# 2 Estabilidade de dutos

Este capítulo aborda comportamento de estruturas cilíndricas submetidas a carregamentos axiais sob o ponto de vista da estabilidade de estruturas.

### 2.1 Flambagem e pós-flambagem

Freqüentemente na análise e dimensionamento de estruturas adota-se a hipótese de comportamento linear, ou seja deslocamentos e carregamentos proporcionais. Havendo flambagem, esta relação linear deixa de ser válida face à presença de modos de deformação não lineares.

Segundo Zhou e Murray[8], o modo de flambagem depende de como a casca é carregada e das propriedades geométricas e do material. A flambagem é também determinada pela presença de não linearidades iniciais, como as introduzidas pela presença de imperfeições geométricas e do material. Existem dois tipos de flambagem: ponto limite e bifurcação.

A flambagem por colapso não-linear pode também ser chamada de "snapthrough"e é caracterizada por uma mudança súbita e inesperada da configuração da estrutura. A estrutura se deforma dinamicamente para uma configuração de equilíbrio no regime pós-flambagem para a qual a deformação pode ser muito grande. Flambagem do tipo "snap-through"pode ser prevista por análises incrementais não-lineares, acompanhando a história de deformação da estrutura para localizar os pontos limites.

A flambagem de bifurcação pode ter dois ou mais caminhos de equilíbrio, sendo que a configuração deformada apresenta uma nova forma bem diferente da forma da pré-flambagem. Dependendo do comportamento de pós-flambagem da estrutura, esta poderá ou não vir a entrar em colapso. A detecção da bifurcação pode ser feita através de uma análise de autovalores.

Segundo Brush e Amroth[9], ao longo do caminho primário, o equilíbrio é sempre estável antes do ponto de bifurcação e instável além deste. No ponto de bifurcação o equilíbrio é estável em alguns casos e instável em outros. Quando é estável, a parte inicial do caminho secundário tem uma inclinação positiva. Quando é instável, o caminho secundário tem uma inclinação negativa e a estrutura é sensível a imperfeições.



Figura 2.1: Flambagem com snap-through e/ou bifurcação para cilindros comprimidos axialmente

Na análise de estruturas perfeitas (sem imperfeição inicial), dois tipos de flambagem podem ocorrer e estão ilustradas na figura 2.1. Na primeira situação, a estrutura se deforma axisimetricamente ao longo do caminho de equilíbrio OA até a carga limite no ponto A. A estrutura perfeita entrará em colapso se o carregamento for mantido. De A a B a estrutura se deforma axisimetricamente e não-simetricamente de B a D. Snap-through ocorre no ponto A e a bifurcação no ponto B.

Uma situação também possível é a ocorrência de bifurcação da trajetória de equilíbrio no ponto B mesmo antes de atingir a carga crítica. A trajetória secundária BD se caracteriza pela presença de deformações não simétricas que crescem rapidamente.

Em estruturas reais as imperfeições sempre existem. Estas imperfeições podem ser devidas a muitos fatores como processo de manufatura, transporte, instalação da estrutura. Em estruturas com imperfeição o tipo de flambagem mais comum é a flambagem com snap-through. Estruturas cilíndricas submetidas a carga de compressão axial acompanharão o caminho primário OEFapresentado pela linha tracejada na figura 2.1 e a instabilidade desta estrutura é definida pelo ponto de snap-through E. A instabilidade de estruturas cilíndricas sem imperfeição é caracterizado por bifurcação com forma não-simétrica de deformação e em estruturas com imperfeição após o ponto de limite E ocorre o desenvolvimento rápido da deformação não-simétrica na pós-flambagem.

#### 2.2 Método de Riks

No trabalho de Riks[10] é apresentado o método de Riks para cálculo de estruturas com comportamento instável. Segundo Riks[10], a análise de estabilidade de uma estrutura ou de um sistema estrutural consiste em computar os pontos críticos do caminho que é considerado relevante ao problema. Para calcular estes valores, um processo computacional precisa ter a capacidade de calcular os pontos críticos ou pontos de bifurcação e traçar partes do caminho ou caminhos conectados com estes pontos.

Em termos geométricos o controle de parâmetros selecionados corresponde, em boa aproximação ao "comprimento de arco" do caminho de equilíbrio a ser calculado. Uma importante vantagem desta escolha particular é que as equações modificadas se tornam singulares somente no ponto de bifurcação. Isto significa que o domínio da aplicação do método é aumentado consideravelmente em comparação com métodos convencionais.

