

CAPÍTULO II

ESPAÇO LÓGICO: O SENTIDO NÃO PODE DEPENDER DA VERDADE

2.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é analisar como a conclusão a qual vimos Russell chegar, através das suas análises das descrições, acerca da impossibilidade de objetivação de todas as funções se relaciona com a conclusão *tractatiana* acerca do limite do possível como algo que não pode ser dito, mas *se mostra*. Como vimos, a objetivação das possibilidades semânticas incorreria em um regresso ao infinito, pois tais possibilidades teriam que ser tomadas em algum ponto como suas próprias possibilidades, o que nos conduziria à contradição. Se estivermos corretos, levando às últimas consequências esta conclusão podemos entender as principais críticas erguidas por Wittgenstein a Russell. De fato, com que nos comprometemos, se levamos até o fim o próprio princípio do contexto de Frege e a análise dos pressupostos que forçaram as conclusões *russellianas*, apresentadas no capítulo anterior é algo que Wittgenstein irá, tal como entendemos, desenvolver, não apenas no seu *Tractatus*, mas por toda sua obra, o que nos cumpre mostrar ainda no capítulo seguinte. O problema do discurso falso e da harmonia entre linguagem e mundo, isto é, do que permite que a linguagem possa dizer com determinação e sentido não apenas o que ocorre, mas o que pode ocorrer, ainda que nunca tenha ocorrido ou jamais venha a ocorrer, já enfrentado por Russell, aparece, para Wittgenstein, já como remetendo claramente a um problema análogo ao que gerara o paradoxo. Como mostraremos, por isso Wittgenstein mantém no *Tractatus* que as condições de sentido são as condições que definem as possibilidades cujas realizações ou não realizações constituem as condições de verdade ou falsidade da proposição. A verdade de uma proposição seria a realização das possibilidades cuja definição – necessariamente independente – constituiriam o sentido. Que algo se realizasse já suporia a

possibilidade de sua realização, e esta possibilidade é que constituiria a noção de ‘sentido da linguagem’. Ora, se a possibilidade da existência pressupor a existência de algo, também suporá a sua possibilidade anterior, de tal modo que se, em algum momento, o sentido depender da verdade institui-se um regresso ao infinito. A conclusão é já conhecida: o sentido não pode depender da existência do que quer que seja porque o sentido é a possibilidade da existência, e é sempre a existência que supõe a possibilidade da existência e não o contrário. Daí a análise *wittgensteiniana* remeter, até certo ponto, à análise de Russell das descrições: quando afirmamos ‘o tal e tal’, afirmamos ‘existe um x, tal que x e somente x é tal e tal’, a existência em questão aqui não é pressuposta para que a proposição contendo a descrição definida tenha sentido, mas é afirmada por ela, compondo seu sentido e podendo ser verdadeira ou falsa. Entretanto, as análises devem ter um fim em algum lugar: a relação de nomeação lógica dos objetos simples, cujas formas determinam o espaço lógico, isto é, o conjunto total das possibilidades de qualquer representação proposicional, que garante o caráter determinado do sentido. O requerimento aparece assim já claramente no *Prototractatus*:

A análise dos signos deve encontrar um fim em algum ponto, porque se os signos expressam qualquer coisa que seja, o significado deve pertencer a eles de um modo que seja de uma vez por todas completo. (*Prototractatus*, 3.20102-3.20103)

De fato, a conclusão por regresso ao infinito já estava presente em Russell, na medida em que, como vimos, ele coloca sempre a nomeação por *acquaintance* no final das suas análises, possibilitando que, em algum ponto, a linguagem e a realidade se liguem diretamente e não haja mais espaço para verdade e falsidade. Mas Wittgenstein não aceitará que os supostos objetos por *acquaintance* de Russell (dados do sentido imediato) possam cumprir este papel, e este é o primeiro passo da crítica *wittgensteiniana* que começamos a expor detalhadamente no que se segue.

Seguiremos o seguinte roteiro: apresentaremos as críticas de Wittgenstein à *teoria dos tipos* e à *teoria dos juízos*, mostrando a centralidade da relação entre a impredicatividade e o funcionamento do discurso necessário tanto para estas críticas, quanto para a conclusão geral segundo a qual *a lógica deve cuidar de si mesma*. Abordaremos o caráter *impredicativo* da noção de ‘propriedade formal’ em Wittgenstein, apresentaremos seu tratamento das constantes lógicas, e

mostraremos a relação do princípio envolvido nos paradoxos com a delimitação interna do *Espaço Lógico* no *Tractatus*. A partir disso, nos voltaremos para a noção central de ‘operação’ no *Tractatus*, esclarecendo seu papel e sua diferença em relação à noção de ‘função’. Finalmente, abordaremos o tratamento da noção de ‘número’ por Wittgenstein.

2.2. Críticas de Wittgenstein a Russell: A lógica como o que se mostra

A primeira coisa que deve ser dita sobre as críticas de Wittgenstein a Russell é a sua conclusão geral: Russell teria tentado se referir com a linguagem às condições da própria significação, falando assim do que não poderia ser dito. Com isso, ele teria incorrido em autocontradição, tratando o âmbito necessário da linguagem como contingente. Wittgenstein encontra raízes desta idéia em Frege, na impossibilidade, já abordada no presente trabalho, de colocarmos em palavras as distinções entre categorias lógicas, como a entre conceitos e objetos, sem contradizermos com isso mesmo a própria distinção. O ponto central aqui, tal como entende Wittgenstein, é que para fazermos a distinção com a linguagem, temos que supor já a possibilidade do seu oposto, isto é, temos, por exemplo, que predicar um conceito como um objeto, ou tratar funções de ordem distintas como passíveis da atribuição de uma mesma propriedade, ainda que para negar tal atribuição. Dessa forma, a distinção categorial, conclui Wittgenstein, deveria ser um pressuposto de qualquer atribuição lingüística e, portanto, seria ao mesmo tempo *interna* e *inefável*, isto é, deveria ser mostrada no simbolismo, pois não poderíamos falar de determinações (ou relações) internas necessárias.

No período entre 1912-1913, a correspondência entre Wittgenstein e Russell tem como um dos assuntos centrais a teoria dos juízos. Wittgenstein relaciona já então diretamente sua crítica a esta última com uma interdição à teoria dos tipos. Somente a teoria das descrições, anteriormente expressa, é tomada por Wittgenstein como “absolutamente correta” e como modelo de análise das expressões em símbolos incompletos. “Apenas quero adicionar que sua ‘Teoria das Descrições’ é certamente completamente correta, muito embora os signos primitivos individuais nela não sejam em absoluto aqueles que você pensou.” (Wittgenstein, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p.61) Isso se explica, como já

notamos, justamente porque a análise *russelliana* coaduna-se com a consideração do sentido como *uma possibilidade*, que não depende de uma referência ou verdade qualquer (Cf., e.g., *TLP*, 2.0211, 2.0212). Entretanto, para Wittgenstein, os primitivos deveriam ser tais que tornassem a teoria dos tipos desnecessária.

As conclusões as quais Wittgenstein chega a partir deste diálogo com Russell aparecem também nos *Notebooks* de 1914-1916. A primeira observação que lá encontramos é, sem dúvida, fundamental: “a lógica deve cuidar de si mesma” (*NB*, 22-08-14, p.2e). Wittgenstein argumenta então contra a possibilidade de regras externas para a lógica. Não precisaríamos e, de fato, não poderíamos dizer o que a lógica deveria fazer, pois o oposto de uma sentença lógica seria impossível e o que pode ser dito, pode ser dito de modo bipolar. Entretanto, esta também não é uma tese *ad hoc*, pois a desconsideração da bipolaridade semântica está, como já notamos, na base dos próprios paradoxos por impredicatividade. Tentar cuidar da Lógica seria, portanto, já incorrer em impredicatividade.

Deve em certo sentido ser impossível para nós prosseguir errado em lógica. Isso é já parcialmente expresso por dizermos: ‘a lógica deve cuidar de si mesma’ Este é um *insight* extremamente profundo e importante. (*NB*, 02-09-14, p.2e)

A partir disso, podemos compreender a crítica de Wittgenstein à teoria dos juízos de Russell. Incluindo a forma lógica no juízo, a teoria de Russell a trata como um híbrido entre fato contingente e objeto por *acquaintance*, não deixando clara a necessária possibilidade de verdade e de falsidade das funções, possibilidade esta que, como analisamos, está na base da interdição da impredicatividade, desde que as funções impredicativas são justamente aquelas para às quais tal possibilidade não existe.

Você achou que a sua referência [da forma lógica] fosse um ‘fato’, isso é completamente correto, mas lembre-se que não existem coisas como fatos e que, portanto, essa proposição ela mesma requer análise! Se falamos da ‘referência’ parecemos estar falando de uma coisa com um nome próprio. E é claro que o símbolo para um ‘fato’ é uma proposição. (Wittgenstein, carta LW-BR em novembro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 48)

Sendo assim, o problema central da teoria dos juízos de Russell é que dela não se segue nem a impossibilidade de se julgar contra-sensos nem, o que está

diretamente relacionado com isso, que a negação de toda função proposicional deve também ser possível, e que, portanto, a determinação da semântica deve ser anterior à determinação da verdade.

Posso agora expressar minha objeção a sua teoria dos juízos de maneira exata: acredito ser óbvio que da proposição ‘Um juízo de que (digamos) *a* está na Relação *R* com *b*’, se corretamente analisada, a proposição ‘ $aRb \vee \sim aRb$ ’ deve seguir-se diretamente *sem o uso de qualquer outra premissa*. Esta condição não é completamente satisfeita por sua teoria. (Wittgenstein, carta LW-BR em junho de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 29)

A forma deveria *mostrar* a necessária bipolaridade proposicional – i.e.: sua capacidade de ser verdadeira e ser falsa –, deveria *mostrar* também a impossibilidade do contra-senso (e que se uma proposição não é um contra-senso seu oposto é também possível), mas não poderia *dizer* estas coisas, ou supor tais afirmações, pois, de outro modo, tornaria possível o oposto. A requisição também aparece expressamente formulada no *Tractatus*: “5.5422 O correto esclarecimento da forma da proposição ‘A julga que *p*’ deve mostrar que é impossível julgar um contra-senso. (A teoria de Russell não satisfaz esta condição.)” Não tornar impossível o contra-senso é também, em seu cerne, como ainda abordaremos aqui, o problema identificado na própria Teoria dos Tipos. Tanto a teoria dos tipos, quanto a teoria dos juízos teriam suposto funções que seriam *sobre* funções da sua mesma forma. Como, então, para poder dizê-las, já deveríamos supô-las, dizê-las torna-se ao mesmo tempo supérfluo e impossível.

Mesmo se existissem proposições da forma ‘*M* é uma coisa’ elas seriam supérfluas (tautológicas) porque o que ela tenta dizer é algo já visto quando vemos ‘*M*’. Na expressão ‘ aRb ’, estamos falando apenas deste *R* particular, enquanto o que queremos fazer é falar de todos os símbolos similares. O que temos que dizer: em qualquer símbolo dessa forma, o que corresponde a *R* não é um nome próprio, e o fato de que ‘[*R*] está entre ‘*a*’ e ‘*b*’] expressa uma relação. Isso é o que se busca expressar por uma asserção sem sentido: símbolos como este são de um certo tipo. Isso você não pode dizer porque para dizê-lo deve primeiro saber o que o símbolo é: e sabendo isso, você *vê* o seu tipo e, portanto, também o tipo do que é simbolizado. (...) Por exemplo: considere as duas proposições (i) ‘o que se simboliza aqui é uma coisa’ (ii) o que é se simboliza aqui é um fato relacional = relação.’ Elas são sem sentido por duas razões (a) porque mencionam ‘coisa’ e ‘relação’; (b) porque mencionam-nas em proposições da mesma forma. (*NDM, In: NB, Ap. II, p. 110*)

Que de uma correta análise proposicional dever-se-ia seguir a bipolaridade da proposição significa também, em grande medida, que de uma correta análise

proposicional dever-se-ia seguir a independência da sua semântica em relação ao seu valor verdade (o que está na própria idéia de domínio funcional de Russell), o que tornaria também impossível julgarmos contra-sensos, e, assim, os próprios paradoxos por impredicatividade. O problema central que Wittgenstein identifica na Teoria dos Tipos é justamente que as próprias funções proposicionais utilizadas na sua formulação não são funções proposicionais legítimas, desde que não possuem um domínio de argumentos independente. Cumpre notar aqui que é claro que Wittgenstein percebe, já neste período anterior ao *Tractatus*, a partir da análise da teoria de Russell, a relação entre a necessária bipolaridade proposicional e os problemas relativos ao princípio do paradoxo. Pois, a anterioridade da determinação da semântica em relação à determinação da verdade é o que torna, na sua argumentação, a Teoria dos Tipos desnecessária (supérflua). Assim, de uma correta análise proposicional, e por meio das tabelas de verdade, seria já *mostrada* a impossibilidade dos contra-sensos.

O que estou querendo dizer é que apenas entendemos uma proposição se sabemos o que seria o caso se ela fosse falsa e o que seria o caso se ela fosse verdadeira. (...) A proposição *p* tem dois pólos. (...) Se você [Russell] se lembrasse do esquema WF [tabela de verdade] de $\sim p$, jamais colocaria esta questão (penso). De fato, todas as regras do simbolismo se seguem diretamente da essência do esquema WF. (Wittgenstein, carta LW-BR em novembro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 48)

O que significa *ser mostrada* no simbolismo e não poder, portanto, ser dita é justamente, no caso das proposições necessárias, não poder haver sentido independente da verdade. Como a própria sentença supõe a sua verdade, isso significa, tal como analisa Wittgenstein, não haver sentido nenhum.

A mesma distinção entre o que pode ser mostrado pela linguagem, mas não dito, explica a dificuldade que sentimos sobre tipos, e.g., como a diferença entre coisas, fatos, propriedades, relações. Que *M* é uma coisa não pode ser dito; é sem sentido: mas alguma coisa é mostrada pelo símbolo '*M*'. Do mesmo modo que uma proposição é uma proposição da forma sujeito-predicado não pode ser dito: mas é mostrado pelo símbolo. (*NDM*, *In*: *NB*, Ap. II, p. 109)

As chamadas proposições da lógica mostram as propriedades lógicas da linguagem e, portanto, do Universo, mas não dizem nada. Isso significa que meramente por olhá-las você pode ver estas propriedades; enquanto, em uma proposição propriamente dita, você não pode ver que é verdadeira meramente por olhar para ela. (*NDM*, *In*: *NB*, Ap. II, p. 108)

A teoria dos juízos de Russell teria tentado falar do que permite o dizer, porque isso é o que seriam as formas lógicas, com isso, ela teria mostrado de maneira clara como tal tarefa é impossível. Tal impossibilidade teria ficado clara na medida em que tentar falar das formas lógicas nos obriga a supor a verdade como anterior ao sentido ou a supor um *estado de coisas* que é necessariamente o caso e, portanto, não pode ser representado por proposições com sentido.

Se, por exemplo, nós perguntamos: *tal e tal* é um fato relativo à forma sujeito-predicado?, devemos certamente já saber o que significamos por ‘a forma sujeito-predicado’. Devemos saber se existe uma tal forma. Como podemos saber isso? “Pelos signos” Mas como? Pois não encontramos quaisquer signos dessa forma. Podemos, portanto, dizer: temos signos que se comportam como signos da forma sujeito-predicado, mas isso significa que realmente devam existir fatos dessa forma? (...) Se a existência da sentença sujeito-predicado não mostra tudo que é necessário, então isso poderia certamente apenas ser mostrado pela existência de algum fato particular desta forma. E *acquaintance* com tal fato não pode ser essencial para lógica. Suponha que tivéssemos um signo que realmente fosse da forma sujeito-predicado, ele seria melhor para expressar proposições da forma sujeito-predicado do que nossas sentenças sujeito-predicado? Não parece. (NB, p.3e)

A partir das análises de Russell, tal como expostas no capítulo anterior, parece que os termos de uma relação qualquer já deveriam estar relacionados para poderem ser assim relacionados, mas se eles não estão já correlacionados factualmente, o que permite a correlação não pode ser a própria relação, mas a possibilidade desta, que seria dada pela relação dos elementos do complexo com a forma lógica do complexo. A forma lógica do complexo nada mais seria, portanto, do que a possibilidade da correlação factual, que determinaria sua estrutura. Mas, se ela é a possibilidade do complexo, seguem-se pelo menos duas conclusões que, de acordo com Wittgenstein, Russell deixa de notar: (1º) não só a forma lógica não pode ser um objeto do real, como já afirmara Russell, mas também não pode ser nem um *fato* dado com o complexo, nem um elemento do juízo; (2º) não só a forma lógica não pode ser composta de objetos materiais, como já afirmara Russell, mas também não pode ser composta por objetos lógicos.

Quanto ao primeiro ponto, Russell trata a forma lógica como expressa por proposições completamente gerais dentro do juízo, e também como designando *fatos completamente gerais*, com os quais teríamos *acquaintance*, e que seriam dados com os complexos. A observação inicial de Wittgenstein aqui é bastante simples: se não podem ser falsas, o que significa dizer que designam fatos? Nós

tínhamos visto até então a estratégia atomista para garantir a possibilidade do discurso falso, de acordo com a qual uma configuração complexa de objetos poderia ou não existir, sendo necessário supor apenas os objetos por *acquaintance*. A abordagem do primeiro Wittgenstein para o problema do discurso falso é também, como se sabe, atomista e, portanto, segue até certo ponto a solução de Russell. Ela consistirá em assumir uma ontologia de objetos simples que seriam os sucedâneos dos nomes concatenados em proposições elementares. Toda proposição seria uma função de verdade de proposições elementares e estas, por sua vez, seriam concatenações imediatas de nomes. Assim, não precisaríamos assumir a existência dos complexos representados pelas proposições na realidade. Uma concatenação qualquer de objetos pode ou não existir (ser o caso), mas o que garante a possibilidade do discurso falso são os objetos simples: substratos de todas as concatenações e cuja existência é necessária. Sendo assim, uma proposição pode representar uma concatenação de objetos não existente. Wittgenstein relaciona diretamente, nos *Notebooks*, a questão da ‘forma das relações’, enfrentada por Russell em sua teoria dos juízos, com o próprio problema do discurso falso:

Poderia ser perguntado como a situação p tem uma propriedade se não ocorre de tudo? (...) A questão acerca de como uma correlação de relações é possível é idêntica ao problema da verdade. Pois o último é idêntico com a questão acerca de como a correlação de situações é possível (uma que significa e uma que é significada). Isto é apenas possível por meio da correlação dos componentes; a correlação entre nomes e coisas nomeadas fornece um exemplo. (E é claro que uma correlação de correlações também toma lugar)

$| aRb | ; | a b | ; p = aRb \text{ Def}$

Aqui um signo simples é correlacionado com uma situação. (*NB*, p. 6e)

Mas, se a Forma Lógica fosse um fato representado por proposições *completamente gerais*, como poderia ser necessária? E ainda: como as formas poderiam ser ao mesmo tempo complexas e não passíveis de análise, isto é, não analisáveis em objetos? Como vimos, para Russell, o ‘fato’ da forma seria dado com os complexos expressos pelas sentenças. A forma lógica não poderia ser um elemento da relação no real, pois ela é justamente a possibilidade da correlação, e colocá-la como um elemento seu geraria um regresso ao infinito, por isso Russell a trata como um fato dado. Mas Wittgenstein conclui que as formas não poderiam ser nem fatos, no sentido que não poderiam ser ou não o ser o caso, nem mesmo objetos por *acquaintance*, no sentido de Russell, que são simples. As formas

teriam uma estrutura, o que pareceria torná-las complexas como os fatos¹, mas, ao mesmo tempo, as formas expressariam necessidades, como os objetos.² Entretanto, se são complexas, não podem ser tratadas como objetos, nem nomeadas, nem tampouco relacionada com outros objetos como elementos mediante a relação judicativa.

Não existe uma coisa que seja a forma de uma proposição, nem nenhum nome que seja o nome de uma forma. De acordo com isso, não podemos também dizer que uma relação algumas vezes se mantém entre coisas, e outras vezes se mantém entre formas e coisas. Isso é contrário à teoria dos juízos de Russell. (*NL, In: NB, Ap. I, p.105*)

O problema torna-se mais grave e evidente exatamente porque quando as formas lógicas aparecem como elementos do juízo, julgar contra-sensos apenas se tornaria impossível mediante a interdição adicional de tipos. Sobre isso, Wittgenstein afirmou: “Toda teoria correta do juízo deve fazer com que me seja impossível julgar que ‘esta mesa porta-caneta o livro’” (*NL, In: NB, Ap. I, p.96*). O que temos aqui é o nome de um objeto ocupando o lugar de uma relação, ou seja, o argumento aparece usado como função. E a interdição desta possibilidade apenas poderia ocorrer, na análise de Russell, mediante o recurso à teoria dos tipos. As relações judicativas, que seriam constitutivas do sentido, deveriam sofrer ainda as restrições de tipos, de tal modo que a teoria dos juízos de Russell apenas torna os juízos de contra-sensos impossíveis se utiliza a teoria dos tipos. Russell, como vimos, supõe entidades de tipos distintos como sendo igualmente elementos do juízo. A teoria dos tipos descreveria o tipo de argumentos que as funções poderiam tomar, e a impossibilidade de julgar contra-sensos necessita de tais descrições adicionais à teoria dos juízos. Por exemplo:

¹ “Uma proposição como ‘ $(\exists x, \Phi). \Phi x$ ’ é exatamente tão complexa como uma elementar. Isso fica claro por termos que mencionar ‘ Φ ’ e ‘ x ’ explicitamente nos parênteses. As duas estão – independentemente – em relação de simbolização com o mundo, exatamente como no caso de uma proposição elementar ‘ $\Psi(a)$ ’.” (*NB, p.22e*)

² Comentando este ponto, Russell chega próximo ao seu caráter indizível: “[A forma] é em um sentido simples, desde que não pode ser analisada. À primeira vista, ela parece ter uma estrutura, e, portanto, não ser simples; mas é mais correto dizer que ela é uma estrutura. A linguagem não é bem adaptada para falar de tais objetos.” (*TK, p.114*) E Wittgenstein escreveu: “Podemos também dizer que nossas dificuldades começam do fato de que proposições completamente generalizadas não parecem ser complexas. Elas não parecem, como todas as outras proposições, consistir de partes componentes que simbolizam arbitrariamente e são unidas em uma forma lógica. Elas não parecem ter uma forma, mas serem uma forma completa nelas mesmas.” (*NB, p. 18e*)

$J(S, a, R, b, (\exists x, y) (xRy))$, sendo $(\exists x, y) (xRy) = \Phi$,
 $J(S, a, R, b, \Phi)$
 $J(S, a, R, b, a \text{ anterior em } \Phi, b \text{ posterior em } \Phi)$

O problema da assimetria não surgiria aqui justamente porque a e b não seriam intercambiáveis com Φ . Mas, para tanto, deveriam ser acrescentadas especificações categoriais, que nos impediriam de tomar, por exemplo, a relação como um indivíduo, ou um indivíduo como a relação:

- i) a é um nome de indivíduo
- ii) b é um nome de indivíduo
- iii) R é uma relação que relaciona indivíduos

Se analiso a proposição ‘Sócrates é mortal’ em Sócrates, Mortalidade e $(\exists x, y) B1(x,y)$, necessito de uma teoria dos tipos para me dizer que ‘Mortalidade é Sócrates’ é um contra-senso, porque se eu trato ‘Mortalidade’ como nome próprio não há nada que me impeça de fazer as substituições da maneira errada. (Wittgenstein, carta LW-BR em dezembro de 1912, *In: NB*, Ap.III, p.122)

Dessa forma, considera Wittgenstein, não evitamos realmente a possibilidade de fazer as substituições impossíveis. A conclusão já aparece na sua correspondência com Russell em 1913: tudo que puder ser simbolizado por um nome próprio deve ser de um mesmo tipo. A distinção categorial precisaria ser *mostrada* pela notação:

Mudei minhas visões sobre complexos atômicos: agora penso que qualidades, relações (como ‘Amar’), etc. são todas cópulas. Isso significa que analiso uma proposição sujeito-predicado, por exemplo, ‘Sócrates é humano’ em ‘Sócrates’ e ‘algo é humano’. A razão para isso é muito fundamental: não podem haver diferentes tipos de coisas! Em outras palavras, o que quer que possa ser simbolizado por um nome simples deve pertencer a um tipo. E adicionalmente: toda teoria dos tipos deve se tornar supérflua por uma teoria própria do simbolismo: por exemplo, se analiso a proposição ‘Sócrates é mortal’ em ‘Sócrates, Mortalidade e $(\exists x, y) \varepsilon (x,y)$, demandando uma teoria dos tipos para me dizer que ‘Mortalidade é Sócrates’ é sem sentido porque se trato ‘Mortalidade’ como um nome próprio, não existe nada que me previna de fazer a substituição errada. Mas se a analiso como faço agora em ‘Sócrates e $\exists x \varphi (x)$ ’ torna-se impossível fazer as substituições erradas porque os dois símbolos são agora de diferentes tipos eles mesmos. (Wittgenstein, carta LW-BR em janeiro de 1913, *In: McGuinness; Von Wright*, 1997, p. 24)

Para Russel, além dos objetos individuais, e da forma lógica, deveríamos contar com o universal (qualidade ou relações) como objetos do juízo. A partir disso, a teoria dos tipos deveria garantir a impossibilidade de julgarmos contra-sensos.³ Mas, para Wittgenstein, a própria *forma lógica* garantiria esta impossibilidade, na medida em que as relações de objetos não são jamais outros objetos, mas *conexões possíveis* entre estes.

