6
Transmissão CDMA por Blocos com Codificação Espaço-Temporal e Reversão Temporal em Canais Seletivos em Freqüência

No capítulo anterior foi proposto e analisado um sistema de transmissão CDMA por blocos com codificação espaço-temporal de Alamouti. O sistema apresentado segue uma abordagem similar à apresentada em [28] para sistemas DS-CDMA e realiza a codificação espaço-temporal antes dos símbolos serem espalhados por duas seqüências de espalhamento diferentes, garantindo assim a eliminação de auto-interferência.

Neste capítulo uma outra estrutura para um sistema de transmissão CDMA por blocos com codificação espaço-temporal de Alamouti é proposta. Neste sistema a codificação espaço-temporal é realizada após o espalhamento dos símbolos transmitidos. O espalhamento é realizado apenas por um código por usuário, porém, a reversão temporal realizada por meio de matrizes de permutação no transmissor/receptor garante o cancelamento da auto-interferência e permite explorar a propriedade dos códigos de Alamouti de decodificar cada símbolo separadamente usando receptores projetados para canais SISO, coisa que não é possível com o sistema apresentado no capítulo anterior, onde o receptor deve ser projetado para sistemas MIMO.

Como parte deste capítulo, é apresentada uma análise do ganho de diversidade máximo que pode ser obtido neste sistema e condições para atingir tal ganho são obtidas. Finalmente, um receptor MMSE com *decision directed* é apresentado e simulações são realizadas para comprovar numericamente os resultados.

Parte deste trabalho foi apresentado em [49] e [50].

6.1
Modelo do Sinal

O modelo discreto do sistema de transmissão no enlace direto empregado neste capítulo é representado na Fig. 6.1. Este esquema usa duas antenas na transmissão e uma antena na recepção, embora um número maior de antenas possa ser utilizado com um combinador apropriado, tal como o *maximal ratio* *combining*, (MRC). No sistema proposto cada usuário transmite símbolos $s_k(i)$ que são primeiro espalhados pelo código de espalhamento $\boldsymbol{c}_k$, $\|\boldsymbol{c}_k\|^2 = 1$. Assume-se que os símbolos complexos, $s_k(i)$, pertencem a uma constelação com média zero e energia média de símbolo unitária e são estatisticamente independentes. Os códigos de espalhamento são compostos por N chips por símbolo.

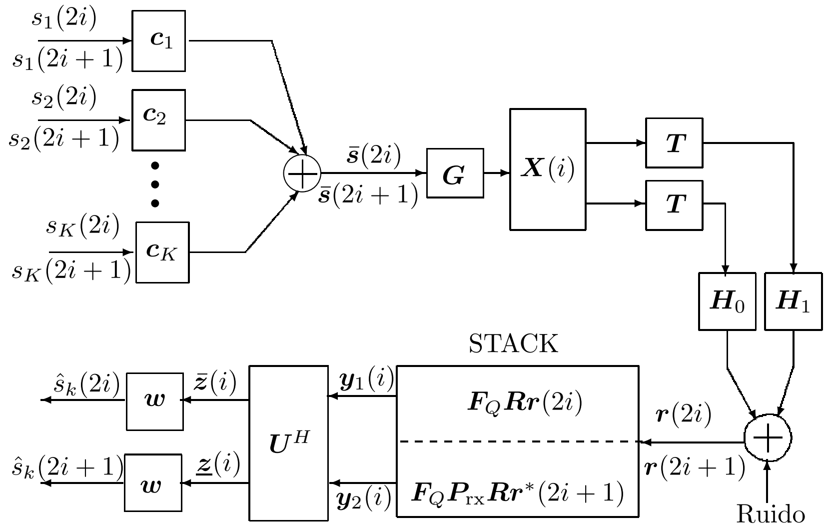

Figura 6.1: Sistema de transmissão CDMA por blocos com codificação espaço-temporal e reversão temporal.

Antes da codificação espaço-temporal, a modulação em portadora única ou multiportadora é implementada pela matriz $\boldsymbol{G}$ de tamanho $N \times N$. Para o caso de multiportadora a matriz $\boldsymbol{G}$ é definida como $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{F}_N^H$ onde $\boldsymbol{F}_N$ é a matriz de tamanho $N \times N$ que implementa a transformada discreta de Fourier de N-pontos, normalizada, tal que $\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{F}_N = \boldsymbol{F}_N\boldsymbol{F}_N^H = \boldsymbol{I}_N$ e $\boldsymbol{I}_N$ é a matriz identidade de dimensão N. No caso de portadora única $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I}_N$.

Se definimos $\boldsymbol{C} = \sqrt{\tilde{E}_s}\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$, onde $\tilde{E}_s = (E_1 + E_2 + \cdots + E_K)/K$ é a energia média transmitida, E_k é a energia transmitida para usuário k, $\boldsymbol{\rho} = \mathrm{diag}(\rho_1\ \rho_2\ \cdots\ \rho_K)$, $\rho_k = \sqrt{E_k/2\tilde{E}_s}$ e $\bar{\boldsymbol{C}} = [\boldsymbol{c}_1\ \ \boldsymbol{c}_2\ \cdots\ \boldsymbol{c}_K]$, então a matriz de codificação espaço-temporal mapeia os vetores $\bar{\boldsymbol{s}}(i) = \sum_{k=1}^{K}\sqrt{E_k/2}\boldsymbol{G}\boldsymbol{c}_k s_k(i) = \boldsymbol{G}\boldsymbol{C}\boldsymbol{s}(i)$, como

$$\boldsymbol{X}(i) = \begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{s}}(2i) & \boldsymbol{P}_{\mathrm{tx}}\bar{\boldsymbol{s}}^*(2i+1) \\ \bar{\boldsymbol{s}}(2i+1) & -\boldsymbol{P}_{\mathrm{tx}}\bar{\boldsymbol{s}}^*(2i) \end{pmatrix} \tag{6-1}$$

onde $\boldsymbol{s}(i) = [s_1(i)\ \ s_2(i)\ \ \cdots\ \ s_K(i)]^T$, $\boldsymbol{P}_{\mathrm{tx}}$ é uma matriz de permutação de dimensão $N \times N$ que depende do sistema empregado, como será detalhado na seção seguinte.

Antes da transmissão, intervalos de guarda são inseridos pela matriz $\boldsymbol{T}$, de tamanho $M \times N$, onde $M = N + L_g$ e L_g é o tamanho do intervalo de guarda. Conforme comentado no Capítulo 2, os intervalos de guarda mais comuns são o prefixo cíclico (CP) e o preenchimento de zeros (ZP) e as matrizes $\boldsymbol{T}$ correspondentes são dadas por:

$$\boldsymbol{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times (N-L_g)} \,|\, \boldsymbol{I}_{L_g} \\ \boldsymbol{I}_N \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_N \\ \mathbf{0}_{L_g \times N} \end{bmatrix}.$$

A resposta impulsional do canal desde a antena de transmissão j ($j = 1, 2$) ao receptor é modelada como um filtro FIR de L taps, cujos ganhos são as amostras da envoltória complexa da resposta ao impulso do canal. Assumindo que durante dois intervalos de símbolo cada resposta multipercurso do canal permanece constante, isto é, $\boldsymbol{h}_j(2i) = \boldsymbol{h}_j(2i+1) = [h_{j,0}(2i) \ldots h_{j,L-1}(2i)]^T$, $\mathbb{E}\left[\|\boldsymbol{h}_j(2i)\|^2\right] = 1$, a transmissão através do canal MIMO multipercurso pode ser representada pelas matrizes de Toeplitz de tamanho $M \times M$, $\boldsymbol{H}_j(2i)$, $j = 0, 1$, cuja primeira coluna é $[h_{j,0}(2i) \ \ldots \ h_{j,L-1}(2i) \ 0 \ \ldots \ 0]^T$.

Como a transmissão é no enlace direto, os usuários experimentam as mesmas condições de canal. Assim, os vetores recebidos coletados durante dois intervalos de tempo consecutivos, podem ser expressos por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}(2i) &= \boldsymbol{H}_0(2i)\boldsymbol{T}\overline{\boldsymbol{s}}(2i) \\ &\quad + \boldsymbol{H}_1(2i)\boldsymbol{T}\overline{\boldsymbol{s}}(2i+1) + \boldsymbol{n}(2i) + \boldsymbol{\eta}(2i) \\ \boldsymbol{r}(2i+1) &= \boldsymbol{H}_0(2i)\boldsymbol{T}\boldsymbol{P}_{\text{tx}}\overline{\boldsymbol{s}}^*(2i+1) \\ &\quad - \boldsymbol{H}_1(2i)\boldsymbol{T}\boldsymbol{P}_{\text{tx}}\overline{\boldsymbol{s}}^*(2i) + \boldsymbol{n}(2i+1) \\ &\quad + \boldsymbol{\eta}(2i+1) \end{aligned} \tag{6-2}$$

onde $\boldsymbol{n}(i)$ é um vetor de ruído gaussiano complexo de média zero e matriz covariância $\mathbb{E}\left[\boldsymbol{n}(i)\boldsymbol{n}^H(i)\right] = N_0\boldsymbol{I}_M$, N_0 é a densidade espectral do ruído e $\boldsymbol{\eta}(i)$ representa a interferência interbloco (IBI).

Para sistemas com intervalo de guarda prefixo cíclico, o receptor deve remover o intervalo do sinal recebido para eliminar a IBI. No caso ZP, isto não é necessário. Esta operação é implementada pela matriz $\boldsymbol{R}$, onde $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_{zp} = \boldsymbol{I}_M$ para sistemas ZP e $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N \times L_g} | \ \boldsymbol{I}_N]$ para sistemas CP.

