PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

ESTUDO DAS CORNETAS - MULTIMODO COMO PARTE DO
SISTEMA DE ALIMENTAÇÃO DE ANTENAS PARA SATÉLITE

Flávio José Vieira Hasselmann

Tese submetida como requisito parcial
para obtenção do grau

MESTRE EM CIÊNCIAS
EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

Assinatura do Orientador

Rio de Janeiro, Julho de 1976

Este trabalho foi suportado pela
TELECOMUNICAÇÕES BRASILEIRAS S.A., atrav
vês dos contratos TELEBRÁS-PUC 006/74 e
021/76.

"A tentativa de impor ao homem, criatura superior e capaz de doçura, a fluir succulentamente, na última fase da Criação, dos cantos dos lábios barbudos de Deus, tentar impor, digo eu, leis e condições apropriadas para uma criação mecânica, contra isto eu levanto a minha pena-espada".

Anthony Burgess
(A Laranja Mecânica)

Aos amigos do CETUC

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Marcio Machado Rabello pela idêia e orien
tação.
- Aos Profs. Marco Antonio Grivet Mattoso Maia e
Claudio Monteiro Einloft pela ajuda nos cálculos nu
méricos e programação.
- À Cristina pela datilografia
- Ao Alberto pelos desenhos
- A todos os colegas do CETUC que de alguma forma con
tribuíram com suas sugestões.

SUMÁRIO

Este trabalho descreve uma das técnicas utilizadas para controlar a distribuição na abertura, no plano E e, conseqüentemente, as características de radiação de uma corneta piramidal. Pequenas variações do ângulo de abertura, em vários pontos da corneta, são utilizadas para produzir uma configuração de campos, na abertura, atenuada nas bordas para o plano E e que conduz a larguras de feixe, equalizadas nos planos E e H, com baixo nível de lobos secundários. Esta idéia é formalizada teoricamente e aplicada com sucesso, através de uma aproximação de 1.^a ordem, ao projeto de um alimentador para um sistema Cassegrain de baixo ruído.

ABSTRACT

This work describes a technique for controlling the E-plane aperture distribution and, consequently, the radiation pattern of a pyramidal horn. Small variations of flare angle at several points along the horn are used to produce a tapered aperture field in the E-plane, resulting equal E and H-plane beam widths with low sidelobes. A first-order design theory is applied successfully to a feeder for a low noise Cassegrain antenna system.

ÍNDICE

	pag
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - ANÁLISE PRELIMINAR.....	3
1.1. Os Modos Gerados	3
1.2. Aproximação de 1ª Ordem	5
1.3. Considerações sobre o Projeto	9
1.4. Comentários Iniciais	12
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA	13
2.1. Análise Rigorosa	13
2.2. Análise Aproximada	19
2.3. Determinação do Campo de Radiação	26
2.4. Validade da Análise Aproximada	36
CAPÍTULO 3 - DIMENSIONAMENTO DO ALIMENTADOR	43
3.1. Determinação da Última Seção	43
3.2. Determinação das Demais Seções	44
CONCLUSÕES	47
REFERÊNCIAS	49
APÊNDICE A - Programas em Computador	A.1
A.1 - Programa "ABERTURA"	A.1
A.2 - Programa "PATTERN"	A.4

ÍNDICE DE TABELAS

	pag
Tabela 1 - Distribuição de campos na abertura do alimentador ASF-117, pela Teoria aproximada da Seção (2.2)	38
Tabela 2 - Distribuição de campos na abertura do alimentador ASF-117, pela Teoria de Cohn	38
Tabela 3 - Características de radiação do alimentador ASF-117 pela Teoria aproximada da Seção (2.2)..	39
Tabela 4 - Características de radiação do alimentador ASF-117 pela Teoria de Cohn.....	39
Tabela 5 - Características reais de radiação do alimentador ASF-117	40

ÍNDICE DE FIGURAS

	pag
Figura 1 - Sistema de coordenadas da junção guia-corneta...	3
Figura 2 - Linhas de campo elétrico dos modos TE_{12} , TM_{12} e par TE/TM_{12}	4
Figura 3 - Linhas de campo elétrico e magnético dos modos TE_{11} e TM_{11}	4
Figura 4 - Frentes de onda incidente e transmitida numa junção típica	5
Figura 5 - Distribuição de campo elétrico do modo dominan <u>te</u> incidente na junção guia-corneta, em 1. ^a a- proximação	7
Figura 6 - Sistema de coordenadas para a abertura da cor- neta no plano H	8
Figura 7 - Técnica para gerar o par TE/TM_{12} com a amplitu <u>de</u> de desejada	10
Figura 8 - Frente de onda na região da abertura da corne- ta	11
Figura 9 - Técnica para anular o par TE/TM_{14}	12
Figura 10- Geometria da corneta E-setorial	14
Figura 11- Geometria de uma descontinuidade da estrutura..	19
Figura 12- Função-fase da onda incidente (TE_{10}) na jun- ção	21
Figura 13- Seção do alimentador com ângulo de abertura nu <u>lo</u>	24
Figura 14- Seção do alimentador com ângulo de abertura não nulo	24
Figura 15- Geometria de uma corneta piramidal de seção qua <u>dr</u> ada	26
Figura 16- Geometria do alimentador Rantec-ASF-117	37
Figura 17- Erro relativo entre os valores de A_2 calculados pela teoria de Cohn e a teoria apresentada na seção (2.2).....	41
Figura 18- Geometria de um alimentador multimodo típico , de seção reta quadrada	45

INTRODUÇÃO

A evolução dos sistemas de comunicações via satélite observada durante a década de 60 com o grande número de estações de alta capacidade integradas ao sistema INTELSAT e, na presente década, com os sistemas domésticos já implantados ou em vias de implantação, aceleraram a pesquisa de conjuntos de antenas com dois refletores, principalmente em configuração Cassegrain e, conseqüentemente, o desenvolvimento de novos modelos de alimentadores primários.

Dentre os alimentadores mais utilizados atualmente destacam-se os modelos: corneta diagonal, corneta cônica corrugada, corneta cônica "dual mode" e corneta piramidal "dual mode". Embora se encontre na literatura sobre estes alimentadores, diversos artigos que descrevem o princípio de operação, as características de radiação, etc., nota-se ainda a existência de algumas lacunas, principalmente quanto à otimização do dimensionamento. Neste sentido é que se insere o presente trabalho, pretendendo-se contribuir para o caso específico da corneta piramidal "dual mode".

Uma corneta piramidal de abertura quadrada apresenta, teoricamente, uma razão de 1.35 entre as larguras de feixe nos pontos de 3 dB do plano H e do plano E, assumindo-se, na abertura, o modo TE_{10} com distribuição senoidal no plano H e distribuição constante e em fase no plano E. Os níveis de lobos secundários encontrados são, respectivamente, 23 e 13 dB abaixo do pico do lobo principal. Entretanto, para uso como alimentador de alto ganho e baixa temperatura de ruído, as larguras de feixe nos planos principais devem ser iguais e o nível de lobos secundários abaixo de pelo menos 20 dB. Como as características de radiação no plano H

são satisfatórias, deve-se procurar um meio de introduzir uma iluminação, em "taper", no plano E a fim de aumentar a largura de feixe e reduzir os lobos secundários no diagrama deste plano.

A técnica adotada consiste em converter parte da energia do modo TE_{10} , na corneta, em energia dos modos TE_{12} e TM_{12} , combinados adequadamente em amplitude e fase para proporcionar as características desejadas. Esta conversão de modos é realizada através de pequenas alterações no ângulo de abertura ao longo da corneta. Como a velocidade de fase do modo TE_{10} difere da dos modos TE_{12} e TM_{12} , acrescenta-se à estrutura uma seção em guia de onda uniforme, que introduz uma defasagem diferencial entre o modo TE_{10} e o par TE/TM_{12} . A defasagem apropriada é então conseguida numa faixa de frequências limitada. Uma das vantagens da técnica de quebras sucessivas, ao longo da corneta, sobre os excitadores de modos, na região da garganta, é a redução na defasagem diferencial entre o ponto de excitação dos modos e a abertura, o que proporciona uma maior banda passante. Também, este alimentador é de fácil construção mecânica permitindo o emprego de polarização circular.

Para tanto são apresentados e discutidos, nos dois primeiros capítulos, os modelos matemáticos e as expressões analíticas que conduzem à determinação das características de radiação desse tipo de alimentador. No terceiro capítulo é então desenvolvida uma sequência de projeto otimizado para a banda de 4 GHz, usual para a recepção em sistemas Cassegrain. Em apêndice são por fim apresentadas as listagens dos programas de computador empregados, com instruções sobre sua utilização.

CAPÍTULO 1

ANÁLISE PRELIMINAR

Neste capítulo é apresentada uma primeira discussão da geração e controle dos modos no interior do alimentador. Na Seção 1.1 são analisados os modos gerados nas descontinuidades e na Seção 1.2 é realizada uma aproximação de 1.^a ordem para o cálculo de seus coeficientes de transmissão; com base neste cálculo, um procedimento para o dimensionamento e estrutura do alimentador é estabelecido na Seção 1.3. Por fim, a Seção 1.4 apresenta um resumo das principais conclusões deste capítulo e que serão de valia para os que se seguem.

1.1. Os Modos Gerados

Considere-se a geometria ilustrada na figura (1) onde se assume um pequeno ângulo de abertura (θ) no plano E.

Fig. 1 - Sistema de coordenadas da junção guia-corneta

Uma onda TE_{10} , propagando-se no guia, incidirá pela esquerda na junção gerando modos TE/TM_{nm} à direita.

sendo o índice n igual a 1, já que a dimensão no plano H foi mantida. Observa-se também que os campos destes modos deverão apresentar simetria com relação ao eixo y , o que é exigido pela própria construção geométrica da corneta. Esta condição obriga que o índice m seja par, o que pode ser verificado analisando-se as figuras (2) e (3) que mostram a distribuição de linhas de campo dos modos TE/TM_{12} e TE/TM_{11} , respectivamente.

Fig. 2 - Linhas de campo elétrico: (a) Modo TE_{12} ; (b) Modo TM_{12} ; (c) Modo híbrido TE/TM_{12} .

Fig. 3 - Linhas de campo elétrico (cheias) e magnético (tracejadas): (a) Modo TE_{11} ; (b) Modo TM_{11} .

Portanto, uma pequena abertura no plano E gerará uma onda cilíndrica propagando-se no interior da corneta, constituída pelo modo dominante TE_{10} e componentes dos pares TE/TM_{12} , TE/TM_{14} , etc..., superpostos em amplitude e fase de modo a anular a componente E_x do campo elétrico, o que também pode ser visualizado na figura (2).

Se a corneta for piramidal ao invés de setorial ou seja, permitindo também a abertura no plano H, serão ainda gerados os modos TE_{30} , TE_{50} , TE/TM_{32} , etc... Observa-se que o índice n destes modos deverá ser ímpar para atender às condições de simetria com relação ao eixo x.

1.2. Aproximação de 1ª Ordem

Nesta seção será apresentada uma análise aproximada da conversão de modos por uma alteração do ângulo de abertura da corneta. O desenvolvimento que se segue é similar ao de Cohn¹.

Considere-se a junção de duas cornetas E-setorial, de ângulos de abertura θ_1 e $\theta_2 = 0$, e as frentes de onda 1 e 2, de interseção nos pontos de quebra, conforme a figura (4).