Esta abordagem significará também que o que torna impossível o discurso sem sentido não pode ser um discurso sobre o sentido. Uma forma de demonstrar isso é justamente a partir da máxima: a garantia do sentido de qualquer sentença não pode ser a verdade de outras sentenças. Se precisarmos da verdade das cláusulas (i), (ii) e (iii) acima listadas para que um outro juízo tenha sentido, parece que precisamos primeiro garantir o sentido de (i), (ii) e (iii), e, nesse caso, fica evidente que ou instituímos um regresso ao infinito de juízos, de tal modo que a determinação do sentido jamais ocorra; ou assumimos juízos que supõem eles mesmos verdadeiros para ter sentido (ou o que é o mesmo: cujo sentido não é independente da verdade). A teoria dos tipos deveria ser composta por juízos desta segunda alternativa e, por isso, acabaria engendrando os paradoxos que pretendia evitar. Sua formulação tornaria justamente possível julgar os contra-sensos que ela deveria excluir.

O argumento desenvolvido por Wittgenstein contra a teoria dos tipos nos *Notebooks* centra-se justamente na imediata contradição das interdições de tipos em suas formulações, que supõem suas próprias verdades e deveriam se aplicar a

³ De fato, Russell parece levar em conta a sugestão inicial de Wittgenstein segundo a qual os próprios símbolos deveriam expressar as diferenças de tipos na notação que propõe em TK (1913) para a forma dos complexos, e isso foi inclusive também incorporado em nossa exposição da análise *russelliana*. Russell realmente afirma: “A expressão simbólica natural para a forma de um complexo dado é a expressão obtida pela substituição dos nomes dos constituintes do complexo pelas letras representando variáveis, usando diferentes tipos de letras para constituintes de diferentes tipos lógicos, ou indicando a diferença de tipo por parênteses ou algum outro método.” (TK, p. 113) Mas ele permanece mantendo as qualidades e relações como objetos apreendidos por *acquaintance*, ocorrendo como termos simples no juízo, não escapando da crítica tal como formulada por Wittgenstein. Após receber o M.S. do TLP de Wittgenstein, Russell responde da seguinte forma sua crítica à teoria dos tipos: “A teoria dos tipos, na minha visão, é uma teoria do simbolismo correto: (a) um símbolo simples não deve ser usado para expressar nada complexo; (b) mais genericamente, um símbolo deve ter a mesma estrutura de seu significado.” (Russell, carta BR-LW em agosto de 1919, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p.122) Mas Wittgenstein já mantém nesta época justamente que o que é mostrado pela notação não poderia ser prescrito de maneira alguma. Por isso ele responde em seguida a Russell: “Isto é exatamente o que você não pode dizer. Você não pode prescrever a um símbolo o que é permitido que ele expresse. Tudo que um símbolo pode (can) expressar, pode (may) expressar. Esta é uma resposta curta, mas é verdadeira!” (Wittgenstein, carta LW-BR em agosto de 1919, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p.125)

elas mesmas. Para que a teoria dos tipos fosse possível, deveríamos ser capazes de enunciar as diferenças categoriais entre os tipos. Adicionalmente, com isso, a tipificação acarretaria a introdução de propriedades lógicas para a caracterização categorial de uma entidade qualquer: a ‘aridade’ e o tipo dos argumentos, por exemplo, além da referência à estrutura quantificacional das funções na teoria ramificada. Em suma, teríamos *propriedades lógicas*, definidoras de níveis da hierarquia dos tipos. Sobre isso, Wittgenstein afirmou: “Nunca podemos distinguir um tipo lógico de outro por atribuir uma propriedade aos membros de um que negamos aos membros de outro.” (NB, p.98e) Mas por que não? Porque “(...) isto pressuporia que tem sentido afirmar estas propriedades de ambos os tipos.” (NB, p.106e) Vamos supor que pretendêssemos distinguir os tipos das entidades mediante uma propriedade qualquer, digamos P1. Neste caso, poderíamos dizer, por exemplo: ‘ $\forall(x) (x \in T1 \rightarrow x \text{ é } P1)$ ’ ou ‘ $\forall(x) \sim (x \in T2 \ \& \ x \text{ é } P1)$ ’. Com essa formulação, fica claro que P1 precisaria tomar como argumento entidades que, por hipótese, pertencem a tipos distintos, e isso parece contradizer a própria teoria em questão. A conclusão de Wittgenstein então é: se entidades pertencem a tipos distintos é impossível predicá-las de modo a distinguí-las porque a distinção deve ser anterior e suposta em qualquer predicação, ou seja, a própria distinção é fundamentalmente impredicativa. A mesma conclusão aparece no *TLP* (Cf.: 4.1241). Ora, se as distinções lógicas categoriais não são predicáveis, são indescritíveis e indizíveis, ou seja, são inefáveis no sentido do *Tractatus*. O argumento é bem simples: se uma propriedade determina o tipo das entidades, aquelas que não pertencem a este tipo, necessariamente não possuirão a propriedade. Se é assim, analisa Wittgenstein, tal propriedade não pode ser colocada em palavras, desde que isso suporia a possibilidade e, portanto, o sentido de atribuímos a propriedade em questão às entidades às quais ela necessariamente não se aplica. Particularmente, deveríamos mesmo poder aplicar a propriedade definitiva de um tipo a ela mesma para dizer se ela pertence ou não ao tipo em questão, e, com isso, suporíamos já a auto-atribuição fazendo sentido, ainda que para recusá-la, contrariando justamente, assim, a própria interdição que se pretendia enunciar.⁴

⁴ Poderia ser argumentado aqui que a distinção de tipos não precisa ser ou inefável ou estabelecida mediante propriedades lógicas. É fato, entretanto, que se a teoria é possível, devemos poder falar sobre as distinções categoriais de tipos, supondo já com isso a possibilidade oposta, e este é

Wittgenstein conclui que a categorização necessária à linguagem, que impede o paradoxo, e determina as possibilidades combinatórias das entidades precisa ser *a priori* e é impossível de ser estabelecida por um discurso sobre tipos. As formas e as denominadas *propriedades internas* do *Tractatus* deveriam ser as possibilidades necessárias das proposições: elas seriam *mostradas* com as configurações de objetos justamente porque não seriam fatos, mas a possibilidade necessária da configuração em questão. “Não podemos garantir pela linguagem sozinha se existem ou não fatos reais sujeito-predicado. Mas como poderíamos expressar esse fato ou seu oposto? Isso deve ser mostrado” (NB, p. 10e). Assim vemos o que fundamenta a conclusão pela qual o que permite o sentido diz respeito à lógica e a lógica deve cuidar de si mesma: o caráter impredicativo da necessidade. Se as formas lógicas e as interdições de tipos fossem expressas proposicionalmente, as proposições das quais elas são formas, e elas mesmas, apenas teriam sentido se elas fossem já verdadeiras e é isso o que leva tais expressões a se contradizerem.⁵

realmente o ponto central da crítica mantida por Wittgenstein. Mas a teoria não precisa ser pensada como introduzida mediante a atribuição de propriedades aos diversos tipos. Em todo caso, o que pretendemos aqui salientar é o que Wittgenstein parece ter notado acontecer na tentativa de tratar tipos como definíveis ou predicáveis, ressaltando-se exatamente porque isso ocorre. Simplesmente poder dizer que uma entidade é ou não de um determinado tipo já geraria o mesmo problema, desde que ‘ser de tal tipo’ ou ‘pertencer a tal tipo’ constituísse uma predicação, o que supõe fazer sentido perguntar se a própria propriedade ‘ser de tal tipo’ é ou não de tal tipo.

⁵ Wittgenstein mantém inicialmente a possibilidade de uma teoria do simbolismo correto, por oposição a uma teoria dos tipos de entidades. Algumas passagens expressam exatamente isso: “Uma teoria dos tipos é impossível. Ela tenta dizer algo sobre os tipos quando só podemos falar sobre os símbolos.” (NDM, In: NB, Ap. II, p. 108) Nas *Notas Ditadas a Moore* (NDM), entretanto, também fica claro não podermos simplesmente substituir o discurso sobre ‘tipos de entidades’ de Russell por outro sobre ‘tipos de símbolos’. “O que é dito sobre os símbolos não é que este símbolo tem aquele tipo, o que seria um contra-senso. Mas diz-se apenas: este é o símbolo, para se evitar um mal-entendido. Por exemplo, em aRb, ‘R’ não é um símbolo, mas que R esteja entre um nome e outro simboliza.” (NDM, In: NB, Ap. II, p. 108) Legislar sobre o tipo dos símbolos acarretaria o mesmo que pregar sobre o que eles simbolizam, o que Wittgenstein notará posteriormente (TLP, 3.331), de tal modo que símbolos deveriam meramente *mostrar* a forma (a identidade formal) do que é simbolizado. Já nas NDM, entretanto, temos a seguinte passagem: “Nós não dissemos que este símbolo não é deste tipo, mas sim daquele, mas apenas: isto simboliza, e não aquilo. Isto parece incorrer no mesmo erro, porque ‘simboliza’ é ‘tipicamente ambíguo’. A verdadeira análise é: ‘R’ não é nome próprio e que ‘R’ está entre ‘a’ e ‘b’ expressa uma relação’. Aqui estão duas proposições de tipos diferentes conectadas por ‘e’.” (NDM, In: NB, Ap. II, p.108) O problema de uma teoria sobre o tipo das entidades é que funções como ‘x é um indivíduo’ são usadas para evitar os paradoxos decorrentes da violação de tipos, mas são, nos termos de Wittgenstein, ‘ambíguas’. Se podemos e precisamos dizer ‘Fx não é indivíduo’, abrimos imediatamente e necessariamente a possibilidade de, por exemplo, “x é um indivíduo” não é indivíduo” que é uma instância da auto-referência – a saber: $\sim(Fx(F))$ – que pretendíamos evitar. Entretanto, um discurso sobre o que simboliza corretamente também seria ambíguo porque teria que tomar argumentos de todos os níveis, inclusive a própria função ‘x simboliza’. Por outro lado, dizer, como aparece na passagem acima, por exemplo, ‘que ‘R’ esteja entre os nomes ‘a’ e ‘b’ expressa uma relação’ pareceria evitar a ambigüidade. Aqui toma-se símbolos, não propriedades

Eu pensei que a possibilidade de verdade da proposição Φa fosse garantida com o fato ' $(\exists x, \Phi) \Phi x$ ' [que seria a forma lógica de Φa , apenas com constantes lógicas e variáveis]. Mas é impossível ver porque Φa deve apenas ser possível se existe outra proposição da mesma forma. Φa certamente não requer qualquer precedente. (Pois suponha que existissem apenas proposições elementares ' Φa ' e ' Ψa ' e que ' Φa ' fosse falsa: por que esta proposição deveria apenas fazer sentido se ' Ψa ' fosse verdadeira?) (NB, p. 17e)

Isso era o que Russell havia suposto, na medida em que supôs a forma como necessariamente atual, sendo requerida pelas proposições das quais é forma:

Se por exemplo afirmamos 'A e B são similares', devemos ter em mente algum complexo atual, digo 'C e D são similares', com o qual temos *acquaintance*, e que chamaremos γ , e devemos estar realmente afirmando 'A e B e similaridade formam um complexo da mesma forma que γ ', onde 'ser tomado como da mesma forma' é tomado como uma idéia primitiva. (Russell, TK, p.113)

É interessante notar também que as definições das proposições completamente gerais supostas por Russell, enquanto correspondendo às formas lógicas, justamente por serem completamente gerais, seriam claramente impredicativas. De fato, Russell mesmo o afirma e por isso as toma como indefiníveis: "(...) ter a mesma forma não parece ser definível sem supor a forma a ser conhecida. Poderíamos claro apenas definir a forma de um complexo como 'a classe de todos os complexos que tem a mesma forma'." (TK, p.113) Mas se é assim, a forma não poderia ser pensada novamente como um complexo atual. E isso se justifica, tal como entendemos, pela mesma razão que tentar expressar formas lógicas proposicionalmente significaria já incorrer em *impredicatividade*, e, portanto, elas não poderiam ser proposições⁶.

Toda conexão de signos que parece dizer algo sobre seu próprio sentido é uma pseudo-proposição (como todas as proposições da lógica). A proposição é suposta fornecer um modelo lógico da situação. Ela pode certamente apenas fazer isso, como quer que seja, porque os objetos foram arbitrariamente correlacionados com seus elementos. Agora se este não é o caso na proposição completamente geral,

como argumentos, por isso é impossível que a função tome a si mesma como argumento, e, nessa medida, ela não pareceria ambígua. A idéia parece ser: se só pudéssemos legislar sobre símbolos, uma proposição não seria jamais sobre si mesma, mas apenas e sempre sobre os símbolos.

⁶ "Isso é claro: se existem proposições completamente generalizadas então seu sentido não depende de qualquer formação arbitrária de signos! Neste caso, como quer que seja, uma tal conexão de signos pode representar o mundo apenas por meio de suas próprias propriedades lógicas, i.e., ela pode não ser falsa e não ser verdadeira. Então, não existem proposições completamente generalizadas." (NB, p. 12e)

então é difícil ver como ela deve representar qualquer coisa fora dela. (NB, p. 12e-13e)

Dizer simplesmente que a forma não é um complexo, como fez Russell, mas um fato simples dado com complexos atuais⁷, ainda supõe a verdade de alguma proposição (que corresponderia ao complexo atual) e não parece resolver o problema, mas, ao contrário, afirmá-lo. Determinações necessárias não podem supor experiências contingentes ou fatos quaisquer que sejam, desde que estas experiências ou fatos é que as supõe e, de outra maneira, as determinações suporiam elas mesmas.⁸

Mas, se como notara Russell, precisamos de algo que cumpra esta função na determinação do sentido proposicional, então só há uma saída disponível: a própria determinação do sentido não tem sentido. Ela não representa nada fora dela, não corresponde a qualquer fato dado, mas *cuida de si mesma*:

Então podemos nos perguntar: a forma sujeito-predicado existe? A forma relacional existe? Qualquer uma das formas que eu e Russell estamos sempre falando existem realmente? (Russell diria: “Sim! Isto é auto-evidente” Há!) (...) A auto-evidência da qual Russell falou tanto pode apenas ser dispensada na lógica se a linguagem ela mesma nos prevenir contra qualquer engano lógico. E é claro que esta auto-evidência é e sempre foi totalmente enganosa. (NB, p.3e)

A conclusão de Wittgenstein é que a forma da proposição já deve ser dada com o signo proposicional ele mesmo, internamente aos constituintes da proposição.

⁷ A formulação de Russell proposta aqui é certamente insatisfatória: “Podemos resolver a questão por tomar como a forma o fato de que existem entidades que formam complexos tendo a forma em questão. Isso soa circular, mas o que é pretendido não é circular, a forma de todos complexos sujeitos-predicados será o fato de que ‘alguma coisa tem algum predicado’; a forma de todos os complexos duais será ‘algo tem alguma relação com alguma coisa’. A natureza lógica desse fato é muito peculiar.” (TK, p. 114)

⁸ E aqui convém citar: “Se, por exemplo, nós perguntamos: *tal e tal* é um fato relativo à forma sujeito-predicado?, devemos certamente já saber o que significamos por ‘a forma sujeito-predicado’. Devemos saber se existe uma tal forma. Como podemos saber isso? “Pelos signos” Mas como? Pois não encontramos quaisquer signos dessa forma. Podemos, portanto, dizer: temos signos que se comportam como signos da forma sujeito-predicado, mas isso significa que realmente devam existir fatos dessa forma? (...) Se a existência da sentença sujeito-predicado não mostra tudo que é necessário, então isso poderia certamente apenas ser mostrado pela existência de algum fato particular desta forma. E acquaintance com tal fato não pode ser essencial para lógica. Suponha que tivéssemos um signo que realmente fosse da forma sujeito-predicado, ele seria melhor para expressar proposições da forma sujeito-predicado do que nossas sentenças sujeito-predicado? Não parece.” (NB, p.3e)

Parece como se $(x, \Phi). \Phi x$ fosse a forma de um fato $\Phi a, \Phi b, \Phi c \dots$ (Similarmente $(\exists x, \Phi). \Phi x$ seria a forma de Φa , como realmente pensei.)

E isto deve ser onde me enganei.

Examine a proposição elementar: qual a forma de Φa e como ela se relaciona com $\sim \Phi a$?

Este precedente ao qual devemos sempre apelar deve estar envolvido no signo ele mesmo.

A forma lógica da proposição já deve ser dada pela formas de suas partes componentes. (E estas têm haver apenas com o sentido da proposição, não com sua verdade ou falsidade.) Na forma do sujeito e do predicado já devem estar dadas a possibilidade da proposição sujeito-predicado, etc.; mas de modo algum algo sobre sua verdade ou falsidade. (NB, p.23e)

A proposição espelha sua forma lógica, sem que se precise de uma proposição adicional que simbolize a própria forma lógica. A abordagem que Wittgenstein desenvolverá da Lógica, a partir de então, pretende clarificar em que medida sua verdade se pode reconhecer imediatamente no símbolo, desde que, de outro modo, ela pretenderia falar sobre a própria linguagem:

Um enunciado não pode tratar da estrutura lógica do mundo, pois para um enunciado ser possível, para uma proposição ser capaz de fazer sentido, o mundo já deve ter a estrutura lógica que tem. A lógica do mundo é anterior a toda verdade e falsidade. (NB, p. 14e)

É justamente investigando como a verdade da Lógica pode ser dada já no simbolismo que Wittgenstein chega à noção central de ‘identidade lógica’: “a identidade lógica entre signo e coisa significada consiste em não ser possível reconhecer mais ou menos no signo do que no que é significado por este. Se signo e coisa significada não fossem idênticos no que diz respeito ao conteúdo lógico total, então deveria haver algo ainda mais fundamental que a lógica.” (NB, p.3e) E poderíamos acrescentar aqui: que permitisse esta relação entre signo e coisa significada no caso em questão.

O ponto é apenas que a parte lógica do que é significado deve ser completamente determinada apenas pela parte lógica do signo e o método de simbolização: signo e método de simbolização juntos devem ser logicamente idênticos com o que é significado. (NB, p.18e)

A relação entre linguagem e realidade remete aqui à noção de ‘identidade’ e o tratamento desta noção será abordado adiante. Por enquanto, cumpre-nos ressaltar apenas que a idéia segundo a qual formas lógicas não podem ser objetos de juízos significa também que leis lógicas não têm sentido, desde que estas últimas seriam

sobre as formas lógicas. Esta conclusão será desenvolvida no *Tractatus*. Os objetos simples supostos pela ontologia *tractatiana* têm propriedades internas, isto é, propriedade que dizem respeito à forma dos objetos, ou seja, dizem respeito às suas possibilidades combinatórias em estados de coisas. Tais propriedades internas não independem dos próprios objetos aos quais se aplicam, e exatamente por isso são internas, isto é, não há e não pode haver neste caso o objeto em um domínio independente destas propriedades, o que diferencia uma propriedade interna de uma propriedade externa. Nesse sentido, as propriedades internas do *Tractatus* são impredicativas por definição (no sentido de Russell) e, por isso mesmo, são necessárias e não passíveis de expressão funcional: os objetos não podem ser descritos por meio delas. Sendo assim, objetos não são passíveis de descrição, mas apenas de serem nomeados, exatamente por conta da não independência entre o próprio objeto e suas propriedades internas, o que faz com que este possa apenas ser designado rigidamente, exatamente como o ‘isto’ de Russell. Mas, diversamente, os objetos por *acquaintance* de Russell não têm propriedades internas, isto é, possibilidades necessárias de concatenação internas. Por isso mesmo, como vimos, Russell colocou a forma lógica (a possibilidade de concatenação) como um fato no juízo, tornando assim, imediatamente, a própria possibilidade necessária uma concatenação contingente. Desta maneira, a forma lógica foi introduzida como elemento do juízo mesmo não sendo, supostamente, um elemento do complexo no real, pois foi concebida como um fato indefinível envolvido no complexo. O complexo real instanciaria uma forma sem a conter como parte; entretanto o juízo suporia o contato do sujeito como este fato simples (o fato de que existem complexos com tal forma), expresso pela proposição completamente generalizada. Já consideramos aqui as dificuldades envolvidas em considerarmos que a forma, ao mesmo tempo, diz respeito a um simples, mas é complexa e expressa algo com a mesma necessidade do que é apreendido por *acquaintance*. Além disso, é problematizado também por Wittgenstein o suposto contato do sujeito que julga com estes elementos que deveriam dizer respeito às determinações necessárias e, portanto, não empíricas. Para Wittgenstein, a determinação interna dos objetos por *acquaintance* não poderia reduzir-se ao que é percebido imediatamente pelo sujeito, pois isso significaria novamente tratar uma determinação necessária por analogia com uma determinação contingente. Um problema enfrentado pelo primeiro Wittgenstein diz respeito justamente a esta

suposição de átomos simples pela sua teoria pictórica, porque, no *Tractatus*, eles são supostos para que o sentido em geral possa ser determinado. Mas, se por um lado, Wittgenstein não diz quais são os simples indefiníveis, por outro lado, ele certamente diz o que eles não podem ser: eles não podem ser dados do sentido imediato, como havia suposto Russell. Isso se explica porque, de acordo com Wittgenstein, os supostos objetos do conhecimento imediato não poderiam cumprir o papel lógico que Russell atribui a eles, fornecendo uma abordagem adequada do problema geral da determinação do sentido, afinal, eles deveriam se restringir ao que experimentamos. Apenas haveriam nomes próprios lógicos do que existe ou existiu de fato (Cf.: Russell, 1958, p.98-99), mas o âmbito necessário não poderia, justamente por conta do seu caráter *internamente determinado*, supor de forma alguma qualquer “experiência” para a sua determinação (Cf.: NL, In: NB, Ap. I, p. 104; TLP, 5.552).