Finalmente, a decodificação espaço-temporal é realizada empilhando os vetores recebidos como

$$\boldsymbol{y}(i) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_1(i) \\ \boldsymbol{y}_2(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{R}\boldsymbol{r}(2i) \\ \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{P}_{\text{rx}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{r}^*(2i+1) \end{bmatrix} \tag{6-3}$$

onde $Q = N$ para sistemas CP e $Q = M$ para o caso ZP, $\boldsymbol{P}_{\text{rx}}$ é uma matriz de permutação de dimensões $Q \times Q$ cuja escolha depende do sistema empregado, como será detalhado na seção seguinte, e $\boldsymbol{F}_Q$ é uma matriz de tamanho $Q \times Q$ que implementa a transformada discreta de Fourier de Q pontos, normalizada, tal que, $\boldsymbol{F}_Q^H\boldsymbol{F}_Q = \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{F}_Q^H = \boldsymbol{I}_Q$.

6.2 Definição de Matrizes e Projeto do Receptor

A escolha das matrizes $\boldsymbol{G}$, $\boldsymbol{T}$ e $\boldsymbol{R}$ para os quatro sistemas enfocados neste trabalho, são aquelas sumarizadas na Tab. 2.1, e seu uso resulta em propriedades interessantes, descritas na Seção 2.2 aqui repetidas e ampliadas para englobar o modelo sendo analisado.

p1) Nos sistemas CP, $\boldsymbol{R}_{cp}\boldsymbol{H}_(2i)\boldsymbol{T}_{cp}$ é uma matriz Toeplitz circulante de dimensão $N \times N$, da forma:

$$\mathbb{H}_j(2i) = \begin{pmatrix} h_{j,0}(2i) & 0 & \dots & 0 & h_{j,L}(2i) & h_{j,L-1}(2i) & \dots & h_{j,1}(2i) \\ h_{j,1}(2i) & h_{j,0}(2i) & 0 & \ddots & 0 & h_{j,L}(2i) & \dots & h_{j,2}(2i) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{j,L-1}(2i) & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & h_{j,L}(2i) \\ h_{j,L}(2i) & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_{j,L}(2i) & \cdots & \cdots & \cdots & h_{j,0}(2i) \end{pmatrix}$$

p2) Nos sistemas ZP, $\boldsymbol{R}_{zp}\boldsymbol{H}_j(2i)\boldsymbol{T}_{zp} = \mathbb{H}_j(2i)\boldsymbol{T}_{zp}$ onde $\mathbb{H}_j(2i)$ é uma matriz Toeplitz circulante de dimensão $M \times M$. Esta igualdade é decorrente do fato de $\boldsymbol{R}_{zp} = \boldsymbol{I}_M$ e pela estrutura de $\boldsymbol{T}_{zp}$.

p3) Seja uma matriz Toeplitz e circulante $\mathbb{H}_j(2i)$ de tamanho $Q \times Q$ como em p1) e p2), $\mathbb{H}_j(2i)$ pode ser diagonalizada como $\mathbb{H}_j(2i) = \boldsymbol{F}_Q^H\boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{F}_Q$, onde $\boldsymbol{\Lambda}_j(2i)$ é uma matriz diagonal construída com a transformada discreta de Fourier de Q pontos da resposta impulsiva do canal, $\boldsymbol{h}_j(2i)$, isto é, $\boldsymbol{\Lambda}_j(2i) = \mathrm{diag}(\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L}\boldsymbol{h}_j(2i))$, onde $\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L}$ é matriz formada pelas L primeiras colunas da matriz que implementa a transformada discreta de Fourier de Q pontos, não normalizada.

Por outro lado as matrizes de permutação reais $\boldsymbol{P}_{\mathrm{tx}}$ e $\boldsymbol{P}_{\mathrm{rx}}$ são tomadas do conjunto $\{\boldsymbol{P}_\tau^{(n)}\}_{n=0}^{\tau-1}$, onde τ denota a dimensão de $\boldsymbol{P}$ [41]. Cada $\boldsymbol{P}_\tau^{(n)}$ realiza um deslocamento cíclico reverso que depende de n, quando aplicado a um vetor de tamanho τ.

Estas matrizes têm duas propriedades interessantes, mostradas a seguir:

p4) Pré- e pós- multiplicando uma matriz circulante, $\mathbb{H}_j(2i)$, por $\boldsymbol{P}_\tau^{(n)}$ resulta $\mathbb{H}_j^T(2i)$, isto é, $\boldsymbol{P}_\tau^{(n)}\mathbb{H}_j(2i)\boldsymbol{P}_\tau^{(n)} = \mathbb{H}_j^T(2i)$ e $\boldsymbol{P}_\tau^{(n)}\mathbb{H}_j^*(2i)\boldsymbol{P}_\tau^{(n)} = \mathbb{H}_j^H(2i)$ [41].

p5) $\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{P}_N^{(0)} = \boldsymbol{P}_M^{(N)}\boldsymbol{T}_{zp}$ [42].

As cinco propriedades acima descritas permitem simplificar o sistema como segue. Usando (6-2) podemos escrever (6-3) como

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}(i) &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_0)\boldsymbol{s}(2i) + \boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_1)\boldsymbol{s}(2i+1) \\ \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_0)\boldsymbol{s}(2i+1) - \boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_1)\boldsymbol{s}(2i) \end{bmatrix} \\ &\quad + \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{R}\boldsymbol{n}(2i) \\ \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{P}_{\text{rx}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{n}^*(2i+1) \end{bmatrix}}_{\bar{\boldsymbol{n}}(i)} \end{aligned} \tag{6-4}$$

onde

$$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}_j(2i)\boldsymbol{T}\boldsymbol{G}\boldsymbol{C} \tag{6-5}$$

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_Q\boldsymbol{P}_{\text{rx}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{H}_j^*(2i)\boldsymbol{T}\boldsymbol{P}_{\text{tx}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{C}. \tag{6-6}$$

Note que o termo $\boldsymbol{\eta}(i)$ em (6-2), que é devido a IBI, é removido pela operação conjunta das matrizes $\boldsymbol{T}$ e $\boldsymbol{R}$. Assim como no caso do canal SISO do Capítulo 2, o intervalo de guarda deve ser ao menos igual à ordem do canal de forma a evitar a IBI, isto é, $L_g \geq L-1$ [5].

MC CDMA CP

Se escolhemos $\boldsymbol{P}_{\text{rx}} = \boldsymbol{P}_{\text{tx}} = \boldsymbol{P}_N^{(0)}$ e usando p1), p4) e p3) temos:

$$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-7}$$

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-8}$$

onde $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{C} = \sqrt{\tilde{E}_s}\bar{\boldsymbol{V}}$ e $\bar{\boldsymbol{V}} = \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$.

MC CDMA ZP

Se escolhemos $\boldsymbol{P}_{\text{rx}} = \boldsymbol{P}_M^{(N)}$ e $\boldsymbol{P}_{\text{tx}} = \boldsymbol{P}_N^{(0)}$, e usando p2) temos $\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_N\mathbb{H}_j(2i)\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_N\boldsymbol{P}_M^{(N)}\mathbb{H}_j^*(2i)\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{P}_N^{(0)}\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{C}$. Agora, usando p5), p4) e p3)

$$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-9}$$

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-10}$$

onde $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{F}_N^H\boldsymbol{C} = \sqrt{\tilde{E}_s}\bar{\boldsymbol{V}}$ e $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{F}_N^H\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$.

SC CDMA CP

Se escolhemos $\boldsymbol{P}_{\text{rx}} = \boldsymbol{P}_{\text{tx}} = \boldsymbol{P}_N^{(0)}$ e usando p1), p4) e p3) temos:

$$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-11}$$

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{F}_N\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-12}$$

onde $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{F}_N\boldsymbol{C} = \sqrt{\tilde{E}_s}\bar{\boldsymbol{V}}$ e $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_N\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$.

SC CDMA ZP

Se escolhemos $\boldsymbol{P}_{\text{rx}} = \boldsymbol{P}_M^{(N)}$ e $\boldsymbol{P}_{\text{tx}} = \boldsymbol{P}_N^{(0)}$, e usando p2) temos $\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_M\mathbb{H}_j(2i)\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{P}_M^{(N)}\mathbb{H}_j^*(2i)\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{P}_N^{(0)}\boldsymbol{C}$. Agora, usando p5), p4) e p3)

$$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-13}$$

$$\boldsymbol{f}_1(\boldsymbol{H}_j) = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{C} = \boldsymbol{\Lambda}_j^*(2i)\boldsymbol{V} \tag{6-14}$$

onde $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\boldsymbol{C} = \sqrt{\tilde{E}_s}\bar{\boldsymbol{V}}$ e $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$.

6.2.1
Projeto do Receptor

Usando os resultados anteriores, (6-4) pode ser expressa para os quatro sistemas, como:

$$\boldsymbol{y}(i) = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_0(2i) & \boldsymbol{\Lambda}_1(2i) \\ -\boldsymbol{\Lambda}_1^*(2i) & \boldsymbol{\Lambda}_0^*(2i) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Lambda}(2i)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i) \\ \boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i+1) \end{bmatrix} + \bar{\boldsymbol{n}}(i) \tag{6-15}$$

onde $\boldsymbol{\Lambda}_j(2i)$, $j = 0, 1$, são matrizes diagonais como definidas na seção anterior, $\boldsymbol{V}$ é uma matriz de dimensão $Q \times K$, também definida anteriormente para cada sistema. Note-se que o vetor de ruído $\bar{\boldsymbol{n}}(i)$ em (6-4) e (6-15) é ainda gaussiano complexo de média zero e matriz covariância $N_0\boldsymbol{I}_{2Q}$.