Fig. 4 - Frentes de onda incidente e transmitida na junção típica.

A separação máxima entre as frentes de onda é

$$\Delta z = R - \ell = \frac{b}{2} (\operatorname{cosec} \theta_1 - \cotg \theta_1) = \frac{b}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}$$

Para θ_1 pequeno (menor que cerca de 0.4 rd ou 23°), Δz pode ser aproximado por

$$\Delta z = \frac{b\theta_1}{4} \quad (1.2)$$

com θ_1 em radianos.

Da mesma forma, se θ_2 também fôr diferente de zero, a separação entre as frentes de onda será dada por

$$\Delta z = \frac{b}{4} (\theta_1 - \theta_2) \quad (1.3)$$

A defasagem do modo TE_{10} , correspondente a Δz , é $\phi_m = 2\pi\Delta z/\lambda g$, ou ainda

$$\phi_m = \frac{\pi b}{2\lambda g} (\theta_1 - \theta_2) \quad (1.4)$$

onde λg é o comprimento de onda do modo TE_{10} e b a dimensão do plano E no ponto de quebra. Para θ_1 e θ_2 pequenos,

$$\lambda g \approx \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \approx \lambda, \quad a > 2\lambda \quad (1.5)$$

Considere-se uma onda TE_{10} incidindo na junção representada na figura (4). Em primeira aproximação, a soma do modo dominante TE_{10} com os modos superiores casará em amplitude e fase com a onda incidente. Cumpre também observar, da expressão (1.4), que esta situação é bastante geral, pois a diferença $(\theta_1 - \theta_2)$ define a descontinuidade da frente de onda, mais que θ_1 e θ_2 isoladamente.

O campo incidente $|E_y|$ é constante para $-b/2 \leq y \leq b/2$ e a superposição dos modos superiores à direita da

junção deve casar com as funções $|E_y(y)|$ e $\phi(y)$ mostradas na figura (5).

Fig. 5 - Distribuição de campo elétrico do modo dominante incidente na junção guia-corneta, em 1ª aproximação: (a) - distribuição em fase; (b) distribuição em amplitude;

Pode-se, então, escrever

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_{2m} \cos \frac{2\pi my}{b} = e^{j\phi(y)} \approx 1 + j\phi(y) \quad (1.6)$$

onde A_{2m} representa os coeficientes de transmissão dos modos TE_{10} , TE/TM_{12} , TE/TM_{14} , etc... Em 1ª aproximação, com A_2 , A_4 , ... $\ll A_0$, a equação (1.6) pode ser satisfeita por

$$A_0 = 1 \quad (1.7)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_{2m} \cos \frac{2\pi my}{b} = j\phi(y) \quad (1.8)$$

Observa-se que as componentes TE/TM_{12} , TE/TM_{14} , estão em quadratura de fase com a componente TE_{10} transmitida e a equação (1.8) representa uma série de Fourier em y , de período b . Para simplificar o resultado, aproxime-se

$\phi(y)$ por uma senóide de meia onda da forma $\phi_m \cos(\pi y/b)$, com $y \in [-b/2, b/2]$, o que dará para os coeficientes de Fourier, que representam as amplitudes dos modos TE/TM_{1,2m} em relação à amplitude do modo TE₁₀:

$$A_{2m} = - \frac{(-1)^m}{\pi} \cdot \frac{j 4 \phi_m}{(2m)^2 - 1} \quad (1.9)$$

A expressão acima aplica-se à região logo à direita da descontinuidade. Substituindo a equação (1.4) em (1.9), resultam as expressões aproximadas para as amplitudes dos modos:

$$A_0 = 1 \quad (1.10-a)$$

$$A_2 = j \frac{2b(\theta_1 - \theta_2)}{3\lambda} \quad (1.10-b)$$

$$A_{2m} = \frac{-3(-1)^m}{(2m)^2 - 1} A_2 \quad (1.10-c)$$

Considerando uma corneta piramidal, ter-se-á que satisfazer também a $L_y(x) \propto \sin(\pi x/a)$ e a $\phi = \phi(x)$, resultantes da abertura no plano H, ilustrada na figura (6).

Fig. 6 - Sistema de coordenadas para a abertura da corneta no plano H.

Procedimento análogo ao anterior, agora com relação aos modos TE_{10} , TE_{30} , TE/TM_{32} , etc..., e observando que a diferença de fase das duas frentes de onda será máxima para $x=a/2$, conduz a:

$$\sum_{n=1,3,5..} A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{a} = \operatorname{sen} \frac{\pi x}{a} e^{j\phi(x)} \approx \operatorname{sen} \frac{\pi x}{a} (1+j\phi(x)) \quad (1.11)$$

com $\phi(x)$ aproximada por $\phi_m \operatorname{sen} \frac{\pi x}{a}$

Em 1ª aproximação, a equação (1.11) pode ser satisfeita por

$$A_1 = 1 \quad (1.12)$$

$$\sum_{n=3,5,7...} A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{a} = j \phi_m \operatorname{sen}^2 \frac{\pi x}{a} \quad (1.13)$$

Os coeficientes de Fourier serão, então, dados por

$$A_n = -j \frac{\phi_m}{\pi} \left(\frac{8}{n^3 - 4n} \right) \quad (1.14)$$

Observa-se que a variação senoidal de meia onda para $E_y(x)$ resulta numa convergência extremamente rápida para a expansão de Fourier, quando comparada com a expressão (1.9), relativa aos modos gerados pela abertura no plano E.

1.3. Considerações sobre o Projeto

Na seção anterior foi deduzida uma fórmula (1.10-b) para a amplitude A_2 do par TE/TM_{12} e que pode ser usada para determinar a alteração no ângulo de abertura, ne-

cessária para se obter a razão de amplitudes desejada entre este par e o modo dominante. Daquela expressão também se observa que A_2 está 90° em retardo de fase com relação a A_0 para $\theta_1 - \theta_2 < 0$ e, em avanço, para $\theta_1 - \theta_2 > 0$. Portanto, pode-se ter estes modos em fase no centro da abertura se a defasagem diferencial entre o modo TE_{10} e o par TE/TM_{12} , na seção à direita da descontinuidade, for de 90° para um aumento do ângulo de abertura ou de 270° no caso de uma diminuição. Os parâmetros a , b , θ e l devem, então, ser ajustados para se conseguir os valores desejados de A_2 e as necessárias defasagens diferenciais, atendendo a dimensões razoáveis para o alimentador.

Se os valores desejáveis para A_2 não puderem ser obtidos com apenas uma quebra, duas podem ser empregadas como mostra a figura (7), porém com maior sensibilidade à frequência.

Fig. 7 - Técnica para gerar o par TE/TM_{12} com a amplitude desejada.

Também, na abertura da corneta, se deseja uma frente de onda plana o que, na verdade, não acontece, como ilustra a figura (8). A curvatura de fase na abertura é, portanto, aproximadamente equivalente a uma componente A_2 adicional que, conforme a equação (1.10-b), está 90° adiantada em fase com relação à componente A_0 , também na abertura. Esta componente extra do par TE/TM_{12} pode, todavia, ter sua am

plitude reduzida fazendo-se θ pequeno ou até cancelada, se a defasagem diferencial devida às alterações no ângulo de abertura, no interior da corneta, for suficientemente diferente de 90° ou 270° para produzir uma componente do par TE/TM₁₂ igual, mas em oposição de fase, na abertura.

Fig. 8 - Frente de onda na região da abertura da corneta.

As equações (1.10) mostram que as amplitudes $A_2, A_4, A_6, \text{etc.}$, formam uma progressão que decresce rapidamente, evidenciando que a presença, na abertura, de componentes de ordem superior a A_2 pouco afetará o diagrama de radiação. Entretanto as amplitudes destes modos podem ser canceladas pela técnica mostrada na figura (9), onde a alteração do ângulo de abertura ($\theta_1 - \theta_2$) é feita em dois estágios aproximadamente iguais, separados por uma distância axial ℓ , escolhida de modo a defasagem diferencial entre os modos TE₁₀ e TE/TM₁₄ ser de 180° . Desta forma, a pequena componente do modo TE/TM₁₄, excitada na primeira descontinuidade, será cancelada pela excitada na segunda. Ainda, a redução nos dois fasores iguais, do modo TE/TM₁₂, pode ser desprezada. Este cuidado com o par TE/TM₁₄ também pode ser utilizado para reduzir suficientemente as componentes do par TE/TM₃₀, excitadas pela abertura no plano H, já que as velocidades de fase destes modos tendem a valores próximos à medida que se aproxima da abertura do alimentador. Se ainda desejado, a alteração no ângulo de abertura pode ser dividida em mais de dois estágios para cancelar modos de ordem ainda superior, mas esta complicação adicional não é verdadeiramente necessária.

Fig. 9 - Técnica para anular o par TE/TM₁₄.

1.4. Comentários Iniciais

Do que foi exposto nas seções anteriores, podem ser destacados alguns aspectos:

- É fundamental a obtenção de uma distribuição de campos, na abertura da corneta, constituída dos modos TE₁₀ e TE/TM₁₂ combinados em amplitude e fase de modo a otimizar o diagrama de radiação.
- Para perfazer tais objetivos, relações que permitem o dimensionamento das várias seções do alimentador foram ou podem ser derivadas.
- Todavia, todo o cálculo anterior foi baseado numa aproximação de 1.^a ordem para o erro de fase nas descontinuidades. O que se pretende nos capítulos seguintes é obter uma expressão mais rigorosa para os campos no interior da corneta e estabelecer um processo que permita determinar com que defasagem em relação ao modo dominante, e em que razão de amplitudes, são os modos superiores efetivamente gerados. Só então, um procedimento mais seguro, para o projeto da estrutura, poderá ser adotado.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DA ESTRUTURA

No capítulo anterior foi apresentado um roteiro para dimensionamento do alimentador com base em uma análise aproximada da geração e controle dos modos híbridos nas várias seções da estrutura. O que se pretende neste capítulo é apresentar uma tentativa de estudo mais detalhado dos problemas mencionados e evidenciar a validade de uma aproximação de 1.^a ordem para o cálculo dos coeficientes de transmissão nas descontinuidades, quando se trabalha com pequenos ângulos de abertura.

2.1. Análise Rigorosa

O primeiro problema com que se depara, ao estudar o comportamento de estruturas-multimodo, é a geração dos modos híbridos ou, mais precisamente, com que razão de amplitudes e defasagem, em relação ao modo dominante, são estes modos transmitidos nas descontinuidades. No capítulo anterior observou-se que apenas os modos gerados pela abertura no plano E são relevantes. Deve-se, portanto, procurar obter uma expressão para os coeficientes de transmissão do modo dominante TE_{10} e dos pares TE/TM_{12} e TE/TM_{14} sendo a influência dos demais considerada desprezível.

Considere-se a geometria de uma corneta E-setorial, ilustrada na figura (10).