Como vimos, aquilo que conhecemos por *acquaintance*, conhecemos com necessidade, e, por isso, o conhecimento por *acquaintance* não pode ser, ele mesmo, nem verdadeiro, nem falso. Não há critério externo, por definição, para a determinação do conhecimento por *acquaintance*, portanto, não poderia haver nenhum padrão externo regulativo nestes casos. Isso deve significar também que não tratamos, nestes casos, de um âmbito empírico da linguagem, que supõe a contingência de alguma experiência, mas de um âmbito que não pode dizer respeito a nada no mundo.

Wittgenstein ao invés de supor a relação judicativa como uma relação de segunda ordem que inside sobre o complexo garantindo a relação entre objetos por *acquaintance*, e, a partir disso, precisar supor a ‘forma lógica’ do complexo como mais um componente do juízo, evita o regresso ao infinito no qual vimos Russell incorrer através justamente das suas noções de *propriedade interna* e *relação interna*. É somente a partir da noção de ‘propriedade interna’ que Wittgenstein consegue que as formas sejam coerentemente aquilo que Russell precisava que elas fossem. Como já notamos, as formas precisam ter ao mesmo tempo complexidade, como um fato, e necessidade, como um objeto. É como se elas devessem ser ao mesmo tempo complexas e simples (indefiníveis). A forma se relaciona com os átomos simples da análise lógica na medida em que é indefinível, não há nenhuma determinação de características independentes da sua própria apreensão, e por isso mesmo ela funciona como um simples, um ‘isto’, e

não pode ser descrita. “Os ‘complexos’ de Russell tinha a propriedade útil de serem compostos, e, combinado com isso, a propriedade agradável de que poderiam ser tratados como simples.” (*NL, In: NB, Ap. I, pp.100-101*) A noção de *propriedade interna* (formal) aparece então como conferindo este duplo aspecto requerido pela determinação semântica, que é somente possível a partir de alguma forma de impredicatividade: se a propriedade interna não se aplicasse ao objeto, o objeto não seria mais o objeto em questão, com isso temos ao mesmo tempo complexidade e necessidade (ou indefinibilidade independente). No *Tractatus*:

4.123 Uma propriedade é interna se é impensável que seu objeto não a possua. (...) Ao uso cambiante das palavras ‘propriedades’ e ‘relação’ corresponde aqui o uso cambiante da palavra objeto.

4.124 A presença de uma propriedade interna em uma situação possível não é expressa por uma proposição, mas exprime-se, na proposição que representa a situação, por uma propriedade interna dessa proposição. Tanto seria adjudicar uma propriedade formal a uma proposição quanto abjudicá-la.

4.126 No sentido em que falamos de propriedades formais, podemos falar também de conceitos formais. (Introduzo esta expressão para deixar claro o que funda a confusão entre os conceitos formais e os conceitos propriamente ditos, que perpassa toda a antiga lógica.) Que algo caia sob um conceito formal como seu objeto não pode ser expresso por uma proposição. Isso se mostra, sim, no próprio sinal desse objeto. (O nome mostra que designa um objeto; o numeral que designa um número, etc.) Com efeito, os conceitos formais não podem, como os conceitos propriamente ditos, ser representados por uma função. Pois suas notas características, as propriedades formais, não são expressas por funções. (...)

O caráter impredicativo das determinações internas passa a significar, dentro do arcabouço conceitual do *tractatiano*, que se trata de uma determinação necessária, que não tem sentido, e precisa ser mostrada. O que é impredicativo não pode ser dito justamente porque não possui sentido independente da verdade.

2.3. As constantes lógicas

As análises das teorias de Russell por Wittgenstein também o conduziram ao significado das constantes lógicas. A idéia de Russell era que as supostas proposições completamente gerais conteriam apenas ‘constantes lógicas’ e não objetos materiais nos quais poderiam ser ulteriormente analisadas (e esta era uma forma também de tentar evitar o regresso ao infinito). O juízo era então pensado por Russell como uma proposição múltipla, na qual a cópula parecia dever entrar como elemento. Seguindo este caminho de análise, as constantes lógicas parecem

expressar o que seriam *propriedades internas* das proposições. Mas, se as constantes deveriam expressar tais propriedades internas, já pelo que expomos acima, elas não poderiam ser (ou corresponder a) objetos dados fora da proposição e sobre os quais esta última versaria. Se uma proposição completamente geral não é, por definição, uma concatenação complexa de objetos independentes, o que a tornaria contingente, mas uma proposição que, em alguma medida, pretenderia falar sobre si mesma, então ela apenas pode ser a expressão de uma estrutura lógica, isto é, ela nem seria uma proposição que representaria fatos; nem seria formada por objetos quaisquer que sejam. Nisto podemos já reconhecer o princípio geral inerente à abordagem proposta para o significado das constantes lógicas por Wittgenstein.

Na proposição nós, por assim dizer, arranjamos as coisas experimentalmente como elas não têm de estar na realidade; mas não podemos fazer qualquer arranjo ilógico, pois, para fazer isso, devemos ser capazes de nos colocar fora da lógica na linguagem. – Mas se a proposição completamente geral contém apenas ‘constantes lógicas’, então ela não pode ser qualquer coisa mais para nós de que – simplesmente – uma estrutura lógica, e não pode fazer qualquer coisa mais do que nos mostrar suas próprias propriedades lógicas. – Se existissem proposições completamente gerais, o que arranjaríamos experimentalmente nelas? (NB, p. 13e) Em relação às constantes lógicas não se precisa jamais perguntar se elas existem, pois elas podem simplesmente desaparecer. (NB, p.18e)

Esta idéia será desenvolvida através daquela que Wittgenstein chamou *ab-notation* e expressa também através do método de tabelas de verdade.

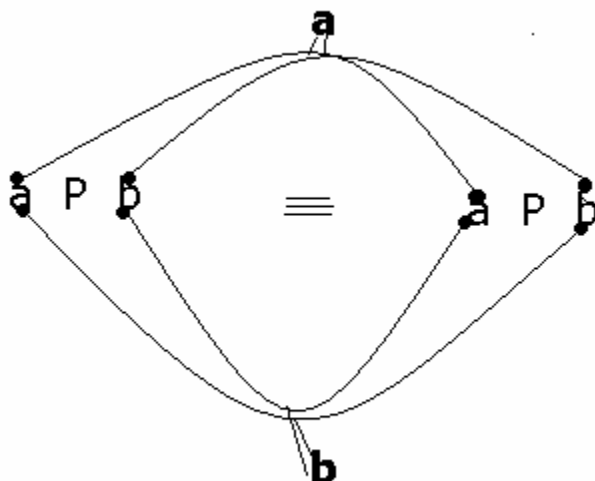
A bipolaridade proposicional é tão fundamental para Wittgenstein neste período que ele propõe a *ab-notation*: uma maneira de tornar explícitos os pólos de verdade e falsidade de uma proposição. Nesta notação, uma proposição P qualquer seria escrita como ‘aPb’, a correspondendo a P verdadeira e b correspondendo a P falsa. Dessa forma, para, por exemplo, negar P, deveríamos escrever ‘a-b-P-a-b’. Esta notação, de acordo com Wittgenstein, tornaria evidente a bipolaridade proposicional, e, com isso, que “apenas entendemos uma proposição se sabemos o que seria o caso se ela fosse falsa e o que seria o caso se ela fosse verdadeira.” (Wittgenstein, carta LW-BR em novembro de 1913, In: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 47)

A *ab-notation* parece uma estranha notação para os operadores. Entretanto, ela permite eliminar as constantes em favor da conexão entre os pólos (de verdade

e falsidade) das proposições, além disso, ela teria, tal como afirma Wittgenstein, a vantagem de fornecer um teste imediato para o que seria uma lei lógica, reduzindo, com isso, as leis lógicas ao enunciado do teste. Tal teste eliminaria pseudo-axiomas, e tornaria óbvio que, por exemplo, o axioma da redutibilidade e o axioma do infinito não seriam leis lógicas. De fato, ela deveria deixar evidentes quais proposições seriam tautologias, pela combinação das possibilidades de verdade. Wittgenstein explicou o método da seguinte maneira em uma carta a Russell:

Eu irei falar primeiro sobre aquelas proposições lógicas que estão ou podem estar contidas nos primeiros oito capítulos do *Principia Mathematica*. Todas elas se seguem de uma Pp [proposição primitiva] porque somente uma regra lógica é suficiente para reconhecer cada uma delas como verdadeiras ou falsa. E esta é a única regra simbólica: escreva a proposição na ab-notação, trace todos as conexões dos pólos de fora com os pólos de dentro: então se o b-pólo está conectado apenas com o grupo de pólos internos que contém pólos opostos de uma proposição, então toda a proposição é uma verdade lógica. Se, por outro lados, este é o caso com o a-pólo da proposição, ela é uma falsidade lógica. Se finalmente não é nenhum destes casos, a proposição pode ser verdadeira ou falsa, mas não é nenhum caso lógico. (Wittgenstein, carta LW-BR em novembro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, pp. 52-53)

Assim, a ab-notation nos fornece um critério para a determinação da verdade lógica, tornando claro seu caráter tautológico. Uma proposição seria uma verdade lógica quando só fosse falsa supondo-se as mesmas proposições ao mesmo tempo verdadeiras e falsas, isto é, o impossível, a contradição. Ou seja: uma proposição é uma verdade lógica quando exclui apenas o impossível, isto é, não exclui nenhuma possibilidade genuína, mas sua negação (sua falsidade) é uma contradição, porque isso é exatamente o que se expressa quando o pólo b da proposição em questão (em negrito abaixo) conecta-se apenas com os grupos de pólos internos que contém apenas pólos opostos de uma mesma proposição. Em um exemplo simples, isso é que vemos em $P \Leftrightarrow P$.



Já a falsidade lógica consistiria em ser verdadeira apenas por tomar a mesma proposição como verdadeira e falsa, que é o que ocorre quando o pólo a da proposição apenas conecta-se com os grupos de pólos internos que contém apenas pólos opostos de uma mesma proposição. Por fim, se nem é o caso que o pólo b da proposição conecta-se apenas com os grupos de pólos internos que contém apenas pólos opostos de uma mesma proposição; nem é o caso que o pólo a da proposição apenas conecta-se com os grupos de pólos internos que contém apenas pólos opostos de uma mesma proposição, então a proposição é contingente e não é nem uma verdade lógica nem uma falsidade lógica.

Posso resumir o acima por dizer que uma proposição lógica é um dos casos especiais que são ou tautológicas – e então a proposição é verdadeira – ou ‘auto-contraditória’ (como chamarei) e então é falsa. E a ab-notação simplesmente mostra diretamente qual daqueles é o caso (se qualquer é). Isso significa que existe um método para provar ou refutar todas as proposições lógicas e este é: escreva a proposição na ab-notação e olhe as conexões aplicando a regra acima [a regra simbólica citada acima]. (Wittgenstein, carta LW-BR em novembro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, pp.54)

Sempre podemos atribuir a-b-pólos ao que é gerado pela conjugação de a-b-pólos, gerando assim novas proposições. Entretanto, quando chegamos nos casos de verdade e falsidade lógica não mais geramos algo bipolar. Wittgenstein está, neste período, convencido que toda necessidade é lógica, e que toda a lógica é tautológica. As tautologias não possuem sentido independente da verdade, razão também pela qual não são bipolares e pela qual Wittgenstein decide que não têm sentido, mas precisam ser mostradas pela notação: deveriam cuidar delas mesmas.

Tautologias ocupariam todo o Espaço Lógico, e, por isso não poderiam ser ditas com sentido, desde que, tentar dizê-las supõe que podemos estar fora do Espaço Lógico, e, como isso não é possível, teríamos que dizê-las não como uma possibilidade, mas supondo já sua verdade.

A marca peculiar das proposições não-lógicas é que não se é capaz de reconhecer sua verdade no signo proposicional sozinho. As proposições da lógica – e apenas elas – têm a propriedade de que sua verdade e falsidade, como seja o caso, encontra sua expressão no próprio signo proposicional. Ainda não encontrei uma notação para a identidade que satisfaça esta condição: mas não tenho dúvida de que deve ser possível encontrar tal notação. Para proposições compostas (proposições elementares) a ab-notação é suficiente. (Wittgenstein, carta LW-BR em dezembro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p.60)

Na tautologia, as condições de concordância com o mundo (as condições de verdade) – as relações de representação – se cancelam umas as outras, então ela não está em qualquer relação de representação com a realidade (diz nada). (*NB*, p.24e)

O método das tabelas de verdade então proposto por Wittgenstein expressaria de uma maneira muito intuitiva o que significa dizer que o sentido proposicional é determinado por combinações de verdade. As combinações de verdade expressas pelas tabelas exibiriam o significado dos operadores, de tal modo que nada seria acrescentado por estes, mas, simplesmente, os operadores seriam recortes de determinadas condições de verdade, que, a partir da bipolaridade proposicional, delimitariam determinadas combinações de verdade, gerando assim proposições mais complexas. Por exemplo:

p	q	→
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

O significado da *implicação* seria, assim, a demarcação desta combinação de valores de verdade: '(V,F,V,V) (P,Q)' no espaço das combinações possíveis. O que Wittgenstein propõe no *Tractatus* é que as tabelas de verdade não apenas substituem os conectivos, mas elas são os próprios conectivos. As tabelas de verdade não apenas os definem, mas constituem os conectivos.

4.442. Por exemplo

p q

V V V

F V V

V F

F F V

É um sinal proposicional

(....)

Se a sequência das possibilidades de verdade no esquema for fixada de uma vez por todas, mediante uma combinatória, então a última coluna já será, por si só, uma expressão das condições de verdade. Escrevendo-se essa coluna em linha, o sinal proposicional passa a ser: (VV – V) (P,Q), ou, de modo mais legível: (VVFV) (P,Q). As duas primeiras colunas da tabela ficam fixas, e a última coluna, variando, expressa as condições de verdade possíveis cujo recorte constitui o operador. Vemos assim claramente em que medida as condições de verdade da proposição não-elementar depende apenas das condições de verdade das proposições elementares, e em que medida o sentido proposicional é um recorte de possibilidades dentro de um espaço lógico delimitado *a priori*. A noção de combinatória é aqui intuitiva: de tudo que é possível para as proposições elementares, os operadores são determinações de algumas possibilidades, excluindo outras e gerando, portanto, proposições a partir das iniciais sem acrescentar nenhum elemento. Tais determinações de possibilidades que excluem outras seriam exatamente o sentido das proposições não elementares.

A combinatória que formaria o espaço de combinações, fixando as demarcações possíveis, aparece então nas duas colunas iniciais da tabela acima. De modo ilustrativo, se tivéssemos apenas duas proposições elementares: **P / Q**, o

conjunto do que poderia acontecer seria então expresso a partir da seguinte combinação:

P / Q
 V V
 V F
 F V
 F F

O número de possibilidades aqui é o número de linhas da tabela que representa a combinatória: sempre 2^n , n sendo o número de proposições elementares.

4.45 Para n proposições elementares, há L_n grupos possíveis de condições de verdade. O grupo de condições de verdade de um certo número de proposições elementares podem ser ordenados numa série.

5.101 As funções de verdade de um número qualquer proposições elementares podem ser inscritas num esquema da seguinte espécie.

(VVVV) (p, q) Tautologia: (se p, então p; e se q, então q) $(p \rightarrow p, q \rightarrow q)$
 (FVVV) (p, q) Em palavras: Não ambos p e q $(\sim(p \cdot q))$
 (VFVV) (p, q) Em palavras: Se q, então p $(q \rightarrow p)$
 (VVFV) (p, q) Em palavras: Se p, então q $(p \rightarrow q)$
 (VVVF) (p, q) Em palavras: p ou q $(p \vee q)$
 (FFVV) (p, q) Em palavras: não q $(\sim q)$
 (FVVF) (p, q) Em palavras: não p $(\sim p)$
 (FVVF) (p, q) Em palavras: p ou q, mas não ambos $(p \cdot \sim q \vee q \cdot \sim p)$
 (VFFV) (p, q) Em palavras: se p, então q e se q, então p $(p \leftrightarrow q)$
 (VFVF) (p, q) Em palavras: p
 (VVFF) (p, q) Em palavras: q
 (FFFV) (p, q) Em palavras: nem p nem q $(\sim p \cdot \sim q)$ ou $(p|q)$
 (FFVF) (p, q) Em palavras: p e não q $(p \cdot \sim q)$
 (FVFF) (p, q) Em palavras: q e não p $(q \cdot \sim p)$
 (VFFF) (p, q) Em palavras: q e p $(q \cdot p)$
 (FFFF) (p, q) Contradição (p e não p e q e não q) $(p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q)$

Todas as condições de verdade possíveis seriam determinadas no espaço lógico. Qualquer fato que pudesse ocorrer e pudéssemos dizer seria um recorte dessas combinações possíveis, recortes estes que expressariam os operadores lógicos. A totalidade do possível seria já interna às proposições elementares, de tal modo que as combinações pelos operadores não faria crescer o espaço lógico, mas apenas demarcaria possibilidades já postas pelas próprias proposições elementares (sendo estas, por sua vez, concatenações imediatas de simples). A totalidade proposicional deixaria de gerar uma totalidade *impredicativa*, como no caso do

paradoxo proposicional, porque seria delimitada de dentro. Mas isso apenas seria possível porque a proposição elementar deveria conter todas as operações lógicas internamente, o que já aparece nos *Notebooks*: “Se uma proposição Fa é dada, então todas as suas funções lógicas ($\sim Fa$, etc.) são já dadas com ela” (*NB*, p.9e). E isso expressaria ao mesmo tempo o princípio fundamental da bipolaridade.

O signo proposicional garante a possibilidade do fato que apresenta (não que este fato seja realmente o caso) – isso se mantém para a proposição geral também. Pois se o fato positivo Φa é dado então também é dada a possibilidade de $(x) \Phi x$, $\sim \exists x \Phi x$, $\sim \Phi a$ etc. etc. (Todas as constantes lógicas estão já contidas na proposição elementar.) (*NB*, p.27e)

E no *Tractatus*:

3.342 Em nossas notações, é certo que algo é arbitrário, mas isto não é arbitrário: se já determinamos algo arbitrariamente, então algo mais deve ser o caso. (Isso depende da essência da notação)

4.41 As possibilidades de verdade das proposições elementares são as condições de verdade e falsidade das proposições.

4.411 É de antemão provável que a introdução das proposições elementares seja fundamental para o entendimento de todas as outras proposições. Com efeito, o entendimento das proposições gerais depende palpavelmente do entendimento das proposições elementares.

4.51 Suponhamos que me fossem dadas todas as proposições elementares: seria então possível perguntar simplesmente: que proposições posso constituir a partir delas? Essas são *todas* as proposições e *assim* se delimitam.

4.52 As proposições são tudo que se segue da totalidade de todas as proposições elementares (e, naturalmente, também de ser a totalidade delas todas.). Assim, em certo sentido, poder-se-ia dizer que todas as proposições são generalizações das proposições elementares.

(Cf. também: 4.26; 4.3; 4.31-4.44)

Em máximo grau, todas as operações lógicas estariam contidas na bipolaridade das proposições elementares ‘ $f(a)$ ’, e seriam redutíveis à negação conjunta:

5.47 É claro que tudo que se possa em geral dizer de antemão sobre a forma de todas as proposições deve-se poder dizer de uma vez por todas.

Com efeito na proposição elementar já estão contidas todas as operações lógicas.

Pois $f(a)$ diz o mesmo que $(\Box x). fx. x=a$

Onde há composição, há argumento e função e onde eles estão, já estão todas as constantes lógicas.

Poder-se-ia dizer a única constante lógica é o que todas as proposições, por sua natureza têm em comum.

Mas isso é a forma proposicional geral.

Isto é, como Wittgenstein afirma em seguida (5.471), a essência da linguagem, enquanto não sendo necessariamente ela mesma mais uma expressão da linguagem.

2.4. O limite necessário do possível

Com base no acima exposto, podemos entender o que significa dizer que as tautologias não têm sentido: como elas deveriam determinar todas as condições do espaço lógico, não seriam nenhum recorte neste, isto é, não excluiriam nada. Podemos fazer recortes, por meio dos operadores, dentro do espaço lógico, determinando algumas possibilidades e excluindo outras. Tal recorte é, como já notamos, o sentido da proposição. Mas não podemos recortar o próprio espaço lógico sem crescê-lo (gerando a sua “sombra”, i.e., o que ele exclui), simplesmente porque não temos dentro do que recortá-lo, ele precisa, por isso mesmo, conclui Wittgenstein, ser determinado internamente às proposições elementares.

Esta sombra que a figura como que projeta sobre o mundo: como compreendê-la? Aqui está o profundo mistério! (*NB*, p. 30, grifo nosso)

Não se pode dizer de uma tautologia que ela é verdadeira, pois ela é como que feita para ser verdadeira. Ela não é uma figura da realidade, no sentido em que não apresenta nada; é o que todas as figuras – mutuamente contraditórias – têm em comum. Na teoria das classes não é ainda evidente porque a proposição precisa de sua contra-proposição. Porque ela é parte do espaço lógico que é separado da parte restante do espaço lógico. (*NB*, p. 56)

Recortar o próprio espaço lógico seria como tentar saltar a própria sombra, pois não podemos recortar o próprio espaço no qual fazemos recortes. Tomar o próprio espaço lógico como um recorte seria equivalente a tomar uma propriedade interna (*operação*), necessária, como externa (contingente) às proposições elementares, isto é, como tendo suas condições de verdade não dependentes apenas das condições de verdade das proposições elementares, crescendo já com isso o Espaço Lógico, na medida em que permitindo que pudéssemos afigurar a própria lógica. Peter Hylton comenta este ponto:

Em uma consideração fregeana ou *russelliana* da composição vero-funcional, novos elementos são introduzidos – as funções de verdade – que não são requeridos pelas proposições elementares (não compostas). É por esta razão que a

lógica, nas considerações de Frege e Russell, algumas vezes parece ser um assunto com um conteúdo distinto de si próprio, em oposição à abordagem de Wittgenstein da lógica como composta por tautologias. (Hylton, 1997, p.92)

Tentar delimitar/recortar todas as delimitações possíveis seria o mesmo que manter os operadores como introduzindo novos elementos. Se o espaço das combinações possíveis diz respeito a tudo que pode ocorrer, e cada ocorrido / dito é definido por um recorte nele, o próprio espaço não pode ocorrer ou ser dito, desde que não pode ser recortado em lugar algum, afinal, por definição, não está em outro lugar onde pudéssemos recortá-lo. A tautologia seria verdadeira em todas as combinações possíveis, isto é, em 2^n possibilidades das proposições elementares que compõem a tautologia. Se isso mesmo fosse tomado como um recorte, seria equivalente a tomar o próprio espaço das combinações possíveis como mais uma possibilidade de verdade e falsidade. Entretanto, se não pode ser assim, temos que admitir que o próprio espaço lógico não possui condições de verdade. Ele apenas se mostra como limite dos recortes possíveis através das leis da lógica, verdadeiras em todas combinações possíveis.