Seja $\boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i) = [\boldsymbol{\Lambda}_0^*(2i)\boldsymbol{\Lambda}_0(2i) + \boldsymbol{\Lambda}_1^*(2i)\boldsymbol{\Lambda}_1(2i)]^{1/2}$, então existe uma matriz unitária de tamanho $2Q \times 2Q$, $\boldsymbol{U}(2i) = \boldsymbol{\Lambda}(2i)\left(\boldsymbol{I}_2 \otimes \boldsymbol{\Lambda}_{01}^{-1}(2i)\right)$, tal que $\boldsymbol{U}^H(2i)\boldsymbol{U}(2i) = \boldsymbol{I}_{2Q}$ e $\boldsymbol{U}^H(2i)\boldsymbol{\Lambda}(2i) = \boldsymbol{I}_2 \otimes \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i)$, então:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z}(i) &= \boldsymbol{U}^H(2i)\boldsymbol{y}(i) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i) & \boldsymbol{0}_{Q\times Q} \\ \boldsymbol{0}_{Q\times Q} & \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i) \end{bmatrix} \times \\ &\quad \times \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i) \\ \boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i+1) \end{bmatrix} + \boldsymbol{U}^H(2i)\bar{\boldsymbol{n}}(i). \end{aligned} \tag{6-16}$$

isto é, $\boldsymbol{U}(2i)$ desacopla o vetor observado e assim, os símbolos em $\boldsymbol{s}(2i)$ e em $\boldsymbol{s}(2i+1)$ podem ser demodulados separadamente

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}_0(i) &= \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i)\boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i) + \bar{\boldsymbol{n}}_0(2i)\\ \boldsymbol{z}_1(i) &= \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i)\boldsymbol{V}\boldsymbol{s}(2i+1) + \bar{\boldsymbol{n}}_1(2i+1)\end{aligned} \tag{6-17}$$

onde $\boldsymbol{U}^H(2i)\bar{\boldsymbol{n}}(i) = [\bar{\boldsymbol{n}}_0^T(2i) \quad \bar{\boldsymbol{n}}_1^T(2i+1)]^T$. Pelo fato de $\boldsymbol{U}(2i)$ ser unitária, sua multiplicação por $\bar{\boldsymbol{n}}(i)$ não modifica as características deste ruído.

Usando $\boldsymbol{z}_j(i)$, $j = 0, 1$, de (6-17), o receptor de mínimo erro quadrático médio para cada símbolo do usuário k, $\boldsymbol{w}_{k,j}$, é obtido minimizando a função custo

$$\boldsymbol{w}_{k,j} = \arg\min_{\boldsymbol{w}} \mathbb{E}\left[|s_k(2i+j) - \boldsymbol{w}^H\boldsymbol{z}_j(i)|^2\right] \tag{6-18}$$

A solução de (6-18) e dada por [67]

$$\boldsymbol{w}_{k,j} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_j\boldsymbol{z}_j}^{-1}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_j s_k} \tag{6-19}$$

onde $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_j\boldsymbol{z}_j} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{z}_j(i)\boldsymbol{z}_j^H(i)\right]$ e $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_j s_k} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{z}_j(i)s_k^*(2i+j)\right]$. Finalmente,

$$\hat{s}_k(2i+j) = \mathsf{disc}\left\{\boldsymbol{w}_{k,j}^H\boldsymbol{z}_j(i)\right\} \tag{6-20}$$

onde $\mathsf{disc}\,\{n\}$ símbolo da constelação mais próximo de n.

De (6-17) é fácil concluir que $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_0\boldsymbol{z}_0} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{z}_1} = \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i)\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^H\boldsymbol{\Lambda}_{01}^H(2i) + N_0\boldsymbol{I}_Q$ e $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_0 s_k} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}_1 s_k} = \boldsymbol{\Lambda}_{01}(2i)\boldsymbol{V}_k$, onde $\boldsymbol{V}_k$ é a k-ésima coluna de $\boldsymbol{V}$. Segue-se que $\boldsymbol{w}_{k,0} = \boldsymbol{w}_{k,1}$, porém, em implementações práticas, a estimação independente dos coeficientes de cada receptor fornece melhores estimativas.

6.3 Análise do Ganho de Diversidade

Para facilidade de notação, será eliminado nesta seção o índice temporal i e apenas será utilizada uma equação de (6-17). Se para um dado esquema de detecção $P(\varepsilon_k|\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1)$ é a probabilidade de erro condicional do usuário k, então

$$P(\varepsilon_k|\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1) \leq P_B(\varepsilon|\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1) \tag{6-21}$$

onde $P_B(\cdot)$ é a probabilidade de erro de bloco (bloco de símbolos de K usuários), dada por

$$P_B(\varepsilon|\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1) = \sum_{\boldsymbol{s}\in\chi}\sum_{\substack{\hat{\boldsymbol{s}}\in\chi\\ \hat{\boldsymbol{s}}\neq\boldsymbol{s}}} P(\hat{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{s}, \boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1)P(\boldsymbol{s}|\boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1) \tag{6-22}$$

onde χ representa o conjunto de possíveis valores para $\boldsymbol{s}$ e $P(\hat{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{s}, \boldsymbol{h}_0, \boldsymbol{h}_1)$ é a probabilidade condicional do evento que o bloco detectado seja $\hat{\boldsymbol{s}}$ quando o bloco transmitido é $\boldsymbol{s}$ ($\hat{\boldsymbol{s}} \neq \boldsymbol{s}$). Para um receptor de mínima distância (que implementa, no presente caso, detecção multiusuário por máxima verosimilhança, ML), dado $\boldsymbol{s}$, a probabilidade de selecionar uma alternativa $\hat{\boldsymbol{s}}$ quanto todas as outras alternativas são possíveis é limitada superiormente pela probabilidade de um receptor de mínima distância selecionar $\hat{\boldsymbol{s}} \neq \boldsymbol{s}$ em um cenário de decisão binária. Então, para dados $\boldsymbol{h}_0$, $\boldsymbol{h}_1$ e detecção ML,

$$\begin{aligned} P(\hat{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{s},\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1) &\leq Q\left(\sqrt{\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}(\hat{\boldsymbol{s}}-\boldsymbol{s})\|^2(\tilde{E}_s/2)/(2N_0)}\right) \\ &\leq \exp\bigl(-\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}(\hat{\boldsymbol{s}}-\boldsymbol{s})\|^2\gamma\bigr) \end{aligned} \tag{6-23}$$

onde $\gamma = \tilde{E}_s/8N_0$. A função $Q(x)$ é definida por

$$Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\bigl(-x^2/2\bigr)dx \tag{6-24}$$

e foi utilizado o limite superior $Q(x) \leq \exp(-x^2/2)$.

De (6-21)-(6-23), tem-se, para símbolos equiprováveis

$$\begin{aligned} P(\varepsilon_k|\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1) &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{s}\in\chi}\sum_{\substack{\hat{\boldsymbol{s}}\in\chi\\ \hat{\boldsymbol{s}}\neq\boldsymbol{s}}}\exp\bigl(-\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}(\hat{\boldsymbol{s}}-\boldsymbol{s})\|^2\gamma\bigr) \\ &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\vartheta(\boldsymbol{e})\exp\bigl(-\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2\gamma\bigr) \end{aligned} \tag{6-25}$$

onde $|\chi|$ denota a cardinalidade de χ, $\boldsymbol{e} = \hat{\boldsymbol{s}} - \boldsymbol{s}$ e $\vartheta(\boldsymbol{e})$ é o número de ocorrências de um dado vetor $\boldsymbol{e}$, quando $\boldsymbol{s}$ e $\hat{\boldsymbol{s}}$ percorrem χ. Resulta, então

$$\begin{aligned} P(\varepsilon_k) &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\vartheta(\boldsymbol{e})\mathbb{E}_{\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1}\left[\exp\bigl(-\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2\gamma\bigr)\right] \\ &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\vartheta(\boldsymbol{e})f(\boldsymbol{e}) \end{aligned} \tag{6-26}$$

onde $f(\boldsymbol{e}) = \mathbb{E}_{\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1}\left[\exp\bigl(-\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2\gamma\bigr)\right]$ e $\mathbb{E}_{\boldsymbol{h}_0,\boldsymbol{h}_1}[\cdot]$ denota o valor esperado em relação $\boldsymbol{h}_0$ e $\boldsymbol{h}_1$.

Para calcular $f(\boldsymbol{e})$ é conveniente reescrever $\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2$ como:

$$\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2 = \boldsymbol{e}^H\bar{\boldsymbol{V}}^H\left[\boldsymbol{\Lambda}_0^*\boldsymbol{\Lambda}_0 + \boldsymbol{\Lambda}_1^*\boldsymbol{\Lambda}_1\right]\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e} \tag{6-27}$$

$$= \sum_{j=0}^{1}\|\boldsymbol{\Lambda}_j\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2 \tag{6-28}$$

$$= \sum_{j=0}^{1}\|\mathrm{diag}(\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e})\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L}\boldsymbol{h}_j\|^2 \tag{6-29}$$

$$= \sum_{j=0}^{1}\boldsymbol{h}_j^H\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})\boldsymbol{h}_j \tag{6-30}$$

onde

$$\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}) = \tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L}^H \text{diag}^H(\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e})\text{diag}(\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e})\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L} \tag{6-31}$$

e para chegar a (6-29) foi usado o fato de que $\boldsymbol{\Lambda}_j$ é uma matriz diagonal cujas entradas são a resposta em freqüência do canal de transmissão, isto é, $\boldsymbol{\Lambda}_j = \text{diag}(\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q\times L}\boldsymbol{h}_j)$ (veja p3)), e a propriedade $\text{diag}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{y} = \text{diag}(\boldsymbol{y})\boldsymbol{x}$, para quaisquer vetores $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$.

Seja $\boldsymbol{K} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{h}_j\boldsymbol{h}_j^H\right]$, $j = 0, 1$, a matriz de covariância do canal $\boldsymbol{h}_j$, $j = 0, 1$, onde foi suposto que os canais $\boldsymbol{h}_j$ são identicamente distribuídos. Como $\boldsymbol{K}$ é uma matriz hermitiana, ela sempre admite uma decomposição espectral, isto é, $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Omega}^H$, onde $\boldsymbol{D}$ é uma matriz diagonal de tamanho $L\times L$ cujos elementos são os autovalores de $\boldsymbol{K}$ e $\boldsymbol{\Omega}$ é uma matriz unitária cujas colunas são os autovetores normalizados de $\boldsymbol{K}$.