Fig. 10 - Geometria da corneta E-setorial

Cumpra observar que a onda incidente no guia, TE_{10} , apresenta $E_x = 0$ e que, conforme visto na Seção 1.1, ter-se-ão os pares degenerados $TE/TM_{1,2m}$, na corneta, anulando esta mesma componente de campo elétrico. Portanto, tais modos devem ser gerados por uma função potencial ψ_{1m} que seja transverso-elétrica com relação ao eixo x , e atendendo às condições de contorno:

$$E_r = 0 \quad \dots\dots\dots \begin{cases} \theta = \pm \theta_0 \\ x = \pm a/2 \end{cases}$$

$$E_\theta = 0 \quad \dots\dots\dots x = \pm a/2$$

Tal função pode ser expressa por²:

$$\psi_{1m} = T_{1m} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}^{(2)}(k_r r) \quad (2.1)$$

com:

$$m = 0, 2, 4 \dots$$

$$k_r = \left[k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \right]^{1/2}$$

e:

$$k_0 = 2\pi/\lambda$$

sendo λ o comprimento de onda correspondente à frequência de trabalho.

Pode-se, então, obter as expressões dos campos eletromagnéticos a partir das relações³:

$$E_r = - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2.2-a)$$

$$E_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (2.2-b)$$

$$E_x = 0 \quad (2.2-c)$$

$$H_r = \frac{1}{j\omega\mu_0} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial x} \quad (2.2-d)$$

$$H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0 r} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta \partial x} \quad (2.2-e)$$

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_0} \cdot \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_0^2 \right) \psi \quad (2.2-f)$$

com: $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência de trabalho.

obtendo-se:

$$E_r = T_{1m} \cdot \frac{m\pi}{2\theta_0 r} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) \cdot H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}^{(2)}(k_r r) \quad (2.3-a)$$

$$E_\theta = T_{1m} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) \cdot \left[-k_r H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}+1}^{(2)}(k_r r) + \frac{m\pi}{2\theta_0 r} H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}^{(2)}(k_r r) \right] \quad (2.3-b)$$

$$E_x = 0 \quad (2.3-c)$$

$$H_r = j T_{1m} \cdot \frac{\pi}{\omega \mu_0 a} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) \cdot \left[-k_r H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}+1}^{(2)}(k_r r) + \frac{m\pi}{2\theta_0 r} H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}^{(2)}(k_r r) \right] \quad (2.3-d)$$

$$H_\theta = \frac{T_{1m}}{j\omega\mu_0} \cdot \frac{m\pi^2}{2\theta_0 a r} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) \cdot H_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}^{(2)}(k_r r) \quad (2.3-e)$$

$$H_x = T_{1m} \cdot \frac{k_r^2}{j\omega\mu_0} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi\theta}{2\theta_0}\right) \cdot \frac{H^{(2)}_{\frac{m\pi}{2\theta_0}}(k_r r)}{(2.3-f)$$

Um processo para a determinação dos coeficientes T_{1m} consiste em casar, na descontinuidade, a componente E_y das ondas incidente e transmitida, em módulo e fase. Observe-se, ainda, que esta última será dada pela superposição do modo dominante com os modos híbridos TE/TM₁₂, TE/TM₁₄.... Pode-se, então, calcular:

$$E_y = E_r \sin\theta + E_\theta \cos\theta$$

enquanto que para a onda incidente (TE₁₀), tem-se⁴:

$$E_y = -j \frac{k_0 Z_0}{k_{c10}} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (2.4)$$

onde:

$$Z_0 = 120 \pi$$

$$k_{c10} = \pi/a$$

$$\beta_{10} = [k_0^2 - k_{c10}^2]^{1/2}$$

Entretanto, para perfazer o casamento de modos na junção guia-corneta, recai-se num complexo problema de análise numérica cujas tentativas de solução passam a ser descritas.

O primeiro passo foi formar uma função, do ravante chamada 'função-casamento', a partir da subtração da componente E_y incidente da transmitida, que deveria ser minimizada na junção, tendo-se desprezado as reflexões. Na expressão da componente transmitida, substituiu-se as funções de Hankel por combinações de funções de Bessel de 1.^a e 2.^a espécie que, para ângulos de abertura inteiros, foram calculados por processos numéricos^{5,6,7,8} em computador⁹. A seguir, avaliou-se analiticamente o gradiente da função-casamento, com relação às variáveis-módulo e fase dos coeficientes de transmissão a determinar, de modo a utilizar-se técnicas "steepest-descent" de minimização, da mais simples ao sofisticado Método do Gradiente Conjugado^{10,11}. Como essas técnicas são irrestritas, incluiu-se o chamado Método das Penalidades¹² para adicionar ao problema as restrições de ordem física que se impunham, como a amplitude do modo dominante transmitido ser maior que as dos modos superiores e a potência incidente ser igual à transmitida, desprezadas as reflexões. Também, às fases dos coeficientes, foi permitido variarem no entorno de 0 e $\pm \pi/2$, respectivamente, como se esperava da análise preliminar, apresentada no capítulo anterior. Todavia, a interseção do conjunto-restrições restringiu a região-solução de tal forma que o ponto de mínimo encontrado não satisfazia à condição de casamento dos modos.

Dentro da mesma linha, poder-se-ia sugerir a tentativa de minimização do erro médio quadrático entre os campos incidente e transmitido ao longo do plano da junção, ao invés de minimizar a função-casamento ponto a ponto como foi feito. Porém, tal complicação adicional foi abandonada neste trabalho, preferindo-se modificar a aproximação feita no capítulo anterior e verificar a melhoria obtida para pequenos ângulos de abertura. Tal procedimento é desenvolvido nas seções que se seguem.

2.2. Análise Aproximada

Nesta Seção será efetuado um cálculo, mais rigoroso que o apresentado na Seção 1.2, dos coeficientes de transmissão dos modos nas descontinuidades da estrutura, em bora se mantendo a aproximação para pequenos ângulos de abertura.

Cumpra observar que, na primeira seção do alimentador, os modos superiores devem ainda ser impedidos de propagar para se evitar um coeficiente de onda estacionária elevado na junção com o guia, o que pode ser obtido fazendo-se o ângulo de abertura, dessa seção, suficientemente pequeno.

Considere-se a situação ilustrada na figura (11): na 1.^a seção se propaga apenas o modo dominante (TE_{10}), enquanto que, na 2.^a seção, pares TE/TM_{12} , TE/TM_{14} ... são também excitados. Novamente, serão desprezadas as reflexões.

Fig. 11 - Geometria de uma descontinuidade da estrutura.

Para a onda incidente admite-se uma variação com x de modo a satisfazer às condições de contorno e sujeita a um erro de fase parabólico¹³ de validade comprovada em estruturas setoriais. Pode-se, então, escrever:

$$E_y(\text{incidente}) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \exp\left[jk \frac{(a^2 - 4y^2)}{8\ell}\right] \quad (2.5)$$

onde o argumento da exponencial é obtido a partir da defasagem entre os pontos $y=a/2$ e outro genérico ao longo do eixo dos y , mais precisamente:

$$\begin{aligned} k(\ell - r) &= k \left\{ \ell - \left[\ell^2 - \frac{a^2}{4} + y^2 \right]^{1/2} \right\} = \\ &= k \left\{ \ell - \ell \left[1 + \frac{y^2 - a^2/4}{\ell^2} \right]^{1/2} \right\} = \\ &\approx -\left\{ \frac{y^2 - a^2/4}{2\ell} \right\} \cdot k \end{aligned}$$

Para a onda transmitida à 2.^a seção ($\theta_2=0$), pode-se admitir a expressão:

$$E_y(\text{transmitido}) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} \cos\left(\frac{2n\pi y}{a}\right) \quad (2.6)$$

Para determinar os coeficientes A_{2n} , deve-se proceder ao casamento dos campos incidente e transmitido na junção. Observe-se ainda que, para pequenos ângulos de abertura, a função de fase na expressão (2.5) pode ser desenvolvida em:

$$\exp\left[jk \frac{(a^2 - 4y^2)}{8\ell}\right] \approx 1 + jk \frac{(a^2 - 4y^2)}{8\ell} \quad (2.7)$$

resultando:

$$1 + jk \frac{(a^2 - 4y^2)}{8\ell} = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n} \cos \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) \quad (2.8)$$

Em 1ª aproximação, a equação (2.8) pode ser resolvida fazendo-se $A_0=1$ e reconhecendo-se, nos fatores A_{2n} , os coeficientes de Fourier da expansão em série de cossenos da função $\phi(y)$, par e periódica em a , representativa da fase da onda incidente, para $y \in [-a/2, a/2]$, conforme ilustra a figura (12).

Fig. 12 - Função-fase da onda incidente (TE_{10}) na junção

Obtém-se, então:

$$\begin{aligned} A_{2n} &= j \frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{k(a^2 - 4y^2)}{8\ell} \cdot \cos \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) \cdot dy = \\ &= j \frac{k}{2a\ell} \int_0^{a/2} \left[a^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) - 4y^2 \cos \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) \right] \cdot dy = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= j \frac{k}{2a\ell} \left\{ \frac{a^3}{2n\pi} \left[\sin \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) \right]_0^{a/2} - 4 \left[\frac{ya^2}{2n^2\pi^2} \cos \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sin \left(\frac{2n\pi y}{a} \right) \cdot \left(\frac{y^2 a}{2n\pi} - \frac{a^3}{4n^3\pi^3} \right) \right]_0^{a/2} \right\} = \\
&= (-1)^{n+1} j \frac{ka^2}{2\ell n^2\pi^2} \quad (2.9)
\end{aligned}$$

com $k=2\pi/\lambda_g$, onde λ_g é o comprimento de onda, em guia, relativo ao modo TE_{10} incidente, dado por $\lambda_g = \lambda [1 - (\lambda/2a)^2]^{-1/2}$. Pode-se ainda escrever:

$$\frac{a^2}{\ell} = 2a \sin \theta_1 = 2a \sin (\Delta\theta) \approx 2a \cdot \Delta\theta, \text{ para ângulos pequenos}$$

Da expressão (2.9), associando-se $n=1$ ao par TE/TM_{12} e $n=2$ ao par TE/TM_{14} , obtém-se:

$$A_2 = \frac{2a}{\pi\lambda_g} \sin(|\Delta\theta|) \cdot e^{\pm j \frac{\pi}{2}} \dots \begin{cases} +, \Delta\theta > 0 \\ -, \Delta\theta < 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

$$A_4 = \frac{a}{2\pi\lambda_g} \sin(|\Delta\theta|) \cdot e^{\pm j \frac{\pi}{2}} \dots \begin{cases} +, \Delta\theta < 0 \\ -, \Delta\theta > 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

lembrando que para o modo TE_{10} transmitido, fêz-se

$$A_0 = 1 \quad (2.12)$$

Comparando-se as expressões (2.10) a (2.12) com as correspondentes calculadas na Seção 1.2, onde se admitia um erro de fase cossenoidal para a onda incidente na junção, obtém-se as relações:

$$\frac{(\Lambda_2/\Lambda_0) \text{ n\~o}vo}{(\Lambda_2/\Lambda_0) \text{ antigo}} = 0.955 \quad (2.13-a)$$

$$\frac{(\Lambda_4/\Lambda_0) \text{ n\~o}vo}{(\Lambda_4/\Lambda_0) \text{ antigo}} = 0.398 \quad (2.13-b)$$

Portanto, como se observa das relações acima, a diferença entre as duas análises passa a ser mais significativa para ordens superiores dos modos híbridos gerados.

