

3

Métodos Utilizados para a Priorização dos Modos de Falha

3.1

Introdução

Este Capítulo tem como objetivo apresentar as metodologias multicritério PROMETHEE e F-PROMETHEE que serão utilizadas na problemática de priorização dos modos de falha em equipamentos.

O PROMETHEE é um método discreto da categoria dos métodos de relações de subordinação. Sua referência pioneira é BRANS e VINCKE (1985). Desde então, tem sido feita uma série de desenvolvimentos e adaptações que deram origem às diversas metodologias da família PROMETHEE. Esta família de métodos que se encontra descrita na literatura se divide em:

- PROMETHEE I – Pré-ordem parcial, problemas de escolha e ordenação;
- PROMETHEE II – Estabelece uma pré-ordem completa entre alternativas, também utilizado nas problemáticas de escolha e ordenação;
- PROMETHEE III – ampliação da noção de indiferença, tratamento probabilístico dos fluxos (preferência intervalar);
- PROMETHEE IV – Utilizado em situações onde o conjunto de alternativas é contínuo;
- PROMETHEE V – neste método, após estabelecer uma ordem completa entre as alternativas (PROMETHEE II), são introduzidas restrições, identificadas no problema, para as alternativas selecionadas, incorporando-se uma metodologia de otimização;
- PROMETHEE VI – Pré-ordem completa ou parcial. Problemáticas de escolha e ordenamento. Destinado a situações em que o decisor não consegue estabelecer um valor fixo de peso para cada critério;
- PROMETHEE GAIA – extensão dos resultados do PROMETHEE, através de um procedimento visual e interativo.

Os métodos da família PROMETHEE têm se destacado dos demais por serem de fácil compreensão e assimilação do decisor, envolvendo conceitos e parâmetros com alguma interpretação física ou econômica. Existem na literatura diversas aplicações deste método nos mais variados problemas de análise multicritério, podendo-se destacar dentre outros os trabalhos de ALMEIDA e COSTA (2003); LOPES (2005); BABIC e PLAZIBAT (1998).

Nesta dissertação será utilizado o método PROMETHEE II, objetivando uma ordenação completa dos modos de falha. Para a obtenção de uma ordenação mais realista, levando-se em conta as incertezas presentes nas avaliações, é também utilizada a metodologia adaptada F-PROMETHEE, na qual foram incorporados os conceitos de conjuntos fuzzy dentro do PROMETHEE tradicional, tratando as avaliações como números fuzzy e adaptando as operações clássicas utilizadas no PROMETHEE tradicional para operações com números fuzzy. Estas metodologias são detalhadas a seguir.

3.2

O Método PROMETHEE

O método PROMETHEE (*Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations*), introduzido por BRANS e VINCKE (1985), é um método de análise multicritério que utiliza como base a relação de superação ou sobreclassificação introduzida por B. Roy, um dos autores do método Electre, pioneiro na utilização deste tipo de procedimento.

Segundo BRANS et al (1986), este método destina-se a resolver problemas multicritérios do tipo:

$$\text{Max}\{f_1(a), f_2(a), \dots, f_k(a) \mid a \in A\} \quad (12)$$

Onde:

A – é um conjunto finito n de alternativas;

$f_j(\cdot)$, para j variando de 1 até k critérios - são as avaliações dos critérios sobre A. Estas avaliações devem ser números reais. Cada critério pode ter suas unidades próprias e o caso geral considera a possibilidade de critérios a serem minimizados e critérios a serem maximizados, no sentido do que se entende como otimização.

As $n \times k$ avaliações são representadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Avaliação de n alternativas para k critérios

	$f_1(\cdot)$	$f_2(\cdot)$...	$f_k(\cdot)$
a_1	$f_1(a_1)$	$f_2(a_1)$...	$f_k(a_1)$
a_2	$f_1(a_2)$	$f_2(a_2)$...	$f_k(a_2)$
...
a_n	$f_1(a_n)$	$f_2(a_n)$...	$f_k(a_n)$

3.1.1

Funções de Preferência ou Critérios Generalizados

Para cada critério deve ser especificada uma função de preferência ou critério generalizado, que assume valores entre 0 e 1, a fim de representar a preferência do decisor diante das diferenças relativas a cada critério de avaliação, assim como para eliminar os efeitos de escalas ligadas às unidades em que os critérios são expressos.