Assumindo-se que $\boldsymbol{K}$ é de posto completo e definindo-se o vetor de canal $\tilde{\boldsymbol{h}}_j = \boldsymbol{D}^{-1/2}\boldsymbol{\Omega}^H\boldsymbol{h}_j$, que por construção tem uma matriz de covariância igual a identidade, então (6-30) pode ser reescrita como

$$\|\boldsymbol{\Lambda}_{01}\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}\|^2 = \sum_{j=0}^{1} \tilde{\boldsymbol{h}}_j^H \boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e})\tilde{\boldsymbol{h}}_j. \tag{6-32}$$

onde

$$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e}) = \boldsymbol{D}^{1/2}\boldsymbol{\Omega}^H\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{D}^{1/2} \tag{6-33}$$

Se $\boldsymbol{h}_0$ e $\boldsymbol{h}_1$ são vetores gaussianos e estatisticamente independentes, então substituindo (6-32) em (6-23) e tomando-se o valor médio de (6-23) com relação a $\boldsymbol{h}_j$, $j = 0, 1$, temos que $f(\boldsymbol{e})$, pode ser calculada, usando (4-17), como:

$$f(\boldsymbol{e}) = \prod_{l=0}^{L}\left(\frac{1}{1+\gamma\lambda_l(\boldsymbol{e})}\right)^2 = \prod_{l=0}^{\kappa(\boldsymbol{e})-1}\left(\frac{1}{1+\gamma\lambda_l(\boldsymbol{e})}\right)^2 \tag{6-34}$$

onde $\lambda_l(\boldsymbol{e})$ são os autovalores de $\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e})$ e $\kappa(\boldsymbol{e})$ é o posto de $\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e})$. A última igualdade em (6-34) resulta do fato que se $\kappa(\boldsymbol{e}) = \text{rank}(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e}))$, então $\lambda_l(\boldsymbol{e}) = 0$ se $l \notin [0, \kappa(\boldsymbol{e}) - 1]$, segue-se então de (6-34) que

$$f(\boldsymbol{e}) \le \prod_{l=0}^{\kappa(\boldsymbol{e})-1}\frac{1}{(\gamma\lambda_l(\boldsymbol{e}))^2} = \frac{1}{\left(\gamma^{\kappa(\boldsymbol{e})}\prod_{l=0}^{\kappa(\boldsymbol{e})-1}\lambda_l(\boldsymbol{e})\right)^2} \tag{6-35}$$

e substituindo em (6-26) resulta

$$P(\varepsilon_k) \le \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\frac{\vartheta(\boldsymbol{e})}{\left(\gamma\left[\prod_{l=0}^{\kappa(\boldsymbol{e})-1}\lambda_l(\boldsymbol{e})\right]^{\frac{1}{\kappa(\boldsymbol{e})}}\right)^{2\kappa(\boldsymbol{e})}}. \tag{6-36}$$

O valor $G_d = 2\min_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\kappa(\boldsymbol{e})$ é chamado de ganho de diversidade [72], [83]. Assintoticamente, o ganho de diversidade determina a inclinação da probabilidade de erro média em função da razão sinal-ruído, $\tilde{E}_s/N_0$, em uma escala logarítmica [12]. É desejável, portanto, que qualquer sistema tenha o máximo ganho de diversidade. De (6-33) podemos observar que se $\boldsymbol{K}$ é de posto completo, então $\kappa(\boldsymbol{e}) = \text{rank}(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e})) = \text{rank}(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}))$, e seu máximo valor é L ($\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})$ é uma matriz de tamanho $L \times L$), então podemos dizer que o sistema atinge o máximo ganho de diversidade se $\min_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}} \kappa(\boldsymbol{e}) = L$ e, portanto, $\kappa(\boldsymbol{e}) = L, \forall\ \boldsymbol{e} \neq \boldsymbol{0}$, resultando

$$\begin{aligned} P(\varepsilon_k) &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}} \frac{\vartheta(\boldsymbol{e})}{\left(\gamma\left[\prod_{l=0}^{L-1}\lambda_l(\boldsymbol{e})\right]^{\frac{1}{L}}\right)^{2L}} \\ &= \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}} \frac{\vartheta(\boldsymbol{e})}{\left(\gamma\left[\det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e}))\right]^{\frac{1}{L}}\right)^{2L}}, \end{aligned} \tag{6-37}$$

onde $\det(\cdot)$ denota determinante.

Note-se que o ganho de diversidade só depende de $\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})$ dado por (6-31), e não depende da matriz de covariância do canal $\boldsymbol{K}$ (desde que seja não-singular). Dependendo, entretanto, do sistema utilizado e da potência relativa dos usuários.

De (6-33) pode ser observado que, se $\boldsymbol{K}$ é de posto completo, então

$$\begin{aligned} \det(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{e})) &= \det(\boldsymbol{D}^{1/2}\boldsymbol{\Omega}^H\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{D}^{1/2})\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})) \\ &= \det(\boldsymbol{D})\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})) = \det(\boldsymbol{K})\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})) \end{aligned} \tag{6-38}$$

e, substituindo em (6-37), temos que para um sistema que atinge o máximo ganho de diversidade:

$$\begin{aligned} P(\varepsilon_k) &\leq \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}} \frac{\vartheta(\boldsymbol{e})}{\left(\gamma\left[\det(\boldsymbol{K})\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}))\right]^{\frac{1}{L}}\right)^{2L}} \\ &\leq \frac{1}{\left(\gamma\left[\det(\boldsymbol{K})\min_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}))\right]^{\frac{1}{L}}\right)^{2L}} \cdot \frac{1}{|\chi|}\sum_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\vartheta(\boldsymbol{e}) \qquad (6\text{-}39) \\ &= \frac{1}{\left[\gamma G_c\right]^{2L}} \cdot (|\chi| - 1). \qquad (6\text{-}40) \end{aligned}$$

O valor $G_c = \left[\det(\boldsymbol{K})\min_{\boldsymbol{e}\neq\boldsymbol{0}}\det(\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}))\right]^{1/L} = g_0 \cdot \left[\det(\boldsymbol{K})\right]^{1/L}$ para $G_d = 2L$ é chamado de ganho de codificação. O ganho de codificação é uma medida aproximada do ganho do sistema sobre sistemas sem codificação, operando com o mesmo ganho de diversidade [84], e é desejável que o sistema atinja o máximo valor possível.

Como $\text{tr}(\boldsymbol{K}) = \text{tr}(\mathbb{E}\left[\|\boldsymbol{h}\|^2\right]) = 1$ então $\det(\boldsymbol{K}) < 1$ e o máximo valor de $\det(\boldsymbol{K})$ é obtido quando todos os autovalores de $\boldsymbol{K}$ são iguais, isto é,

$\lambda_{\boldsymbol{K},i} = 1/L$, onde $\lambda_{\boldsymbol{K},i}$, $i = 1, 2, \cdots, L$ são os autovalores de $\boldsymbol{K}$. Neste caso $\det(\boldsymbol{K}) = (1/L)^L$ e portanto, para um sistema com máximo ganho de diversidade e que transmite em um canal com L percursos tem-se

$$G_c \leq g_0 \left(\frac{1}{L}\right) \tag{6-41}$$

a igualdade (máximo ganho de codificação) é obtida, por exemplo, quando o canal tem coeficientes descorrelatados e com igual potência ($\boldsymbol{K} = L^{-1}\boldsymbol{I}$).

6.3.1
Condições para Obter o Máximo Ganho de Diversidade

Como mencionado anteriormente, o máximo ganho de diversidade, $G_d = 2L$, é obtido se $\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})$ é de posto completo, ou equivalentemente, da igualdade (6-30), o máximo ganho de diversidade é obtido se $\sum_{j=0}^{1} \boldsymbol{h}_j^H \boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e}) \boldsymbol{h}_j = \|\boldsymbol{\Lambda}_{01} \bar{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{e}\|^2 \neq 0$. Uma condição suficiente para que $\boldsymbol{\Gamma}_0(\boldsymbol{e})$ seja de posto completo é enunciada a seguir.

Condição 6.1. *Para garantir o máximo ganho de diversidade, $G_d = 2L$, é suficiente garantir que, para qualquer $\boldsymbol{e} \neq \boldsymbol{0}$, ao menos L elementos de $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}$ são diferentes de zero.*

Prova. Seja $\underline{\lambda}_i$ o i-ésimo elemento da diagonal de $\boldsymbol{\Lambda}_{01}$ e e'_i o i-ésimo elemento de $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}$, então temos:

$$\|\boldsymbol{\Lambda}_{01} \bar{\boldsymbol{V}} \boldsymbol{e}\|^2 = \sum_{i=0}^{Q-1} |\underline{\lambda}_i|^2 |e'_i|^2 \tag{6-42}$$

Sabendo-se que a transformada de Fourier de dimensão Q de um vetor de tamanho L, pode ter no máximo $L-1$ elementos iguais a zero e, sendo que $|\underline{\lambda}_i|^2 = |q_{0i}|^2 + |q_{1i}|^2$, onde $|q_{ji}|^2$, $j = 0, 1$ é o i-ésimo elemento de $\tilde{\boldsymbol{F}}_{Q \times L} \boldsymbol{h}_j$, $j = 0, 1$, conclui-se que podem existir no máximo $L-1$ elementos $\underline{\lambda}_i$ iguais a zero. Portanto, se $\boldsymbol{e}'_i = \bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}$ tem ao menos L elementos diferentes de zero, temos que $\sum_{i=0}^{Q-1} |\underline{\lambda}_i|^2 |e'_i|^2 \neq 0$ e o máximo ganho de diversidade é atingido. ■

6.3.2
Máximo Ganho de Diversidade nos Sistemas Propostos

É sabido que o máximo ganho de diversidade só é atingido com o uso do receptor de máxima verossimilhança [12]. Contudo, a escolha de códigos de espalhamento apropriados permite que receptores subótimos também possam explorar a informação redundante nos percursos dos canais, como será visto a continuação.

