



**Vitor Cavalcanti Dantas**

**Algoritmos para Problemas de Programação de  
Horários de Cursos Pós-Matrícula**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio

Orientador: Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão

Rio de Janeiro  
Abril de 2009



**Vitor Cavalcanti Dantas**

**Algoritmos para Problemas de Programação de  
Horários de Cursos Pós-Matrícula**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Ruy Luiz Milidiú**

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Haroldo Gambini Santos**

Departamento de Computação — UFOP

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 13 de Abril de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Vitor Cavalcanti Dantas**

Graduou-se em Bacharelado em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) em 2005. Atuou como engenheiro de sistemas na indústria de jogos eletrônicos. Iniciando o Mestrado em Informática na PUC-Rio em 2007, atuou como pesquisador no TecGraf - Laboratório de Tecnologia em Computação Gráfica. Foi bolsista da CAPES, desenvolvendo pesquisa aplicada a problemas de programação de horários.

#### Ficha Catalográfica

Dantas, Vitor Cavalcanti

Algoritmos para Problemas de Programação de Horários de Cursos Pós-Matrícula / Vitor Cavalcanti Dantas; orientador: Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2009.

v., 90 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Tese. 2. Otimização Combinatória. 3. Heurísticas Matemáticas. 4. Metaheurísticas. 5. Programação Linear Inteira Mista. 6. Programação de Horários. I. Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. III. Título.

CDD: 004

## Agradecimentos

Aos meus pais, avós e irmã, pelo apoio essencial durante todos esses anos e por me darem exemplos de caráter nos quais procuro me espelhar. À Roberta, por iluminar minha vida e cuidar de mim com carinho incondicional.

Aos companheiros de apartamento e demais amigos no Rio, por tornarem estes dois anos mais especiais, sentirei saudades.

Ao Casanova, ao Tílio e aos demais colegas do TecGraf, pelo apoio fundamental em meu primeiro ano de mestrado.

Ao Poggi, meu orientador, agradeço em especial, não somente pelos muitos conhecimentos compartilhados, como também por me empurrar para frente, sempre oferecendo uma dose de otimismo nos meus momentos de dúvida.

À CAPES e à PUC-Rio, por oferecerem o apoio financeiro essencial para o desenvolvimento deste trabalho.

## Resumo

Dantas, Vitor Cavalcanti; Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade. **Algoritmos para Problemas de Programação de Horários de Cursos Pós-Matrícula**. Rio de Janeiro, 2009. 90p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Problemas de Programação de Horários (PPHs) tem sido amplamente estudados, dada a sua importância prática e teórica. A maioria das variações do problema pertence à classe NP-Difícil. Em geral, trata-se da alocação de recursos materiais e humanos no espaço e no tempo, visando a otimização de um conjunto de objetivos definidos. Na Programação de Horários de Cursos Universitários, por exemplo, o objetivo pode ser a satisfação do corpo docente e o desempenho acadêmico dos alunos. Nos últimos anos, as formulações de PPHs propostas pela *International Timetabling Competition* (ITC) tem sido bastante utilizadas, sendo notável a predominância de métodos baseados em busca local e metaheurísticas entre as abordagens propostas recentemente. Este trabalho tem como objetivo propor algoritmos para o Problema de Programação de Horários Pós-Matrícula da ITC, focando principalmente em métodos heurísticos baseados em Programação Matemática. Entre os modelos de Programação Linear Inteira Mista que propomos para este problema, destaca-se o modelo baseado na Formulação de Representantes Assimétricos para o Problema de Coloração de Grafos. Abordamos a aplicação da heurística de *Local Branching* e propomos um esquema de resolução por Geração de Colunas, como forma de viabilizar o tratamento dos modelos propostos, uma vez que a complexidade de tais modelos representa um desafio para os resolvidores de Programação Linear Inteira Mista atualmente disponíveis.

## Palavras-chave

Otimização Combinatória. Heurísticas Matemáticas. Metaheurísticas. Programação Linear Inteira Mista. Programação de Horários.

## Abstract

Dantas, Vitor Cavalcanti; Poggi de Aragão, Marcus Vinicius Soledade. **Algorithms for Post Enrollment-based Course Timetabling**. Rio de Janeiro, 2009. 90p. M.Sc. Dissertation — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Timetabling Problems have been widely studied, given its practical and theoretical relevance. Most of its variations belong to the NP-Hard class of problems. In general, it is about allocation of material and human resources in time and space, aiming to optimize some set of defined objectives. In University Course Timetabling, for example, the objective might be the satisfaction of professors and the academic performance of students. In the last years, the formulations for timetabling problems proposed by the International Timetabling Competition (ITC) have been widely adopted. The predominance of meta-heuristics and local search-based methods is remarkable among the recently proposed approaches. The objective of this thesis is to propose algorithms for the Post Enrolment-based Course Timetabling Problem of the ITC, focusing on Mathematical Programming-based heuristic methods. Among the Mixed Integer Linear Programming models that we propose for this problem, we highlight the one based on the Asymmetric Representatives Formulation for the Graph Coloring Problem. We explore the application of the Local Branching heuristic and we propose a Column Generation solution procedure, as an attempt to handle the proposed models, given that the complexity of such models poses a challenge for currently available Mixed Integer Linear Programming solvers.

## Keywords

Combinatorial Optimization. Mathematical Heuristics. Meta-heuristics. Mixed Integer Linear Programming. Timetabling.