É impossível dizer o que estas propriedades [as propriedades lógicas] são porque, para fazer isso, precisaríamos de uma linguagem que não tivesse as propriedades em questão, e é impossível que esta seja uma linguagem própria. É impossível construir uma linguagem ilógica. Para que tenhamos uma linguagem que pode expressar ou dizer tudo que pode ser dito, essa linguagem deve ter certas propriedades; e quando isto é o caso, que ela o tenha não pode mais ser dito nessa linguagem ou em qualquer linguagem. (...) Então, uma linguagem que pode expressar tudo espelha certas propriedades do mundo por estas propriedades que ela deve ter; e as então chamadas proposições da lógica mostram de um modo sistemático aquelas propriedades. (NDM, *In: NB*, Ap. II, p. 108)

Vemos assim que o desenvolvimento do pensamento de Wittgenstein neste período vai sendo, em grande medida, composto a partir dos problemas que ele identifica na abordagem de Russell. A *impredicatividade* estaria envolvida na tarefa de delimitação do sentido das funções proposicionais, e, mais genericamente, no estabelecimento daquilo que é necessário.⁹ Isso pode ser também explicado da seguinte forma: a possibilidade de concatenação dos objetos simples da ontologia *tractatiana* seria dada nos próprios objetos, e, disso, em

⁹ Wittgenstein afirmou sobre o *TLP* em uma carta a Russell: “O ponto principal é a teoria do que pode ser expresso por proposições - i.e. pela linguagem – (e, o que vem a ser o mesmo, o que pode ser pensado) e o que não pode ser expresso por proposições, mas apenas mostrado (*gezeigt*); que, acredito, é o problema cardinal da Filosofia.” (Wittgenstein, carta LW-BR em agosto de 1919, *In: McGuinness; Von Wright*, 1997, p. 124)

máximo grau, dependeria todo sentido proposicional. Assim, ter ou não ter sentido uma proposição não depende de que outra proposição seja verdadeira. Não poderíamos supor o conjunto de possibilidades da linguagem como mais uma possibilidade contingente (isso tornaria seu oposto também possível). Se as possibilidades de combinações fossem elas mesmas possibilidades contingentes, então o sentido de uma proposição dependeria da verdade de outra. O problema parece ser que o conjunto das possibilidades *deve ser*, ele mesmo, *determinado* para que as proposições tenham sentido, e então parece que de alguma forma o sentido dependeria de “algo ser o caso”. Mas este ‘dever ser determinado’ não se refere, e não pode se referir, a ‘ser o caso’. O que é necessário deve ser determinado, mas de uma outra forma que não a de um estado de coisas contingente, e isso significa, basicamente: *deve ser determinado sem nada externo o determinando*. Para que uma proposição tenha sentido, ela precisa figurar uma possibilidade. Mas, as possibilidades da figuração não podem ser elas mesmas possibilidades. Então, o sentido lingüístico seria uma demarcação de estados de coisas possíveis e o conjunto das possibilidades dos objetos atômicos já deveria ser *internamente* determinado. O que Wittgenstein parece notar, portanto, é que o conjunto total das condições de sentido não poderia ser descrito sem que se instituisse um regresso ao infinito de possibilidades.

4.12 A proposição pode representar toda a realidade, mas não pode representar o que deve ter em comum com a realidade para poder representá-la – a forma lógica. Para podermos representar a forma lógica, deveríamos poder-nos instalar, com a proposição, fora da lógica, quer dizer, fora do mundo.

Se a realidade não consiste em nada mais, não pode de qualquer modo ser denotada nem expressa, pois no primeiro caso isso seria um componente adicional, e no segundo a expressão seria uma proposição, para a qual o mesmo problema inicial se colocaria novamente. (NB, p. 31e)

Não é inapropriado, ainda que seja apenas uma analogia, lembrarmos aqui novamente da prova de Cantor da impossibilidade de todos os conjuntos. Tomada de modo intuitivo, e como interpretada por Russell, a prova de Cantor, bem como o argumento diagonal nela presente, é repetida no argumento *tractatiano* relativo ao discurso necessário. Se na prova de Cantor chegamos à impossibilidade do conjunto de todos os conjuntos porque o conjunto potência do conjunto de todos os conjuntos teria que ser maior e menor que o conjunto do qual é potência, na

teoria *tractatiana* acerca do limite necessário do possível, isto é, do limite do sentido lingüístico, nos vemos novamente diante de uma totalidade (o Espaço Lógico) que deve parece dever excluir a si mesmo. A conclusão é que qualquer determinação deve delimitar ao mesmo tempo uma totalidade maior, que inclui aquilo que a determinação exclui, mas em casos de totalidades abrangentes demais, por assim dizer, isto se torna impossível. A análise dos paradoxos parece então permitir notar que o âmbito necessário da determinação do sentido possível deveria ser delimitado, por definição, sem excluir nada possível. Se no âmbito da teoria dos conjuntos, a solução foi o axioma da abstração restrito, que garante o complemento de todo conjunto em um conjunto maior, evitando a contradição de que um conjunto seja seu próprio complemento, esta solução não nos está de modo algum disponível no que diz respeito à determinação semântica. Sendo assim, se queremos evitar o regresso ao infinito, devemos assumir também que, embora o sentido precise ser anterior à verdade, *há um âmbito onde sentido e verdade colapsam*, onde não há mais uma possibilidade anterior se opondo à atualidade, e, portanto, onde não podemos mais falar em ‘possibilidade’ e ‘atualidade’ exatamente: este âmbito é o âmbito das possibilidades necessárias que constituem as próprias condições de sentido, no *Tractatus*: o Espaço Lógico. Assumir isso significa assumir que *algo com a mesma estrutura dos paradoxos por impredicatividade é inevitável na própria constituição da determinação semântica*. No *Tractatus*, isso significou, precisamente, assumir a delimitação do mundo no interior de um espaço lógico mais abrangente de possibilidades delimitadas independentemente de qualquer fato no mundo e, assim, independentemente da verdade ou falsidade de qualquer proposição (*TLP*, 1.12, 1.13). A conclusão é conhecida: a *Forma Lógica* não pode ser mais uma representação possível, ela é necessária, e isso também significa que não pode ser afigurada – desde que deveria, para tanto, ser suposta para e na sua própria afiguração, o que é impossível –, e que proposições que tentam afigurá-la não têm sentido. As condições de toda linguagem seriam necessárias, mas, por isso mesmo, nada diriam. A partir disso também se estabelece a própria distinção entre dizer e mostrar: as precondições para a representação nada excluiriam e, portanto, não poderiam ser ditas, mas seriam exibidas. As formulações das condições do sentido deveriam supor os contra-sensos que pretendem excluir (*TLP*, 5.534-35; 5.5351), e, por isso incorreriam em contradição. As condições necessárias a partir

das quais o sentido é uma possibilidade, que pode ser verdadeira e pode ser falsa, não podem ser ditas justamente porque não podem ser, elas mesmas, possibilidades que podem ser verdadeiras e podem ser falsas.

É, portanto, de uma versão do paradoxo proposicional que Wittgenstein retira a impossibilidade de se dizer o que permite a representação. Wittgenstein toma seriamente a conclusão inerente ao paradoxo proposicional, tal como formulado por Russell nos *Principles*. Não podemos nos referir à totalidade das proposições com mais uma proposição sem gerar a contradição de uma proposição a qual é atribuída a propriedade paradoxal de que não pode ser uma proposição (Cf.: Capítulo I do presente trabalho). A totalidade das proposições seria então delimitada no *Espaço Lógico*, e a este não poderíamos nos referir. *Todas* as proposições precisam ser delimitadas pela *forma proposicional geral*, que não é dada por mais uma proposição (ou função proposicional), mas é uma *operação* interna às proposições elementares (que toma seu próprio resultado como base, sobre o que trataremos no item seguinte) – isso impediria o paradoxo proposicional, pois nenhum objeto ou elemento adicional precisaria ser acrescentado para a determinação do sentido.

Que não possamos sair da linguagem, não é, assim, como pensou Russell, a razão da impossibilidade, relativa ao que não pode ser dito, mas sua consequência: é porque tentando falar da forma proposicional incorremos em contradição com esta forma que devemos concluir que não podemos sair da linguagem. Russell, em sua já tão criticada introdução ao *Tractatus*, supõe poder livrar-se do recurso ao que precisa ser mostrado através de sua própria hierarquia de linguagens.

Há um problema puramente lógico com respeito ao qual estas dificuldades são particularmente agudas. Refiro-me ao problema da generalidade. Na teoria da generalidade, é necessário considerar todas as proposições da forma fx , sendo fx uma função proposicional dada. Isso pertence, segundo o sistema do sr. Wittgenstein, à parte da lógica que pode ser expressa. No entanto, a totalidade dos valores possíveis de x , que poderia parecer que estivessem envolvidos na totalidade das proposições da forma fx , não é admitida pelo Sr. Wittgenstein entre as coisas de que se pode falar, pois nada mais é que a totalidade das coisas do mundo e envolve, pois, a tentativa de conceber o mundo como um todo; ‘o sentimento do mundo como uma totalidade limitada é o místico’; assim, a totalidade dos valores de x é mística (6.45). Isso é expressamente sustentado quando o Sr. Wittgenstein nega que possamos fazer proposições a respeito de quantas coisas há no mundo, como haver mais de três, por exemplo. Essas dificuldades fazem vir-me à mente uma possibilidade como esta: que toda linguagem tenha, como diz o sr. Wittgenstein, uma estrutura sobre a qual, na linguagem, nada possa ser dito, mas que possa haver outra linguagem que trate da estrutura da primeira linguagem e

tenha, ela própria, uma estrutura, e que possa não haver limite para essa hierarquia de linguagens. O ser. Wittgenstein certamente responderia que toda sua teoria é aplicável, sem modificação alguma, à totalidade dessas linguagens. A única réplica seria negar que haja uma tal totalidade. As totalidades a respeito das quais o Sr. Wittgenstein sustenta ser impossível falar, não obstante, ele pensa que existem, e são o objeto de seu misticismo. A totalidade resultante de nossa hierarquia não seria meramente inexprimível, mas uma ficção, uma mera delusão, e a suposta esfera do místico estaria assim abolida. (Russell, *TLP*, pp. 127-126)

Podemos entender aqui uma das razões pela qual Wittgenstein insistiu tanto que Russell havia mal-compreendido o *Tractatus*: a obra não ergue uma tese *ad hoc*, que pudesse ser simplesmente negada, contra a possibilidade de meta-linguagem. A impossibilidade da meta-linguagem se segue das análises de Wittgenstein, desenvolvidas anteriormente à própria redação do *Tractatus*. Se isso é correto, não faz sentido, como propõe Russell, simplesmente construir uma meta-linguagem para se poder falar daquilo que deveria ser mostrado, pois não apenas o mesmo problema se colocaria para esta meta-linguagem, como exatamente o que se pretende que tenha um estatuto necessário tornar-se-ia imediatamente contingente. Assim, o sistema proposto por Russell fica “sem cabeça”, isto é, a determinação de um nível da hierarquia seria dada pelo nível seguinte, mas sem um nível último, nenhum nível seria jamais determinado de todo. A questão do *Tractatus* é a delimitação do sentido da linguagem *em geral*, e é evidente que uma hierarquia sem fim não pode resolver esta questão. Neste caso, a própria hierarquia seria ela mesma formulada em uma linguagem que deveria, portanto, situar-se para além de todo nível dela, de tal modo que o problema retornaria necessariamente para a própria linguagem que formula a hierarquia, ainda que Russell pretendesse abolir a totalidade de linguagens.

Como já notamos, Wittgenstein acredita salvar a intuição inicial *fregeana*, segundo a qual distinções formais não poderiam ser ditas sem contradizer a si mesmas, sendo então mostradas. A própria *Teoria dos Tipos* não poderia ser estabelecida em uma formulação que, pelos seus próprios pressupostos, fosse adequada, afinal, a própria teoria dos tipos deveria aplicar-se a si mesma. Se a Teoria dos Tipos, então, fosse expressa por proposições, seria auto-contraditória. E uma muito boa explicação deste ponto é fornecida por Wittgenstein anos mais tarde:

11. Vamos olhar as considerações que levaram Russell à teoria dos tipos

Seja $f(a)$ = o casaco de U é vermelho

$F(a)$ = o caso de U é de uma cor do arco-íris

$\Phi(f)$ = vermelho é de uma cor do arco-íris

Agora $\Phi(F)$ tem sentido? Russell diria que ‘uma cor do arco-íris tem a propriedade de ser uma cor do arco-íris’ não tem sentido, e o que gera que ‘ $f(f)$ ’ não o tem. Agora se fazemos uma regra da gramática excluir substituições [o que é excluído é tomado como impossível ou sem sentido], que é o que a teoria dos tipos faz, não devemos fazer isso depender de uma propriedade do que quer que seja. Devemos fornecer um critério formal para a proibição: quando introduzimos ‘ $f(x)$ ’ não estamos assim conferindo significado a ‘ $f(f)$ ’. Considere $\sim f(f) = F(f)$ [isto é, a propriedade de não se aplicar a si mesma como sendo uma propriedade], e a expressão obtida por se substituir ‘ f ’ por ‘ F ’: **a propriedade de não ter a si mesmo como uma propriedade tem a si mesmo como uma propriedade**. De: $\sim f(f) = F(f)$, resulta a contradição: $F(F) = \sim F(F)$. A raiz da contradição está em tornar a função uma função de si mesma. O resultado ser uma contradição significa que f não pode ser usado como um argumento em ‘ $f(x)$ ’. Mas por que não nos livramos disso desse modo, já que aquilo com o que começamos não é uma proposição? Não é certo dizer que a lei da contradição foi violada, pois isso apenas seria o caso se estivéssemos falando de proposições. Meramente temos um jogo aqui que leva a alguma coisa que parece uma contradição. Podemos dizer ou que ‘ $f(f)$ ’ é sem sentido, ou que ‘ f ’ fora dos parênteses está por uma função de ordem superior [ao que está dentro]. (AWL, p.223, grifo nosso)

A consideração de Russell segundo a qual ‘qualquer função que pressupõe a si mesma em seu domínio é um contra-senso’ é uma afirmação que tem de poder ser argumento de si mesma, mas que, pelo que afirma, não poderia ser. Sendo assim, conclui Wittgenstein: a própria afirmação segundo a qual o domínio de uma função proposicional não pode incluir essa própria função será contraditória tanto se incluir essa função em seu domínio, quanto se não. Por isso, o que Russell tenta dizer deve ser exibido no funcionamento da linguagem. As impossibilidades que a teoria dos tipos pretendia proibir deveriam apenas refletir as características estruturais categoriais do mundo. A linguagem não poderia expressar distinções formais sem contradizê-las. Entretanto, tal expressão deve mostrar-se supérflua, não podemos e também não precisamos legislar sobre a lógica.

É levando a sério o caráter *insaturado* das funções, já ressaltado, como vimos, por Russell, que Wittgenstein pretende excluir como uma impossibilidade a impredicatividade, sem a necessidade de qualquer teoria dos tipos ou outro procedimento *ad hoc*. Como já vimos, no capítulo I, é pelo próprio caráter incompleto da generalidade funcional, que determinações impredicativas poderiam ser excluídas naturalmente, pois elas supõem seus domínios funcionais determinados. Como a função é incompleta, ela supõe já os argumentos de determinado tipo, sem que seja preciso legislar sobre isso, o que deveria seria

marcado pelo local da variável. As variáveis nas expressões funcionais dizem respeito às determinações formais, e, portanto, às determinações internas das possibilidades combinatórias das expressões em questão. Assim, se Russell levasse a sério o caráter insaturado da generalidade funcional, a teoria dos tipos seria supérflua, pois, o local vazio, marcado pela variável, para o argumento, expressaria o caráter incompleto da função, e carregaria já o ‘protótipo’ do argumento requerido por esta.

3.3.15 Se transformarmos em variável uma parte constituinte de uma proposição, há uma classe de proposições que são todos os valores da proposição variável assim originada. Em geral, essa classe depende ainda do que nós, segundo uma convenção arbitrária, queremos significar como partes daquelas proposições. Se transformarmos em variáveis, porém, todos os sinais cujo significado foi arbitrariamente determinado, ainda assim continua a haver uma tal classe. Esta, porém, não depende mais de qualquer convenção, mas apenas da natureza da proposição. Ela corresponde a uma forma lógica – a um protótipo lógico de figuração.

3.3.16 Os valores que a variável proposicional pode assumir são fixados. A fixação dos valores é a variável.

3.3.17 A fixação dos valores da variável proposicional é a especificação das proposições cuja marca comum é a variável. A fixação é uma descrição dessas proposições. A fixação tratará, pois, apenas de símbolos não do significado deles. E apenas isso é essencial para a fixação, que ela seja apenas uma descrição de símbolos e nada enuncie sobre o que é designado. (...)

Na medida em que transformamos a proposição naquilo que Russell chamou ‘proposição completamente generalizada’, i.e., na medida em que substituímos qualquer constante não lógica por variáveis, anulamos aquilo que caracteriza um conteúdo e obtemos sua forma. Isso, como vimos, já havia sido mantido na abordagem de Russell.¹⁰ Como essa forma é suposta pela proposição instanciada, e não poderíamos defini-la sem supô-la, isso significa, segundo Wittgenstein, que ela é interna à proposição instanciada, e não é arbitrária, mas expressa sua natureza geral fundamental, por isso mesmo a *forma* seria mostrada pelo símbolo, na proposição completamente generalizada, fixando-se assim, já com isso, os valores que a variável proposicional poderia assumir. Isso significa que, para Wittgenstein, com a Forma, mostrada pelo símbolo através da substituição de

¹⁰ “A expressão simbólica natural para a forma de um complexo dado é a expressão obtida pela substituição dos nomes dos constituintes do complexo pelas letras representando variáveis, usando diferentes tipos de letras para constituintes de diferentes tipos lógicos, ou indicando a diferença de tipo por parênteses ou algum outro método.” (TK, p. 113)

todas as constantes não lógicas por variáveis, o *tipo* geral da proposição tornar-se-ia já evidente, ou seja, mostrar-se-ia também a impossibilidade da *impredicatividade*. Disso se segue ainda a conclusão pela qual a fixação dos valores é a variável, ou seja, o protótipo proposicional seria mostrado pela variável, o que começa a ser explicitado a partir da passagem 3.33, do *Tractatus*, e culmina na passagem 3.333.

3.33 Na sintaxe lógica, o significado de um sinal nunca pode desempenhar papel algum; ela deve poder estabelecer-se sem que se fale do significado de qualquer sinal, ela pode pressupor apenas a descrição das expressões.

3.331 Partindo dessa observação, inspecionamos a ‘teoria dos tipos’ de Russell: o erro de Russell revela-se no fato de ter precisado falar do significado dos sinais ao estabelecer as regras notacionais.

3.332 Nenhuma proposição pode enunciar algo sobre si mesma, pois o sinal proposicional não pode estar contido em si mesmo (isso é toda a teoria dos tipos).

Tentar substituir a variável em ‘ $(\exists x, \Phi) \Phi x$ ’ por algo com a mesma forma transforma imediatamente a forma inicial em outra forma, mostrando assim, pela proposição completamente generalizada, a impossibilidade em questão, sem que seja necessário proibi-la por um discurso sobre tipos, ou legislar sobre ela.

3.333 Uma função não pode ser seu próprio argumento, porque o sinal da função já contém o protótipo de seu argumento e ele não pode conter a si próprio.

Suponhamos, pois, que a função $F(fx)$ pudesse ser seu próprio; haveria, nesse caso, uma proposição ‘ $F(F(fx))$ ’ e nela a função externa F e a função interna F devem ter significado diferentes; pois a interna tem a forma $\Phi(fx)$, a externa, a forma $\psi(\Phi(fx))$. Ambas as funções tem em comum apenas a letra F , que sozinha, porém, não designa nada. Isso fica claro no momento em que, ao invés de $F(F(u))$, escrevemos ‘ $(\exists \Phi) : F(\Phi u). \Phi u = Fu$ ’.

Liquida-se assim o paradoxo de Russell.

A igualdade em questão aparece aqui como obviamente impossível e imediatamente contraditória. A parte vazia marcada pela variável corresponderia ao protótipo nela contido, e não poderíamos colocar a expressão em uma parte própria sua.

Que tentar legislar sobre a lógica gere as mesmas contradições que se pretendia evitar significa também que tentar legislar sobre a lógica é tentar impedir o impossível, tomando-o, assim, como possível. Entendendo isso, deixamos claro que uma função não pode conter a si mesma como argumento simplesmente porque, quando tenta fazer isso, se torna outra função, a primeira

tem a forma $F(x)$ e a segunda a forma $\Phi(F(x))$, e elas nunca poderão ser a mesma função. Utilizar uma mesma letra aqui faz apenas com que uma letra diga respeito a símbolos funcionais distintos, que contém protótipos distintos e, portanto, admitem argumentos diversos.

O que teríamos no *Tractatus* seria, portanto, como em Frege, uma teoria dos tipos natural: não seria falso predicar de um conceito o que se predica de um objeto, seria simplesmente impossível, de mesma forma, seria impossível também predicar de modo a contradizer a hierarquia dos tipos porque, se uma função tomasse como argumento algo que a pressupusesse, imediatamente já não seria a mesma função. Se o contrário da hierarquia de tipos não é falso, mas um contra-senso, tentar dizê-la nega ela mesma como tal. Não podemos dizê-la pela mesma razão que não podemos legislar sobre a lógica, fazer isso é tratar o impossível como possível, e nisso consiste a contradição inerente ao ‘tentar dizer o que não pode ser dito’, contradição esta inerente, portanto, ao próprio paradoxo de Russell.

Sendo assim, como já notamos, para Wittgenstein, o principal problema de Russell foi tentar falar das distinções categoriais-formais: não há como fazer isso sem contradizer ao mesmo tempo o caráter necessário destas distinções, tomando-as como contingentes. Novamente é importante ressaltar que isso se segue mesmo da necessária anterioridade da semântica em relação à verdade, cuja desconsideração está na base dos paradoxos. Como as distinções formais são necessárias, o oposto é impossível, e não há nestes casos semântica determinada anteriormente à verdade, isto se liga diretamente com o princípio da contradição, o que pode ser observado de maneira independente do arcabouço conceitual *tractatiano*. Tomando-se, por exemplo, o paradoxo de Grelling relativo à noção de ‘heterológica’. Uma função seria heterológica se e somente se não se aplicasse a si mesma. Logo, a definição de heterológica seria a seguinte:

$$\forall F : H(F) \leftrightarrow \neg (F(F))$$

Portanto, o paradoxo segue-se da definição desta forma:

$$H(H) \leftrightarrow \neg H(H)$$

Vemos assim em que medida, com a aplicação de H a si mesma, a sua definição torna-se também ao mesmo tempo já uma afirmação sobre a sua verdade. Atente-se para a quantificação universal irrestrita pela qual inicia-se a sua definição – tratar-se-ia de uma definição que ao mesmo tempo afirma algo sobre o definido. O problema parece ser, portanto, que tal afirmação precisaria supor aquilo sobre o qual algo é afirmado como já definido independentemente. Em grande medida, era isso que Poincaré afirmava no que diz respeito às definições impredicativas no geral: “Definimos x postulando, ao mesmo tempo, que x está relacionado de tal e tal modo com todos os membros de G e também que x é, ele mesmo, um membro de G .” (Poincaré, 1963, p.70). Deste ponto de vista, ‘heterológica’ não teria sido realmente definida, desde que o que a impredicatividade aqui impediria a própria definição funcional.