Considerando um critério j , as relações entre dois pares de alternativas quaisquer a e b podem ser enquadradas com uma relação de dominância natural (I, P), com I significando indiferença e P significando preferência, como a seguir:

$$\forall a, b \in A: \begin{cases} f_j(a) > f_j(b) \Leftrightarrow aP_jb \\ f_j(a) = f_j(b) \Leftrightarrow aI_jb \end{cases} \quad (13)$$

A função de preferência ou critério generalizado, representada por:

$$P_j(a, b) = P_j[d_j(a, b)] = P_j[f_j(a) - f_j(b)] \quad (14)$$

representa o grau de preferência de a sobre b em função de $d_j(a, b)$, que é a diferença entre os desempenhos das alternativas a e b no critério j , tal que, para $d_j(a, b) \geq 0$, tem-se:

Se $P_j(a, b) = 0$ não há preferência de a sobre b

Se $P_j(a, b) \approx 0$ há fraca preferência de a sobre b

Se $P_j(a, b) \approx 1$ há forte preferência de a sobre b

Se $P_j(a, b) = 1$ há estrita preferência de a sobre b

Pode-se representar $P_j(a, b)$ como na Figura 8.

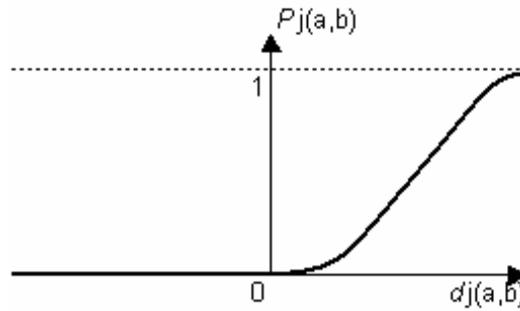


Figura 8 – Função de preferência $P_j(a,b)$

Observa-se que quando $d_j(a,b) < 0$, $P_j(a,b) = 0$, não significando que $P_j(b,a)$ não possa ser positivo. A função $H_j(d_j)$ mostrada na Figura 9 cobre com mais clareza as zonas de indiferença e preferência fraca.