## Sumário

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1    | Introdução   | 10 |
| 1.1  | Contexto e Motivação   | 10 |
| 1.2  | Objetivos  | 14 |
| 1.3  | Estrutura da Dissertação   | 15 |
| 2    | Descrição do Problema  | 16 |
| 2.1  | <i>International Timetabling Competition</i> (ITC)                               | 16 |
| 2.2  | Problema de Programação de Horários de Cursos (PPHC) da ITC 2002                 | 17 |
| 2.3  | Problema de Programação de Horários de Cursos Pós-Matrícula (PPHCPM) da ITC 2007 | 20 |
| 3    | Revisão Bibliográfica  | 23 |
| 3.1  | Busca Tabu   | 23 |
| 3.2  | <i>Simulated Annealing</i>   | 25 |
| 3.3  | Formulações para o Problema de Coloração de Grafos                               | 27 |
| 3.4  | <i>Local Branching</i>   | 31 |
| 3.5  | Geração de Colunas   | 32 |
| 4    | Abordagem por Metaheurísticas  | 38 |
| 4.1  | Representação de Soluções  | 38 |
| 4.2  | Busca Tabu aplicada ao PPHCPM  | 42 |
| 4.3  | <i>Simulated Annealing</i> aplicado ao PPHCPM                                    | 43 |
| 5    | Abordagem por Heurísticas Matemáticas  | 45 |
| 5.1  | Formulações de Programação Linear Inteira Mista para o PPHCPM                    | 45 |
| 5.2  | Formulação Padrão para o PPHCPM  | 46 |
| 5.3  | Função Objetivo  | 47 |
| 5.4  | Restrições   | 48 |
| 5.5  | Formulação Indireta para o PPHCPM  | 50 |
| 5.6  | Formulação de Representantes Assimétricos para o PPHCPM                          | 51 |
| 5.7  | Função Objetivo  | 53 |
| 5.8  | Restrições   | 54 |
| 5.9  | <i>Local Branching</i> aplicado ao PPHCPM  | 57 |
| 5.10 | Geração de Colunas aplicada ao PPHCPM  | 60 |
| 6    | Experimentos realizados  | 66 |
| 6.1  | Considerações iniciais   | 66 |
| 6.2  | Instâncias utilizadas  | 66 |
| 6.3  | Coloração do grafo de conflitos de estudantes                                    | 67 |
| 6.4  | Resolução do PPHCPM por Metaheurísticas  | 71 |
| 6.5  | Resolução do PPHCPM via PLIM com custo parcial                                   | 76 |
| 6.6  | Resolução do PPHCPM via PLIM otimizando <i>SoftCost</i>                          | 76 |
| 6.7  | Resolução do PPHCPM via <i>Local Branching</i> com custo parcial                 | 79 |
| 6.8  | Resolução do PPHCPM via <i>Local Branching</i> otimizando <i>SoftCost</i>        | 79 |

|     |                            |    |
|-----|----------------------------|----|
| 7   | Conclusão                  | 82 |
| 7.1 | Contribuições alcançadas   | 82 |
| 7.2 | Trabalhos Futuros          | 83 |
|     | Referências Bibliográficas | 84 |



## Lista de tabelas

|      |  |    |
|------|--|----|
| 6.1  | Instâncias utilizadas nos experimentos realizados.   | 67 |
| 6.2  | Melhores resultados obtidos para cada instância na ITC 2007.   | 68 |
| 6.3  | Versão de otimização do PCG, resolução da relaxação linear.  | 69 |
| 6.4  | Versão de otimização do PCG, resolução por <i>branch-and-bound</i> .                                   | 70 |
| 6.5  | Versão de decisão do PCG (k=45), resolução da relaxação linear.  | 70 |
| 6.6  | Versão de decisão do PCG (k=45), resolução por <i>branch-and-bound</i> .                               | 71 |
| 6.7  | Busca tabu para o PPHCPM, otimizando <i>DtF</i> .  | 72 |
| 6.8  | <i>Simulated annealing</i> para o PPHCPM, otimizando <i>DtF</i> .                                      | 73 |
| 6.9  | Busca tabu para o PPHCPM, otimizando <i>DtF</i> e <i>SoftCost</i> .                                    | 74 |
| 6.10 | <i>Simulated annealing</i> para o PPHCPM, otimizando <i>DtF</i> e <i>SoftCost</i> .                    | 75 |
| 6.11 | Resolução da relaxação linear do PPHCPM, otimizando <i>eodEvt</i> somente.                             | 76 |
| 6.12 | Resolução do PPHCPM via <i>branch-and-bound</i> , otimizando <i>eodEvt</i> somente.                    | 77 |
| 6.13 | Resolução da relaxação linear do PPHCPM, otimizando <i>SoftCost</i> .                                  | 77 |
| 6.14 | Resolução do PPHCPM via <i>branch-and-bound</i> , otimizando <i>SoftCost</i> .                         | 78 |
| 6.15 | Tempo de resolução do PPHCPM via <i>local branching</i> , otimizando <i>eodEvt</i> somente.            | 79 |
| 6.16 | Qualidade de soluções do PPHCPM obtidas via <i>local branching</i> , otimizando <i>eodEvt</i> somente. | 80 |
| 6.17 | Tempo de resolução do PPHCPM via <i>local branching</i> , otimizando <i>SoftCost</i> .                 | 80 |
| 6.18 | Qualidade de soluções do PPHCPM obtidas via <i>local branching</i> , otimizando <i>SoftCost</i> .      | 81 |