Une Menge c’est quelque chose sur quoi l’on peut raisonner; c’est quelque chose de fixe et d’immuable dans une certaine mesure. Définir un ensemble, une Menge, une collection quelconque, c’est toujours faire une classification, séparer les objects qui appartiennent à cet ensemble de ceux qui n’en font pas partie. Nous dirons alors que cet ensemble n’est pas une Menge, si la classification correspondante n’est pas prédicative, et que c’est une Menge, se cette classification est prédicative (...) le mot definit semble ici sensiblement synonyme de prédicatif. (Poincaré, 1913, p.128-129)

No *Tractatus*, uma propriedade interna seria ao mesmo tempo definição e afirmação sobre o definido, por isso podemos dizer que seria *impredicativa* no sentido de Poincaré acima citado, e também por isso, como já citamos, Wittgenstein afirma que não poderia ser uma propriedade exatamente (*TLP*, 4.123-4.126). Se tudo isto está correto, ganhamos aqui não apenas uma boa compreensão da posição de Wittgenstein no *Tractatus*, mas também uma melhor compreensão do que está envolvido na própria definição primária de *impredicatividade*: a impredicatividade inverte a ordem segunda a qual primeiro temos a definição da semântica, e depois temos uma afirmação sobre a verdade, e isso estaria diretamente relacionado ao possível caráter paradoxal da auto-referência. As definições *impredicativas* têm este caráter de serem definições que incluem, ao mesmo tempo, uma afirmação sobre a verdade ou falsidade da função em questão. Portanto, o *princípio do círculo vicioso* pode ser lido como dizendo respeito a uma anterioridade da semântica em relação às afirmações sobre a verdade. É essa leitura do princípio que atribuímos a Wittgenstein. Sua defesa no

Tractatus parte do princípio segundo o qual a semântica deve ser anterior à verdade para chegar à interdição do sentido das proposições necessárias. Não podemos deixar de reforçar aqui, entretanto, que Russell já havia sustentado isso, ainda que não levasse às últimas conseqüências o ponto em questão, afinal, como citamos, já nos *Principles*, encontramos a afirmação pela qual o primeiro ponto da teoria dos tipos deveria ser garantir a independência do domínio de significação de uma função em relação ao seu domínio de verdade e falsidade, o que, justamente, a impredicatividade não respeitaria. “Toda função proposicional $F(x)$ tem, em adição ao seu domínio de verdade, um domínio de significação, i.e., um domínio no qual x deve estar se $F(x)$ é uma proposição, verdadeira ou falsa. Esse é o primeiro ponto na teoria dos tipos.” (Russell, 1903, p.638) No exemplo de Grelling, a quantificação na definição de ‘heterológica’ torna a definição ela mesma uma afirmação sobre o definido, assim, a contradição pode ser derivada porque, neste caso, a afirmação sobre a função seria colapsada com a determinação da sua semântica: estamos definindo ‘heterológica’ e ao mesmo tempo afirmando algo sobre ela. Agora, se em relação a determinados princípios muito gerais, que dizem respeito àquilo que é necessário (ou, como dirá o segundo Wittgenstein, às regras de determinação semântica) for impossível evitar o colapso entre a afirmação de algo sobre eles (tais princípios) e a determinação da sua semântica, segue-se também a própria impossibilidade de comprová-los independentemente. Como veremos no capítulo seguinte, a conclusão do segundo Wittgenstein será exatamente esta. No âmbito necessário da linguagem, é exatamente esta independência entre ‘afirmação sobre’ e determinação semântica que não temos, ou seja, não temos mais uma função com um domínio independente de significação. No *Tractatus*, esta é já a característica das determinações internas. Se isso é correto, podemos dizer que, nessa medida, o âmbito necessário da linguagem é sempre *impredicativo* para Wittgenstein, sem que isso envolva de qualquer modo a derivação de contradições, desde que tenhamos claro que não se tratam mais de, neste âmbito, fazer afirmações sobre algo, e daí também a necessidade de se diferenciar bastante claramente o que se trata de uma determinação necessária e o que se trata de uma determinação contingente para se evitar as confusões filosóficas das quais os paradoxos seriam exemplos paradigmáticos.

2.5. Operação x função: séries formais, relações internas e a noção de ‘número’ no *Tractatus*

Já vimos em que medida as análises de Wittgenstein das teorias de Russell o conduziram a uma abordagem das constantes lógicas enquanto não correspondendo necessariamente a objetos, mas dizendo respeito às operações, já internas às proposições elementares. Wittgenstein insiste que o que permite a composição de proposições elementares em proposições complexas não pode ser mais uma função, sob pena de regresso ao infinito, da mesma forma que os nomes também deveriam se combinar diretamente em proposições elementares. Por isso os operadores lógicos não são novos elementos, nem introduzem novos elementos, mas são já internos à bipolaridade proposicional que determina, por assim dizer, o próprio espaço lógico. A relação fundamental entre linguagem e mundo é estabelecida, portanto, já no nível das proposições elementares. Devemos agora clarificar melhor o papel cumprindo pela noção de operação, e o que significa dizer que esta difere necessariamente de uma função. As considerações sobre a noção de ‘operação’, e sua necessária divergência em relação à noção de ‘função’, aparecem justamente a partir do sentido no qual toda possibilidade de concatenação, que garanta determinação semântica, não pode jamais ser um elemento adicional da própria concatenação, ou uma concatenação de ordem superior, sob pena de um regresso ao infinito.

Wittgenstein recusou a idéia de que constantes lógicas denotam objetos: os conectivos não poderiam ser nomes de objetos lógicos pela mesma razão pela qual a lógica não pode ser descritiva de uma realidade, desde que é pressuposta em qualquer descrição e precisa, portanto, ser mostrada. Como a lógica, assim, seria exibida, proposições e regras lógicas seriam também supérfluas, conectivos expressariam *operações* que mostrariam a forma lógica do real.

4.441 É claro que ao complexo dos sinais "F" e "V" não corresponde nenhum objeto (ou complexo de objetos); como tampouco aos traços horizontais e verticais, ou aos parênteses – Não há objetos lógicos.
Algo análogo vale naturalmente para todos os sinais que exprimem o mesmo que os esquemas dos "V" e "F"

É exatamente porque um operador não pode significar nada independente do argumento ao qual se aplica, mas precisar ser já *interno* a ele, não acrescentando

nada às condições de verdade das proposições elementares, que uma operação não pode ser pensada como uma função, desde que, de outro modo, não seria satisfeita a requisição de independência entre função e argumento, que exclui a *impredicatividade* funcional. Em outras palavras, se a operação fosse pensada como uma função, ela seria *impredicativa*. É então porque o operador não pode significar aqui nada independente e adicional, que Wittgenstein conclui que as constantes lógicas não são funções, mas sim o que ele denomina de ‘operação’. É, portanto, a noção de ‘operação’ que expressa em que medida *a lógica cuida de si mesma* e é vazia de conteúdo. O que Wittgenstein parece perceber é que as determinações necessárias geram impredicatividades, se se tenta dizê-las, de tal modo que é necessária uma outra noção para expressá-las, já que não podemos prescindir destas determinações. Se se tenta excluir toda determinação impredicativa, cuja semântica supõe já a verdade, perde-se a necessidade imprescindível à matemática e à linguagem, e, ao mesmo tempo, incorre-se já no mesmo problema por pretender-se com isso mesmo fazer menção às determinações já necessárias (que é o que ocorre na teoria dos tipos). Então, Wittgenstein precisa de outra noção que expresse esta determinação sem tomá-las como mais uma determinação externa, isto é, sem exigir delas o que elas não podem fazer, que é o que gera o caráter paradoxal (e o regresso ao infinito). É preciso uma noção que nos permita tomar uma determinação ao mesmo tempo como complexa e como simples, na qual não exista independência entre a regra e aquilo ao que ela se aplica, tal como deveriam ser as próprias *formas lógicas*, e sem que isso implique uma contradição: esta “mágica” só será possibilitada pela suposição de determinações internas, expressas através da noção de ‘operação’, em relação a qual as restrições de tipos não se aplicam, enquanto necessariamente distinta da noção de ‘função’. Tal noção cumpre a tarefa de fornecer um tratamento coerente da composição vero-funcional de proposições, a partir de proposições mais simples, bem como o tipo de generalidade requerida pela própria noção de ‘número’, permitindo que uma regra possa aplicar-se novamente ao que é já formado pela aplicação desta. Wittgenstein diferencia as operações das funções da seguinte forma:

5.25 A ocorrência da operação não caracteriza o sentido da proposição.

Pois a operação não enuncia nada, apenas seu resultado o faz, e este depende das bases da operação. (Não se pode confundir operação e função)

5.251 Uma função não pode ser seu próprio argumento, mas o resultado de uma operação pode muito bem vir a ser a base dela própria.

5.252 Só assim é possível a progressão de termo a termo em uma série formal (de tipo a tipo, na hierarquia de Russell e Whitehead). (Russell e Whitehead não admitiram a possibilidade dessa progressão, mas fizeram repetidamente uso dela.)

Entretanto, surge aqui imediatamente uma dificuldade interpretativa muito importante para a leitura do pensamento de Wittgenstein que estamos propondo. Parece, em um primeiro momento, que a diferenciação acima é completamente estranha e não procede realmente, pois tudo que Wittgenstein está atribuindo às operações deveria ser (e, de fato, o foi tradicionalmente) também dito das funções. Max Black (1964) criticou precisamente este ponto: parece que é também o resultado da função que diz algo, e não a função ela mesma, afinal a função é incompleta, e demanda a complementação do argumento para dizer alguma coisa; e, ao mesmo tempo, parece que uma função também pode aplicar-se ao seu resultado, isto é, ao que é produzido através dela, que é um valor (do mesmo nível lógico que o argumento ao qual ela se aplica):

(2) +1=3

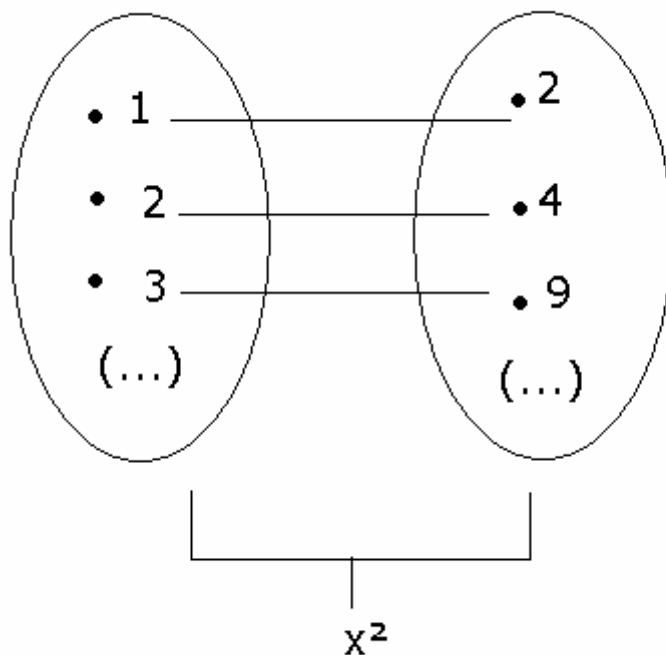
(3) +1=4

(4) +1 =5

(...)

Obviamente, se pensarmos o resultado da função como um valor, a função pode aplicar-se novamente ao mesmo, sem tomar-se com isso como argumento. Então, que problema fundamental Wittgenstein estaria identificando aqui? Quando Wittgenstein diz que operações não são funções, o que exatamente ele quer salientar sobre estas últimas? Seguindo a linha interpretativa proposta por Peter Hylton (1997), pode-se notar que Wittgenstein parte de um recusa inicial relativa justamente a que as funções possam fazer o que é exigido delas acima, e isso significa também não pensar as funções funcionando primordialmente como funções matemáticas, mas como funções proposicionais. De fato, para Wittgenstein, o que normalmente entendemos aqui como funções matemáticas deveriam ser, coerentemente, pensadas como operações. Wittgenstein parte, para

diferenciar as funções das operações, da concepção funcional de Russell, que diz respeito primordialmente às funções proposicionais, e não da concepção fregeana, que as trata como primordialmente funções matemáticas. A partir desta abordagem podemos ver o problema que se colocaria no geral, de acordo com Wittgenstein, também para as próprias funções matemáticas. Wittgenstein recusa justamente que as funções possam ser pensadas como funções matemáticas no sentido de Frege, isto é, que elas possam fazer o que se espera dessas últimas, pois, funções, no geral, para não serem impredicativas, devem possuir um domínio de argumentos independente. O que se espera das funções matemáticas é que elas possam “desaparecer” completamente, metabolizando seus argumentos, denotando/correspondendo sempre a um valor tomado, então, como independentemente já dado. Daí a representação conjuntista de uma função, como por exemplo:



Quando Frege propõe, por exemplo, no *Grundgesetze* (1893), que as constantes lógicas sejam funções no modelo matemático, isso significa também tomá-las como necessariamente denotando valores de verdade. Funções, nesse sentido, devem sempre corresponder a objetos. Mas o ponto de Wittgenstein é: elas não podem, no geral, fazê-lo. Peter Hylton afirma:

A passagem final na qual Wittgenstein faz o contraste entre funções e operações é 5.251: ‘Uma função não pode ser seu próprio argumento, enquanto o resultado de uma operação pode ser sua própria base.’ A dificuldade interpretativa que isso coloca é, como vimos, que Wittgenstein parecer estar marcando uma diferença entre objetos e funções, assim se tomamos ‘funções’ no sentido matemático ou *fregeano*, então o que ele diz pareceria se manter igualmente se trocamos as palavras operações e funções. Se, por outro lado, tomamos ‘função’ na primeira metade dessa sentença como se referindo às funções proposicionais, então a dificuldade é ao menos parcialmente resolvida. (Hylton, 1997, p.98)

Se se pensa os valores da função existindo independentemente da aplicação da constante funcional, não parece um problema que o domínio de argumentos das séries formais já esteja dado independentemente. Mas Wittgenstein parte de uma abordagem pela qual isto não é coerente, e desta abordagem, por meio da noção de ‘operação’, se segue então um certo caráter construtivo: o operador seria responsável pela construção do seu resultado a partir da suas bases, isto é, por exemplo, na série numérica, do 1 a partir do 0, do 2 a partir do 1, e assim por diante..., de tal modo que o domínio da operação, não poderia ser pensado como delimitado independentemente dela mesma. Wittgenstein parte já aqui da impossibilidade de que toda função seja objetivada independentemente. Mas, se algumas devem ser objetivadas, isso é a noção de operação que permite, embora sem a necessidade de que seja como objetos independentemente dados, ou mais forte ainda, como não sendo estes necessariamente independentemente dados.

Sendo assim, o primeiro ponto da abordagem de Wittgenstein é que funções não podem sempre fazer o que se espera delas, como funções matemáticas, elas não podem metabolizar seus objetos e simplesmente “desaparecem”. E isso fica claro quando pensamos as funções como Russell as pensou no *PM*, isto é, como primordialmente funções proposicionais¹¹, nas quais a constante funcional não desaparece, pois o resultado é uma proposição, complexa e estruturada, e não um objeto simples. Se aplicamos, por exemplo, a propriedade ‘ser solteiro’ a ‘Zequinha’, a propriedade ‘ser solteiro’ necessariamente aparece expressamente no resultado desta aplicação: ‘Zequinha é solteiro’. Sendo assim, é claramente sem sentido dizer: ‘“Zequinha é solteiro” é solteiro’. Seguindo ainda com Hylton:

O resultado de aplicar uma função proposicional a um objeto é, claro, uma proposição. E essa proposição não pode por seu turno ser tomada como um

¹¹ Como também ressalta Hylton, Russell no *PM* não toma a própria noção de função como dada para definir função proposicional enquanto um caso específico de função, mas toma a noção de função proposicional como um paradigma do que seja uma função.

argumento dessa função proposicional. Onde $F(a)$ é uma proposição que é o valor da função proposicional $F(x)$ para o argumento a , $F(F(a))$ é sem sentido. Tal expressão é banida pela teoria dos tipos de Russell, e é claro que enquanto Wittgenstein rejeita a idéia da teoria dos tipos, ele aceitou completamente as restrições que Russell impôs. (Hylton, 1997, p.99)

Como então os valores funcionais poderiam ser ao mesmo tempo complexos e simples? Se os valores das funções proposicionais têm uma estrutura, pela própria abordagem que Wittgenstein propõe para os tipos lógicos “naturais”, devem corresponder a uma forma lógica, isto é, do que elas podem ser tomadas como argumento já está dado com esta estrutura, ou seja, elas não podem ser novamente tomadas como argumento da função que as produziu. E aqui é importante ainda lembrar que o logicismo não deveria pretender mesmo diferenciar as funções matemáticas das funções proposicionais, mas deveria antes aproximá-las, ou ler uma pelo modelo da outra, de tal modo que o que as últimas não podem fazer, também não deveria ser coerentemente possível para as primeiras. Então, se no caso proposicional, tomado como paradigmático por Russell, os tipos interditam (e não sem justificativas para tanto) a aplicação consecutiva da função ao resultado da sua aplicação, também no caso matemático isso não deveria ser possível, dado que se tratam em ambos os casos de funções.

Não se trata, portanto, meramente de dizer que as operações são funções matemáticas no sentido de Frege. As operações conseguem fazer coerentemente aquilo que não se pode querer sem incoerência das funções, este é o ponto de Wittgenstein. Mas, as operações apenas podem fazer isso que as funções não podem porque não têm nem sentido nem referência. Não têm sentido justamente porque, como já notamos, podem desaparecer (*TLP*, 5.254), isto é, não são apenas insaturadas, mas internas às suas bases, não caracterizando o sentido das sentenças nas quais ocorrem. E não têm referência porque, como também já notamos, não nomeiam nada já dado independentemente.

Resumindo, trata-se de perguntar: como uma função matemática pode ser aplicada a um argumento e a constante funcional não apenas desaparecer, mas manter-se também o resultado desta aplicação independente da constante funcional e no mesmo nível lógico do argumento ao qual a função aplicou-se? E como podemos, ainda assim, entender o resultado da aplicação funcional como sendo produzido por esta (ou através desta)? Ora, se é produzido por esta, não

independe desta, mas a supõe. Sendo assim, a constante funcional pareceria necessariamente estar contida ou ser suposta por seu valor.

A solução aqui, penso, é que para Wittgenstein o ponto que uma função proposicional não pode ser seu próprio argumento e o ponto que ela não pode ser aplicada a seus próprios valores são completamente similares. A razão que Wittgenstein fornece para o primeiro ponto é: ‘porque o signo funcional já contém o protótipo de seu próprio argumento, e não pode conter si mesmo’ (3.333). Se tentamos aplicar uma função proposicional a si mesma, ou a uma de seus valores, o ponto fundamental é o mesmo: estamos dando à função proposicional argumentos que pressupõem, ou contém, a função proposicional ela mesma. (Hylton, 1997, p.99)

Apesar disso, precisamos que um valor possa ser tomado como argumento pela regra que o produziu para a progressão termo a termo em uma série formal (a série numérica, por exemplo), ou mesmo de tipo a tipo na hierarquia de Russell, como afirma Wittgenstein. Entretanto, permitir simplesmente que a noção de ‘função’ seja suposta poder fazer isso ‘porque é assim que funciona’ pareceria uma abordagem arbitrária e incoerente, que expressaria mesmo uma desistência de buscar fundamentos para a matemática, desde que é o seu funcionamento que se procura fundar logicamente. O que a noção de ‘operação’ expressa, no *Tractatus*, é a necessidade de algo que cumpra este papel, tendo em vista o reconhecimento por Wittgenstein de que a noção de ‘função’ não poderia dar conta destas determinações. Isso se explica porque, novamente, supondo-se que as funções pudessem tomar como argumento o que é já resultado de sua aplicação, estaríamos exigindo das funções algo que estas não poderiam fazer, tendo em vista a exigência para a determinação destas de um domínio de argumentos determinado independentemente da própria função.¹² O que se requer das funções

¹² E mais uma vez citamos: “(...) uma função não é uma função bem definida a menos que seu domínio de argumentos seja já bem definido. Disso se segue que nenhuma função pode ter como um de seus valores qualquer coisa que pressuponha a função, se esse fosse caso, não poderíamos observar os objetos que ambigualmente são denotados pela função como definidos até que a função estivesse definida, enquanto inversamente, como vimos, a função não poderia ser definida até que os valores fossem definidos. Esse é um caso particular, mas talvez seja o caso mais fundamental do princípio do círculo vicioso.” (Russell, *PM*, p.39)

“(...) quando afirmo todos os valores de uma função Fx , os valores que x pode tomar devem ser definidos se o que afirmo é definido. Deve existir, por assim dizer, alguma totalidade de valores possíveis de x . Se agora prossigo criando novos valores definidos em termos desta totalidade, a totalidade parece ser desse modo aumentada e, portanto, os novos valores referentes a ela se referirão a esta totalidade aumentada. Mas, desde que ele deve estar incluído na totalidade, não pode nunca equiparar-se com ela. O processo é como tentar pular a própria sombra.” (Russell, 1959, p.79-83) “Toda função proposicional $F(x)$ tem, em adição ao seu domínio de verdade, um domínio de significação, i.e., um domínio no qual x deve estar se $F(x)$ é uma proposição,

nesses casos é incoerente, porque se pretende ao mesmo tempo que elas sejam internas e externas aos seus argumentos, que caracterizem, assim, e não caracterizem o sentido do que produzem. Diante disso, Wittgenstein conclui que a determinação necessária das séries formais só poderia ser possibilitada pela noção de ‘operação’.