MC CDMA CP

Neste caso $\bar{\boldsymbol{V}} = \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$. A Condição 6.1 pode ser satisfeita escolhendo-se apropriadamente os códigos de espalhamento. Uma possibilidade é escolher $\bar{\boldsymbol{C}}$ como uma matriz de Vandermonde:

$$\bar{\boldsymbol{C}} = \bar{\boldsymbol{C}}_v = \frac{1}{\sqrt{\varpi}} \begin{bmatrix} \epsilon_0 & \epsilon_0^2 & \cdots & \epsilon_0^K \\ \epsilon_1 & \epsilon_1^2 & \cdots & \epsilon_1^K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \epsilon_{N-1} & \epsilon_{N-1}^2 & \cdots & \epsilon_{N-1}^K \end{bmatrix} \tag{6-43}$$

onde $\frac{1}{\sqrt{\varpi}}$ normaliza os códigos de usuário, tal que $\boldsymbol{c}_k^H \boldsymbol{c}_k = 1$. Os parâmetros ϵ_j podem ser escolhidos como pontos equiespaçados no círculo unitário, fazendo $\epsilon_j = \exp\big(-\sqrt{-1}j(2\pi/N)\big)$, $j = 0, 1, \cdots N-1$ [85].

Note que esta escolha força a estrutura de Vandermonde em $\bar{\boldsymbol{V}}$, a qual garante que, para qualquer vetor $\boldsymbol{e} \neq \boldsymbol{0}$ de dimensão K, $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}$ tem no máximo $K-1$ zeros, ou equivalentemente, no mínimo $N-K+1$ elementos diferentes de zero, então, para satisfazer a Condição 6.1, $N-K+1 \geq L$, ou equivalentemente $K \leq N - L + 1$.

Considerações

É possível observar que para que o somatório em (6-42) seja igual a zero, é preciso que os elementos $\underline{\lambda}_i = |q_{0i}|^2 + |q_{1i}|^2 = 0$ estejam nas mesmas portadoras que os elementos $e'_i \neq 0$, para $i = 1, \cdots, Q$. Isto implica que para que (6-42) seja igual a zero, os elementos nulos de $\boldsymbol{\Lambda}_0$, $\boldsymbol{\Lambda}_1$ e os elementos não nulos de $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e}$, devem estar localizados nas mesmas portadoras, o que na prática é pouco provável. Então, relaxando as condições, conclui-se que outros códigos de espalhamento diferentes de (6-43) podem também atingir máximo ganho de diversidade.

MC CDMA ZP

Neste sistema, $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_M \boldsymbol{T}_{zp} \boldsymbol{F}_N^H \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$. Fazendo $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e} = \tilde{\boldsymbol{F}}_{M\times N}\boldsymbol{e}'$, onde $\tilde{\boldsymbol{F}}_{M\times N} = \boldsymbol{F}_M \boldsymbol{T}_{zp}$ é uma matriz de tamanho $M \times N$ formada com as primeiras N colunas de $\boldsymbol{F}_M$ e $\boldsymbol{e}' = \boldsymbol{F}_N^H \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{e}$ é um vetor de dimensão N. Como $\boldsymbol{F}_N^H \bar{\boldsymbol{C}}$ é de posto completo por colunas, $\boldsymbol{e}' \neq \boldsymbol{0}$ para $\boldsymbol{e} \neq \boldsymbol{0}$.

Se notamos que a transformada de Fourier de M pontos de uma seqüência de N elementos pode ter no máximo $N-1$ zeros (devido à estrutura do tipo Vandermonde da matriz que implementa a transformada de Fourier), então $\tilde{\boldsymbol{F}}_{M\times N}\boldsymbol{e}'$ tem ao menos $M-(N-1) = L+1$ elementos diferentes de zero, o que pela Condição 6.1, é suficiente para atingir o máximo ganho de diversidade. Note que o máximo ganho de diversidade é atingido independentemente da escolha dos códigos de espalhamento e o número de usuários no sistema, desde que $\bar{\boldsymbol{C}}$ seja de posto completo por colunas (os códigos de usuário devem ser linearmente independentes).

SC CDMA CP

Neste sistema $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_N\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$. Os códigos de usuário devem ser apropriadamente escolhidos para satisfazer a Condição 6.1. Uma possibilidade é escolher $\bar{\boldsymbol{C}}$ como $\bar{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{F}_N^H\bar{\boldsymbol{C}}_v$ com $\bar{\boldsymbol{C}}_v$ dado por (6-43) e portanto $\bar{\boldsymbol{V}} = \bar{\boldsymbol{C}}_v\boldsymbol{\rho}$ se reduz ao caso MC CDMA CP e o máximo ganho de diversidade é garantido quando $K \leq M - L + 1$.

SC CDMA ZP

Neste sistema $\bar{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}\bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}$. Seja $\bar{\boldsymbol{V}}\boldsymbol{e} = \tilde{\boldsymbol{F}}_{M\times N}\boldsymbol{e}'$, onde $\tilde{\boldsymbol{F}}_{M\times N} = \boldsymbol{F}_M\boldsymbol{T}_{zp}$ é uma matriz de tamanho $M \times N$ formada com as primeiras N colunas de $\boldsymbol{F}_M$, e $\boldsymbol{e}' = \bar{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{e}$ é um vetor de dimensão N. Como $\bar{\boldsymbol{C}}$ é de posto completo por colunas, $\boldsymbol{e}' \neq \boldsymbol{0}$ quando $\boldsymbol{e} \neq \boldsymbol{0}$. Assim, seguindo o mesmo raciocínio que no caso MC CDMA ZP, pode ser concluído que o máximo ganho de diversidade é atingido neste sistema independentemente do código de espalhamento escolhido, desde que $\bar{\boldsymbol{C}}$ seja de posto completo por colunas (os códigos de usuário devem ser linearmente independentes).

6.4 Receptor de Mínimo Erro Quadrático Médio em Ausência do Conhecimento do Canal

O receptor projetado no final da Seção 6.2 requer o conhecimento do canal para realizar o desacoplamento dos símbolos recebidos, $\boldsymbol{z}_j$, $j = 0, 1$ (veja (6-16) e (6-17)) e implementar o receptor que opera nestes símbolos.

Se entretanto o receptor não dispõe da informação do canal, uma implementação alternativa deve ser usada. Esta implementação alternativa para um receptor de mínimo erro quadrático médio é considerada a seguir. Usando (6-15) a seguinte expressão equivalente pode ser usada para a obtenção do detector MMSE:

$$\boldsymbol{y}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{k=1}^{K}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_0(2i)\boldsymbol{V}_k & \boldsymbol{\Lambda}_1(2i)\boldsymbol{V}_k \\ -\boldsymbol{\Lambda}_1^*(2i)\boldsymbol{V}_k & \boldsymbol{\Lambda}_0^*(2i)\boldsymbol{V}_k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_k(2i) \\ s_k(2i+1) \end{bmatrix} + \bar{\boldsymbol{n}}(i) \qquad (6\text{-}44)$$

onde $\boldsymbol{V}_k$ é a k-ésima coluna de $\boldsymbol{V}$.

O receptor MMSE para os dois símbolos do k-ésimo usuário, $\boldsymbol{W}_k = [\boldsymbol{w}_{0,k}\ \boldsymbol{w}_{1,k}]$, é obtido minimizando-se o erro quadrático médio:

$$\boldsymbol{W}_k = \arg\min_{\boldsymbol{W}} \mathbb{E}\left[\|\underline{\boldsymbol{s}}_k(i) - \boldsymbol{W}^H\boldsymbol{y}(i)\|^2\right] \qquad (6\text{-}45)$$

onde $\underline{\boldsymbol{s}}_k(i) = [s_k(2i)\ s_k(2i+1)]^T$.

A solução de (6-45) é dada por [67]:

$$\boldsymbol{W}_k = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{yy}}^{-1}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k} \tag{6-46}$$

onde $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{yy}} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{y}(i)\boldsymbol{y}^H(i)\right]$ e $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\tilde{\boldsymbol{s}}_k} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{y}(i)\underline{\boldsymbol{s}}_k^H(i)\right]$.

Uma implementação adaptativa para este receptor MMSE pode ser realizada estimando-se recursivamente ambas as matrizes, $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{yy}}^{-1}$ e $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}$, como indicado a seguir.

A matriz $\boldsymbol{S}_d = \widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{yy}}^{-1}$ pode ser calculada recursivamente do vetor observação utilizando recursões de Kalman da forma:

$$\boldsymbol{S}_d(i) = \frac{1}{\alpha}\left[\boldsymbol{S}_d(i-1) - \varphi(i)\boldsymbol{\psi}(i)\boldsymbol{\psi}^H(i)\right] \tag{6-47}$$

onde $0 < \alpha < 1$ é o fator de esquecimento, $\boldsymbol{\psi}(i)$, definido como o vetor de ganho de Kalman, tem dimensão $2Q$ e é obtido por:

$$\boldsymbol{\psi}(i) = \boldsymbol{S}_d(i-1)\boldsymbol{y}(i) \tag{6-48}$$

e $\varphi(i) = \left[\frac{\alpha}{1-\alpha} + \boldsymbol{y}^H(i)\boldsymbol{S}_d(i-1)\boldsymbol{y}(i)\right]^{-1}$.

O valor inicial para a matriz de autocorrelação é

$$\boldsymbol{S}_d(0) = E_0\mathrm{diag}(1, \alpha^{-1}, \alpha^{-2}, \cdots, \alpha^{-(2Q-1)}) \tag{6-49}$$

onde $E_0 > 0$ é a energia do erro de predição *forward.*

Para estimar $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i)$ recursivamente, o método *decision directed* pode ser empregado. O algoritmo completo está resumido a seguir:

Na fase de treinamento::

1. Computar $\boldsymbol{S}_d(i)$, em (6-47);

2. computar $\widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i)$ por meio da recursão

$$\widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i) = \alpha\widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i-1) + (1-\alpha)\boldsymbol{y}(i)\underline{\boldsymbol{s}}_k^H(2i+j);$$

3. computar $\widehat{\boldsymbol{W}}_k(i) = \boldsymbol{S}_d(i)\widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i)$.