É de interêss, em t~ermos de projeto, obter-se também as expressões das defasagens dos modos ao longo das seções do alimentador. Se a seção apresentar ângulo de abertura nulo, conforme a figura (13), obtém-se para a defasagem ao longo da mesma:

$$\Delta\phi_{1n} = k\ell = \frac{2\pi\ell}{\lambda_{g1n}} = \frac{2\pi\ell}{\lambda} \cdot \left[1 - (1 + n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

Para uma seção, de ângulo de abertura não nulo, proceder-se-á à análise abaixo, com sua geometria ilus -

Fig. 13 - Seção do alimentador com ângulo de abertura nulo.

trada na figura (14).

Fig. 14 - Seção do alimentador com ângulo de abertura não nulo.

Para um trecho da seção, de comprimento elementar dz , pode-se expressar a defasagem ao longo do eixo por:

$$d\phi_{1n} = k \cdot dz = \frac{2\pi}{\lambda g} \cdot dz = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left[1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{1/2} dz \quad (2.15)$$

Integrando-se a expressão acima, obtêm-se a defasagem total ao longo da seção. Pode-se ainda fazer a transformação de variáveis: $z = a/2 \operatorname{tg} \theta, dz = da/2 \operatorname{tg} \theta$. Portanto:

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{1n} &= \int_{z_0}^{z_0 + \ell} k \cdot dz = \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta \cdot \lambda} \int_{a_1}^{a_2} \left[1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot da = \\ &= \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta \cdot \lambda} \left\{ \left[a^2 - (n^2+1) \left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{\lambda}{2} (1+n^2)^{1/2} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{[a^2 - (\lambda/2)^2 \cdot (1+n^2)]^{1/2}}{[1+n^2]^{1/2} \cdot (\lambda/2)} \right) \right\}_{a_1}^{a_2} \end{aligned}$$

Substituindo na expressão acima a relação

$$\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{p}{q} \right) = \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{p}{[p^2 + q^2]^{1/2}} \right), \text{ obtêm-se:}$$

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{1n} &= \frac{\pi}{\operatorname{tg} \theta} \left\{ \left[\frac{a_2}{\lambda} \sqrt{1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a_2} \right)^2} - \frac{a_1}{\lambda} \sqrt{1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a_1} \right)^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{1+n^2}}{2} \left[\operatorname{sen}^{-1} \sqrt{1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a_1} \right)^2} - \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{1 - (1+n^2) \cdot \left(\frac{\lambda}{2a_2} \right)^2} \right] \right\} \\ &\quad (2.16) \end{aligned}$$

Neste ponto é necessário comprovar a validade das expressões deduzidas nesta seção, o que pode ser feito comparando-se as características de radiação de um alimentador conhecido com as obtidas ao aplicar a teoria em questão para se conhecer a distribuição de campos na abertura. Tal procedimento será adotado nas Seções que se seguem.

2.3. Determinação do Campo de Radiação

Nesta Seção será desenvolvida uma expressão para o campo irradiado por uma abertura quadrada, onde se assume uma distribuição de campos conhecida, formada pelo modo TE_{10} e o par TE/TM_{12} .

Considere-se uma corneta piramidal, cuja geometria é ilustrada na figura (15).

Fig. 15 - Geometria de uma corneta piramidal de seção quadrada.

Observando-se que, na abertura, tem-se a componente E_x nula e as impedâncias de onda dos modos TE_{10} presentes são muito aproximadamente iguais à impedância intrínseca do espaço livre, obtém-se¹⁴ para o campo de radiação:

$$E_{\theta} = j \frac{k_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \cdot (1 + \cos\theta) \cdot f_y \sin\phi \quad (2.17-a)$$

$$E_{\phi} = j \frac{k_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \cdot (1 + \cos\theta) \cdot f_y \cos\phi \quad (2.17-b)$$

com:

$$f_y = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} E_A \cdot \exp[jk_0 \sin\theta (x \cos\phi + y \sin\phi)] \cdot dx dy \quad (2.17-c)$$

onde:

k_0 - constante de propagação em espaço livre

E_A - campo elétrico na abertura da corneta.

Para o campo na abertura pode-se considerar uma distribuição plana⁴, análoga a um guia de mesma seção, composta do modo TE_{10} e do par TE/TM_{12} combinados em amplitude e fase e sujeita a um erro de fase parabólico¹⁵, da forma:

$$E_A = E_y(x,y) e^{jk_0 \delta(x,y)} \quad (2.18-a)$$

com:

$$\delta(x,y) = \frac{1}{2k_0} \left(\frac{a^2}{2} - x^2 - y^2 \right) \quad (2.18-b)$$

$$\begin{aligned} E_y(x,y) &= \sin\left[\frac{\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right] \cdot \left\{1 - \alpha \cos\left[\frac{2\pi}{a}\left(y+\frac{a}{2}\right)\right] \cdot e^{jF}\right\} = \\ &= \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \left[1 + \alpha \cos\left(\frac{2\pi y}{a}\right) e^{jF}\right] \end{aligned} \quad (2.18-c)$$

onde:

α - razão de amplitudes entre o par TE/TM_{12} e o modo TE_{10} na abertura.

F - diferença de fase entre o par TE/TM_{12} e o modo TE_{10} na abertura.

Sendo a finalidade d'êste desenvolvimento a obtenção do diagrama de radiação da corneta, pode-se normalizar as expressões (2.17-a) e (2.17-b), resultando para o campo de radiação nos planos principais:

- plano E ($\phi = \pi/2$):

$$E = E_{\theta} = (1 + \cos\theta) \cdot \left[I_1^E + \alpha I_2^E e^{jF} \right] \quad (2.19-a)$$

- plano H ($\phi = 0$):

$$E = E_{\phi} = (1 + \cos\theta) \cdot \left[I_1^H + \alpha I_2^H e^{jF} \right] \quad (2.19-b)$$

com:

$$I_1^E = A_1 \cdot A_5 \quad (2.20-a)$$

$$I_2^E = A_3 \cdot A_5 \quad (2.20-b)$$

$$I_1^H = A_4 \cdot A_2 \quad (2.20-c)$$

$$I_2^H = A_6 \cdot A_2 \quad (2.20-d)$$

onde:

$$A_1 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{jk_0 \sin\theta y} \cdot e^{-j \frac{k_0 y^2}{2\ell_0}} \cdot dy \quad (2.21-a)$$

$$A_2 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{jk_0 \sin\theta x} \cdot e^{-j \frac{k_0 x^2}{2\ell_0}} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot dx \quad (2.21-b)$$

$$A_3 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{jk_0 \sin \theta y} \cdot e^{-j \frac{k_0 y^2}{2\ell_0}} \cdot \cos \left(\frac{2\pi y}{a} \right) \cdot dy \quad (2.21-c)$$

$$A_4 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j \frac{k_0 y^2}{2\ell_0}} \cdot dy \quad (2.21-d)$$

$$A_5 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j \frac{k_0 x^2}{2\ell_0}} \cdot \cos \left(\frac{\pi x}{a} \right) \cdot dx \quad (2.21-e)$$

$$A_6 = \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j \frac{k_0 y^2}{2\ell_0}} \cdot \cos \left(\frac{2\pi y}{a} \right) \cdot dy \quad (2.21-f)$$

Resolvendo a integral (2.21-a):

$$A_1 = \int_{-a/2}^{a/2} \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda} \left(-\sin \theta y + \frac{y^2}{2\ell_0} \right) \right] \cdot dy$$

Fazendo as substituições:

$$y_n = y/\lambda \quad , \quad dy = \lambda dy_n \quad (2.22-a)$$

$$\ell_n = \ell_0/\lambda \quad (2.22-b)$$

$$a_n = a/\lambda \quad (2.22-c)$$

vem:

$$A_1 = \lambda \cdot \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(\frac{2y_n^2}{\ell_n} - 4 \operatorname{sen} \theta y_n \right) \right] \cdot dy_n$$

Ainda, com $D = \sqrt{2/\ell_n}$:

$$A_1 = \lambda \cdot e^{j \frac{2\pi \operatorname{sen}^2 \theta}{D}} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(\sqrt{D} y_n - \frac{2 \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{D}} \right)^2 \right] \cdot dy_n$$

Fazendo as substituições:

$$u = \sqrt{D} y_n - 2 \operatorname{sen} \theta / \sqrt{D}, \quad dy_n = du / \sqrt{D} \quad (2.23-a)$$

$$u_1 = -\sqrt{D} a_n/2 - 2 \operatorname{sen} \theta / \sqrt{D} \quad (2.23-b)$$

$$u_2 = \sqrt{D} a_n/2 - 2 \operatorname{sen} \theta / \sqrt{D} \quad (2.23-c)$$

obtém-se:

$$A_1 = \frac{\lambda}{\sqrt{D}} e^{j \frac{2\pi \operatorname{sen}^2 \theta}{D}} \int_{u_1}^{u_2} e^{-j \frac{\pi u^2}{2}} \cdot du$$

Reconhecendo-se as integrais de Fresnel:

$$C(x) = \int_0^x \cos \left(\frac{\pi t^2}{2} \right) dt \quad (2.24-a)$$

$$S(x) = \int_0^x \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t^2}{2} \right) dt \quad (2.24-b)$$

resulta finalmente:

$$A_1 = \frac{\lambda}{\sqrt{D}} e^{j \frac{2\pi \text{sen}^2 \theta}{D}} \cdot \{ [C(u_2) - C(u_1)] - j [S(u_2) - S(u_1)] \} \quad (2.25)$$

Aplicando-se as relações (2.2), com a substituição de y por x , a integral (2.21-b) é transformada em:

$$A_2 = \frac{\lambda}{2} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left\{ -j \frac{\pi}{2} \left[\frac{2x_n^2}{\ell_n} - 2 \left(2\text{sen} \theta + \frac{1}{a_n} \right) x_n \right] \right\} dx_n +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left\{ -j \frac{\pi}{2} \left[\frac{2x_n^2}{\ell_n} - 2 \left(2\text{sen} \theta - \frac{1}{a_n} \right) x_n \right] \right\} dx_n$$

Com as substituições

$$F_1 = 2 \text{sen} \theta + 1/a_n \quad (2.26-a)$$

$$F_2 = 2 \text{sen} \theta - 1/a_n \quad (2.26-b)$$

obtém-se:

$$A_2 = \frac{\lambda}{2} e^{j \frac{\pi F_1^2 \ell_n}{4}} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - F_1 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right)^2 \right] dx_n +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} e^{j \frac{\pi F_2^2 \ell_n}{4}} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - F_2 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right)^2 \right] dx_n$$

Com a troca de variáveis:

$$u = x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - F_1 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad , \quad dx_n = \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} du \quad (2.27)$$

e aplicando as relações (2.24), resulta:

$$\begin{aligned} A_2 = & \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \cdot \left[e^{j \frac{\pi F_1^2 \ell_n}{4}} \cdot \{ [C(u_4) - C(u_3)] - \right. \\ & \left. - j [S(u_4) - S(u_3)] \} + \right. \\ & \left. + e^{j \frac{\pi F_2^2 \ell_n}{4}} \cdot \{ [C(u_6) - C(u_5)] - j [S(u_6) - S(u_5)] \} \right] \quad (2.28) \end{aligned}$$

onde:

$$u_3 = - \left(\frac{a_n}{2} \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} + F_1 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right) \quad (2.29-a)$$

$$u_4 = \frac{a_n}{2} \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - F_1 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad (2.29-b)$$

$$u_5 = - \left(\frac{a_n}{2} \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} + F_2 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right) \quad (2.29-c)$$

$$u_6 = \frac{a_n}{2} \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - F_2 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad (2.29-d)$$