5.22 A operação é a expressão de uma relação entre as estruturas de seu resultado e de suas bases.

5.23 A operação é o que deve acontecer com uma proposição para que dela se faça outra.

5.231 E isso dependerá, naturalmente, das propriedades formais que elas tenham, da semelhança interna de suas formas.

5.232 A relação interna que ordena uma série equivale à operação por meio da qual um termo resulta do outro.

A noção de operação, em certa medida, permite aquilo que a própria noção de classe inicialmente permitiu, e que o axioma da redutibilidade pretende garantir após a restrição de tipos, no sentido em que ela garante que a aplicação da regra possa produzir um objeto, e aplicar-se novamente a este nos casos em que isso é preciso, isto é, nos casos em que lidamos com *relações formais*. Mas as operações são entendidas como expressões de relações internas entre aquilo que elas geram e aquilo a partir do qual geram. Elas expressariam assim “propriedades” necessárias já contidas naquilo ao que se aplicariam, por isso elas mesmas não teriam sentido (não delimitariam estados de coisas possíveis). Uma operação poderia aplicar-se a si mesma na medida em que seria justamente nada mais do que a expressão de uma relação interna necessária: uma operação pode tomar seu resultado, que a contém (foi produzido através dela), como base justamente porque já é a expressão de uma relação interna (do que há de comum) entre base e resultado, que precisa ser mostrada, e que, portanto, não poderia ser dita, porque, de outro modo, seria impredicativa.¹³ As determinações internas às quais Wittgenstein faz

verdadeira ou falsa. Esse é o primeiro ponto na teoria dos tipos; o segundo ponto é que o domínio de significação forma tipos, isto é, se x pertence ao domínio de significação de $F(x)$, então existe uma classe de objetos, o tipo de x , todos os quais deve também pertencer ao domínio de significação de $F(x)$, como quer que seja que F possa variar (...) Se u é uma classe determinada por uma função proposicional $F(x)$, não- u consistirá de todos os objetos para os quais $F(x)$ é falsa, então não- u está contido no domínio de significação de $F(x)$, e contém apenas objetos do mesmo tipo que u . (...)” (Russell, 1903, Ap. b)

¹³ E esta abordagem não é abandonada no período intermediário: “The numbers come into existence through repeated applications of the operation +1. Operations occur when we are dealing with *propositional forms* that are ordered according to a *formal law*.” (WVC, VII, Ap. A, p.216)

apelo permitem a impredicatividade necessária para as séries formais: elas permitem que uma proposição seja gerada de outra recorrentemente. Da mesma forma que os objetos são relacionados internamente por suas propriedades formais, também as proposições menos complexas devem ser relacionadas internamente em proposições mais complexas, sem elementos adicionais. De acordo com o *Tractatus*, por meio de operações, que não podem ser ditas com sentido, geramos função, que podem ser ditas porque são delimitações contingentes. As funções são o resultado das operações (5.234-5.2341). Como já notamos, por meio dos operadores recortamos o espaço lógico. A própria operação não é mais um recorte, ela é o que permite o recorte porque o que permite a composição de proposições elementares em proposições mais complexas não pode ser mais uma função. A diferença fundamental entre a noção de ‘operação’ e de ‘função’ é, portanto: a primeira diz respeito às determinações internas necessárias, enquanto a segunda diz respeito às determinações contingentes, que podem ou não ser o caso, e que, portanto, são ditas com sentido, embora suponham sempre as determinações necessárias. Isso também significa dizer: em relação às operações é abolida a requisição de Russell pela qual precisamos de um domínio independente de argumentos para evitar a *impredicatividade*. Elas dizem respeito ao âmbito onde não podemos ter tal independência, mas isso significa também aqui que elas não se referem ao que pode ser dito com sentido. A operação, completamente extensional e fundamental, gera o sentido (funcional) por demarcar combinações possíveis. Podemos entender também então em que sentido a ocorrência da operação não caracteriza o sentido da proposição: diferentemente da função, a operação é uma regra interna ao que se aplica, de tal modo que não corresponde a nada externamente; é por isso também que as constantes lógicas não têm elas mesmas sentido nenhum, mas apenas demarcam combinações possíveis de valores de verdade já dadas em suas bases, podendo, mesmo, desaparecerem. Assim, por exemplo, ‘ $(P \rightarrow Q)$ ’ não tem um sentido diverso de ‘ $\sim(P \wedge \sim Q)$ ’, pois as condições de verdade delimitadas são as mesmas, não importando se as constantes em questão não são as mesmas. Não é a operação que caracteriza o sentido da proposição, mas o que é produzido através dela.

Na própria consideração de Frege, o sentido da sentença não-elementar é presumivelmente o sentido das sentenças elementares combinado com o sentido das constantes lógicas. Mas se as constantes lógicas não têm sentido, o que dizer? Uma constante lógica, deste ponto de vista, é presumivelmente uma função que mapeia um ou mais sentidos em outros sentidos – mas não existe qualquer sugestão de que deva existir uma relação interna entre o sentido-argumento e o sentido-valor, e muito menos de que o último deva conter o primeiro. Um objeto que é o valor de uma função para um dado argumento não contém, exceto em casos estranhos, o objeto que é o argumento. Mas isto é crucial para a consideração de Wittgenstein segundo a qual o sentido de uma proposição que é uma função de verdade de um número de outras proposições é formado do sentido daquelas outras proposições. (Hylton, 1997, p. 101)

O tratamento conferido por Wittgenstein à noção de ‘número’ depreende-se destas análises. A noção ‘número’ no *Tractatus* é um *conceito formal*, o que significa dizer que não se trata exatamente de um conceito propriamente dito (nem de objetos nem, tão pouco, de conceitos) (*TLP*, 4.126), mas que se situa no âmbito necessário da determinação do que pode ser dito com sentido e bipolaridade (pode ser verdadeiro e pode ser falso), e que é de algum modo, portanto, pressuposto pela determinação do que pode ser dito com sentido, não podendo ser afigurado ele mesmo pela linguagem com sentido e bipolaridade, mas precisando ser de alguma maneira mostrado em seu funcionamento. Como estivemos tratando, a determinação de um conceito propriamente dito é funcional, o que significa dizer que supõe, para sua determinação, um domínio de significação ao qual faz sentido aplicá-lo independentemente de sua verdade ou falsidade, o que garante a anterioridade da sua determinação semântica em relação a sua verdade, instituindo, ao mesmo tempo, um critério independente para sua aplicação e verificação, ou melhor, instituindo a possibilidade de verificarmos a aplicação do conceito tendo em vista a independência entre suas aplicações e sua significação.

O que ocorre no caso de uma noção *formal*, determinada operacionalmente, é justamente o contrário: uma suposta atribuição falsa desta não seria apenas falsa, mas, destruiria o sentido da noção em questão, o que significa dizer também que, no caso de um conceito formal, não sabemos, e mesmo não é independentemente determinado da sua aplicação o que a noção significa.

4.12721 O conceito formal é dado com um objeto que sob ele caia. Portanto, não se pode introduzir, como conceitos básicos, objetos de um conceito formal e o próprio conceito formal. Portanto, não se pode introduzir como conceitos básicos, por exemplo, o conceito de função e também funções particulares (como fez Russell); ou o conceito de número e números determinados.

É justamente porque o domínio de aplicação não é determinado independentemente do conceito formal, que sua falsidade é impossível e não podemos falar nestes casos, coerentemente, de verdade ou falsidade. Não é apenas, portanto, sua aplicação falsa que não tem sentido, mas, na medida em que sua aplicação falsa não tem sentido e, portanto, sua semântica não é determinada independentemente de sua verdade, sua aplicação verdadeira também não tem sentido, porque tal conceito cessa, justamente, de possuir condições (critérios) de verdade e condições de falsidade, não havendo nem verdade, nem falsidade, nem nenhuma delimitação conceitual, funcional (4.124). Este é, em seu cerne, o argumento central que coloca um problema de princípio para a própria noção de conteúdo necessário, desde que um conteúdo necessário não é, por definição, determinado por oposição ao que exclui (exclui o impossível), nem independentemente da sua verdade (compreendê-lo deveria ser compreendê-lo como certo), e, portanto, não pode ser determinado em relação a um critério externo sem circularidade (é determinado por relação a si mesmo, isto é, supõe a si mesmo já determinado para se determinar). O conceito de ‘número’ não seria um conceito para o qual haveria contingência na sua aplicação, não fazendo sentido, portanto, aplicá-lo falsamente, e, sendo assim, o conceito de número não teria, no sentido *tractatiano*, um conteúdo afigurável proposicionalmente.

4.126 No sentido em que falamos de propriedades formais, podemos falar também de conceitos formais. (Introduzo esta expressão para deixar claro o que funda a confusão entre os conceitos formais e os conceitos propriamente ditos, que perpassa toda a antiga lógica.) Que algo caia sob um conceito formal como seu objeto não pode ser expresso por uma proposição. Isso se mostra, sim, no próprio sinal desse objeto. (O nome mostra que designa um objeto; o numeral, que designa um número, etc.) Com efeito, os conceitos formais não podem, como os conceitos propriamente ditos, ser representados por uma função. Pois, suas notas características, as propriedades formais, não são expressas por funções. A expressão da propriedade formal é um traço de certos símbolos. O sinal da nota característica de um conceito formal, é, portanto, um traço característico de todos dos símbolos cujo significado caem sob o conceito. A expressão do conceito formal, portanto, é uma variável proposicional em que apenas esse traço característico é constante.

Para Wittgenstein, o *conceito formal* de número se aplica aos termos da *série formal numérica*, ordenada por meio de *relações internas* entre seus termos, não

correspondendo, assim, a uma função, mas sendo determinado por uma *operação*, e devendo, nesse sentido, ser *mostrado* por uma variável.

4.1252 Séries ordenadas por meio de relações internas chamo séries formais. A série dos números não é ordenada segundo uma relação externa, mas segundo uma interna. Igualmente a série das proposições

aRb

$(\exists x): aRx.xRb$

$(\exists x.y): aRx.xRy.yRb$

e assim por diante

(Se b se relaciona com a de uma dessas maneiras, chamo b de um sucessor de a)

4.1273

Se queremos exprimir na ideografia a proposição geral ‘ b é o sucessor de a ’, precisamos de uma expressão para o termo geral da série formal

aRb

$(\exists x): aRb.xRb$

$(\exists x, y): aRb.xRy.yRb$

Só se pode exprimir o termo geral de uma série formal por uma variável, pois o conceito de termo dessa série formal é um conceito formal. (Isso escapou a Frege e Russell; por isso, é falsa a maneira como pretendem exprimir proposições gerais como a formulada acima: contém um círculo vicioso.)

Podemos determinar o termo geral da série formal especificando seu primeiro termo e a forma geral da operação que gera o termo seguinte a partir da proposição precedente.

Seguindo as passagens do *Tractatus*, vemos que os conceitos formais são determinados por variáveis, cujos valores designam, por sua vez, os objetos que caem sob estes conceitos. E, como a variável é supostamente dada com os objetos que caem sob os conceitos formais, estes conceitos seriam designados juntamente com os objetos que caem sob eles (*Cf.*, *e.g.*: *TLP*, 3.316, 3.317, 4.1271). Os termos de uma *série formal* se relacionam internamente e, portanto, delimitam conceitos formais, para os quais não há contingência na aplicação, nem, portanto, possibilidade de expressão proposicional. Isso porque, como também já vimos, a relação formadora/determinadora de uma série formal é necessariamente capaz de tomar os termos formados por ela como base novamente, aplicando-se, assim, ao que a supõe.

1 +1 2 +1 3 +1 4...

0+1 0+1 +1 0+1 +1 +1 0+1 +1 +1 +1

Cada termo da série se relaciona internamente com o outro (podemos ver que é como se o 1 estivesse dentro do 2, o 2 do três, e assim por diante), porque é formado pela aplicação da regra novamente ao que já foi formado por sua aplicação, de tal modo que é como se a regra se aplicasse a si mesma:

Suc (0) Suc (Suc(0)) Suc (Suc (Suc(0)))

F(x) F(F(x)) F(F(F(x)))

5.24 A operação mostra-se numa variável ela mostra como, a partir de uma forma de proposições, se pode chegar a uma outra.

Ela dá expressão à diferença das formas

(E o que é comum às bases e ao resultado da operação são precisamente as bases)

5.242 A mesma operação que faz ‘q’ a partir de ‘p’ faz ‘r’ a partir de ‘q’, e assim por diante. Isso só pode ser expresso por serem ‘p’, ‘q’, ‘r’, etc. variáveis que dão expressão, de maneira gral, a certas relações formais.

Então, $R(p) = q$ e $R(q) = r$, mas, q é $R(p)$, então R se aplica a si mesmo, desta forma $R(R(p))$, e, portanto, p , q , r , etc... não constituem expressões genuínas, que recortam possibilidades, mas só podem ser expressões de relações internas mostradas por variáveis. Tais relações internas, ao mesmo tempo em que garantem a aplicabilidade necessária da regra formadora da série aos seus casos – e, portanto, do conceito formal às suas instâncias – por estes casos não serem determinados independentemente destas, pelo mesmo motivo, interditam que a série seja determinada por uma função, como já ressaltamos, interditando também sua expressão por meio de proposições significativas.

Na passagem 6.01 do *Tractatus*, Wittgenstein introduz a Forma Geral de uma operação Lógica, da seguinte forma:

6.01 A forma geral da operação $\overline{\Omega}(\eta)$ é portanto:

$[\xi, N(\xi)]'(\eta) (= [\eta, \xi, N(\xi)])$

Essa é a forma mais geral da passagem de uma proposição a outra.

Tal passagem deve ser considerada levando-se em conta o “termo geral de uma série formal”, já expresso na passagem 5.2522:

5.2522 Escrevo, por isso, o termo geral de uma série formal $a, O'a, O'O'a, \dots$ assim: “[a,x,O’x]”. Essa expressão entre colchetes é uma variável. O primeiro termo da expressão é o início da série formal, o segundo é a forma de um termo qualquer x da série, e terceiro é a forma do termo da série que se segue imediatamente a x .

Sendo assim, na Forma Geral, η seria o início da série formal, o termo não formado pela aplicação da operação, ξ seria um termo qualquer da série, e $N(\xi)$ seria o termo que se segue pela aplicação da operação a ξ . Este seria o esquema geral ao qual todo procedimento de geração de proposições a partir de outras poderia ser reduzido – trata-se de uma variável para operações. No caso dos números, poderíamos escrever:

$$[1, +1(1)]' (0) (= [0, 1, +1(1)])$$

Ainda nesse sentido, porém adicionalmente, o número é definido, em seguida, pelo ‘número de vezes que uma operação é aplicada’. Sendo assim, temos uma definição indutiva: uma operação qualquer (Ω) aplicada zero vezes, nos fornece a base (uma expressão que não foi gerada pela aplicação de uma operação), enquanto que esta operação aplicada a n vezes a sua aplicação equivale a sua aplicação $n+1$ vezes – que seria a regra produtora:

6.02 E assim chegamos aos números: defino

$x = \Omega^0 x$ Def.

e $\Omega^v \Omega^{v'} x = \Omega^{v+v'} x$ Def.

(...)

E, com isso, conclui-se que o número é o expoente de uma operação (6.021), sendo v a variável para o número de vezes que uma operação é aplicada.

6.02 (...) Segundo estas regras notacionais escrevemos pois a série

$x, \Omega^1 x, \Omega^2 x, \Omega^3 x, \Omega^4 x, \dots$

assim: $\Omega^0 x, \Omega^{0+1} x, \Omega^{0+1+1} x, \Omega^{0+1+1+1} x, \dots$

Portanto, ao invés de “[$x, \xi, \Omega^v \xi$]”, escrevo:

“[$\Omega^0 x, \Omega^v x, \Omega^{v+1} x$]”.

E defino:

$0+1=1$ Def.,

$0+1+1=2$ Def.,

$0+1+1+1=3$ Def.,

(etc.)

Primariamente, e sem seguir em qualquer detalhamento, é fácil ver que se a noção de número é supostamente reduzida à noção do número de vezes que uma operação qualquer é aplicada, tal noção não é, assim, completamente reduzida, e que tal redução só seria completada mediante a definição independente do escopo de aplicação da variável v , sobre o que afirma Frascolla:

Wittgenstein parece ter o seguinte propósito reducionista em mente: o significado de ‘ $0 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1$ ’ deve ser derivado do significado da expressão da linguagem da teoria das operações na qual os termos numéricos correspondentes ocorrem como expoentes da variável Ω . Em outras palavras o definindo $\Omega^{0+1+\dots+1}$, com n 0 ocorrências de ‘+1’, mostrará o significado do termo aritmético “ $0 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1$ ” com o mesmo número de ocorrências do ‘+1’. (...) Para completar corretamente sua intenção, Wittgenstein deveria construir uma definição de ‘ v ’ na meta-linguagem, que teria a linguagem, da teoria das operações como sua linguagem objeto. (Frascolla, 1994, p.06)

Mas é isso que não será possível, e tal impossibilidade não se segue de uma recusa deliberada em aceitar a distinção entre linguagem e meta-linguagem, mas é antes tal recusa que também se segue da razão, em princípio, de tal impossibilidade: por conta do caráter formal da noção de número, e da não contingência inerente à sua aplicabilidade, qualquer tentativa de efetuar satisfatoriamente a supracitada redução fará novamente menção aos números. Entretanto, esta não é uma falha da abordagem de Wittgenstein, este é, tal como entendemos, precisamente o ponto que Wittgenstein pretende ressaltar.

O significado dos termos aritméticos usuais		Expressão correspondente na teoria geral das operações
$0+1+1+1\dots+1$		$\Omega^{0+1+1+1\dots+1}$

Sobre o que comenta Frascolla:

Tentando efetuar a redução satisfatoriamente, a distinção não-wittgensteiniana entre linguagem e meta-linguagem é necessária, e referências a números têm de ser feitas. Como em circunstâncias similares, isto enfraquece o reducionismo, mas é razoável considerar que Wittgenstein teria tomado isto como uma confirmação direta da sua idéia geral acerca da inefabilidade de nosso conhecimento das formas. (Frascolla, 1994, p.06)

A primeira parte de 6.02 efetua uma redução do significado de cada um dos infinitos termos da série numérica à noção geral de aplicação de uma operação lógica. A introdução dos termos correspondentes da teoria da linguagem de operações como expoentes dos Ω assinala o reconhecimento de um certo aspecto formal em qualquer expressão gerada pela aplicação sucessiva de uma operação lógica: o número de aplicações da operação. (Frascolla, 1994, p.11)

Sendo assim, entendemos que o número, no *Tractatus*, é expoente de uma operação, mas, por isso mesmo, é irredutível, e precisa ser “mostrado” em uma

variável, afinal, a forma geral das operações já se remete, necessariamente, aos números.

6.021 O número é expoente de uma operação.

6.022 O conceito de número nada mais é senão o que todos os números têm em comum, a forma geral do número.

O conceito de número é o número variável. [ou: outra possível tradução mais plausível: a ‘variável numérica’.

E o conceito de igualdade numérica é a forma geral de toda as igualdades numéricas especiais.

6.03 A forma geral do número inteiro é $[0, \xi, \xi + 1]$

6.031 A teoria das classes é, na matemática, inteiramente supérflua.

Isso está ligado a que a generalidade de que precisamos na matemática não é a casual.

Com isso, vemos em que sentido Wittgenstein não diz apenas que a série numérica é *uma* série formal determinada por uma operação, mas, como ressalta Frascolla, na medida em que entendemos o sentido da afirmação de Wittgenstein de que o número seria o expoente de uma operação (6.021), podemos notar em que sentido ele toma a noção de número como correspondendo à forma geral de um procedimento uniforme pela aplicação do qual certas expressões podem ser geradas de expressões dadas, sempre que bases e resultados estejam relacionados por *relações internas*. A noção de operação é fundamental porque é ao mesmo tempo fundamento da lógica e da aritmética. Isso atesta o caráter central que não apenas a noção de ‘operação’, mas a própria noção de ‘número’ desempenha no *TLP*, na medida em que uma proposição é gerada a partir de outra por meio de operações e o número corresponde à forma geral de uma operação. Ora, é a operação que mostra como passar de uma proposição a outra (como aparece na passagem 6), o que se mostra em uma *variável* (como enunciado na passagem 5.2522), permitindo a definição por indução e expressando, no caso, a forma geral da proposição. A forma geral da proposição é um caso particular da forma geral de uma operação, sendo em $N(\xi)$, N a negação conjunta de um número qualquer de proposições, e ξ o conjunto das proposições elementares – o que nos forneceria todas as proposições complexas (5.3). Sendo assim, o número está na base da *forma proposicional geral*, expressando a estrutura da forma lingüística e permitindo compreender a própria essência da proposição.¹⁴

¹⁴ Para um maior desenvolvimento deste ponto, recomendamos as análises de Stenlund (2008) e Frascolla (1994).

2.6. Crítica à definição de ‘número’ pela noção de ‘correlação biunívoca’

O que até aqui expomos já relaciona diretamente a questão da determinação do conceito de ‘número’ com a questão tardia de Wittgenstein acerca de como uma regra se relaciona com suas aplicações de maneira recorrente:

5.2523 O conceito de aplicação sucessiva de operação equivale ao conceito ‘e assim por diante’.

O conceito de “assim por diante” é equivalente ao conceito de operação. Depois do sinal de operação segue-se “...”, que significa que o resultado da operação pode ser tomado novamente como base da mesma operação “e assim por diante”. O conceito de operação é, de modo completamente geral, aquele de acordo com o qual se pode formar sinais de acordo com uma regra. *Em que a possibilidade da operação está baseada? No conceito geral de similaridade estrutural.* (NB, pp. 89e-90e)

Além disso, levando-se em conta as análises de Frege nos *Fundamentos da Aritmética*, vemos claramente formulada a relação da questão central da obra – a determinação do conceito de ‘número’ – com a questão da determinação da unidade:

Estamos pois diante da seguinte dificuldade: se pretendermos fazer o número surgir da reunião de diferentes objetos, obtemos um aglomerado em que estão contidos os objetos com as mesmas propriedades pelas quais se diferenciam, e isto não é o número. Se por outro lado pretendemos formar o número pela reunião de iguais, eles confluem sempre em um único, e nunca chegamos a uma pluralidade. (...) A palavra unidade é admiravelmente apropriada a ocultar esta dificuldade; e esta é razão – ainda que inconsciente – pela qual ele é preferida às palavras ‘objeto’ e ‘coisa’. Chamam-se inicialmente as coisas a enumerar de unidades, o que preserva os direitos da diferença; em seguida a reunião, coleção, anexação, ou como mais se queira chamar, converte-se no conceito de adição aritmética, e o termo conceitual ‘unidade’ transforma-se despercebidamente no nome próprio ‘um’. Tem-se com isto a igualdade. (Frege, 1884, §39)

Um aspecto interessante da investigação do conceito de ‘número’ nos *Fundamentos da Aritmética* é a sua maximal generalidade e aplicabilidade a todo objeto possível do pensamento, que corresponderia à generalidade das leis lógicas fundamentais e serviria como base para a fundação *logicista* da aritmética. Expressamente, Frege atribui à noção de número o papel de ‘fim da cadeia de razões’, não apenas do âmbito matemático, mas, mesmo, de toda ciência e pensamento especulativo:

O método histórico de reflexão, que procura detectar a gênese das coisas e, a partir da gênese, reconhecer sua natureza, tem certamente muitos direitos; mas tem também seus limites. Se no fluxo constante de todas as coisas nada se mantivesse firme e eterno, o conhecimento do mundo deixaria de ser possível e tudo mergulharia na confusão. (...) Mas, deve-se atentar bem ao fato de que o rigor de uma demonstração permanece ilusório, ainda que a cadeia de raciocínio não tenha lacunas, enquanto as definições apenas justificarem-se retrospectivamente, por não se ter esbarrado em nenhuma contradição. Portanto, tem-se sempre obtido de fato apenas uma certeza empírica, e deve-se estar sempre preparado para encontrar por fim ainda uma contradição que faça desmoronar todo o edifício. Por isso acreditei dever remontar os fundamentos lógicos gerais um pouco mais do que a maioria dos matemáticos talvez julgue necessário. (...) Partindo dessas questões filosóficas, chegamos à mesma exigência que, de maneira independente, havia aparecido no próprio domínio da matemática: demonstrar, se possível, os princípios da aritmética com o maior rigor; pois apenas evitando da maneira mais cuidadosa toda lacuna na cadeia de raciocínio poder-se-á dizer seguramente sobre que verdades primitivas se apóia a demonstração; e apenas seu conhecimento o permitirá responder àquelas questões. Ao se tentar satisfazer esta exigência, chega-se bem logo à proposição cuja demonstração é impossível enquanto não se consegue resolver os conceitos que nela aparecem em conceitos mais simples, ou reduzi-los a conceitos mais gerais. **Ora, é antes de tudo o número cardinal que deve ser definido ou reconhecido como indefinível.** (...) O fundamento da aritmética não é mais profundo que o de todo saber empírico, mais profundo mesmo que o da geometria? As verdades aritméticas governam o domínio do enumerável. Este é o mais inclusivo; pois não lhe pertence apenas o efetivamente real, não apenas o intuível, mas todo o pensável. (Frege, 1884, prefácio; §4 ; §14, grifo nosso)¹⁵

Como atesta Frege, conceitos estabelecem sempre unidades em meio à diversidade de indivíduos, mas o número estabelece uma unidade em meio à própria diversidade conceitual. Saber o que é um número parece ser saber, justamente, o que significa, no geral, estabelecer unidades em meio à multiplicidade.¹⁶ É nesse sentido, para Wittgenstein, que seria correto dizer que a noção de número seria um conceito de conceitos. Nesse ponto, a abordagem *logicista* estaria correta, pois o número seria, nas palavras de Wittgenstein, “o atributo de uma função” (AWL, pp.205-206), na medida mesma em que “os números são *formas*” (WVC, p.223). Mas o que significa isso? Dado que números dizem respeito à forma como instâncias se seguem de suas regras por recorrência, há algo de correto na sua definição como conceito de conceitos. Se números dizem respeito ao que conceitos fazem, trata-se de uma noção ‘sobre-genérica’,

¹⁵ Sobre a máxima generalidade da noção de número, ver também: Frege, 1884, §24.