Na fase de *decision directed*:

1. Detectar: $\widehat{\underline{\boldsymbol{s}}}_k(i) = \mathsf{disc}\left\{\widehat{\boldsymbol{W}}_k^H(i-1)\boldsymbol{y}(i)\right\}$, onde $\mathsf{disc}\left\{\boldsymbol{n}\right\}$ é o vetor cujos componentes são os símbolos da constelação mais próximos dos símbolos de $\boldsymbol{n}$;

2. computar $\boldsymbol{S}_d(i)$ em (6-47);

3. computar $\widehat{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i)$ por meio da recursão

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i) = \alpha\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i-1) + (1-\alpha)\boldsymbol{y}(i)\widehat{\underline{\boldsymbol{s}}}_k^H(2i+j);$$

4. computar $\widehat{\boldsymbol{W}}_k(i) = \boldsymbol{S}_d(i)\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{y}\underline{\boldsymbol{s}}_k}(i)$.

6.4.1 Simulações e Resultados

Nesta seção o sistema proposto é avaliado em termos de taxa de erro de bit (BER) sob diferentes cenários. Considera-se o enlace direto de um sistema BPSK com duas antenas na transmissão e uma na recepção.

Desempenho do Receptor

Neste primeiro experimento comparamos dois receptores distintos, o receptor que supõe conhecido o canal para desacoplar os símbolos, apresentado na Seção 6.2, denotado (DE) e o receptor da Seção 6.4 que não conhece o canal de transmissão e utiliza todo o vetor recebido para detectar os símbolos transmitidos, denotado (AC).

O sistema utiliza códigos de espalhamento de tamanho $N = 16$, do tipo Vandermonde (veja (6-43)) onde $\epsilon_j = \exp\big(-\sqrt{-1}j(2\pi/N)\big)$, $j = 0, 1, \cdots N-1$.

Foi simulado um cenário com $K = 4$ usuários com distribuição de potência log-normal com desvio padrão de 10 dB. Foi usado um canal variante no tempo, $h_l(i) = p_l\alpha_l(i)$ $(l = 0, 1, 2, \ \ldots, L-1)$ obtido com o modelo de Clarke [70]. Cada canal foi simulado como tendo $L = 4$ percursos de igual potência. O ganho dos percursos, p_l, são normalizados tal que $\sum_{l=1}^{L-1} p_l^2 = 1$, isto é, $|p_l|^2 = 1/L$, $l = 0, 1, 2, 3$. Foi assumido que o intervalo de guarda é de tamanho $G = L - 1$. Os resultados são apresentados em termos de freqüência Doppler normalizada $(f_d T)$, onde f_d é a freqüência Doppler e T é a duração de dois símbolos. Em todos os casos foi utilizado $f_d T = 0,0001$. Foram transmitidos 2000 símbolos em cada rodada, destes, 500 foram utilizados para a fase de treinamento. Os resultados são a média de 500 simulações.

Nas Fig. 6.2-6.3 são mostrados resultados de BER para os quatro sistemas empregados. Como pode ser observado o detector DE tem um melhor desempenho que o detector AC. Isto é devido ao fato de que o conhecimento prévio do canal permite desacoplar os símbolos transmitidos e a auto-interferência é totalmente eliminada.

Desempenho Sob Diferentes Condições do Canal

Neste segundo experimento comparamos o desempenho do sistema considerando três diferentes tipos de canal, todos com $L = 4$ percursos mas com diferentes matrizes de covariância.

O processo para gerar o canal variante no tempo foi como no primeiro experimento. A diferença principal está no fato de que no primeiro tipo de

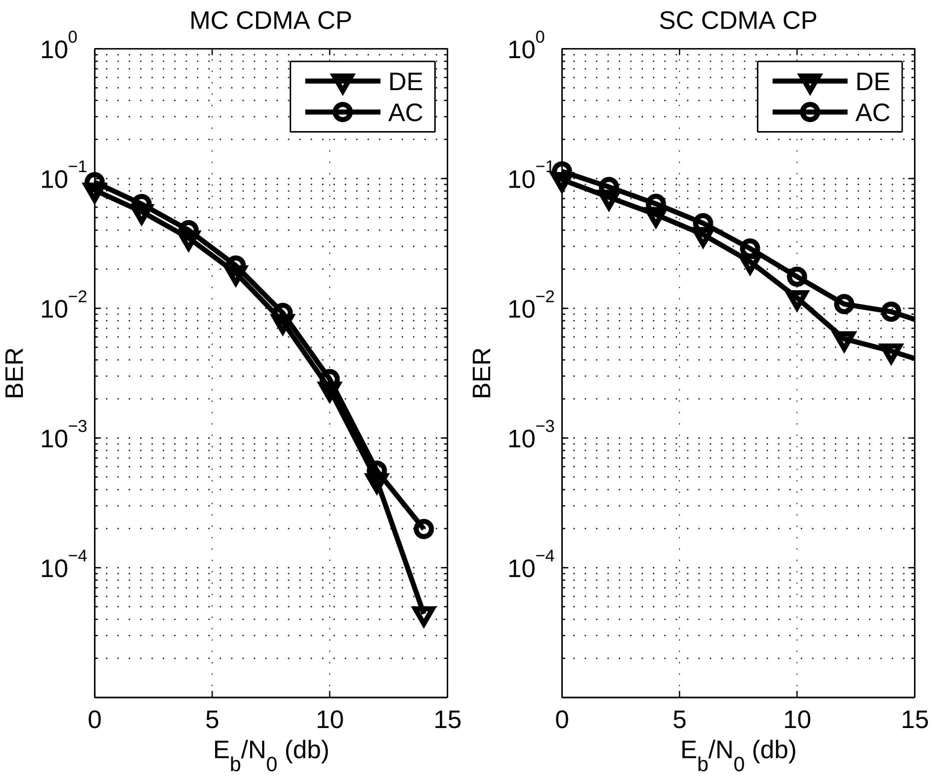

Figura 6.2: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do diferentes tipos de receptor MMSE para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo com $L = 4$ percursos e $f_d T = 0,0001$.

canal a potência é a mesma para cada um dos percursos, isto é, $|p_l|^2 = 1/L$, $l = 0, 1, 2, 3$. Este canal está denotado como Uniforme nas figuras. No segundo tipo de canal a potência média de cada percurso decai exponencialmente, $|p_l|^2 = \sigma_0^2 \exp(-l)$, $l = 0, 1, 2, 3$, e $\sigma_0^2 = 1 - \exp(-1)/(1 - e^{-L})$ [86]. Este tipo de canal está denotado Exponencial nas figuras. Finalmente, o terceiro canal é gerado pela multiplicação de uma matriz $\tilde{\boldsymbol{K}}$ pelo canal do tipo Exponencial. A matriz $\tilde{\boldsymbol{K}}$ foi gerada aleatoriamente e normalizada, de forma a garantir que a potência média em cada percurso não seja alterada. Este procedimento introduz correlação entre os percursos do canal original, que são descorrelatados. Este terceiro canal é denotado Correlatado nas figuras.

Assim como no experimento anterior, o sistema utiliza códigos de espalhamento de tamanho $N = 16$, do tipo Vandermonde onde $\epsilon_j = \exp\left(-\sqrt{-1}j(2\pi/N)\right)$, $j = 0, 1, \cdots N - 1$. Foi simulado um cenário com $K = 4$ usuários com distribuição de potência log-normal com desvio padrão de 10 dB. Foram transmitidos 2000 símbolos em cada rodada, destes, 500 foram utilizados para a fase de treinamento. Os resultados são a média de 500 simulações.

A Fig. 6.4-6.5 apresenta os resultados de desempenho em termos de BER

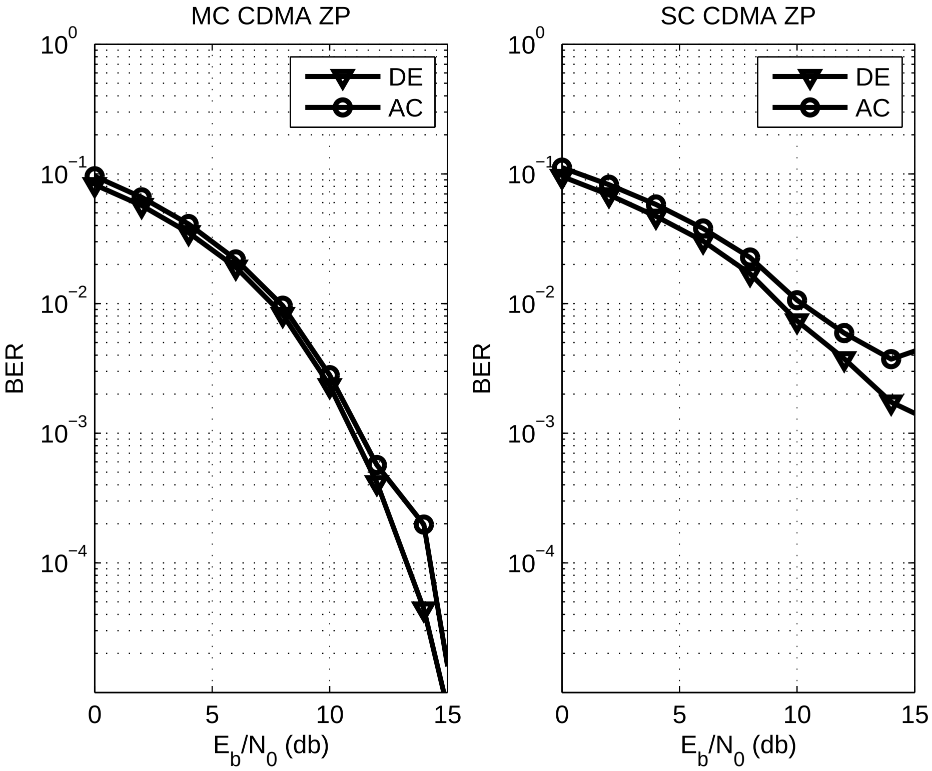

Figura 6.3: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do diferentes tipos de receptor MMSE para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo com $L = 4$ percursos e $f_dT = 0,0001$.

para os quatro sistemas, o receptor utilizado é o MMSE introduzido na Seção 6.4, denotado (AC) no experimento anterior. Como esperado, o desempenho do receptor no canal Uniforme é superior aos outros tipos de canal.