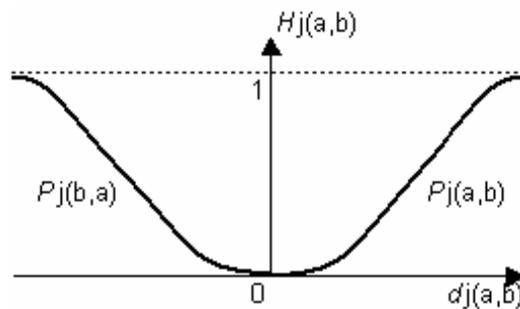


Figura 9 – Função de preferência $H_j(a,b)$

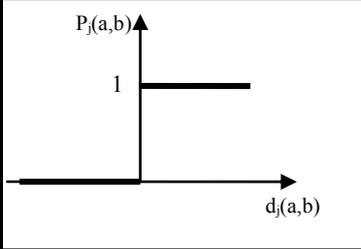
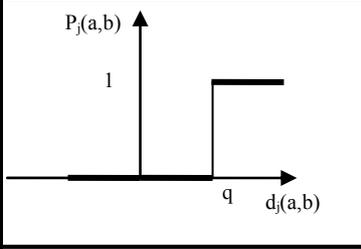
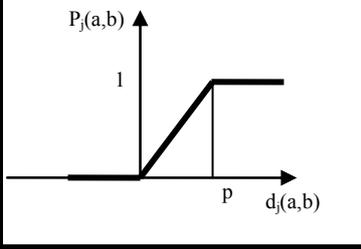
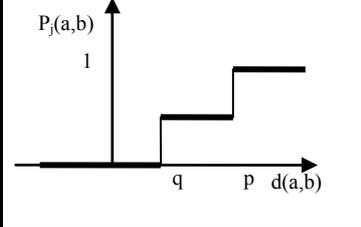
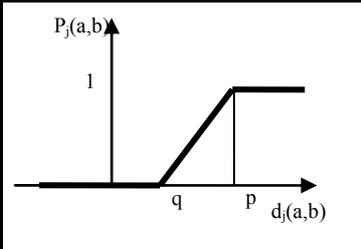
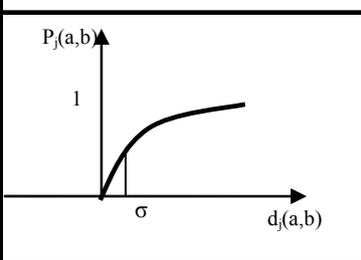
Onde:

$$H_j(d_j) = \begin{cases} P_j(a,b) & \text{se } d_j(a,b) \geq 0 \\ P_j(b,a) & \text{se } d_j(a,b) \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

Segundo ALMEIDA e COSTA (2003), a função de preferência ou critério generalizado representa o comportamento ou atitude do decisor frente às diferenças provenientes da comparação par-a-par entre alternativas para um dado critério j . O decisor dispõe de graus de liberdade com relação ao tipo de critério a ser usado e aos limites de indiferença e preferência estrita.

BRANS et al (1986) consideram seis tipos de critério generalizado ou funções de preferência, os quais são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Os seis tipos de critério generalizado

Tipo de Critério	Representação	Parâmetros	
(I) Critério Usual		$P_j(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{se } d_j(a,b) \leq 0 \\ 1 & \text{se } d_j(a,b) > 0 \end{cases}$	-
(II) Quase-Critério		$P_j(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{se } d_j(a,b) \leq q \\ 1 & \text{se } d_j(a,b) > q \end{cases}$	q
(III) Critério de preferência linear		$P_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{se } d_j(a,b) > p \\ d_j(a,b)/p & \text{se } 0 < d_j(a,b) \leq p \\ 0 & \text{se } d_j(a,b) \leq 0 \end{cases}$	p
(IV) Critério de nível		$P_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{se } d_j(a,b) > p \\ 1/2 & \text{se } q < d_j(a,b) \leq p \\ 0 & \text{se } d_j(a,b) \leq q \end{cases}$	q, p
(V) Critério de preferência linear com zona de indiferença		$P_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{se } d_j(a,b) > p \\ [d_j(a,b) - q] / (p - q) & \text{se } q < d_j(a,b) \leq p \\ 0 & \text{se } d_j(a,b) \leq q \end{cases}$	q, p
(VI) Critério gaussiano		$P_j(a,b) = \{1 - \exp\{-[d_j(a,b)]^2 / 2\sigma^2\}\}$	σ

Nas funções de preferência descritas na Tabela 7, os parâmetros p e q representam:

- q_j (limiar de indiferença) - o maior valor para $d_j(a,b)$, abaixo do qual existe uma indiferença na preferência entre a ou b .
- p_j (limiar de preferência) – o menor valor para $d_j(a,b)$, acima do qual existe uma preferência estrita por a em relação a b .

3.1.2

Construção dos Índices de Preferência Ponderada

Um índice de preferência ponderada π deve ser definido, conforme equação (16), para todos os pares de alternativa, o qual indicará o percentual de preferência da alternativa a em relação à alternativa b , levando em consideração os pesos atribuídos a cada critério.

$$\pi(a,b) = \frac{\sum_{j=1}^k w_j P_j(a,b)}{\sum_{j=1}^k w_j} \quad (16)$$

Os coeficientes w_j são denominados pesos, os quais são as medidas de importância de cada critério. Os pesos devem ser determinados pelo decisor; se todos os critérios tiverem a mesma importância, então os pesos podem ser iguais.

