

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto e Motivação

A organização de atividades humanas dos mais diversos tipos tipicamente inclui uma *programação de horários de eventos*. Diariamente, as pessoas consultam e planejam suas ações baseando-se em tabelas de horários, sejam elas referentes a horários de turnos de trabalho, de início de aulas, de partida de ônibus ou aviões, de sessões de cinema. Considerando que as tabelas de horários têm um grande impacto na vida cotidiana das pessoas que as utilizam (e efeitos duradouros), a construção das mesmas é um problema que devemos tentar resolver da melhor forma possível.

Além disso, em muitos domínios a necessidade de uma boa programação de horários vai além da mera satisfação pessoal dos envolvidos. Em uma empresa, os horários dos turnos de funcionários devem ser planejados de forma a dar-lhes conforto, mas principalmente visando a maximização da produtividade. Em indústrias em que a operação envolve grandes riscos (de perdas materiais, ambientais etc.), o custo associado a incidentes causados por funcionários desatentos ou sonolentos pode ser imensurável. Consideração semelhante pode ser feita referindo-se à área de saúde, onde o tempo dos médicos e demais profissionais de saúde deve ser organizado o para atendimento de pacientes, realização de exames, procedimentos rotineiros e cirurgias: neste caso, a qualidade da programação de horários tem efeito decisivo sobre a saúde e a vida das pessoas.

Na área de educação, os problemas de programação de horários existem em diferentes contextos, do ensino básico aos cursos de pós-graduação. Mesmo focando no ambiente universitário, cada instituição de ensino tem suas peculiaridades, o que produz diversas variações do problema. Em geral, o objetivo principal da programação de horários no ambiente educacional é a satisfação pessoal de todos os envolvidos e a maximização do desempenho acadêmico dos estudantes.

Em muitos casos, em particular quando os recursos (humanos e materias)

são escassos, a construção de tabelas de horários de boa qualidade pode ser um problema extremamente desafiador, mesmo para um especialista experiente. Além disso, há casos em que o problema é tão grande e complexo que um ser humano simplesmente não seria capaz de resolvê-lo em tempo hábil. Nas últimas décadas, portanto, vimos o desenvolvimento de numerosas abordagens para a resolução automatizada (ou semi-automatizada) do problema de programação de horários.

### 1.1.1

#### **Caracterização e Classificação dos Problemas de Programação de Horários**

Os Problemas de Programação de Horários (PPH) (também conhecidos como problemas de *timetabling*) pertencem à classe mais geral de problemas de agendamento (*scheduling*). Dentro da classe dos PPHs, é possível identificar especializações, visto que as áreas de atividade onde o problema aparece são as mais diversas. No entanto, alguns aspectos são recorrentes, permitindo uma certa generalização destes problemas.

#### **Aspectos Fundamentais e Definição dos PPHs**

Uma proposta de generalização de PPHs é apresentada em (Gröbner et al., 2003), que identifica *eventos*, *recursos* e *restrições* como os três elementos básicos do problema. Seja qual for o ramo de atividade, uma generalização que podemos fazer é que a programação de horários é feita para organizar eventos no tempo, sendo definidos horários para seu início e encerramento. Em geral, os eventos irão necessitar de recursos para sua realização, tanto materiais quanto humanos, recursos estes que são frequentemente únicos ou limitados. Por último, a programação de horários é limitada por uma série de restrições das mais diversas naturezas, que irão exigir ou proibir a ocorrência dos eventos em determinados horários, ou irão restringir os relacionamentos entre os recursos, eventos e horários.

Uma definição de PPHs é apresentada em (Wren, 1996) (em tradução livre):

“A alocação, sujeita a restrições, de recursos a objetos colocados no espaço e no tempo, de modo a satisfazer, tanto quanto possível, um conjunto de objetivos desejáveis.”

Uma outra definição, um pouco menos informal, é fornecida por (Burke et al., 2004b) (em tradução livre):

“Um problema de programação de horários é um problema com quatro parâmetros:  $T$ , um conjunto finito de tempos;  $R$ , um

conjunto finito de recursos;  $M$ , um conjunto finito de reuniões; e  $C$ , um conjunto finito de restrições. O problema é atribuir tempos e recursos às reuniões de forma a satisfazer as restrições o tanto quanto for possível.”

