, causada ao sinal, tornaria a transmissão de estados quânticos impossível, a menos que um controle completo da polarização, capaz de controlar simultaneamente múltiplos estados de polarização, possa ser realizado.

No caso mais geral, cada par de entrada e saída de estados de polarização devem ser mantidos idênticos (ou relacionados por uma transformação unitária fixa) ao longo do tempo. O papel de tal sistema de controle de polarização é inserir uma transformação unitária imediatamente antes do receptor tal que a matriz de Jones do sistema global (fibra + controlador) seja a matriz identidade. Tal equipamento deve ser capaz de realizar esta operação, sem interferir no canal quântico.

No caso de um sistema de controle de polarização de um SOP, o equipamento tem como referência a intensidade da luz projetada em um dos eixos de um polarizador na recepção. O procedimento consiste então em maximizar essa intensidade, o que acontece apenas quando a saída do equipamento se alinha ao eixo do polarizador. No entanto, a outra componente da polarização do sinal pode girar livremente em torno do eixo alinhado como ilustrado na figura 12a. Assim, nesta tese, apresentamos um esquema de controle da polarização, que emprega dois sinais de referência não ortogonais multiplexados em frequência com o sinal a ser controlado.

Cada um dos sinais referência transmitidos são alinhados a 45° (ou 90° na esfera de Poincaré) entre si, e são utilizados para gerar um sinal de realimentação, resultado da intensidade da luz nos detectores, que, através de controladores de polarização manuais, são alinhados a 45° entre si. Assim, cada sinal de realimentação é usado para executar a compensação da polarização em torno de um determinado eixo na esfera de Poincaré. Considerando que a utilização de apenas um sinal de referência restringe o controle de polarização para um eixo, qualquer SOP de saída pode ser mapeado, em uma entrada original, utilizando, então, um par de sinais de referência não ortogonais, conforme ilustrado na figura 12b.

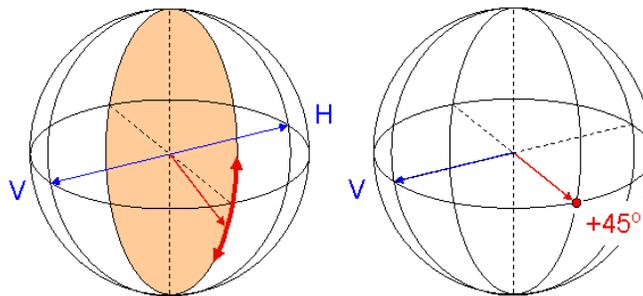


Figura 12 (a e b) – Ilustração de um sinal com apenas um SOP e com dois SOPs não ortogonais.

Esta foi a primeira vez que um controle completo de polarização foi realizado utilizando as intensidades dos sinais de referência como sinais de realimentação para o controle da polarização. A viabilidade da transmissão dos

sinais de realimentação pelos canais laterais, em função da distância entre os canais e da PMD da fibra, será discutida e demonstrada posteriormente.

2.7. Teoria do controle

O controle total de qualquer estado de polarização pode ser obtido se os dois estados de polarização não ortogonais, denominados S_1 e S_3 , forem enviados através da fibra como estados de referência. Podemos escolher, por exemplo, sem perda de generalidade, os estados de polarização horizontal e linear a 45° , respectivamente, que são estados não-ortogonais canonicamente conjugados. Na outra extremidade do enlace colocamos um controlador de polarização que realiza uma série de duas rotações, R_1 e R_3 , levando o SOP de saída para o estado desejado. A matriz de Jones T representa a transformação ao longo da fibra, logo o nosso sistema de controle requer que o seguinte sistema de equações seja obedecido:

$$\begin{cases} R_1 T S_1 = S_1 \\ R_3 S_1 = S_1 \\ R_3 R_1 T S_3 = S_3 \end{cases} \quad (2.17)$$

Assim, o papel das transformações unitárias, R_1 e R_3 é a de anular os efeitos da birrefringência da fibra para os SOPs de entrada S_1 e S_3 , respectivamente. Note que R_3 não tem qualquer efeito sobre S_1 , o que significa que é uma rotação em torno do seu eixo na esfera Poincaré. As duas primeiras linhas da eq. (2,17) podem ser reescritas na forma matricial como segue:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\phi} \end{pmatrix} T^{-1}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\theta} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

onde ϕ and θ podem ser quaisquer valores entre 0 e 2π . Substituindo esse resultado com a terceira equação de (2,17), obtemos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j(\theta+\phi)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

a equação (2,19) é obedecida, se e somente se, $\theta + \phi = 0$ ou múltiplos de 2π .

Isto significa que R_3R_1T deve ser igual a identidade, ou equivalentemente, $R_3R_1 = T^{-1}$, que mostra claramente que o efeito do controlador de polarização é cancelar as rotações de polarização geradas por T . Assim, qualquer estado de polarização que passe através da fibra e dos dois rotatores, R_1 e R_3 , será preservado.