O método de Riks é geralmente utilizado para comportamentos não-lineares instáveis de estruturas. Problemas estáticos não-lineares podem apresentar flambagem, onde a resposta carga-deslocamento apresenta valores negativos da rigidez como pode ser observado na figura 2.2.



Figura 2.2: Carga versus deslocamento para uma resposta estática instável [11]

De acordo com D.Hibbitt, Karlsson e Sorensen[12] este método é usado para casos onde os valores do carregamento são governados por um único parâmetro escalar. O método de Riks também é útil para resolver problemas de carga limite. O método de Riks utiliza o valor do carregamento como um valor desconhecido, e é resolvido simultaneamente para cargas e deslocamentos. Portanto, outro parâmetro deve ser utilizado para medir o progresso da solução. No caso do presente método é utilizado o comprimento de arco ao longo do caminho de equilíbrio estático no espaço carga-deslocamento.

O carregamento durante a análise de Riks é sempre proporcional. O valor do carregamento atual  $(P_{total})$  é defino por:

$$P_{total} = P_0 + \lambda (P_{ref} - P_0) \tag{2-1}$$

onde  $P_0$  é o carregamento permanente,  $P_{ref}$  é o carregamento de referência e  $\lambda$ é o fator de proporcionalidade do carregamento. O fator de proporcionalidade do carregamento é encontrado como parte da solução.

Para o valor do fator de proporcionalidade do carregamento inicial  $(\Delta \lambda_{in})$  é estipulado um valor para o incremento inicial do comprimento de arco ao longo do caminho de equilíbrio estático  $(\Delta l_{in})$ . Portanto,  $\Delta \lambda_{in}$  é definido como:

$$\Delta \lambda_{in} = \frac{\Delta l_{in}}{l_{periódico}} \tag{2-2}$$

onde  $l_{periódico}$  é um valor especificado pelo operador para o fator do comprimento de arco total. O valor de  $\Delta \lambda_{in}$  é utilizado na primeira iteração da análise de Riks. Para interações e incrementos subseqüentes, o valor de  $\lambda$  é calculado automaticamente, adaptado as condições de análise. O valor de  $\lambda$  é parte da solução. Para controlar os incrementos automáticos pode-se utilizar valores mínimos e máximos do incremento do comprimento de arco,  $\Delta l_{min}$  e  $\Delta l_{max}$ , respectivamente.

## 2.3 Flambagem local

Segundo Zhou e Murray[13], o refinamento da malha é uma das maiores considerações. Uma malha não refinada pode não ser capaz de representar efetivamente a deformação local. Por outro lado, malhas muito refinadas levam a sistemas grandes o qual exige muito tempo para a solução. A malha específica usada por Zhou e Murray[13], foi definida de uma série de experiências em malhas gradualmente refinadas.

De acordo com Zhou e Murray[13], a configuração de flambagem pode ser agrupada em dois tipos de modos baseados em suas características comuns. Estes são definidos como "modos diamante" e "modo pata de elefante". Um modo diamante típico consiste em várias depressões em um modelo regular. As depressões têm uma forma de diamante e a parede do duto nas depressões move-se em direção ao centróide da seção transversal. Um típico modo pata de elefante é quando uma protuberância é desenvolvida na parede do duto e as protuberâncias movem-se para fora. O tipo do modo de flambagem depende primeiramente da pressão interna. Segundo Murray[14], experimentos com dutos demostraram que dutos sem pressão interna tiveram flambagem local do modo diamante e os dutos com pressão interna tiveram flambagem local do modo pata de elefante. Exemplos de uma modelagem numérica para os dois modos de flambagem local está representado na figura 2.3



Figura 2.3: Flambagem local [14] (a) modo diamante, (b) modo pata de elefante



Figura 2.4: Corte da distorção da seção transversal [13] (a) modo diamante, (b) modo pata de elefante

Na figura 2.4 está representado o corte da distorção da seção transversal para os dois modos de flambagem local. A figura 2.4(a) é um exemplo típico de deformação flexional dominada pelo modo de flambagem diamante. Para este tipo de modo de flambagem, o diâmetro no plano de flexão, chamado de diâmetro no plano, é consideravelmente reduzido enquanto o diâmetro perpendicular no plano de flexão, chamado de diâmetro fora do plano, é aumentado. A figura 2.4(b) é um exemplo do modo de flambagem pata de elefante. Para o modo pata de elefante, ambos os diâmetros no plano e fora do plano aumentam a medida que a curvatura aumenta.