### **Variações do PPH por Área de Aplicação**

Como variações do PPH por área de aplicação, podemos mencionar a programação de horários em instituições de ensino (Schaerf, 1999, Lewis, 2008, Qu et al., 2006), a programação de eventos esportivos (Easton et al., 2004, Noronha et al., 2007, Briskorn, 2006), a programação de turnos de empregados (Artigues et al., 2007), programação de turnos na área de saúde (Burke et al., 2004a, Gendreau et al., 2007) e a programação de horários no setor de transportes (Kwan, 2004).

Dentre estas variações mencionadas, uma das mais estudadas do ponto de vista prático é a programação de horários em instituições de ensino, de acordo com (Qu et al., 2006). Trata-se de uma das tarefas mais importantes e que demanda mais esforço que ocorrem periodicamente em instituições de ensino. A qualidade da programação de horários tem um grande impacto em um número enorme de pessoas, incluindo professores, estudantes e pessoal administrativo (Sabin & Winter, 1986).

### **Classificação dos Problemas de Programação de Horários em Instituições de Ensino**

Atendo-nos à programação de horários em instituições de ensino, observamos ainda especializações do problema na literatura, que diferem umas das outras de acordo o tipo da instituição acadêmica (escola ou universidade) e de acordo com os tipos de restrições. Assim como em (Schaerf, 1999), classificamos os problemas de programação de horários em instituições de ensino em três classes principais:

- **Problema de Programação de Horários em Escolas (PPHE):** programação semanal de horários de aulas em uma escola, evitando que professores dêem mais de uma aula simultaneamente, ou que uma aula seja dada por mais de um professor.
- **Problema de Programação de Horários de Cursos (PPHC):** programação semanal de horários de aulas de um conjunto de cursos universitários, minimizando a quantidade de sobreposições entre aulas de cursos com estudantes em comum.
- **Problema de Programação de Exames (PPE):** programação de horários dos exames de um conjunto de cursos universitários, evitando

a sobreposição de exames de cursos com estudantes em comum, e espaçando ao máximo os exames para os estudantes.

Esta classificação não pode ser tomada como uma classificação definitiva dos problemas de programação de horários. Há casos em que o problema de uma instituição de ensino em particular pode não se encaixar em qualquer destas categorias. Em (Schaerf, 1999) é citado como exemplo a programação de horários uma escola em que os alunos tem liberdade para escolher as matérias que desejam cursar, fazendo com que o problema tenha características tanto do PPHE quanto do PPHC.

### 1.1.2

#### **Benchmarking de algoritmos para PPHs**

Conforme apontado em (Schmidt & Strohlein, 1990), soluções automatizadas para PPHs, em particular em instituições de ensino, são discutidas na literatura desde o início da década de 1960, como por exemplo (Appleby et al., 1961, Gotlieb, 1962).

Um dos problemas associados à pesquisa em PPHs é a dificuldade de comparação de abordagens, uma vez que não há um modelo único para o problema que sirva para todas as situações encontradas no mundo real. Em relação aos PPHs em instituições de ensino em particular, observamos que cada instituição tem suas particularidades, o que se manifesta na pluralidade de critérios adotados para julgar a qualidade de uma tabela de horários. Restrições a serem obrigatoriamente respeitadas para a implementação de uma tabela de horários em uma universidade podem ser irrelevantes em outra instituição. Por exemplo, enquanto em uma universidade o respeito às preferências de horários dos professores é uma restrição essencial, sob pena de tornar a tabela de horários inválida caso tais preferências sejam desrespeitadas, em outra universidade em que os professores tem dedicação exclusiva, esta restrição deixa de ser essencial, podendo ser tratada como uma restrição flexível, ou mesmo sendo deliberadamente ignorada.