Naturalmente, os sinais e as referências têm a mesma frequência óptica e o sistema de controle deve diferenciá-los para realizar as rotações corretas. Isso é facilmente feito pela multiplexação no tempo das referências e do sinal ou por *dithering* no sinal e nas referências em diferentes frequências e posterior filtragem no receptor.

Embora este método possa controlar com precisão todos os estados de polarização enviados pela fibra, a co-propagação de sinais de referência juntamente com o canal quântico é muito problemática. A taxa de extinção das referências deve ser extremamente elevada para permitir a contagem dos fótons no canal quântico, sem excessivas contagens de ruído.

Uma abordagem alternativa é enviar os sinais de referência em diferentes comprimentos de onda, em co-propagação ou contra-propagação em canais laterais. Esses canais também podem ser simultaneamente utilizados para sincronizar o transmissor com o receptor e enviar informações não criptografadas entre eles. Com essa técnica, a qualidade da filtragem é elevada, pois a qualidade dos atuais filtros de multiplexadores densos em comprimento de onda (*DWDM – Dense Wavelength Division Multiplexer*) é boa o suficiente para assegurar o isolamento necessário.

A sincronização da transmissão com canais laterais, para a distribuição de chaves quânticas, foi alcançada em experimentos anteriores [24]. Mesmo utilizando um sistema sem controle, esse experimento mostrou a viabilidade da transmissão de qbits em um canal quântico adjacente a um canal clássico. Obviamente, flutuação da birrefringência, que é o assunto do nosso sistema de controle, também é responsável pela diferença entre o canal de sinal, que será chamado de S_2 , e os dois canais referência, S_1 e S_3 . Entretanto, vamos mostrar

que, se a PMD da fibra não for demasiadamente alta, uma boa qualidade de controle pode ser obtida.

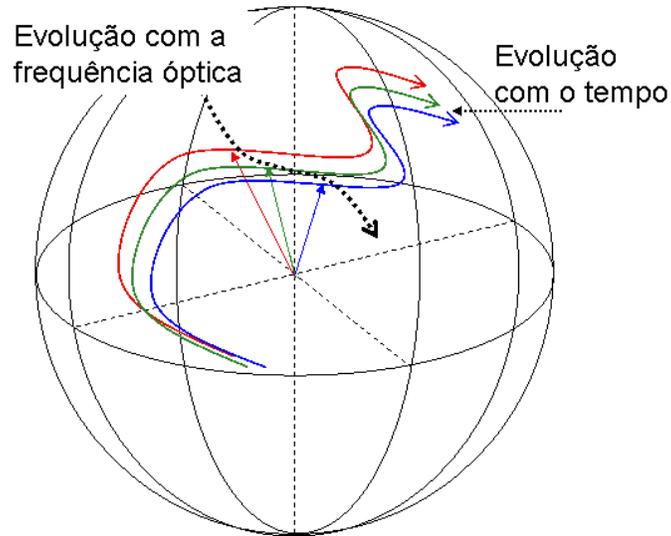


Figura 13 - Ilustração da evolução da polarização na esfera em relação a variação da frequência óptica e da birrefringência com o tempo.

Vejamos agora a formulação para a polarização S_2 do sinal, com comprimento de onda ω_0 , a ser controlado empregando os sinais de referência, S_1 e S_3 , em diferentes comprimentos de onda, dado por $\omega_1 = \omega_2 - \Delta\omega$ e $\omega_3 = \omega_2 + \Delta\omega$, respectivamente. É, igualmente, importante sublinhar a dependência de T com o comprimento de onda, $T = T(\omega)$. Assim, obtemos um novo sistema de equações (2.20):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 T(\omega_1) S_1 = S_1 \\ R_3 S_1 = S_1 \\ R_3 R_1 T(\omega_3) S_3 = S_3 \end{array} \right. \quad (2.20)$$

procedendo igualmente ao caso monocromático e observando que $T(\omega_3) = T(\omega_1) + 2\Delta\omega (\partial T / \partial \omega)$, obteremos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j(\theta+\phi)} \end{pmatrix} \left(I + 2\Delta\omega T^{-1} \frac{\partial T}{\partial \omega} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

onde T^{-1} e $\partial T/\partial \omega$ são calculados em ω_1 . A mesma solução encontrada para o caso monocromático, ou seja, $\theta + \phi = 0$ ou múltiplos de 2π , ainda é válida se a condição abaixo for obedecida:

$$2\Delta\omega \left\| T^{-1} \frac{\partial T}{\partial \omega} \right\| \ll 1 \quad (2.22)$$

Como a norma da matriz (2.21) é justamente a metade do valor da DGD $\tau/2$ [25], a condição pode ser re-expressa como $\tau \Delta\omega \ll 1$.