Segundo Watkins e Anderson[15], menos óbvio e mais complicado é a deformação de dutos submetidos a pressão externa do solo. Na figura 2.5 estão representados os limites de desempenho para dutos enterrados. Observa-se que o comportamento do duto está ligado ao tipo de solo de recobrimento. Quando o duto está envolto por solos revolvidos, ele pode expandir-se mais facilmente do que no caso de solos compactados.



Figura 2.5: Limite de desempenho de dutos enterrados submetidos a pressão do solo

Ainda de acordo com Watkins e Anderson[15], os limites de desempenho nem sempre implicam em colapso e ruptura. O solo geralmente acompanha o deslocamento do duto quando este flamba na direção vertical, protejendo o duto de um colapso total. O duto provavelmente continua a operar normalmente, mas a maioria dos engenheiros preferem não depender somente do solo para manter o duto sem deformações. Esta condição é considerada um limite de dimensionamento. O duto é dimensionado para resistir a todas as forças externas. Em inspeções, muitos dutos foram encontrados em serviço mesmo estando "falhados".

#### 2.4 Pressão interna

No trabalho de Palmer e Baldry[16] é realizado um estudo com relação à pressão interna do duto, com previsão de pressão interna crítica de flambagem e comparando estes resultados com modelos experimentais.

Para o cálculo do valor da pressão interna crítica, o duto é considerado como uma coluna engastada submetida a carregamento de compressão. A flambagem ocorre quando as forças atingem a carga crítica de Euler.

A força de compressão resultante da tensão normal longitudinal causada pela pressão interna é dada por:

$$\frac{p\pi D^2}{4} - \frac{\nu p\pi D^2}{2} = \frac{p\pi D^2}{4} (1 - 2\nu)$$
(2-3)

onde p é o valor da pressão interna no duto, D é o diâmetro do duto e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

O valor da carga crítica de Euler é:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \tag{2-4}$$

onde E é o módulo de elasticidade, I é o momento de inércia e  $L_e$  é o comprimento equivalente de flambagem.

O valor do momento de inércia e o comprimento equivalente para colunas engastadas em ambas extremidades são, respectivamente:

$$I = \frac{\pi D^3 t}{8} \tag{2-5a}$$

$$L_e = \frac{L_d}{2} \tag{2-5b}$$

onde t é a espessura do duto e L é o comprimento do duto.

Substituindo as equações 2-5 na equação 2-4 e igualando a equação 2-3, temos:

$$\frac{\pi^2 D^3 tE}{L_d^2 2} = \frac{p\pi D^2}{4} (1 - 2\nu) \tag{2-6}$$

Isolando p da equação 2-6 temos o valor da pressão interna crítica:

$$p_c = \frac{2\pi^2 E D t}{L_d^2 (1 - 2\nu)} \tag{2-7}$$

A análise da estabilidade de dutos utiliza o método convencional da análise

de viga-coluna, ou seja, é utilizada a equação diferencial que governa o comportamento do duto fletido para as análises de estabilidade. A equação diferencial para o duto submetido a pressão interna é dado por:

$$\frac{\pi D^3 tE}{8} \frac{d^4 y}{dS^4} + \left(\frac{\pi D^2 p}{4} - P\right) \frac{d^2 y}{dS^2} = 0$$
(2-8)

Onde P é o valor da força axial no duto e S é a área transversal do duto.

Experimentos realizados por Palmer e Baldry[16] obtiveram valores de grandes deslocamentos somente para valores de pressão maiores que a pressão crítica.

# 2.5 Carga térmica

As cargas térmicas induzidas no duto devido as altas temperaturas utilizadas para escoar o fluido no duto, expandem o duto. Por estar restringido na direção longitudinal, surgem forças de compressão que podem levar o duto à flambagem. Com óleos de dutos operando a temperaturas muito elevadas, estes podem produzir forças significativas ao longo do duto, sendo necessária a análise de estabilidade considerando a variação de temperatura. A força de compressão longitudinal desenvolvida devido à carga térmica é simplesmente dada por:

$$P_0 = EA\alpha T \tag{2-9}$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente linear de expansão térmica, T é o valor da temperatura e A é a área da seção transversal do duto.