Desempenho Com Diferentes Números de Percursos no Canal de Transmissão

Neste experimento foi utilizado o receptor AC e um canal variante no tempo, obtido com o modelo de Clarke, similar ao do primeiro experimento, porém com $f_dT = 0,001$. Cada canal foi simulado como tendo os percursos de igual potência média. Foram simulados três canais com $L = 1$, $L = 3$ e $L = 8$ percursos num cenário com $K = 4$ usuários e distribuição de potência log-normal com desvio padrão de 10 dB. Foram transmitidos 2000 símbolos em cada rodada, destes, 500 foram utilizados para a fase de treinamento. Os resultados são a média de 500 simulações.

O sistema utiliza códigos de espalhamento de tamanho $N = 16$. Três tipos de código foram utilizados: do tipo Vandermonde (veja (6-43)) onde $\epsilon_j = \exp\big(-\sqrt{-1}j(2\pi/N)\big)$, $j = 0, 1, \cdots N-1$, códigos Walsh-Hadamard, e

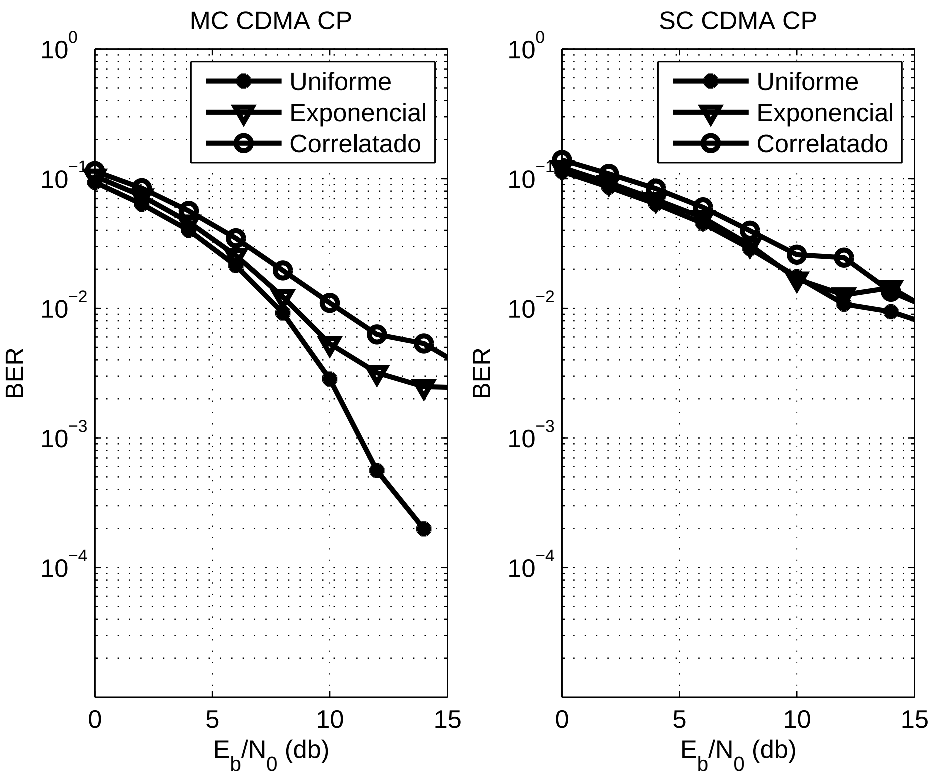

Figura 6.4: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo com $L = 4$ percursos e $f_d T = 0,0001$.

códigos Zadoff-Chu [87] [88].

Na Fig. 6.6-6.7 esta apresentado o desempenho do receptor com o uso de códigos de Vandermonde. Veja que no caso de transmissão multiportadora o receptor é capaz de explorar muito mais eficientemente a informação enviada através dos múltiplos percursos do canal. A Fig. 6.8-6.9 apresentada os resultados de desempenho para códigos Walsh-Hadamard. Veja que, neste caso, somente para o sistema SC CDMA CP o receptor não é capaz de explorar eficientemente a diversidade espacial. Já na Fig. 6.10-6.11, onde está ilustrado o resultado para códigos Zadoff-Chu, pode ser observado que em todos os casos o receptor explora eficientemente a diversidade espacial.

Os resultados deste experimento confirmam que embora o receptor não seja o de máxima verossimilhança, e, portanto subótimo, ele é capaz de explorar eficientemente a informação enviada através dos múltiplos percursos de um canal de transmissão, dependendo do código de espalhamento escolhido.

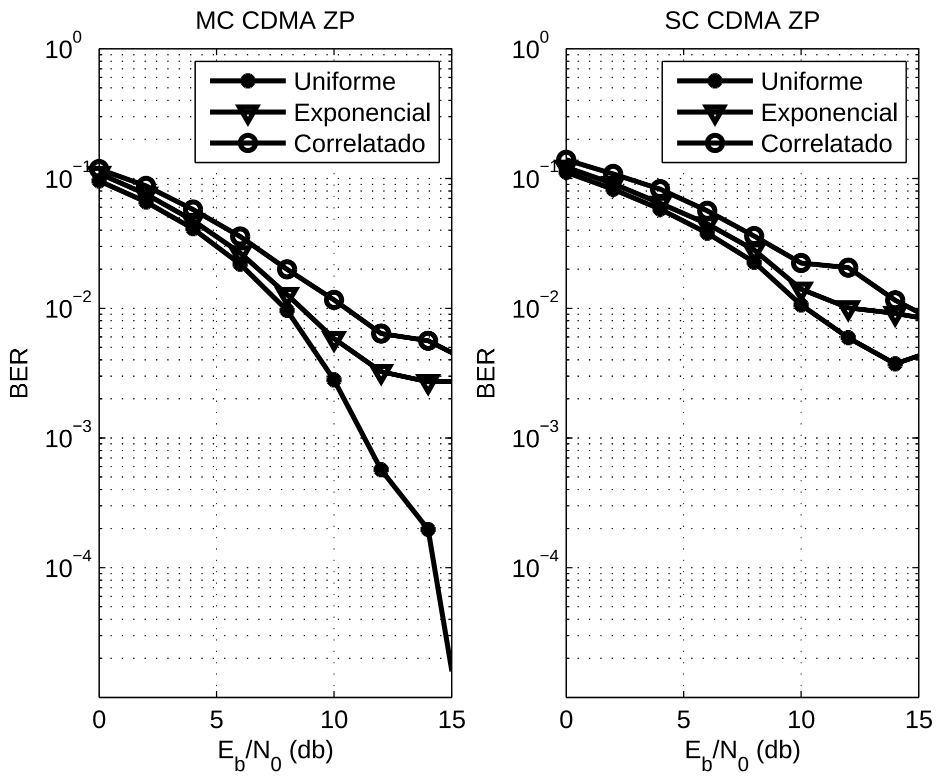

Figura 6.5: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo com $L = 4$ percursos e $f_d T = 0,0001$.

6.5 Conclusões

Neste capítulo foi proposta uma estrutura para um sistema de transmissão CDMA por blocos com codificação espaço-temporal de Alamouti diferente da proposta no capítulo anterior. Nesta estrutura a codificação espaço-temporal é realizada após o espalhamento dos símbolos transmitidos e permite explorar a propriedade dos códigos de Alamouti de decodificar cada símbolo separadamente usando receptores projetados para canais SISO, além de garantir o cancelamento da auto-interferência.

Foi também abordada uma análise do ganho de diversidade máximo que pode ser obtido neste sistema e condições para atingir tal ganho foram obtidas. Finalmente, um receptor MMSE com *decision directed* foi implementado e simulações foram realizadas para comprovar numericamente os resultados.

Parte deste trabalho foi apresentado em [49] e [50].

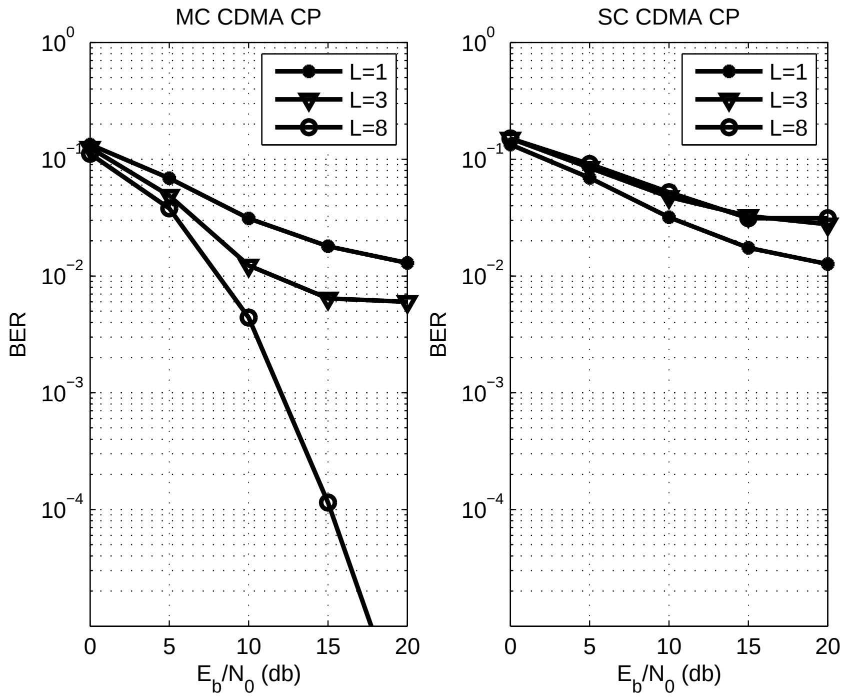

Figura 6.6: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.