Desenvolvimento idêntico ao anterior, aplicando-se as relações (2.22), conduz a integral (2.21-c) ao resultado:

$$\begin{aligned}
A_3 = & \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \cdot e^{j \frac{\pi F_3^2 \ell_n}{4}} \cdot \{ [C(u_8) - C(u_7)] - j [S(u_8) - S(u_7)] \} + \\
& + e^{j \frac{\pi F_4^2 \ell_n}{4}} \cdot \{ [C(u_{10}) - C(u_9)] - j [S(u_{10}) - S(u_9)] \}
\end{aligned}
\tag{2.30}$$

onde:

$$u_7 = - \left(\frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} + F_3 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right) \tag{2.31-a}$$

$$u_8 = \frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} - F_3 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \tag{2.31-b}$$

$$u_9 = - \left(\frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} + F_4 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right) \tag{2.31-c}$$

$$u_{10} = \frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} - F_4 \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \tag{2.31-d}$$

com:

$$F_3 = 2 (\operatorname{sen} \theta + 1/a_n) \tag{2.32-a}$$

$$F_4 = 2 (\operatorname{sen} \theta - 1/a_n) \tag{2.32-b}$$

Com o emprêgo das relações (2.22) e fazendo-se a troca de variáveis:

$$u = y_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} \quad , \quad dy_n = \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad dy \tag{2.33}$$

a integral (2.21-d) é facilmente resolvida, resultando:

$$A_4 = \lambda \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \{ [C(u_{12}) - C(u_{11})] - j [S(u_{12}) - S(u_{11})] \} \quad (2.34)$$

onde:

$$u_{11} = - a_n / \sqrt{2\ell_n} \quad (2.35-a)$$

$$u_{12} = a_n / \sqrt{2\ell_n} \quad (2.35-b)$$

Trocando-se y por x nas relações (2.22) e aplicando na integral (2.21-e), esta se reduz a:

$$\begin{aligned} A_5 &= \frac{\lambda}{2} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \left\{ \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(\frac{2x_n^2}{\ell_n} - \frac{2x_n}{a_n} \right) \right] + \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(\frac{2x_n^2}{\ell_n} + \frac{2x_n}{a_n} \right) \right] \right\} dx_n = \\ &= \frac{\lambda}{2} e^{j \frac{\pi \ell_n}{4a_n^2}} \int_{-a_n/2}^{a_n/2} \left\{ \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} - \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right)^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[-j \frac{\pi}{2} \left(x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} + \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right)^2 \right] \right\} dx_n \end{aligned}$$

Com a troca de variáveis:

$$u = x_n \sqrt{\frac{2}{\ell_n}} (+) \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}}, dx_n = \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} du \quad (2.36)$$

resulta:

$$A_5 = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} e^{j \frac{\pi \ell_n}{4 a_n^2}} \cdot \{ [C(u_{14}) + C(u_{16}) - C(u_{13}) - C(u_{15})] - j [S(u_{14}) + S(u_{16}) - S(u_{13}) - S(u_{15})] \} \quad (2.37)$$

onde:

$$u_{13} = - \left(\frac{a_n}{\sqrt{2 \ell_n}} + \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \right) \quad (2.38-a)$$

$$u_{14} = \frac{a_n}{\sqrt{2 \ell_n}} - \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad (2.38-b)$$

$$u_{15} = - \frac{a_n}{\sqrt{2 \ell_n}} + \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad (2.38-c)$$

$$u_{16} = \frac{a_n}{\sqrt{2 \ell_n}} + \frac{1}{a_n} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} \quad (2.38-d)$$

Desenvolvimento idêntico ao anterior conduz a integral (2.21-f) ao resultado:

$$A_6 = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{\ell_n}{2}} e^{j \frac{\pi \ell_n}{a_n^2}} \cdot \{ [C(u_{18}) + C(u_{20}) - C(u_{17}) - C(u_{19})] - j [S(u_{18}) + S(u_{20}) - S(u_{17}) - S(u_{19})] \} \quad (2.39)$$

onde:

$$u_{17} = - \left(\frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} + \frac{\sqrt{2\ell_n}}{a_n} \right) \quad (2.40-a)$$

$$u_{18} = \frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} - \frac{\sqrt{2\ell_n}}{a_n} \quad (2.40-b)$$

$$u_{19} = - \frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} + \frac{\sqrt{2\ell_n}}{a_n} \quad (2.40-c)$$

$$u_{20} = \frac{a_n}{\sqrt{2\ell_n}} + \frac{\sqrt{2\ell_n}}{a_n} \quad (2.40-d)$$

Substituindo as expressões calculadas para A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 e A_6 nas relações (2.20) e (2.19), obtêm-se a expressão final do campo irradiado por um alimentador-multimodo típico, conhecida a distribuição de campos na abertura.

2.4. Validade da Análise Aproximada

Para comprovar a validade da análise apresentada na Seção 2.2, para pequenos ângulos de abertura, estabeleceu-se o roteiro a seguir:

- Conhecendo-se a geometria do alimentador Rantec-ASF-117, ilustrada na figura (16), aplicou-se a teoria em questão às várias seções obtendo-se a distribuição de campos, no centro da abertura, para a faixa de 3.7 a 4.2 Gz. GHz ?
- Utilizando-se as expressões obtidas na Seção 2.3, determinou-se as características de radiação da estrutura para a mesma faixa de frequências.
- Comparando-se o diagrama obtido com o diagrama real, medido em laboratório, determinou-se o grau de precisão da aproximação teórica adotada.

Fig. 1.6 - Geometria do alimentador Rantec-ASF-117

Um cálculo típico mostra que, na seção I do alimentador, os pares TE/TM_{12} e TE/TM_{14} estão ainda cortados, para a banda de 4 GHz. Admitindo-se então, na entrada da seção II, o modo TE_{10} com amplitude unitária e fase nula calculou-se as componentes A_2 e A_4 geradas, utilizando as expressões (2.10) e (2.11). A expressão (2.16) com $n=0,2,4$ conduziu, respectivamente, às defasagens do modo TE_{10} e dos pares TE/TM_{12} e TE/TM_{14} ao longo da seção II. Nova utilização das expressões (2.10) e (2.11) forneceu as componentes A_2 e A_4 geradas à entrada da seção III que foram somadas fa-sorialmente às incidentes na junção. A defasagem ao longo da seção III foi então calculada com o auxílio da expressão (2.14). Aplicando a mesma linha de raciocínio às seções seguintes, determinou-se a distribuição de campos na abertura. Procedimento análogo, utilizando as expressões (1.10) para o cálculo das componentes dos modos gerados nas descontinuidades, conduziu à distribuição obtida pela teoria de Cohn¹. Os cálculos para a faixa de 3.7 a 4.2 GHz foram feitos na calculadora HP 9821-A sendo a listagem do programa apresentada no apêndice A.1 e os resultados relacionados nas Tabelas (1) e (2).

$f(\text{GHz}) \searrow$	A_2/A_0	$F_2 - f_0 \text{ (GRAUS)}$	A_4/A_0	$F_4 - f_0 \text{ (GRAUS)}$
3.70	0.5291	6.688	0.0215	272.178
3.80	0.5508	1.194	0.0124	243.324
3.90	0.5712	-3.985	0.0038	219.229
3.95	0.5809	-6.465	0.0004	254.282
4.00	0.5903	-8.877	0.0027	1.114
4.10	0.6082	-13.507	0.0065	339.592
4.20	0.6250	-17.897	0.0073	313.036

Tabela 1 - Distribuição de campos na abertura do alimentador ASF-117, pela Teoria aproximada da Seção (2.2).

$f(\text{GHz}) \searrow$	A_2/A_0	$F_2 - F_0 \text{ (GRAUS)}$	A_4/A_0	$F_4 - F_0 \text{ (GRAUS)}$
3.70	0.5547	6.694	0.0179	276.863
3.80	0.5775	1.199	0.0108	251.283
3.90	0.5988	-3.981	0.0042	237.778
3.95	0.6090	-6.461	0.0019	257.431
4.00	0.6188	-8.874	0.0019	317.384
4.10	0.6376	-13.501	0.0043	325.083
4.20	0.6552	-17.895	0.0048	302.096

Tabela 2 - Distribuição de campos na abertura do alimentador ASF-117, pela Teoria de Cohn.

Dos resultados obtidos, observa-se estarem a amplitude do par TE/TM_{14} e a defasagem entre o modo TE_{10} e o par TE/TM_{12} suficientemente pequenas ao longo da faixa, primeiro indício de um comportamento satisfatório do alimentador quando se utiliza ambas as teorias para seu dimensionamento.

Substituindo α e F , nas expressões (2.19), pelos valores de (A_2/A_0) e (F_2/F_0) retirados das tabelas (1) e

(2), obteve-se por processos numéricos¹⁷ em computador¹⁸ dois conjuntos de diagramas de radiação, relativos ao alimentador ASF-117 para a mesma faixa de frequências. O apêndice A.2 apresenta a listagem do programa "PATTERN" cujos resultados principais são relacionados nas tabelas(3) e (4). A tabela(5) apresenta o mesmo conjunto de valores para o diagrama real fornecido pela Rantec¹⁶.

f (GHZ)		3.70	3.95	4.20
BW (3dB)	E	13°	13°	12°
	H	14°	13°	13°
BW (10dB)	E	25°	23°	21°
	H	25°	24°	22°
BW (20dB)	E	41°	35°	29°
	H	44°	42°	41°
NLS (dB)	E	26°	28.5	28

Tabela 3 - Características de radiação do alimentador ASF-117 pela Teoria aproximada da Seção 2.2.

f (GHz)		3.70	3.95	4.20
BW (3dB)	E	13°	13°	12°
	H	14°	13°	13°
BW (10 dB)	E	25°	23°	21°
	H	25°	24°	22°
BW (20 dB)	E	42°	34°	29°
	H	44°	42°	40°
NLS (dB)	E	26.5	30	29.5

Tabela 4 - Características de radiação do alimentador ASF-117 pela Teoria de Cohn.

f (GHz)		3.70	3.95	4.20
BW (3 dB)	E	14°	13°	12°
	H	14°	13°	12°
BW (10 dB)	E	26°	23°	21°
	H	26°	24°	22°
BW (20 dB)	E	39°	36°	31°
	H	40°	42°	40°
NLS (dB)	E	24	32	32

Tabela 5 - Características reais de radiação do alimentador ASF-117

Dos valores calculados para as larguras de feixe nos pontos de 3 e 10 dB observa-se que as duas teorias apresentam boa concordância com os resultados experimentais, conseguindo-se equalização nos planos principais. Quanto ao nível de lobos secundários a teoria de Cohn se aproxima mais dos valores medidos que a apresentada na Seção (2.2), embora os resultados desta última sejam bastante satisfatórios. Porém esse fato é discutível pois, nos diagramas medidos, constatou-se a presença de ruído na região dos lobos secundários o que implica em menor precisão para o NLS. Também a variação relativa das características de radiação ao longo da faixa, dada pelas duas teorias, é praticamente a mesma.