A função $\pi(a,b)$, é a relação de sobreclassificação da alternativa a sobre a alternativa b , conforme exemplifica a Figura 10.

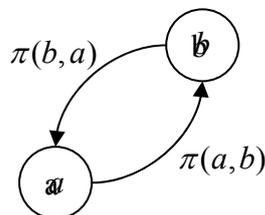


Figura 10 – Relação de sobreclassificação entre duas alternativas

3.1.3

Fluxos de Sobreclassificação

O método define três fluxos de sobreclassificação:

- Fluxo de saída (ϕ^+) - representa a intensidade da preferência da alternativa a sobre todas as outras alternativas do conjunto A. Portanto, este fluxo mede a força de sobreclassificação de a sobre as outras $n-1$ alternativas.

$$\phi^+(a) = \frac{\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^n \pi(a,b)}{n-1} \quad (17)$$

- Fluxo de entrada (ϕ^-) - representa a intensidade da preferência de todas as outras alternativas do conjunto A sobre a . Este fluxo mede, portanto, a força de sobreclassificação das outras $n-1$ alternativas sobre a .

$$\phi^-(a) = \frac{\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^n \pi(b,a)}{n-1} \quad (18)$$

- Fluxo líquido (ϕ) - é o resultado da diferença entre o fluxo de saída (ϕ^+) e o fluxo de entrada (ϕ^-) da alternativa a .

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a) \quad (19)$$

Quanto maior for o ϕ^+ melhor será a alternativa.

Quanto menor for o ϕ^- melhor será a alternativa.

3.1.4

Classificação Parcial das Alternativas – PROMETHEE I

De acordo com BRANS et al. (1986), o PROMETHEE I utiliza os fluxos ϕ^+ e ϕ^- para uma classificação parcial das alternativas, da seguinte forma:

$$aPb \text{ se } \begin{cases} \phi^+(a) > \phi^+(b) & e & \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ & ou & \\ \phi^+(a) = \phi^+(b) & e & \phi^-(a) < \phi^-(b) \\ & ou & \\ \phi^+(a) > \phi^+(b) & e & \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \quad (20)$$

$$aIb \text{ se } \begin{cases} \phi^+(a) = \phi^+(b) \\ e \\ \phi^-(a) = \phi^-(b) \end{cases} \quad (21)$$

aJb caso contrário

Onde:

P, I e J representam respectivamente, preferível, indiferente e incomparável.

Uma classificação parcial de alternativas pelo método PROMETHEE I é apresentada graficamente na Figura 11. Neste exemplo, a alternativa a_1 domina todas as outras alternativas. As alternativas a_2 , a_6 , e a_5 são incomparáveis (não existe ligação entre elas no gráfico), e as alternativas a_2 e a_4 são indiferentes (a ligação entre elas não é representada por seta).

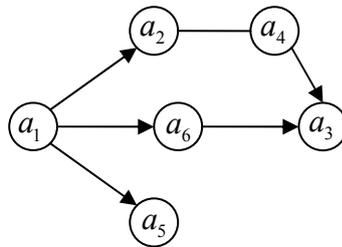


Figura 11 – Ordenação parcial de alternativas (PROMETHEE I)

3.1.5

Classificação Completa das Alternativas – PROMETHEE II

O PROMETHEE II utiliza o fluxo líquido ϕ para obter uma classificação completa considerando:

$$\begin{cases} aPb \text{ se } \phi(a) > \phi(b) \\ aIb \text{ se } \phi(a) = \phi(b) \end{cases} \quad (22)$$

Onde:

P e I representam, respectivamente, preferível e indiferente.

Desta forma, através do PROMETHEE II, pode-se ter uma classificação completa evitando as ocorrências de alternativas incomparáveis.