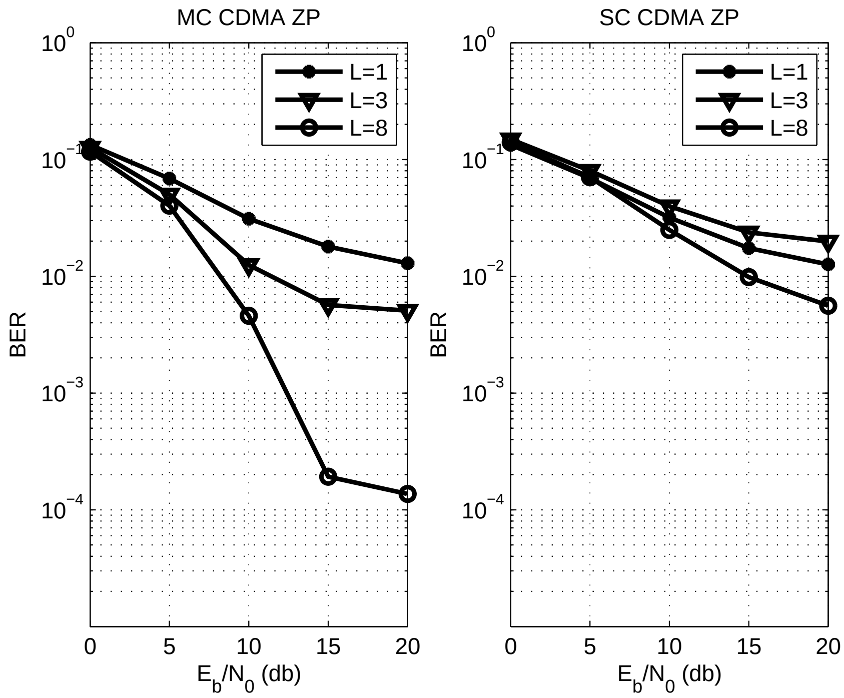

Figura 6.7: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Vandermonde e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.

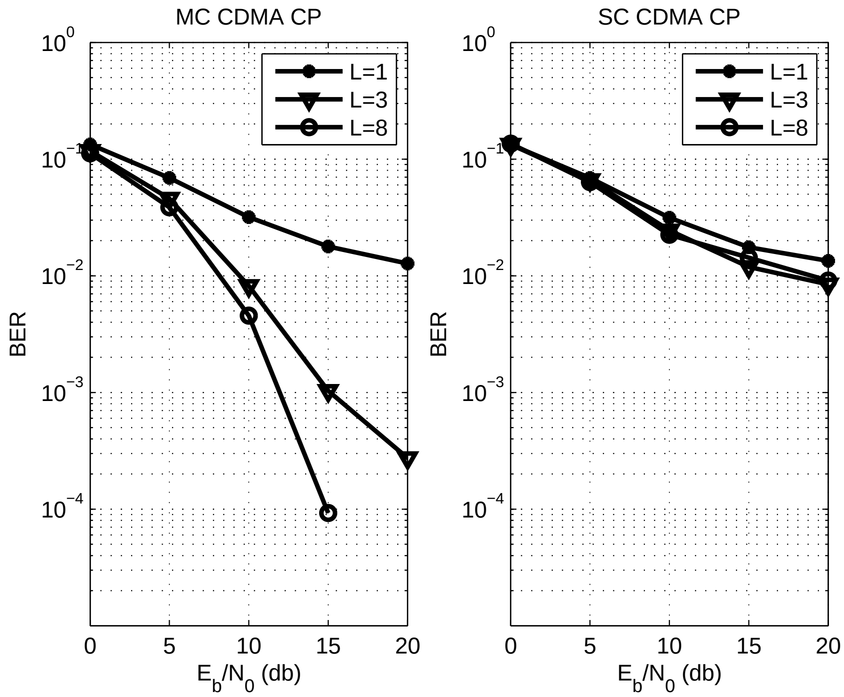

Figura 6.8: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Walsh-Hadamard e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.

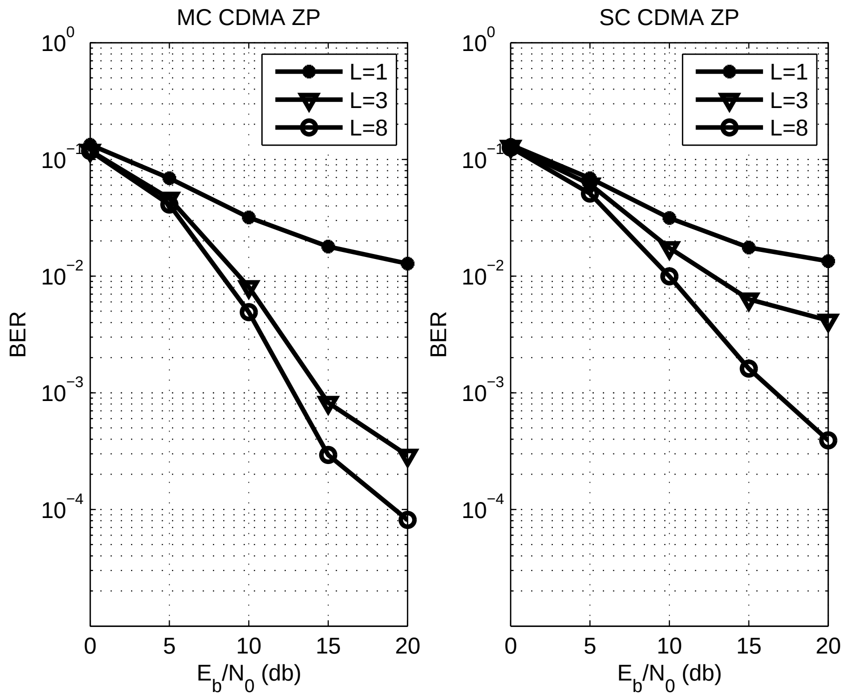

Figura 6.9: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Walsh-Hadamard e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.

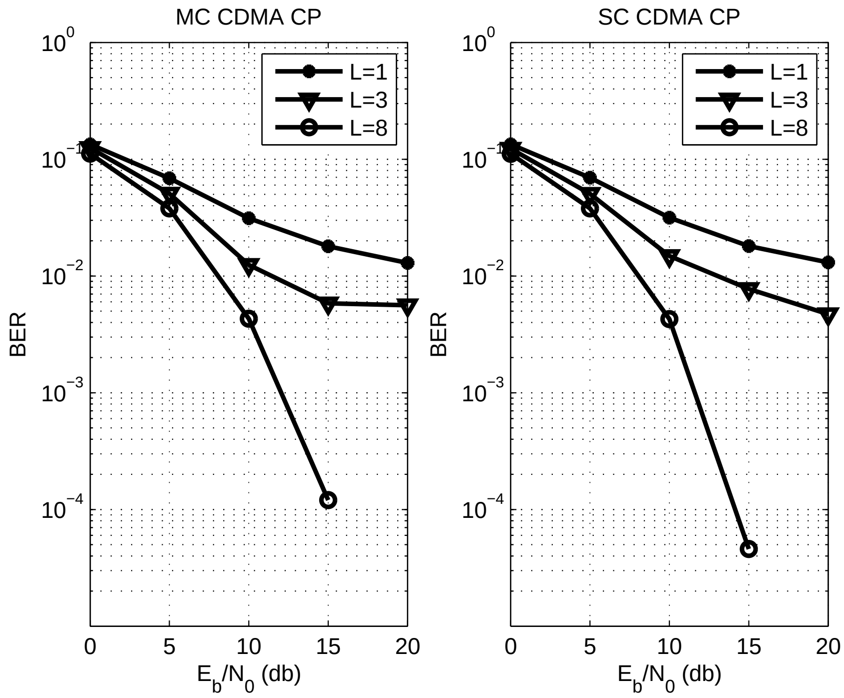

Figura 6.10: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Zadoff-Chu e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.

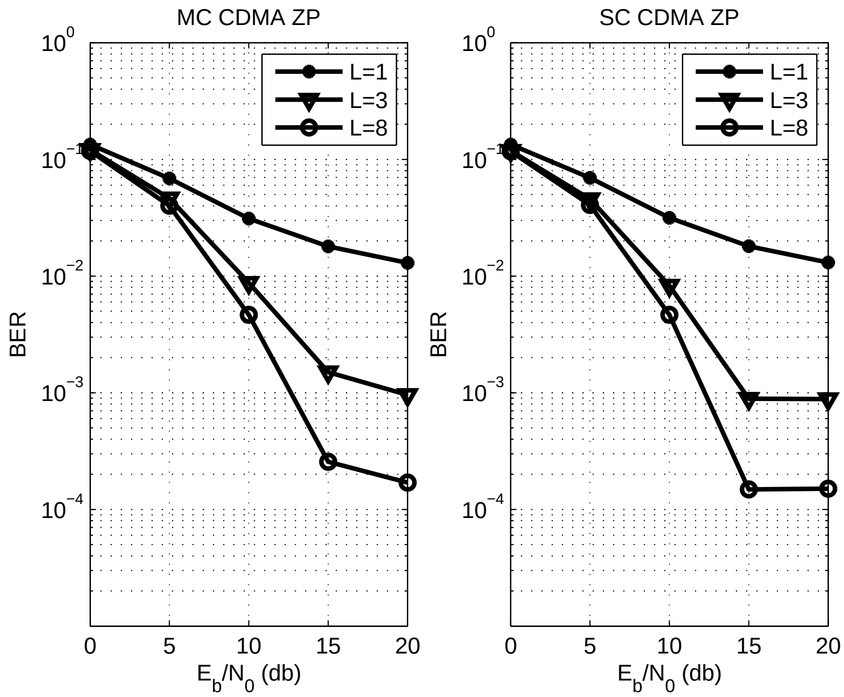

Figura 6.11: BER vs. E_b/N_0, implementação do tipo RLS do receptor AC para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros, codificação espaço-temporal e reversão temporal usando códigos de Zadoff-Chu e $K = 4$ usuários. Canal variante no tempo variando o número de percursos, $f_dT = 0,001$.