Uma consequência disto é que a pesquisa em PPHs esteve por muito tempo fragmentada. Em muitos casos, conforme reportado em (Lewis, 2006), os algoritmos propostos para resolução de um PPH em particular somente foram testados para um pequeno conjunto de instâncias construídas pelo próprio autor do algoritmo, baseadas nas características específicas do problema de sua própria instituição. Isto é mais evidente no caso do PPHC, pois diferentemente do PPE, nunca houve (até recentemente) a adoção de fato de formulações comuns e conjuntos de instâncias para *benchmarking*. Esta ausência de padronização contrasta bastante com outros tipos de problemas estudados

na área de pesquisa operacional (por exemplo, o Problema do Caixeiro Viajante ou o Problema de Alocação Generalizada), os quais tipicamente possuem formulações padronizadas amplamente aceitas, juntamente com abundantes conjuntos de instâncias para medir o desempenho dos algoritmos propostos (Reinelt, 1991, Beasley, 1990).

É importante ressaltar que apesar da evidente preferência dos autores em dedicar-se a versões particulares do problema, ao invés de se utilizarem de modelos mais abstratos, ainda há uma grande lacuna entre o que é produzido pela comunidade acadêmica e o que é de fato aproveitado para a resolução de problemas práticos (McCollum, 2007).

Longe de estarem esgotados os desafios neste campo de pesquisa, notamos nos últimos anos um aumento no interesse por PPHs. Uma evidência deste interesse é a organização de uma série bianual de conferências dedicada exclusivamente ao assunto, a *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling* (PATAT) (Burke & Ross, 1996, Burke & Carter, 1998, Burke & Wilhelm, 2001, Burke & De Causmaecker, 2003, Burke & Trick, 2005, Burke & Rudová, 2007, Burke & Gendreau, 2008). As competições internacionais de programação de horários promovidas como eventos paralelos a esta série de conferências (ver seção 2.1) contribuíram para o estabelecimento de um modelo comum e um conjunto de instâncias que tem sido amplamente utilizadas para *benchmarking* de algoritmos para PPHs, permitindo uma melhor comparação entre diferentes abordagens, assim como promovendo um melhor fluxo de idéias entre os trabalhos de diversos autores.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo estudar Problemas de Programação de Horários, em particular o Problema de Programação de Horários de Cursos Pós-Matrícula (PPHCPM). Como parte do estudo, é realizado um levantamento bibliográfico de abordagens utilizadas para este problema e para outros problemas relacionados, a fim de obter uma visão integrada do problema, sendo capaz de analisá-lo por diversas perspectivas. Este conhecimento nos capacita a propor novas abordagens para o problema.

Buscamos inovar em nossa proposta, explorando a possível aplicação de métodos baseados em Programação Matemática ao PPHCPM. Tais métodos tem sido aplicados com sucesso na resolução de diversos problemas de otimização combinatória de complexidade semelhante, porém a sua aplicação ao PPHCPM tem sido bastante restrita.

Em particular temos como objetivo experimentar a adaptação para o PPHCPM de uma das formulações propostas mais recentemente para o Problema de Coloração de Grafos. Esta formulação, conhecida como Formulação de Representantes Assimétricos, tem como característica um espaço de soluções bastante assimétrico, sendo promissora a sua utilização para obtenção de limites inferiores fortes tanto para o PCG quanto para outras aplicações derivadas do PCG, como parece ser o caso dos problemas de programação de horários.

### 1.3

#### Estrutura da Dissertação

O restante desta dissertação é estruturado como a seguir. No capítulo 2 detacaremos o impacto da *International Timetabling Competition* no campo de pesquisa de programação de horários, e definiremos precisamente o problema do qual iremos tratar neste trabalho, o Problema de Programação de Horários de Cursos Pós-Matrícula. Após esta apresentação, dedicaremos o capítulo 3 à revisão bibliográfica dos assuntos que fundamentam as abordagens utilizadas neste trabalho.

No capítulo seguinte iniciamos a apresentação das nossas próprias abordagens, iniciando pelas metaheurísticas de Busca Tabu e *Simulated Annealing* aplicadas PPHCPM. No capítulo 5, chegamos ao foco desta dissertação, que é a proposição de métodos baseados em Programação Matemática para o PPHCPM, com destaque para as formulações de PLIM propostas, as aplicações de *Local Branching*, e a proposição de esquema de Geração de Colunas para as diferentes formulações do PPHCPM.

O capítulo seguinte é dedicado aos experimentos realizados e à discussão do significado dos resultados obtidos. No capítulo final, buscamos fazer uma autocrítica assim como identificar as principais contribuições alcançadas pelo trabalho, e finalizamos elencando direções para trabalhos futuros.