3.2

Fuzzy PROMETHEE

Pode-se dizer que aspectos como incerteza, imprecisão e ambigüidade são intrínsecos à grande maioria dos problemas reais onde se busca uma solução através dos métodos de apoio à decisão. O emprego da lógica fuzzy a estes problemas parece evidente.

Diante disso, muitos autores vêm apresentando sugestões para a integração da teoria dos conjuntos fuzzy aos métodos de apoio a decisão multicritério. As aplicações mostram que, em situações específicas, a lógica fuzzy pode ser utilizada em métodos de sobreclassificação.

A integração de lógica fuzzy ao método de sobreclassificação ELECTRE pode ser vista nos trabalhos de CZYZAK e SLOWINSKI (1996) e PERNY e ROY (1992), dentre outros. Com relação ao método PROMETHEE, alguns autores propõem a utilização de lógica fuzzy na construção das preferências, como é o caso do trabalho de RADOJEVIC e PETROVIC (1997), onde os autores apresentam a construção de um sistema fuzzy de preferência para cada critério. Isto é justificado pela dificuldade em algumas situações de obtenção dos parâmetros (p e q), utilizados nas funções de preferência.

A utilização de números fuzzy nas avaliações das alternativas e nos pesos dos critérios também pode ser encontrada na literatura como proposta de alguns autores. Pode-se destacar o trabalho de GOUMAS e LYGEROU (2000), onde o método F-PROMETHEE é apresentado. Neste método são feitas adaptações na metodologia multicritério PROMETHEE, introduzindo operações com números fuzzy triangulares. As avaliações das alternativas sob cada critério são consideradas números fuzzy, enquanto que os parâmetros que expressam as opiniões do decisor, tais como os parâmetros do critério generalizado e os pesos dos critérios, são considerados valores precisos como no PROMETHEE. De forma semelhante, GELDERMANN et al (2000) propõem uma adaptação do método PROMETHEE utilizando operações com números fuzzy trapezoidais. Porém neste modelo os pesos dos critérios são tratados como variáveis lingüísticas, representados como números fuzzy trapezoidais.

No contexto de priorização de modos de falha dos equipamentos, no qual este trabalho está inserido, o desempenho das alternativas (modos de falha) sob

cada um dos critérios pode ser obtido apenas de forma aproximada. Diante disso, a utilização de números fuzzy nas avaliações de cada modo de falha mostra-se muito relevante, uma vez que com isto fica-se mais próximo da realidade do problema, obtendo conseqüentemente uma priorização mais realista.

As adaptações do método PROMETHEE para a utilização de números fuzzy nas avaliações das alternativas, as quais serão utilizadas neste trabalho, são apresentadas a seguir.

1. Supondo as avaliações das alternativas sob um determinado critério j como números fuzzy triangulares, a diferença $\tilde{d}(a,b)$ entre as avaliações de duas alternativas a e b , será um número fuzzy triangular $(m, \alpha, \beta)_{LR}$, representado conforme a notação de DUBOIS e PRADE (1978) e apresentado na Figura 6.
2. Sabendo-se que a escolha pelo decisor da função de preferência a ser utilizada em cada critério depende do tipo de problema, pode-se considerar que na grande maioria dos casos é adequada e utilizada a função de preferência tipo V (linear com zona de indiferença), apresentada na Tabela 7.
3. O critério generalizado tipo V (Tabela 7), pode ser expresso como (GOUMAS e LYGEROU, 2000):¹

$$\tilde{P}(a,b) = \begin{cases} 0 & m - \alpha \leq 0 \\ \frac{(m, \alpha, \beta) - q}{p - q} & \text{se } q \leq m - \alpha \text{ e } m + \beta \leq p \\ 1 & m + \beta \geq p \end{cases} \quad (23)$$

Segundo GELDERMANN et al (2000), o grau de preferência da comparação das alternativas a e b , com relação ao critério f_k , pode ser definido como:

$$\begin{aligned} P_j(\tilde{f}(a) - \tilde{f}(b)) &= P_j(\tilde{d}) \\ &= P_j((m, \alpha, \beta)_{LR}) \\ &= (P_j(m), (P_j(m) - P_j(m - \alpha)), (P_j(m + \beta) - P_j(m))) \end{aligned} \quad (24)$$