¹⁶ “Responde-se agora facilmente a questão de saber como é possível reconciliar a igualdade com a distinguibilidade das unidades. (...) As unidades são iguais se a palavra é tomada no significado acima definido [em relação à unidade conceitual]. (...) Temos aí a igualdade. Quando é porém afirmada a distinguibilidade das unidades, entende-se por unidade as coisas enumeradas [a multiplicidade das instâncias]. (Frege, 1884, §54)”

mas, por isso mesmo, é, de acordo com o primeiro Wittgenstein, enganoso dizer que se trata de um conceito genuíno, pois seus casos já o pressupõem necessariamente, de tal modo que não há contingência na sua aplicação.

6.111 Teorias que permitem a uma proposição da lógica aparentar que tem conteúdo são sempre falsas. Poder-se-ia, por exemplo, crer que as palavras ‘verdadeiro’ e ‘falso’ designassem duas propriedades entre outras, e apareceria então como um fato notável que toda proposição possuísse uma dessas propriedades. Isso passa a parecer bem pouco evidente, tão pouco evidente quanto soaria, digamos, a proposição ‘todas as rosas são amarelas ou vermelhas’, ainda que fosse verdadeira. Com efeito, aquela proposição ganha assim todo o caráter de uma proposição da ciência natural, e esse é um indício seguro de ter sido mal entendida.

O papel de fundamentação logicista que a noção de número deveria cumprir só poderia ser plenamente cumprido mediante a sua definibilidade em termos lógicos. A impossibilidade da definibilidade da noção de número já havia sido defendida por muitos, como afirma Frege (1884, §20), entretanto, como ele também mantém, nunca teria sido apresentada uma razão de princípio que atestasse esta impossibilidade: “Se de modo geral tende-se mais a manter o número como indefinível, isto deve-se mais ao fracasso neste sentido do que à existência de razões contrárias extraídas do próprio tema.” (Frege, 1884, §20) Tal razão de princípio, Wittgenstein acredita apresentar. Esta razão estaria diretamente relacionada, como já notamos, com a própria generalidade, e necessidade na aplicabilidade da noção, e se funda na mesma razão pela qual qualquer definição de um conceito formal seria impredicativa – como aparece na citada passagem 4.1273 do *Tractatus* –, desde que, como tal conceito se relacionaria internamente com seus casos, não seria possível apelar para estes, independentemente determinados para defini-lo. Isto é o que afirma Wittgenstein nas suas conversações com Waismann sobre a definição *logicista* de número:

Uma forma pode ser definida? Pode, por exemplo, a forma sujeito-predicado ser definida como a forma de todas as proposições sujeito-predicado? A forma sujeito-predicado ela mesma teria certamente que ocorrer em tal definição. É claro que aqui não estamos lidando com proposições atuais, mas com o que torna possível formar proposições. Se uma forma fosse definível, não poderíamos entendê-la sem a definição. Mas a possibilidade de expressar um sentido funda-se no mesmo fato de que entendemos uma forma sem esta nos ser explicada. Uma proposição mostra sua forma. O desejo de definir a coisa mesma sob a qual se funda toda possibilidade de comunicação e informação não faz sentido. (WVC, p.224)

Para introduzir o número 2, ele [Russell] precisa empregar um simbolismo que tem ele mesmo a multiplicidade daquilo que é designado para definir. Mas então a multiplicidade e não a definição é a coisa decisiva. (WVC, p.223)

Uma definição deveria estabelecer o significado do que define, firmando um método de verificação, um critério independente, para a atribuição do que é definido ao que quer que seja, a partir da redução do definido a uma expressão na qual ele não ocorre. Tal critério, para cumprir sua função, como já notamos, deveria ser independente daquilo do que é critério, isto é, do definido. Se isto não ocorre, devemos dizer que chegamos *ao final da cadeia de explicações*, o que temos é, já usando a terminologia do segundo Wittgenstein, uma *circularidade gramatical*, característica do âmbito normativo. Acreditar, por outro lado, que tal suposta definição representa um ganho conceitual pode ser prejudicial, se tomamos a compreensão da definição como primeira ao entendimento do definido, quando, de fato, este não poderia ser o caso. Assim, não trataríamos como necessário o que possui este estatuto. Para Wittgenstein, seria absurdo supor que sabemos o que é colocar todas as classes de trios em relação biunívoca determinadamente, sem saber o que é o número três, pois com isso acreditamos também em uma realidade independente, extensional e infinita atual, de trios em alguma realidade determinada independentemente, quando, se entendemos o que significa colocar todas as classes de trios em relação biunívoca é porque já supomos a regra em questão, isto é, já sabemos o que é o número, o que não seria, seguindo-se as análises de Wittgenstein, explicado ulteriormente pela definição de número como ‘classe de classes similares’, i.e., que podem ser colocadas em relação biunívoca:

De acordo com o princípio da abstração de Frege e Russell, o número 3 é a classe de todos os trios. Aqui temos que perguntar, esta definição indica um meio de verificação? O enunciado ‘existem 3 cadeiras aqui’ é verificado em tal modo que a classe daquelas cadeiras é comparada com todos os outros trios no mundo? Não, não é! Se, como quer que seja, podemos entender o sentido do enunciado sem verificá-lo deste modo, então o enunciado por ele mesmo já deve conter tudo de essencial, e a lista de trios não pode ter qualquer consequência para o número 3. Se coloquei a questão: ‘quantas cadeiras existem nesta sala?’ e recebi como resposta ‘tantas quantas há na sala’, devo estar intitulado a dizer: ‘esta não é uma resposta a minha questão, perguntei quantas cadeiras haviam e não onde haviam tantas quanto haviam’. A definição de Russel falha em alcançar aquilo que importa. Uma especificação do número deve conter um método para encontrar este número. E isto é exatamente o que falta à definição. (WVC, p.221)

Da mesma forma que Wittgenstein não “some” com a noção de ‘número’ ao supostamente reduzi-lo ao ‘*número* de vezes que uma operação é aplicada’, não haveria aqui uma redução na definição da noção de número como ‘classe de classes com o mesmo *número* de membro’. Como se sabe, a estratégia logicista, para evitar a circularidade na definição da noção de número como ‘classes de classes com o mesmo número de membros’ consiste em, definir os números particulares (singulares) pela noção lógica de correlação biunívoca, cada número seria uma classe de classes em correlação biunívoca, isto é, em relação *um para um*: “Uma relação é dita ‘um-para-um’ quando, se x tem essa relação com y , nenhum outro x tem a mesma relação com y , e x não tem a mesma relação com qualquer termo y outro que y . (...) Cabe observar que o número 1 não é usado nessas definições” (Russell, 1919 p.22). Nos termos de Frege: “A expressão ‘o conceito F é equinumerico ao conceito G ’ é sinônima da expressão ‘existe uma relação Φ que correlaciona unívoca e reciprocamente os objetos que caem sob o conceito F aos objetos que caem sob o conceito G ’” (Frege, 1884, §72). Dessa forma, define-se a noção de número em geral como “qualquer coleção que é o número de seus membros” (Russell, 1919, p.25), sem circularidade, na medida em que isso significa ‘qualquer classe de classes em correlação biunívoca’. Assim, a noção de número em geral poderia supor os números em particular sem supor a si mesma com isso, porque os números em particular não seriam definidos pela noção de número em geral, mas apenas suporiam a noção de similaridade, isto é, de correlação “um-para-um”.

Um número será um conjunto de classes tais que quaisquer duas são similares entre si e nenhuma fora do conjunto é similar a qualquer uma de dentro do conjunto. Em outras palavras, um número (em geral) é qualquer coleção que é o número de um de seus membros; ou, com simplicidade ainda maior: um número é qualquer coisa que seja o número de uma classe. Tal definição tem a aparência verbal de ser circular, mas na realidade não o é. Definimos ‘o número de uma determinada classe’ sem usar a noção de número em geral; podemos, portanto, definir número em geral em termo de ‘número de uma determinada classe’ sem cometer qualquer erro lógico. (Russell, 1919, p.22)

Dito de outro modo, como aparece nos *Fundamentos da Aritmética* (1884, §§ 63-68), procura-se definir a noção de ‘número’ a partir da noção de ‘ter o mesmo número’ (equinumerosidade), mas, para tanto, parece preciso ser possível determinar o que é ter o mesmo número sem se determinar antes o que é número

(isto é, o que é isso que é o mesmo) – o que parece muito estranho, como reconhece Frege, afinal, parece impossível saber que algo é o mesmo sem saber o que é isso que é o mesmo (principalmente se pensamos a mesmidade como determinada por substituição *salva veritate*). Tal feito só será tomado como possível a partir da noção de *correlação biunívoca*: conceitos serão então tomados como equinumeros quando os objetos que caem sob estes forem correlacionados biunivocamente, evitando-se assim a circularidade da definição.

A questão, para Wittgenstein, seria então: como devemos compreender a própria noção de correlação um-para-um, posto que é isso que deve ser possível para que a circularidade seja evitada? Tratar-se-ia de, pontualmente, determinar as classes de equivalência sem fazer uso já da noção numérica. E o que se espera é que as classes de equivalência sejam determinadas pela noção lógica de correlação biunívoca (relação 1-1), que poderia ser determinada independentemente do recurso aos números e/ou à contagem dos elementos das classes em questão. As classes de equivalência deveriam ser, como já afirmamos, determinadas unicamente pela noção de correlação biunívoca. Tal correlação, entretanto, afirma Wittgenstein, não poderá ser compreendida como uma correlação real/atual/empírica estabelecida entre as classes supostamente dadas independentemente, porque isso poderia ser apenas uma maneira de alguém constatar ou verificar uma igualdade numérica já determinada – estabelecendo uma relação 1-1 entre os elementos dos conjuntos (no caso destes não serem muito grandes) –. A correlação atual não poderia ser responsável pela determinação da própria equivalência numérica, desde que a correlação real apenas verifica a igualdade numérica na medida em que as classes já são determinadamente numericamente iguais. Como afirma Wittgenstein em suas conversações com Waismann, mesmo que a correlação real não pudesse ser factualmente realizada, a igualdade numérica ainda poderia ser constatada por outros critérios, desde que é a igualdade numérica, já determinada, que possibilita uma correlação real qualquer, e não o contrário (WVC, p.164). Tal determinação deveria ser dada, portanto, pela possibilidade da correlação, ou melhor, pela noção de correlação potencial: classes seriam numericamente equivalentes quando fossem, em princípio, *correlacionáveis*. Ora, deve ser possível determinar a correlação biunívoca sem fazer uso da noção de ‘número’, para assim determinar ‘ter o mesmo número’ sem pressupor o que é ‘número’. Mas, o ponto ressaltado

por Wittgenstein é: isso só será possível se a correlação em questão não for a correlação pensada como uma correlação atual, mas sim pensada como possibilidade da correlação ou como correlação possível, isto é, se a correlação não for a correlação possível, a determinação da equinumerosidade (mesmidade numérica) pressuporá necessariamente já a noção de número determinada. E isto é, de fato, o que reconhecem e afirmam tanto Frege quanto Russell:

(...) devemos colocar conceitos no lugar de retas ou triângulo e, no lugar do paralelismo ou semelhança, **a possibilidade** de coordenar biunivocamente os objetos que caem sob um conceito aos que caem sob outro. Para abreviar direi que o conceito F é equinumérico ao conceito G quando houver esta **possibilidade** (...). (Frege, 1884, §68, grifo nosso)

Sob quais circunstâncias duas classes têm o mesmo número? A resposta é: elas têm o mesmo número quando seus termos **podem** ser correlacionados um a um (...). (Russell, 1903, §109, grifo nosso)

Esta noção de *correlação potencial* – ou de ‘ser correlacionável’ –, afirma Wittgenstein, não é ela mesma independente da noção de ‘número’. A definição apenas parece funcionar como uma redução de uma noção à outra, como fornecendo um método independente de atribuição, na medida em que a correlação potencial (necessária) é tratada pelo modelo da correlação real (empírica), criando, assim, a ilusão de um procedimento independente de verificação onde não pode haver nenhum. A definição não seria, portanto, para Wittgenstein, errada, mas enganosa, porque trataria algo normativo pelo modelo do empírico.¹⁷ O *problema* da definição estaria em tratar a *possibilidade* da correlação pelo modelo da correlação atual, e como a correlação real é independente do número, desde que podemos inferir corretamente a igualdade

¹⁷ Este caráter enganoso é potencializado pelos exemplos intuitivos, retirados do domínio da verificação empírica, fornecidos tanto por Russell quanto por Frege. Por exemplo: “Um exemplo esclarecerá esse ponto. Se não houvesse poligamia e poliandria em parte alguma do mundo, está claro que o número de maridos vivos a qualquer momento seria exatamente igual ao número de esposas vivas. Não é necessário um censo para nos assegurarmos disso, nem tampouco necessitamos saber o número real de maridos e esposas. Sabemos que o número deve ser igual em ambas as coleções porque cada marido tem uma esposa e cada esposa tem um marido. A relação entre marido e mulher é chamada relação de ‘um-para-um’.” (Russell, 1919, p.21) E: “Tomemos o seguinte exemplo. Se um criado deseja assegurar-se que há sobre uma mesa tantas facas quantos pratos, não precisa contar nem estes nem aquelas; basta que coloque uma faca à direita de cada prato, de modo que cada faca fique sobre a mesa à direita de um prato. Os pratos e facas serão assim coordenados biunivocamente, e de fato pela mesma relação de posição.” (Frege, 1884, §70)

numérica – conceitualmente já determinada e assim pressuposta – desta atualidade, conclui-se, erroneamente, que a correspondência potencial também independe do número e que estamos diante de um procedimento independente, e podemos, portanto, satisfatoriamente, reduzir o conceito de número a esta noção, quando apenas inferimos a possibilidade da correlação da correlação atual porque, justamente, a correlação potencial não se distingue da noção de número. Também nesta direção, Wittgenstein ressaltará posteriormente que a possibilidade da correlação é sempre determinada por vários critérios inerentes às práticas matemáticas e inseparáveis desta, de tal modo que precisamos sempre fazer referência às técnicas matemáticas de determinação numérica, e, com isso, às diversas características da noção de número, não havendo assim qualquer redução desta noção matemática a uma noção lógica mais fundamental, como se pretendia inicialmente (Cf., e.g., *PG*, II, IV, 18-19). Permanece, entretanto, tal como já se seguia da abordagem *tractatiana* apresentada, a posição segundo a qual a mesmidade numérica não poderia ser determinada como uma descrição empírica de uma relação entre objetos dados.

2.7. Ainda sobre a noção de ‘número’: indução e identidade

O problema geral enfrentado pela noção de ‘número’, já mencionado por Russell nos *Principles*, pode ser formulado da seguinte maneira: todo conceito deveria ter um número correspondente a sua extensão, o que inclui o próprio conceito de número, de tal modo que a definição de número parece, já por isso, supor o definido. Convém lembrar aqui que a característica central, para Wittgenstein, desde o *Tractatus*, relativamente aos conceitos formais, é que estes *se aplicam ao que os supõem*, e, portanto, não podemos apelar ao que o conceito se aplica para defini-lo sem fazer uso, assim, dele mesmo. Convém também citar novamente aqui a referida afirmação de Russell sobre a generalidade da noção de número:

Números são um tipo situado fora da série acima, e apresentam certas dificuldades, próprias ao fato de que todo número seleciona certos objetos de todos os outros tipos de domínios, nomeadamente cujo domínio tem o dado número de membros. (...) Números também requerem uma consideração da totalidade de tipos e domínios; e essa consideração pode ser difícil. Desde que todos os domínios têm números, os domínios formam um domínio, conseqüentemente x pertence a x

parece ser algumas vezes significativo, e nesses casos sua negação também deve ser significativa. Conseqüentemente, existe um domínio w de domínios para os quais x pertence a x é falso: então a contradição prova que esse domínio não pertence ao domínio de significação de x pertence a x . (...) (Russell, 1903, Ap. B, §498)

Como vimos, Wittgenstein manteve no período intermediário de sua Filosofia que qualquer tentativa de explicitação da noção interessante de correlação biunívoca, responsável pela definição dos números particulares, não seria independente da própria noção geral em questão. A reconhecida *impredicatividade* do chamado *princípio de Hume*, por seu turno, consiste no fato de cair necessariamente no escopo do quantificador dos conceitos em relação biunívoca, o próprio conceito geral ‘ser o número de’, que está sendo definido – ou seja, na seguinte formulação do princípio: $\forall F \forall G (NxFx = NxGx \leftrightarrow G1 - 1F)$, os conceitos G e F podem conter instâncias do operador numérico ‘ser o número de’, e assim os próprios números, na medida em que são conceitos, cairiam no escopo do universal. Assim formulada, intuitivamente, a noção de correlação biunívoca não independe da noção de ‘número’, e não pode fazer com que este desapareça, ou seja eliminado por redução. De fato, a *impredicatividade* aqui se funda na característica pela qual o próprio conceito ‘ser número de’ cairia no escopo do quantificador dos conceitos em relação biunívoca, enquanto que a não independência da noção de ‘ser o número de’ em relação à noção de correlação biunívoca, ressaltada por Wittgenstein, não é explicada desta forma. Wittgenstein pretende ressaltar que a possibilidade da correlação das extensões conceituais nada mais é do que a própria noção de ‘número’ e se, tentamos explicitar adicionalmente esta última noção por aquela, as tratamos como independentes, e entre as extensões conceituais com correlações possíveis, temos que incluir a própria noção de número a ser explicitada. Se a noção de número for independente (intensionalmente) da noção de correlação biunívoca potencial de extensões, esta última também será aplicável à primeira (a assim, elas não serão independentes extensionalmente), então o número não poderá ser reduzido à noção de correlação biunívoca potencial. Por outro lado, se a noção de número não for independente (intensionalmente) da noção de correlação biunívoca potencial de extensões, então, de saída, não pode haver redução. De todo modo, o

slogan geral de Wittgenstein é: “Em caso algum significa um proveito querer fundamentar o número sobre a correlação” (WVC, p.165).

A continuação natural do que expomos até aqui sobre este tema consistiria em apresentar as observações de Wittgenstein sobre a indução matemática no período intermediário, o que pretendemos, de fato, abordar no próximo capítulo. De qualquer forma, convém notar já aqui que o tratamento das séries formais no *Tractatus*, a partir da noção de ‘operação’, que apresentamos, aponta para o caráter impredicativo das definições indutivas. Como vimos, uma operação precisaria aplicar-se a si mesma na formação de uma série formal, tomando como base, portanto, objetos que deveriam ser de diferentes tipos, as bases da operação supõem necessariamente a ‘operação’, de tal modo que esta última não pode ser definida por aquelas supostas independentemente determinadas. Se partirmos da definição da série numérica, de acordo com a qual o número zero seria a classe de todas as classes que podem ser colocadas em relação biunívoca com a classe formada por objetos que diferem de si mesmos, o número 1 seria a classe das classes que podem ser colocadas em relação biunívoca com a classe cujo único elemento é zero, o número 2 seria a classe das classes que podem ser colocadas em relação biunívoca com a classe cujos únicos elementos são zero e um; e assim por diante..., temos que a série numérica forma uma hierarquia de classes de classes, na qual entidades de tipos diferentes são membros de uma mesma classe, isto é, precisamos colocar em uma classe só, classes de diversos tipos: seus elementos seriam indivíduos, classes, classes de classes, classes de classes de classes.

$$\{ O \}; \{ \{ O \} \}; \{ \{ O \}; \{ \{ O \} \} \}; \dots$$

Nesse sentido, como poderíamos tomar toda a classe dos Naturais, pensada desta forma, como uma totalidade? Como notou Russell, apenas manter classes estendendo-se ao infinito não seria suficiente porque isso teria que significar também que não podemos jamais tomar a série de cardinais como um todo, com $\aleph_0$, pois, neste caso, precisaríamos colocar, em uma classe só, infinitas classes de diversos tipos. Podemos, por outro lado, tomar a série numérica apenas pela hierarquia de conjuntos, da seguinte forma:

$$\{ O \}; \{ \{ O \} \}; \{ \{ \{ O \} \} \}$$

Assim, evitamos que as classes na série tomem elementos de tipos diversos, mas não poderíamos ainda assim tomar a série inteira dos Naturais. Pelo princípio de indução, como se sabe, estabelece-se que se P vale para um r qualquer e vale para $r + 1$, vale para toda a classe em questão. Neste caso, exatamente como pretende dar conta a noção *tractatiana* de *operação*, temos uma recorrência que toma argumentos e funções destes argumentos, mas que, diferentemente da abordagem *operacional*, é necessariamente suposta como uma totalidade dada. Este é, fundamentalmente, o ponto que o axioma da infinidade de Russell pretende garantir:

“(...) é quando desejamos lidar com toda a classe ou série de cardinais indutivos ou de razões que se faz necessário o axioma [da infinidade]. Necessitamos de toda a classe de cardinais indutivos para estabelecer a existência de $\aleph_0$, e de toda a série para estabelecer a existência de progressões: para tais resultados, seremos capazes de formar uma única classe ou série na qual nenhum cardinal indutivo é nulo. (...) Admitamos que o número de indivíduos seja n , podendo n ser 0 sem prejudicar o nosso argumento; então, se formarmos o conjunto completo de indivíduos, classes, classes de classes, etc., todos tomados conjuntamente, o número de termos em nosso conjunto inteiro será : $n + 2^n + 2^{2^n} \dots ad\ inf.$, que é $\aleph_0$. Assim, tomando todos os objetos juntos e não nos limitando a objetos de determinados tipo, obteremos, certamente, uma classe infinita, não necessitando, portanto, do axioma da infinidade. (...) A falsidade envolvida [aqui] é a falácia que pode ser chamada “confusão de tipos” (...) o número de classes contidas em uma determinada classe é sempre maior do que o número de membros da classe, e deduzimos não existir um número cardinal maior de todos. Mas se pudéssemos, como sugerimos há pouco, fazer a soma total de indivíduos, classes de indivíduos, classes de classes de indivíduos etc., obteríamos uma classe da qual suas próprias subclasses seriam membros. A classe consistindo de todos os objetos que podem ser contados, sejam ele de que tipo forem, deve, caso exista essa classe, ter um número cardinal que seja o maior possível. Como todas as suas subclasses serão seus membros, não poderá haver um número destas superior ao número de membros. Chegamos, assim, a uma contradição. (...) supor-se que uma classe de indivíduos seja um membro ou que não seja um membro de outra classe de indivíduos será fazer-se uma suposição insensata; e construir-se simbolicamente qualquer classe cujos membros não são todos do mesmo grau na hierarquia lógica é usar-se símbolos de um modo que fz com que não mais simbolizem coisa alguma. Assim, se há n indivíduos e 2^n classes de indivíduos no mundo, não podemos formar uma nova classe consistindo tanto d indivíduos como de classes, tendo $n + 2^n$. Dessa maneira, desmorona a tentativa de escapar do axioma da infinidade.” (Russell, 1919, p.131-134)

Desde que não podemos somar indivíduos com classes de indivíduos ou classes de classes de indivíduos com classes de indivíduos, a estratégia de Russell aqui é supor o *axioma do infinito*. Para que a totalidade dos cardinais possa ser tomada

como um todo é preciso haver infinitos indivíduos, dessa forma, a totalidade dos cardinais é tomada com, e somente com, um tipo superior a ela, o “limite” para o qual ela tende, $\aleph_0$. O número 1 seria a classes de todas as classes que são colocadas em relação biunívoca com a classe cujos membros são os membros da classe vazia mais um objeto que não é membro desta, o número 2 seria a classe de todas as classes que são colocadas em relação biunívoca com a classe usada para definir 1 mais um objeto que não é membro desta, e assim por diante.