O comportamento similar das teorias em questão já era de se esperar quando se compara as expressões para os coeficientes de transmissão do par TE/TM₁₂ nas discontinuidades da estrutura. Plotando-se o erro relativo entre os mesmos, em função do ângulo de abertura, tendo em vista a situação ilustrada na figura (11), observa-se que aquele varia entre 4.5 e 9% para uma variação angular até 30°. Tal plotagem é apresentada na figura (17). Mesmo assim, optar-se-á pela teoria apresentada no capítulo 2, por a mesma ex

Figura 17 - Erro relativo entre os valores de Λ_2 calculados pela teoria de Cohn e a teoria apresentada na Secção(2.2).

pressar o erro de fase, nas descontinuidades, de modo mais real.

Isto pôsto, propõe-se, no capítulo seguinte, estabelecer um roteiro para o dimensionamento da estrutura e otimizaçãodo projeto para uma certa faixa de frequências.

CAPÍTULO 3

DIMENSIONAMENTO DO ALIMENTADOR

Este capítulo objetiva, com base no que foi apresentado nos anteriores, estabelecer um roteiro para o dimensionamento do alimentador e a otimização do projeto inicial, através um processo iterativo.

3.1. Determinação da última Seção

Um critério para o cálculo da dimensão da abertura consiste em especificar a largura de feixe desejada, nos planos principais. Observa-se, das expressões desenvolvidas na Seção 2.3, que a presença do par TE/TM₁₂ na abertura não influencia no diagrama de radiação para o plano H, podendo-se assumir uma distribuição cossenoidal de campos na abertura. A expressão para a largura de feixe, sem considerar o erro de fase na abertura, é então, bem conhecida¹⁹, por exemplo:

$$\text{- entre nulos: } BW_0 = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{3\lambda}{2a} \right) \approx \frac{3\lambda}{a} \quad (3.1-a)$$

$$\text{- entre pontos de 3 dB: } BW = 2 \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{1.9\lambda}{\pi a} \right) \approx \frac{1.2\lambda}{a} \quad (3.1-b)$$

onde:

a - dimensão da abertura

λ - comprimento de onda relativo à frequência de trabalho

É de se esperar larguras de feixe menores na banda de 6 GHz (transmissão) do que na banda de 4 GHz (recepção), na qual será otimizado o projeto, devido ao aumento da dimensão da abertura em comprimentos de onda. Este efeito pode, entretanto ser reduzido aumentando-se o ângulo de abertura da última seção pois, na banda de 6 GHz, a estrutura será mais sensível ao aumento do erro de fase, na abertura, do que na banda de 4 GHz. Pode-se então, com sucessivas iterações, calcular o ângulo que melhor equalizará as larguras de feixe nas duas faixas de frequências utilizadas. Tal processo será levado a efeito para o plano II, onde o diagrama de radiação independe da componente do par TE/TM_{12} , presente na abertura, como se observa nas expressões (2.19) a (2.21).

3.2. Determinação das demais Seções

Uma vez dimensionados a abertura e o ângulo de quebra da última seção, pode-se estabelecer um critério para os demais, com base na teoria apresentada na Seção 2.2. Entretanto, precisa-se determinar primeiramente a razão de amplitudes entre o par TE/TM_{12} e o modo TE_{10} , na abertura, que equalizará as larguras de feixe nos planos principais. Para tal, pode-se recorrer ao trabalho de Milla²⁰ que calcula, para diversos pontos de observação, a posição do centro de fase e a razão desejada, para uma corneta piramidal, conhecida sua geometria e a frequência de trabalho.

Considere-se então a geometria de um alimentador multimodo típico, de seção reta quadrada, ilustrada na figura (18). Admite-se conhecidos os parâmetros θ_5 e a_5 , correspondentes à última seção, e a_0 , dimensão de seção reta do guia à entrada da estrutura de modo a não permitir que os modos superiores sejam excitados na primeira discontinuidade na banda de recepção.

Tem-se ainda, a determinar, os valores de $\theta_1, \theta_2, \theta_4, a_1, a_2 = a_3, a_4$ e ℓ_3 , estando, por conseguinte, fixados os comprimentos ℓ_1, ℓ_2, ℓ_4 e ℓ_5 .

Fig. 18 - Geometria de um alimentador multimodo típico, de seção reta quadrada.

Dispondo-se do valor de α , razão de amplitudes mencionada no início desta Seção, pode-se arbitrar um valor para $A_{2(45)}$, amplitude do par TE/TM_{12} gerado na junção das Seções IV e V, por exemplo no entorno de $1/4$ do valor de α , já que se dispõe de quatro discontinuidades onde este par será gerado. Igualando θ_4 a $\theta_5/2$ e, por conseguinte, $(\theta_4 - \theta_3)$ a $(\theta_5 - \theta_4)$, pode-se calcular ℓ_4 de modo a tornar a defasagem diferencial entre o par TE/TM_{14} e o modo TE_{10} , na seção IV, igual a 180° , o que fará com que a componente deste par, excitada na junção III-IV, ao se combinar com a excitada na junção IV-V, seja anulada.

Determina-se então, com o auxílio da expressão (2.10), o valor de a_4 que, por sua vez, fixará o valor de ℓ_5 . Substituindo-se, na expressão (2.16), os valores de a_2 e θ por a_4 e θ_4 respectivamente, obtém-se, com n igual a 4 e 0, os valores das defasagens do par TE/TM_{14} e do modo TE_{10} ao longo da seção IV, em função de a_3 que passa a ser determinado fazendo-se $(\Delta\phi_{14} - \Delta\phi_{10})$ igual a 180° , sendo então fixado o valor de ℓ_4 .

Arbitrando, em seguida, o valor de $A_2(23)$, determina-se o valor de θ_2 , já que a_2 é conhecido por ser igual a a_3 . Desenvolvimento análogo ao anterior, fazendo-se inicialmente θ_1 igual a $2\theta_2$, conduzirá aos valores finais de a_1 , l_1 e l_2 .

O próximo passo é, supondo-se o modo TE_{10} com amplitude unitária e fase nula à entrada da Seção II, expressar as fases do modo TE_{10} e do par TE/TM_{12} na abertura, em função do comprimento da Seção III, neste ponto ainda uma incógnita, seguindo o roteiro apresentado na Seção 2.4. Igualando as expressões encontradas, determina-se o valor de l_3 que produzirá componentes em fase dos modos TE_{10} e TE/TM_{12} na abertura.

Com o auxílio do programa "ABERTURA" determina-se, por fim, o valor de α resultante. Caso este valor não coincida com o desejado, repete-se o roteiro traçado até se atender a uma precisão estabelecida.

CONCLUSÕES

Este trabalho estudou detalhadamente as características principais de uma corneta-piramidal "dual-mode" com vistas ao dimensionamento de um alimentador para um sistema Cassegrain de alto ganho e baixo ruído, otimizado para a faixa de recepção (4 GHz).

Ficou evidenciada a validade, para pequenos ângulos de abertura, do emprego de uma aproximação de 1.^a ordem no cálculo dos coeficientes de transmissão dos modos excitados nas descontinuidades da estrutura, através a comparação das características de radiação de um alimentador conhecido com as obtidas ao se utilizar a teoria em questão. Com base nesta análise teórica, foi então estabelecido um roteiro para a otimização do projeto de um alimentador-protótipo.

Um comentário importante deve ser feito com relação aos modos gerados pelas aberturas no plano H, ao longo do alimentador. Observou-se, da expressão 1.14, que as amplitudes dessas componentes formam uma série rapidamente convergente e contribuem menos que os modos gerados pelas aberturas no plano E para a formação da frente de onda que efetivamente se propagará. Todavia, o efeito do modo principal, TE/TM₃₀, foi implicitamente levado em conta, na abertura, quando se introduziu um erro de fase parabólico com relação ao eixo dos X, equivalente a uma componente adicional deste modo. Tal procedimento, não adotado no trabalho de Cohn¹, é justificável pois, como se observa das expressões (1.14) e (1.4), a presença desta componente adicional será mais importante na abertura do alimentador.

Resta ainda ressaltar alguns aspectos do comportamento da estrutura, quando operada na faixa de transmissão.

No capítulo 3 observou-se que, na seção I do alimentador (Fig. 18), o par TE/TM_{12} era ainda impedido de propagar, na banda de 4 GHz; todavia isto não ocorre quando se trabalha na banda de 6 GHz. Deve-se então recorrer novamente ao trabalho de Milla²⁰ para o cálculo da razão de amplitudes entre o par TE/TM_{12} e o modo TE_{10} , na abertura, de modo e equalizar as larguras de feixe nos planos principais, na faixa de transmissão. Admita-se agora que o modo híbrido principal tenha sido gerado, numa certa razão de amplitudes e com uma certa defasagem em relação ao modo dominante e para a faixa de frequências em questão, por excitadores distribuídos no guia à entrada do alimentador; utilizando-se a teoria apresentada na Seção 2.2 pode-se determinar a distribuição relativa dos modos, na abertura, em função desses parâmetros que passam a ser determinados igualando-se a distribuição assim obtida à desejada, qual seja:

- razão de amplitudes que equaliza as larguras de feixe nos planos E e H.
- defasagem nula.

Conhecendo-se assim, a distribuição de modos à entrada do alimentador, pode-se iniciar a última fase do projeto que é o dimensionamento dos excitadores no guia de alimentação. Tal estudo, porém, foge do escopo deste trabalho sendo sugerido para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

- |1| Cohn, S.B. - *"Flare-Angle Changes in a Horn as a Means of Pattern Control"*, Microwave Journal, October 1970, pp. 41-44.
- |2| Harrington, R.F. - *"Time Harmonic Electromagnetic Fields"*, Mc Graw-Hill 1961, p. 213.
- |3| Harrington, R.F. - Ref. 2 , p. 202.
- |4| Collin, R.E. - *"Foundations for Microwave Engineering"* , Mc Graw-Hill 1966, Sec. 3.6.
- |5| Goldstein, H. & Thaler, R.M. - *"Recurrence Techniques for the Calculation of Bessel Functions"*, M.T.A.C, v.13, 1957, pp. 102 - 108.
- |6| Stegun, I.A. & Abramowitz, M. *"Generation of Bessel Functions on High Speed Computers"*, M.T.A.C, v.11, 1957, pp. 255-257.
- |7| Hitchcock, A.J.M. - *"Polynomial Approximations to Bessel Functions of Order Zero and One and to Related Functions"*, M.T.A.C., v.11, 1957, pp. 86-88.
- |8| Watson, G.N. - *"A Treatise on the Theory of Bessel Functions"*, Cambridge University Press, 1958, p.62.
- |9| IBM Application Program - System /360 Scientific Sub - routine Package - Programmer's Manual, pp. 363-365.

- [10] Fletcher, R. & Powell, M.J. - "*A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization*", Computer Journal, vol. 6, iss. 2, 1963, pp.163-168.
- [11] IBM Application Program - System/360 Scientific Sub - routine Package Version III - Programmer's Manual, pp. 153.
- [12] Lasdon, L.S. - "*Optimization Theory for Large Systems*", Macmillan, 1970, pp. 98-100.
- [13] Rabello, M.M. - "*Radiação de Guias de Ondas e Cornetas*", Publicação CETUC, 1970, p. 25.
- [14] Silver, S. - "*Microwave Antenna Theory and Design*", Dover Publications, 1965, p. 162.
- [15] Rabello, M.M. - Ref 13 , p.41.
- [16] "*Technical Manual for Domestic Sattelite Antenna Feed System*" - Rantec Doc. Nº ASF-117-TM, December 1974.
- [17] Boersma - "*Computation of Fresnel Integrals*", Mathematical Tables and Other Aids to Computation , vol. 14, 1960, Nº 72, p. 380.
- [18] IBM - Ref. 11 , p.371.
- [19] Rabello, M.M - "*Teoria das Aberturas*", Publicação CETUC 1970, seção 2.2.
- [20] Milla, H.L.R. - Trabalho não publicado.