A função de preferência é representada como na Figura 12:

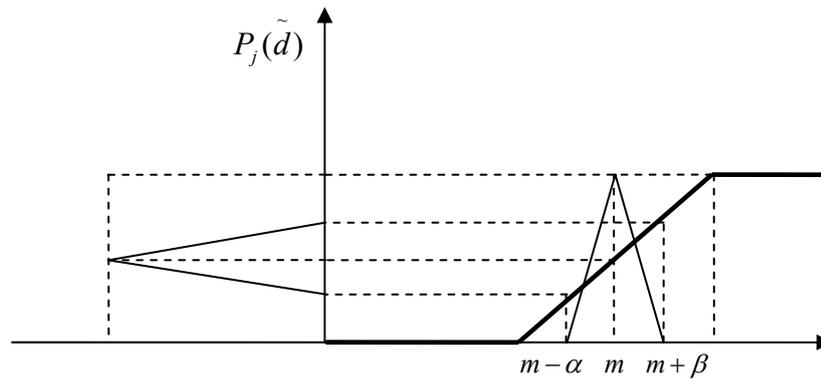


Figura 12 – Representação gráfica da função de preferência

4. O índice de preferência ponderada será expresso como:¹

$$\tilde{\pi}(a,b) = \frac{\sum_{j=1}^k w_j \tilde{P}_j(a,b)}{\sum_{j=1}^k w_j} \quad (25)$$

Caso o peso seja considerado como valores precisos, será representado como $(w_j, 0, 0)$.

5. Os fluxos positivo e negativo serão números fuzzy obtidos de acordo com as equações (26) e (27) respectivamente.

$$\tilde{\Phi}^+(a) = \frac{\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^n \tilde{\pi}(a,b)}{n-1} \quad (26)$$

$$\tilde{\Phi}^-(a) = \frac{\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^n \tilde{\pi}(b,a)}{n-1} \quad (27)$$

6. O fluxo líquido será também um número fuzzy obtido através da diferença entre os fluxos positivo e negativo.

$$\tilde{\Phi}(a) = \tilde{\Phi}^+(a) - \tilde{\Phi}^-(a) \quad (28)$$

7. Finalmente deve ser feita a ordenação das alternativas. Os resultados apresentados estão sob a forma de números fuzzy e o principal problema encontrado nesta etapa é a comparação entre números fuzzy. Existem vários modelos propostos para ordenação de números fuzzy, não se pode dizer que exista um melhor, isto depende do tipo de aplicação. Uma

¹ O símbolo ~ é utilizado para indicar um número fuzzy

proposta, é que seja feita a defuzzificação do fluxo líquido, utilizando o Método Centróide (GELDERMANN et al, 2000) conforme a equação (29).

$$\begin{aligned}
 x_{defuzz} &= \frac{\int x \cdot \mu(x) dx}{\int \mu(x) dx} \\
 &= \frac{\int_{m-\alpha}^m (1 - \frac{m-x}{\alpha}) \cdot x dx + \int_m^{m+\beta} (1 - \frac{x-m}{\beta}) \cdot x dx}{\int_{m-\alpha}^m (1 - \frac{m-x}{\alpha}) dx + \int_m^{m+\beta} (1 - \frac{x-m}{\beta}) dx} \quad (29) \\
 &= \frac{1}{3} (3m - \alpha + \beta)
 \end{aligned}$$

O resultado da defuzzificação pelo centro de massa é o índice x_{defuzz} , conhecido como índice de YAGER (GOUMAS e LYGEROU, 2000).

A seguir, no capítulo 4, será apresentado o modelo desenvolvido para a priorização dos modos de falha de equipamentos utilizando os métodos PROMETHEE e F-PROMETHEE apresentados anteriormente.