$\{O\}$; $\{O, \square\}$; $\{O, \square, \square\}$;

Por outro lado, se entendemos o ‘+1’ como a regra de formação da série, o 1 seria formado por $0+1$, o 2 por $1+1$, o 3 por $2+1$, e assim por diante... A regra da série, portanto, aplica-se a cada um dos seus membros, e isso deve significar, ao mesmo tempo, que podemos aplicar a regra, e o resultado da aplicação se manter no mesmo nível daquilo ao que ela se aplica. Então, trata-se ainda do que é ressaltado através da noção de ‘operação’ no *Tractatus*. O F responsável pela formação da série (o ‘+1’), a regra dos naturais, deve tomar o que o supõe para formar a série:

$F(x)$; $F(F(x))$; $F(F(F(x)))$;

Se dissermos que cada F é de um nível diverso, não podemos tomar a série toda como $a_{\text{série}}$ dos Naturais. Se a indução matemática nos permite fazer exatamente isso, ela deve cumprir o papel desempenhado pela noção de ‘operação’. Este ponto será retomado no capítulo III. Cumpre apenas notar aqui que o que a noção de ‘operação’ permite é que este papel seja desempenhado sem fazermos uso da noção de ‘classe’, evitando, portanto, os problemas que esta noção gerou (*TLP*, 6.031), e sem precisarmos fazer uso também do ‘axioma do infinito’.

Falta fazer algumas observações sobre a noção de ‘identidade’. Para Wittgenstein, a noção de ‘número’, tal como definida por Russell, pressuporia também a noção de ‘identidade’, suposta na sua noção de ‘correlação biunívoca’. A identidade pressuposta, tal como a própria correlação, é, de acordo com Wittgenstein, tratada pelo modelo de uma atribuição empírica (externa ao que é atribuído). Embora a mesmidade numérica seja definida pela noção de correlação biunívoca, a noção de mesmidade reapareceria na definição da correlação. Teríamos, então, que dados um x e um y , quaisquer que sejam, coordenados pela

correlação, para que tal correlação sejam biunívoca, o x que se relaciona com y deve ser o mesmo, e o y que se relaciona com x também deve ser o mesmo.

A dificuldade na definição de Russell está na noção de correlação 1-1. Essa noção é vaga. Em suas considerações, a correlação é efetuada pelo uso da idéia de identidade. A correlação de A com B é dada pela função $x=A \cdot y=B$, enquanto as únicas coisas que satisfazem esse produto lógico são A para x e B para y . (AWL, p.207)¹⁸

Desta forma, a noção de número, tal como definida, suporia a noção de identidade. Mas se pensamos em uma definição que forneceria um método de verificação independente, esta identidade não seria inerente à possibilidade da correlação, dada com a extensão, e já interna à noção formal de número. Do mesmo modo que a noção de correlação biunívoca é tomada como uma correlação atual (e assim como uma propriedade independente da própria noção de número), também aqui a noção de identidade seria tomada como uma propriedade externa ao que é atribuída, que é a noção de identidade tomada como enganosa por Wittgenstein no *Tractatus* (5.5303, 5.533).

Existem dois significados de identidade no *Principia Mathematica*. Um uso do signo de identidade ocorre em definições, i.e., $1+1=2$ Df. Chamarei uma definição uma equação primária, isto é, uma equação com a qual se começa. Se $3+4 = 4+3$ e $3 \times 4 = 4 \times 3$ ocorre em um cálculo onde estas leis comutativas são definições, um símbolo pode ser colocado no lugar do outro. (AWL, p.207)

Já o uso legítimo da noção de identidade é apresentado da seguinte forma:

6.23 Se duas expressões são ligadas pelo sinal de igualdade, isso quer dizer que são mutuamente substituíveis. Que seja este o caso, porém, é algo que se deve mostrar nessas próprias duas expressões. Caracteriza a forma lógica de duas expressões serem elas mutuamente substituíveis.

E este não é o uso da noção de ‘identidade’ suposto na noção de ‘relação biunívoca’.

Mas o que significa $1+1=1+1$? É parte da gramática do ‘=’ que se possa escrever esta fórmula, mas como é usada? A fórmula ‘ $a=a$ ’ usa o símbolo da identidade de um modo especial, pois alguém não poderia dizer que a pode ser substituído por a . Ainda que comecemos em induções como algo como ‘ $a=a$ ’. Outro uso do signo da identidade ocorre no *Principia* na notação para ‘existe uma e apenas uma coisa que

¹⁸ A afirmação de Russell é, como já citamos: “Uma relação é dita ‘um-para-um’ quando, se x tem essa relação com y , nenhum outro x tem a mesma relação com y , e x não tem a mesma relação com qualquer termo y outro que y .” (Russell, 1919, p.22)

satisfaz a função f' : $(\exists x):fx.(y).fy \Rightarrow (x=y)$. Segue-se desse uso que faz sentido escrever ' $x=x$ '? (AWL, p.207)

Russell usa a identidade para dizer que existe uma e apenas uma coisa que satisfaz a relação em questão, mas o modo não enganoso de dizer isso seria simplesmente dizendo que se trata, no caso, de uma coisa e não de duas.

Este uso da identidade poderia ser eliminado pelo uso de símbolos diferentes para coisas diferentes. Em lugar do $(\exists x):fx.(y).fy \supset (x=y)$, escreveríamos $(\exists x):fx: \sim(\exists x,y):fx.fy$, **que diz que existe uma coisa e não duas**. Russell escreveria 'apenas a satisfaz f ' como $(\exists x):fx.x=a$. Eu escreveria como $\text{fa} \sim(\exists x,y):fx.fy$. (AWL, p.207, grifo nosso)

Como se sabe, a estratégia de Wittgenstein é eliminar a identidade da linguagem, estabelecendo a convenção segundo a qual objetos diversos são designados por símbolos diversos. Isso se explica porque, embora a identidade diga respeito a uma relação necessária, ela não poderia ser expressa por uma operação, de tal modo que o símbolo da identidade deveria mostrar-se supérfluo, sendo eliminado do simbolismo. Da maneira como Russell trata a identidade, estaríamos fazendo um uso da identidade análogo ao ' $a=a$ ', que seria sem sentido, e que faria parecer uma atribuição contingente, o que não poderia ser uma predicação: "O uso de Russell da identidade é o uso que ele tem em expressões sem sentido $a=a$, $(\exists x)x=x$." (AWL, p.207) O mesmo problema que Wittgenstein ergue para a noção de correlação biunívoca, pensada pelo modelo da atribuição empírica, na definição de número, aparece agora para a noção de identidade, pensada também pelo modelo da atribuição empírica, na definição de correlação biunívoca.

Wittgenstein rejeitou tanto o tratamento da identidade por meio de relações complexas, quanto por meio de predicções elementares. Uma das formas de explicar a impossibilidade da nomeação de complexos é justamente sustentar que esta acarretaria aceitar que o sentido de alguma proposição dependesse da descrição destes complexos. Dizer que um complexo existe é dizer que a proposição que o descreve é verdadeira.

- (1) Existe B
- (2) Descrição de B é verdadeira
- (3) $1 \leftrightarrow 2$

Se é assim, e a nomeação supõe (1), ela também suporia (2). Logo, como já notamos, apenas os simples, que não podem ser descritos podem ser supostos pela linguagem, e isso não suporia a verdade de nenhuma proposição. Toda proposição elementar é, portanto, independente do valor de verdade de qualquer proposição, pois é uma concatenação imediata de nomes e, com isso, o sentido não depende jamais da existência. Isso é o mesmo que dizer: de uma proposição elementar não podemos concluir nem a verdade nem falsidade de outra proposição exatamente porque o sentido precisa ser determinado em algum ponto de uma vez por todas, isso é, o sentido não é uma questão empírica, e a análise das proposições deve ter um fim em algum lugar. Mas, se é assim, nenhuma proposição elementar pode ser necessária, segue-se imediatamente que toda proposição elementar é contingente (*TLP*, 3.21). A proposição elementar depende apenas da existência ou inexistência de estados de coisas e um estado de coisas não causa outro. O que dizer então da noção fundamental de ‘identidade’? Tal noção não poderia ser expressa em uma proposição elementar, pois seria necessária, e precisaria ter complexidade. Mas se a identidade parece precisar aplicar-se aos objetos, como pensá-la então? Wittgenstein precisa da noção de identidade para explicar para explicar a própria *mesmidade* formal, e, portanto, como uma proposição se segue da outra, bem como a noção de tautologia. A identidade é, em máximo grau, o que permite a harmonia entre linguagem e realidade e, portanto, também a própria determinação do discurso falso.¹⁹ Mas o problema é que Wittgenstein não sabia justamente como tratar a própria noção de identidade.

A identidade é o próprio demônio. Os tipos adquiriram uma idéia mais clara para mim durante a viagem. (...) (Wittgenstein, carta LW-BR em outubro de 1913, *In*: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 41) A identidade é o próprio demônio e é imensamente importante; muito mais do que eu pensava. Ela segue – como tudo mais – juntamente com as questões mais fundamentais, especialmente com questões concernentes à ocorrência do mesmo argumento em diferentes lugares de

¹⁹ O problema do discurso falso é o mesmo de como as proposições se seguem uma das outras e a resposta é também única: por meio de relações formais (internas): “Assumimos: ‘p não é o caso’: agora o que significa dizer ‘que p, é bom’? É completamente óbvio que podemos dizer que a situação p é boa sem sabermos se p é verdadeira ou falsa. Isso lança luz no que dizemos em gramática: ‘uma palavra se refere a outra’. Isso porque o ponto acima diz respeito a como proposições se relacionam internamente. Como o laço proposicional vem a ser.[cf. 4.221] Como uma função pode se referir a uma proposição? Sempre as velhas questões.(...)” (p.5e) É a mesmidade formal que deve ser mostrada na linguagem e não pode ser dita, porque consiste na condição de todo dizer. Tentar falar da forma é incorrer em contradição com ela, e este seria, para Wittgenstein, o princípio do paradoxo.

uma função. (...) (Wittgenstein, carta LW-BR em outubro de 1913, *In: McGuinness; Von Wright, 1997, p. 45*)

A estratégia de Russell para a explicação da identidade é, de qualquer forma, imediatamente por ele recusada. Russell trata a identidade como uma relação complexa (*PM*, *13.01), estabelecida pelo princípio dos indiscerníveis:

$$y=x. \equiv (F):F!x \rightarrow F!y$$

Isto é: x igual y se e somente se possuem todas as propriedades predicativas (e, portanto, pela redutibilidade, toda propriedade) em comum. Ora, as proposições elementares podem ser todas verdadeiras, desde que são contingentes, e, nesse caso, todos os objetos teriam as mesmas propriedades. Assim, seria possível que todos os objetos fossem idênticos. Evidentemente, isso é um absurdo. Mas, que objetos tenham todas as predicções em comum é uma contingência. Por outro lado, a identidade dos objetos é uma necessidade, logo, não pode ser definida por meio de predicções, que são sempre contingentes. Não podemos definir a identidade por meio de predicções, assim, que objetos tenham os mesmos predicados é um acaso, e isso interdita a definição de Russell, como ele mesmo comentou em sua introdução ao *Tractatus*:

A definição de identidade através da identidade dos indiscerníveis é rejeitada, porque a identidade nos indiscerníveis não aparece como um princípio logicamente necessário. Segundo esse princípio, x é idêntico a y se toda propriedade de x é uma propriedade de y, mas seria possível, no final das contas, que duas coisas tivessem exatamente as mesmas propriedades. (...) (Russell, *TLP*, p.122)

A conclusão de Wittgenstein será que a identidade é apenas a própria determinação dos objetos como tais, quer dizer, não é nem relacional, nem uma atribuição, pois não faria sentido dizer de duas coisas que elas são idênticas, e também não faria sentido dizer de uma coisa que ela é a mesma. A única maneira de entender que a identidade se aplica aos objetos, mas é complexa, é entender que há uma determinação *interna*, isto é, não se trata de uma predicção, mas é ainda complexa porque quando consideramos, por exemplo, a lei lógica 'a=a', 'a=a' seria interno a 'a'. Intuitivamente, para compararmos os objetos que deveriam estar pelas variáveis, na definição proposta por Russell, já deveríamos sempre pressupor a identidade destes. Sendo assim, dizer que a identidade é uma determinação interna significa dizer que a identidade é dada junto com objeto, e por isso deve ser anterior a toda relação contingente na qual este possa estar, e,

portanto, deve ser anterior também a qualquer comparação que possa ser feita com o objeto. Supondo que a identidade de um objeto com outro poderia ser determinada pelo modelo de uma comparação empírica, Russell teria, mais uma vez, tratado o necessário pelo modelo do empírico.

5.473(...) Um sinal possível deve também poder designar. Na lógica, tudo que é possível, é também permitido. (Sócrates é idêntico não quer dizer nada porque não há uma propriedade chamada 'idêntico'. A proposição é um contra-senso porque não procedemos a uma determinação arbitrária, mas não porque o símbolo, em si e por si mesmo, não fosse permissível.) (...)

A interdição desta abordagem passa novamente pela impredicatividade, pois, se tomamos a quantificação, no princípio dos indiscerníveis, como devendo naturalmente, na medida em que seria uma função das funções sobre as quais quantifica, supor o sentido destas últimas, vemos que a quantificação supõe uma totalidade que a supõe, afinal os argumentos das funções quantificadas suporiam já a identidade, e, portanto, a própria quantificação. Isto é, considerando-se: $F!(a) \leftrightarrow F!(b)$, o sentido de $F!a$ e $F!b$ não seria determinado sem a determinação da identidade de a e b , isto é, sem a determinação de se eles designam o mesmo objeto. Se é assim, a quantificação varia tendo em vista o que varia tendo em vista a quantificação.²⁰

Russell tentou formular a identidade do seguinte modo: 'dois objetos são idênticos se têm todas as propriedades em comum

$a = b =: (\Phi): \Phi!a. \supset. \Phi!b$: Def.

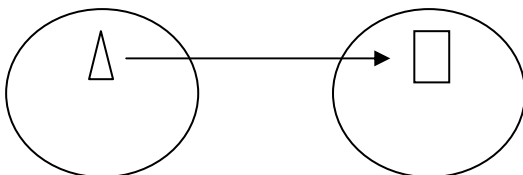
Essa proposição não captura a essência da identidade, pois, para entendê-la, já devemos ter dados aos signos 'a' e 'b' um significado, e quando o fornecemos um significado, sabemos se eles significam o mesmo ou não. (WVC, p. 243)

Que é análogo ao que já havia afirmado Wittgenstein no *TLP*, na passagem 6.2322.

6.2322 A identidade do significado de duas expressões não se pode asserir. Pois, para poder asserir algo a respeito de significado delas, devo conhecer esse significado: e conhecendo esse significado, sei se significam o mesmo ou não.

²⁰ Para um melhor desenvolvimento deste ponto, ver Hintikka (1956).

No mesmo sentido, voltando à noção de ‘correlação biunívoca’, se, por exemplo, o quadrado e o triângulo abaixo estão em correlação biunívoca, o que se relaciona com o quadrado tem todas as propriedades que o triângulo tem e vice-versa.



Precisamos então determinar a identidade dos objetos em questão para determinar a correlação, entretanto tal identidade jamais será determinada sem a determinação da correlação, afinal, para determinar se eles estão em correlação biunívoca temos que determinar todas as suas propriedades, e com isso a identidade deles, mas, como a própria correlação 1-1 é uma de suas propriedades, incorre-se em circularidade.

Dito de outro modo, de maneira bem intuitiva, se tratamos a identidade de um objeto como algo que pudesse ser verificado por comparação, supomos que o objeto é determinado independente de sua identidade e, com isso, supomos a possibilidade do impossível, isto é, supomos que o objeto poderia não ser ele mesmo, que ele poderia ser diferente de si mesmo. Sendo assim, quando Russell trata a relação de identidade como uma relação propriamente dita, isto é, como uma relação expressável em proposições com sentido, ele a toma como contingente. Russell mesmo também o afirma:

(...) Se isso não acontece de fato, trata-se de uma característica accidental, não necessária logicamente, do mundo, e características accidentais do mundo não devem, é claro, ser admitidas na estrutura da lógica. A identidade é, portanto, banida pelo Sr. Wittgenstein, que adota a convenção de que as letras diferentes cumprem significar coisas diferentes. Na prática, a identidade só se faz necessária entre um nome e uma descrição, ou entre duas descrições. Ela faz-se necessária no caso de proposições como ‘Sócrates é o filósofo que tomou cicuta.’ Ou ‘o número primo par é o sucessor de 1’. O sistema de Wittgenstein está preparado para prover estes préstimos da identidade. A rejeição da identidade elimina um método para se falar da totalidade das coisas, e ver-se-á que qualquer outro método que se possa sugerir será igualmente falacioso. (Russell, *TLP*, p.122)

A conclusão aqui é, portanto, que as noções de ‘número’, ‘correlação biunívoca potencial’ e ‘identidade’ devem ser, para Wittgenstein, internamente relacionadas justamente porque são *formais* (*TLP*, 4.1272-4.12721), no sentido do

Tractatus, e, portanto, ainda que uma parecer aplicar-se ou ser usada na definição da outra, elas não podem ser introduzidas separadamente, nem reduzidas, afinal: “uma forma não pode seguir-se sob outra (subordinação existe apenas para conceitos)” (WVC, p.225).

2.8. Sumário de conclusões obtidas no capítulo II

1. As críticas à teoria dos juízos e à teoria dos tipos fundam-se ambas na impossibilidade de fazermos interdições (necessárias) à lógica sem, com isso, contradizermos exatamente tais interdições.
2. Tal impossibilidade, por sua vez, se funda no caráter *impredicativo* do discurso necessário, que anularia o seu sentido.
3. Uma propriedade seria *impredicativa* quando fosse impossível separar sua definição de uma atribuição de sua verdade, abrindo margem para a auto-contradição.
4. Particularmente, distinguir tipos lógicos mediante predicacões/atribuições suporia propriedades que contrariam os tipos lógicos, sendo a distinção de tipos ela mesma *impredicativa*.
5. Além disso, tentar recortar o próprio espaço dos recortes possíveis, como mais uma delimitação, geraria uma totalidade mutável.
6. Assim, a *impredicatividade* está na base da tarefa de tentar delimitar o limite do que pode ser dito com *sentido* (entendido como demarcação de condições de verdade).
7. Estas análises condicionam, por um lado, a conclusão *tractatiana* pela qual as distinções lógicas (formais) são *inefáveis* e precisam ser *mostradas*.

8. Já as chamadas *propriedades internas* no *Tractatus* deveriam cumprir, por outro lado, justamente o papel *impredicativo* necessário à determinação semântica.

9. Como os *operadores lógicos* nada mais seriam que demarcações de combinações de verdade, a totalidade do possível seria já interna às proposições elementares, de tal modo que as operações não fariam o *espaço lógico* crescer, e a determinação das proposições não geraria uma totalidade mutável (evitando-se o ‘paradoxo proposicional’).

10. Levando-se a sério o caráter insaturado das funções, e a determinação interna da forma proposicional, a *teoria dos tipos* não seria apenas impossível, mas supérflua, pois a determinação dos argumentos possíveis de uma função seria exibida no sinal, pelo *protótipo proposicional*, através das variáveis em proposições completamente generalizadas.

11. A determinação necessária das *séries formais* e sua progressão termo a termo, na medida em que supõe que a regra de formação da série seja aplicada novamente (e indefinidamente) ao que é produzido pela sua aplicação, não poderia ser pensada coerentemente (evitando-se a *impredicatividade*) como determinada funcionalmente.

12. Sendo assim, a noção de ‘operação’ aparece como fundamental para a Filosofia da Matemática e da Lógica do *Tractatus*. A operação nada mais seria que a expressão da relação interna entre suas bases e seus resultados. Isso significa também que ela mesma não tem sentido nenhum, mas é capaz de gerar o sentido.

13. A noção de ‘número’ corresponderia à *forma geral* de um procedimento pelo qual expressões podem ser recursivamente geradas a partir de expressões dadas sempre que bases e resultados estão internamente relacionados. Sendo assim, não apenas a noção de ‘operação’, mas também a noção de ‘número’ desempenha um papel fundamental no *Tractatus*: o

número seria o expoente de uma operação e, ao mesmo tempo, seria irredutível a qualquer noção mais fundamental.

14. Tal irredutibilidade pode ser expressa da seguinte forma: correlações biunívocas reais (atuais) não podem nos fornecer o conceito de número porque tal conceito é pressuposto por estas. Já a noção de correlação unívoca potencial (*em princípio*) pode ser entendida como constitutiva da noção de número. Entretanto, a tentativa *logicista* de reduzir esta última àquela borraria a fronteira entre real e potencial, e com isso, entre o lógico e o empírico, pois, para manter a independência entre a noção de correlação potencial e a própria noção de número, trataria a correlação potencial pelo modelo de uma correlação atual.

15. Apontamos ainda para o caráter *impredicativo* da indução matemática (o que será retomado no próximo capítulo) e para a *relação interna* existente entre as noções *formais* de ‘identidade’, ‘número’ e ‘correlação biunívoca potencial’.