APÊNDICE A

PROGRAMAS EM COMPUTADOR

A.1. Programa "ABERTURA"

Nesta seção é apresentado um programa, para a calculadora HP 9821-A, que calcula a distribuição de campos na abertura de um alimentador-multimodo de 5 seções de corte transversal quadrado, conhecida sua geometria.

Nos comandos 3 a 15 é definida a geometria da estrutura, mantendo-se a correspondência abaixo:

R1 a R5 - dimensões de seção reta, em metros

R6 a R8 - ângulos de abertura das seções II, IV e V, em graus

R11 a R14 - diferenças de ângulos de abertura nas descontinuidades, em graus

R19 - comprimento da seção III, em metros

O único dado de entrada é a frequência de trabalho, em Hz.

Segue a listagem do programa.

```

0:
ENT "FREQ=?HZ",R
500F
1:
3E8/R500+R0F
2:
0+R18F
3:
.22179+R1F
4:
.24765+R2+R3F
5:
.27559+R4F
6:
.39624+R5F
7:
4.723+R6F
8:
3.968+R7F
9:
7.545+R8F
10:
5.277+R11F
11:
4.723+R12F
12:
-3.968+R13F
13:
-3.577+R14F
14:
F
15:
.636016+R19F
16:
R1+R16+A;R2+R17;
ABS R11+B;R6+R10
;GSB "A2" F
17:
Y+C;Y/4+R31F
18:
R18+90+R29;IF 0>
R11;R18-90+R29F
19:
R18-90+R30;IF 0>
R11;R18+90+R30F
20:
GSB "TE12" F
21:
R29-R27+R29F
22:
GSB "TE14" F
23:
R30-R28+R30F
24:
GSB "TE10" F

```

```

25:
R18-R26+R18F
26:
R2+A;ABS R12+B;
GSB "A2" F
27:
Y/4+R9F
28:
R18+90+R29;IF 0
>R12;R18-90+R29
F
29:
R18-90+R30;IF 0
>R12;R18+90+R30
F
30:
C+R51;R31+R52;R2
9+R53;R30+R54;
GSB "DSC" F
31:
2+R19/R0+R19F
32:
R18-R19F(1-(R0/2
A)+2)*180/π+R18F
33:
R29-R19F(1-5(R0/
2A)+2)*180/π+R29
F
34:
R30-R19F(1-17(R0
/2A)+2)*180/π+R3
0F
35:
R3+A+R16;ABS R13
+B;R7+R10;R4+R17
;GSB "A2" F
36:
Y/4+R9F
37:
R18+90+R29;IF 0
>R13;R18-90+R29
F
38:
R18-90+R30;IF 0
>R13;R18+90+R30
F
39:
C+R51;R31+R52;R2
9+R53;R30+R54;
GSB "DSC" F
40:
GSB "TE10" F
41:
GSB "TE12" F
42:
GSB "TE14" F

```

```

43:
R18-R26+R18;R29-
R27+R29;R30-R28+
R30F
44:
R4+A+R16;R5+R17;
ABS R14+B;R8+R10
;GSB "A2" F
45:
Y/4+R9F
46:
R18+90+R29;IF 0
>R14;R18-90+R29
F
47:
R18-90+R30;IF 0
>R14;R18+90+R30
F
48:
C+R51;R31+R52;R2
9+R53;R30+R54;
GSB "DSC" F
49:
GSB "TE10" F
50:
GSB "TE12" F
51:
GSB "TE14" F
52:
R18-R26+R18;R29-
R27+R29;R30-R28+
R30F
53:
(R29-R18)/360+R4
00F
54:
(R400-INT R400)*
360+R401F
55:
(R30-R18)/360+R4
10F
56:
(R410-INT R410)*
360+R411F
57:
PRT "FREQ=",R500
,"A2/A0=",C,"F2-
F0=",R401F
58:
PRT "A4/A0=",R31
,"F4-F0=",R411;
SPC 3;GTO 0F
59:
"A2" F

```

```

60: 2ASIN B/πR0*r(1-
(R0/2R)↑2)→Y↑
61:
RET ↑
62:
"TE10"↑
63:
r(1-(R0/2R17)↑2)
→R20↑
64:
r(1-(R0/2R16)↑2)
→R21↑
65:
1/TAN R10*(R17/R
0*R20-R16/R0*R21
+.5π(ASN R21-
ASN R20)/180)*18
0→R26↑
66:
RET ↑
67:
"TE12"↑
68:
r(1-5(R0/2R17)↑2)
→R22↑
69:
r(1-5(R0/2R16)↑2)
→R23↑
70:
180/TAN R10*(R17
/R0*R22-R16/R0*R
23+.5πr5π(ASN R23
-ASN R22)/180)→R
27↑
71:
RET ↑
72:
"TE14"↑
73:
r(1-17(R0/2R17)↑
2)→R24↑
74:
r(1-17(R0/2R16)↑
2)→R25↑
75:
180/TAN R10*(R17
/R0*R24-R16/R0*R
25+.5πr17(ASN R2
5-ASN R24)/180)→
R28↑
76:
RET ↑
77:
"DSC"↑
78:
r(Y↑2+R51↑2+2YR5
1COS (R291-R53))
→C↑
79:
r(R9↑2+R52↑2+2R9
R52COS (R301-R54
))→R31↑
80:
R51COS R53+YCOS
R291→R55↑
81:
R52COS R54+R9
COS R301→R56↑
82:
ATH ((R51SIN R53
+YSIN R291)/R55)
→R29↑
83:
ATH ((R52SIN R54
+R9SIN R301)/R56
)→R30↑
84:
IF 0>R55;R29+180
→R29↑
85:
IF 0>R56;R30+180
→R30↑
86:
RET ↑
87:
END ↑
Z892
R1171

```

A.2 - Programa "PATTERN"

Nesta Seção é apresentado um programa de computador, em linguagem PL/1, que traça, para a faixa de 3.7 a 4.2 GHz, os diagramas de radiação nos planos principais em módulo e fase, de um alimentador-multimodo de abertura quadrada, conhecida a distribuição relativa entre o modo TE_{10} e o par TE/TM_{12} na abertura.

O cartão de dados deve conter, nesta ordem, os valores da dimensão da abertura, em polegadas, e do ângulo de abertura na última seção, em graus.

Os comandos

```
IF K = 1 THEN DO; .....  
  :  
  :  
  :  
IF K=7 THEN DO; .....
```

definem os parâmetros α e F , mencionados na Seção 2.3, para a faixa de frequências utilizada.

Segue a listagem do programa.

PATTERN:PROCEDURE OPTIONS(MAIN);

```

ON ENDPAGE (SYSPRINT);
DECLARE CS ENTRY(BIN FLOAT(53),BIN FIXED,BIN FLOAT(53)) RETURNS(BIN
    FLOAT(53));
DECL(A1,A2,A3,A4,A5,A6,IE1,IE2,IH1,IH2,EE,BH) COMPLEX BIN FLOAT(53);
DECL(I,J,K) BIN FIXED;
DECL(P1,A,TETAQ,RJ,LO,FREQ,LAMBDA,KO,KR,AN,LN,D,E,B,C,EE,FF,F,RZF,ALFA,
    RZM,F1,F2,F3,F4,V(20),TETA,T(41),IEO,LHO,ME(41),MH(41),FE(41),FH(41),
    X,MINE,M,NH,MAXE,MAXH,DIF,DIF1,FMIN,FMIN1,FMAKE,FMAXH,V(20))
    BIN FLOAT(53);
GET LIST(A,TETAQ);
PUT EDIT('UNIDADES:') (A(9));
PUT SKIP EDIT('ANGULOS-GRaus ; FREQUENCIA-GHZ ; DIMENSÖES-POLEGADAS ;')
    (A(54));
PI=3.1415926535;
PUT SKIP(3) DATA(A);
A=A*2.54E-2;
PUT SKIP DATA(TETAQ);
TETAQ=TETAQ*PI/180.0;
RO=A/(2.0*TAN(TETAQ));
LO=A/(2.0*SIN(TETAQ));

DO K=1 TO 7;
    IF K=1 THEN FREQ=3.70E0; ELSE
    IF K=2 THEN FREQ=3.80E0; ELSE
    IF K=3 THEN FREQ=3.90E0; ELSE
    IF K=4 THEN FREQ=3.95E0; ELSE
    IF K=5 THEN FREQ=4.00E0; ELSE
    IF K=6 THEN FREQ=4.10E0; ELSE
    IF K=7 THEN FREQ=4.20E0;
    PUT SKIP(5) DATA(FREQ);
    FREQ=FREQ*1.0E7;
    LAMBDA=3.0E8/FREQ;
    KO=2.0*PI/LAMBDA;
    KR=SQRT(KO**2-(PI/A)**2);
    AN=A/LAMBDA;
    LN=LO/LAMBDA;
    D=2.0/LN;
    E=SQRT(D);

    IF K=1 THEN DJ,ALFA=5.291438347E-1;F=6.588212912E0;END;ELSE
    IF K=2 THEN DJ,ALFA=5.508843024E-1;F=1.194461640E0;END;ELSE
    IF K=3 THEN DJ,ALFA=5.712433302E-1;F=3.560154597E2;END;ELSE
    IF K=4 THEN DJ,ALFA=5.809373333E-1;F=3.535350806E2;END;ELSE
    IF K=5 THEN DJ,ALFA=5.903241127E-1;F=3.511231498E2;END;ELSE
    IF K=6 THEN DJ,ALFA=6.082225548E-1;F=3.484929090E2;END;ELSE
    IF K=7 THEN DJ,ALFA=6.250272901E-1;F=3.421030934E2;END;
    PUT SKIP DATA(ALFA);PUT SKIP DATA(F);
    F=F*PI/180.0;

    DO I=1 TO 41;
        TETA=-1.0E0+I*1.00E0;
        T(I)=TETA;
        TETA=TETA*PI/180.0;
        U(1)=-E*AN/2.0-2.0*SIN(TETA)/E;
        U(2)=E*AN/2.0-2.0*SIN(TETA)/E;
        F1=2.0*SIN(TETA)+1.0/AN;
        F2=2.0*SIN(TETA)-1.0/AN;
        U(3)=-AN*E/2.0-F1/E;
        U(4)=AN*E/2.0-F1/E;
        U(5)=-AN*E/2.0-F2/E;
        U(6)=AN*E/2.0-F2/E;
        F3=2.0*(SIN(TETA)+1.0/AN);
        F4=2.0*(SIN(TETA)-1.0/AN);
        U(7)=-AN/SQRT(2.0*LN)-F3/E;
        U(8)=AN/SQRT(2.0*LN)-F3/E;
        U(9)=-AN/SQRT(2.0*LN)-F4/E;
        U(10)=AN/SQRT(2.0*LN)-F4/E;
        U(11)=-AN/SQRT(2.0*LN);
        U(12)=AN/SQRT(2.0*LN);
        U(13)=U(11)-1.0/(AN*E);

```

```

U(14)=U(12)-1E0/(AN*E);
U(15)=U(11)+1E0/(AN*E);
U(16)=U(12)+1E0/(AN*E);
U(17)=U(11)+1E0/U(11);
U(18)=U(12)-1E0/U(12);
U(19)=U(11)-1E0/U(11);
U(20)=U(12)+1E0/U(12);
DO J=1 TO 20;
  V(J)=U(J);
  U(J)=(PI/2L0)*U(J)**2;
END;
A1=(LAMBDA/E)*EXP(1E0I*2E0*PI*SIN(ETA)**2/D)*(CS(U(2),1,V(2))-
CS(U(1),1,V(1))-1E0I*(CS(U(2),2,V(2))-CS(U(1),2,V(1))));
A2=(LAMBDA/2L0)*SQRT(LN/2E0)*(-EXP(1E0I*PI*LN*F1**2/4E0)*(CS(U(4),1,V(
4))-CS(U(3),1,V(3))-1E0I*(CS(U(4),2,V(4))-CS(U(3),2,V(3))))+EXP(
1E0I*PI*LN*F2**2/4E0)*(CS(U(6),1,V(6))-CS(U(5),1,V(5))-1E0I*(CS(U(
6),2,V(6))-CS(U(5),2,V(5)))));
A3=1E0*LAMBDA/(2E0*E)*(-EXP(1E0I*PI*LN*F3**2/4E0)*(CS(U(8),1,V(8))-
CS(U(7),1,V(7))-1E0I*(CS(U(8),2,V(8))-CS(U(7),2,V(7))))+EXP(1E0I*
PI*LN*F4**2/4E0)*(CS(U(10),1,V(10))-CS(U(9),1,V(9))-1E0I*(CS(U(10)
,2,V(10))-CS(U(9),2,V(9)))));
A4=LAMBDA/E*(CS(U(12),1,V(12))-CS(U(11),1,V(11))-1E0I*(CS(U(12),2,V(
12))-CS(U(11),2,V(11))));
A5=LAMBDA/(2L0*E)*EXP(1E0I*PI*LN/(4E0)*AN**2)*(CS(U(14),1,V(14))+CS(
U(16),1,V(16))-CS(U(13),1,V(13))-CS(U(15),1,V(15))-1E0I*(CS(U(14),
2,V(14))+CS(U(16),2,V(16))-CS(U(13),2,V(13))-CS(U(15),2,V(15))));
A6=LAMBDA/(2L0*E)*EXP(1E0I*PI*(LN/AN**2))*(CS(U(18),1,V(18))+CS(
U(20),1,V(20))-CS(U(17),1,V(17))-CS(U(19),1,V(19))-1E0I*(CS(U(18),
2,V(18))+CS(U(20),2,V(20))-CS(U(17),2,V(17))-CS(U(19),2,V(19))));
IH1=A1*A5;
IH2=A3*A5;
IH1=A1*A2;
IH2=A3*A2;
EE=(1E0+COS(ETA))*(IH1+ALFA*IH2*EXP(1E0I*F));
EH=(1E0+COS(ETA))*(IH1+ALFA*IH2*EXP(1E0I*F));
IF I=1 THEN DO;
  EE=SQRT(REAL(EE)**2+IMAG(EE)**2);
  EH=SQRT(REAL(EH)**2+IMAG(EH)**2);
END;
ME(1)=2J0E0*LOG10(SQRT(REAL(EE)**2+IMAG(EE)**2)/EE0);
MH(1)=2J0E0*LOG10(SQRT(REAL(EH)**2+IMAG(EH)**2)/EH0);
FE(1)=ATAN(IMAG(EE),REAL(EE))*1.80E2/PI;
FH(1)=ATAN(IMAG(EH),REAL(EH))*1.80E2/PI;
END;

PUT SKIP(5) EDIT('PLANO E') (X(30),A(7));
PUT SKIP(3) EDIT('TETA (GRAUS)', 'MODULO (DB)', 'FASE (GRAUS)')
(X(10),A(12),X(3),A(11),X(3),A(12));

PUT SKIP;
DO I=1 TO 41;
  PUT SKIP EDIT(T(I),ME(I),FE(I)) (X(14),F(5,1),X(9),F(6,2),X(8),F(6,2
));
END;

PUT SKIP(5) EDIT('PLANO H') (X(30),A(7));
PUT SKIP(3) EDIT('TETA (GRAUS)', 'MODULO (DB)', 'FASE (GRAUS)')
(X(10),A(12),X(3),A(11),X(3),A(12));

PUT SKIP;
DO I=1 TO 41;
  PUT SKIP EDIT(T(I),MH(I),FH(I)) (X(14),F(5,1),X(9),F(6,2),X(8),F(6,2
));
END;

MAXE=MAXH; MINL=MINH=0E0;
DO I=2 TO 41;
  MINL=MIN(MINL,A(I));
  MINH=MIN(MINH,A(I));
END;
DIFE=MAXE-MINL;
DIFH=MAXH-MINH;
PUT SKIP(5) EDIT('DIAGRAMA-MODULO NO PLANO E') (X(15),A(26));
PUT SKIP(5);

```

```

DO J=0 TO 20;
  X=MAXE-J*50;
  IF X>=MINH THEN PUT SKIP(0) EDIT(0) (X((X-MINH)*10000/DIFE+2.50),
                                         F(4));
END;
PUT SKIP(0) EDIT('DB') (X(110),A(2));
PUT SKIP;
DO J=0 TO 20;
  X=MAXE-J*50;
  IF X>=MINH THEN PUT SKIP(0) EDIT('') (X((X-MINH)*10000/DIFE+4.50),
                                         A);
END;
DO I=1 TO 41;
  PUT SKIP EDIT(T(I), ' ', '*') (F(2),A(2),X((MH(I)-MINH)*10000/DIFE+
                                         0.50),A);
END;
PUT SKIP(2) EDIT('T-TA') (A(4));
PUT SKIP(5) EDIT('DIAGRAMA-ADOPLO NO PLANO H') (X(15),A(26));
PUT SKIP(3);
DO J=0 TO 20;
  X=MAXH-J*50;
  IF X>=MINH THEN PUT SKIP(0) EDIT(0) (X((X-MINH)*10000/DIFH+2.50),
                                         F(4));
END;
PUT SKIP(0) EDIT('DB') (X(110),A(2));
PUT SKIP;
DO J=0 TO 20;
  X=MAXH-J*50;
  IF X>=MINH THEN PUT SKIP(0) EDIT('') (X((X-MINH)*10000/DIFH+4.50),
                                         A);
END;
DO I=1 TO 41;
  PUT SKIP EDIT(T(I), ' ', '*') (F(2),A(2),X((MH(I)-MINH)*10000/DIFH+
                                         0.50),A);
END;
PUT SKIP(2) EDIT('TETA') (A(4));

FMINH,FMINH=3.60E2;
FMAXL,FMAXH=-0.50E2;
DO I=1 TO 41;
  FMINL=MIN(FMINL,FE(I));
  FMINH=MIN(FMINH,FH(I));
  FMAXL=MAX(FMAXL,FE(I));
  FMAXH=MAX(FMAXH,FH(I));
END;
DIFE=FMAXL-FMINL;
DIFH=FMAXH-FMINH;
PUT SKIP(5) EDIT('DIAGRAMA-FASE NO PLANO E') (X(15),A(24));
PUT SKIP(3);
DO J=0 TO 5;
  X=FMINL+J*DIFE/50;
  PUT SKIP(0) EDIT(X) (X((X-FMINL)*10000/DIFE+1.50),F(7,2));
END;
PUT SKIP(0) EDIT('GRAUS') (X(112),A(5));
PUT SKIP;
DO J=0 TO 5;
  X=FMINL+J*DIFE/50;
  PUT SKIP(0) EDIT('') (X((X-FMINL)*10000/DIFE+4.50),A);
END;
DO I=1 TO 41;
  PUT SKIP EDIT(T(I), ' ', '*') (F(2),A(2),X((FE(I)-FMINL)*10000/DIFE+
                                         0.50),A);
END;
PUT SKIP(2) EDIT('TETA') (A(4));
PUT SKIP(5) EDIT('DIAGRAMA-FASE NO PLANO I') (X(15),A(24));
PUT SKIP(3);
DO J=0 TO 5;
  X=FMINH+J*DIFH/50;
  PUT SKIP(0) EDIT(X) (X((X-FMINH)*10000/DIFH+1.50),F(7,2));
END;
PUT SKIP(0) EDIT('GRAUS') (X(112),A(5));
PUT SKIP;
DO J=0 TO 5;
  X=FMINH+J*DIFH/50;

```

```

PUT SKIP(0) EDIT(' | ') (X((X-FMINH)*100.0/DIFH+4.520),A);
END;
DO I=1 TO 41;
PUT SKIP EDIT(F(I),' | ','*') (F(2),A(2),X((FH(I)-FMINH)*100.0/DIFH+
0.520),A);
END;
PUT SKIP(2) EDIT('TATA') (A(4));

```

```
END;
```

```
END PATTERN;
```

```
CS:PROC(X,K,Y) RETURNS(BIN FLOAT(53));
```

```

DCL X BIN FLOAT(53),K BIN FIXED,Y BIN FLOAT(53);
DCL (Z,C,S,D,A,B,P,Q) BIN FLOAT(53);

```

```

Z=ABS(X);
IF Z<=4E0 THEN DO;
C=3.481(Z);
S=Z*C;
Z=(4E0-Z)*(4E0+Z);
IF Y<0.E0 THEN DO;
C=-1E0*C;
S=-1E0*S;

```

```
END;
```

```

IF K=1 THEN RETURN(C*(((5.100785E-11*Z+5.244297E-9)*Z+
5.421102E-7)*Z+3.273308E-5)*Z+1.020418E-3)*Z+1.102544E-2)*Z+
1.840955E-1));
IF K=2 THEN RETURN(S*(((6.677631E-10*Z+5.833153E-8)*Z+5.051141E-6)*
Z+2.441816E-4)*Z+6.12132E-3)*Z+8.025490E-2));

```

```
END;
```

```

ELSE DO;
D=COS(Z);
S=SIN(Z);
Z=4E0/Z;
A=(((8.768253E-4*Z-4.169289E-3)*Z+7.970943E-3)*Z-
6.792801E-3)*Z-3.095341E-4)*Z+5.972151E-3)*Z-1.605428E-5)*
Z-2.493322E-2)*Z-4.44491E-9;
B=(((6.633926E-4*Z+3.01409E-3)*Z-7.271690E-3)*Z+
7.428245E-3)*Z-+.027145E-4)*Z-9.314910E-5)*Z-1.207998E-6)*
Z+1.994711E-1;
Z=3.481(Z);
P=0.5E0+Z*(D*A+S*B);
Q=0.5E0+Z*(S*A-D*B);
IF Y<0.E0 THEN DO;
P=-1E0*P;
Q=-1E0*Q;
END;
IF A=1 THEN RETURN(P);
IF A=2 THEN RETURN(Q);
END;

```

```
END CS;
```

Tese apresentada aos Senhores:

Luiz Costa da Silva

Luiz Costa da Silva

Marcio Machado Rabello

Marcio Machado Rabello

Ricardo Furtado de Mendonça

Ricardo Furtado de Mendonça

Visto e permitida a impressão

Rio de Janeiro, 16 / 07 / 1976

Javier P. M. S. P.

p/Coordenador dos Programas de Pós-Graduação
e Pesquisas do Centro Técnico Científico