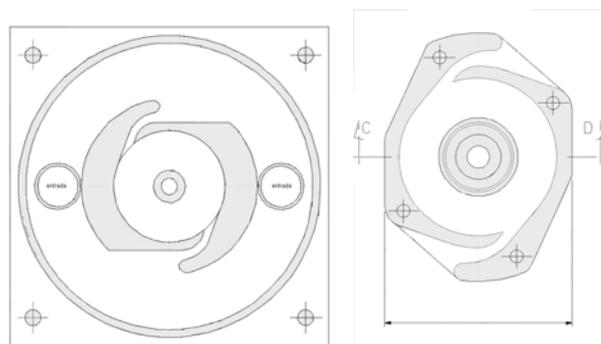


3 Modelo Matemático

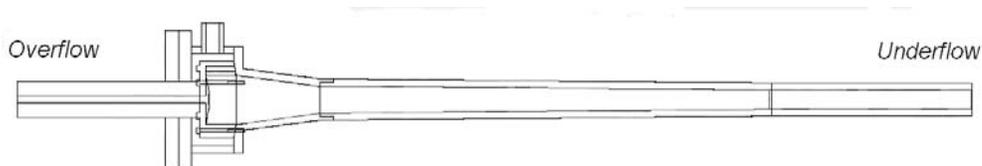
Neste capítulo, são detalhados os modelos matemáticos utilizados para o desenvolvimento do trabalho.

O presente estudo consiste em analisar numericamente o campo de velocidades no modelo em acrílico de um hidrociclone da Aker Kvaerner (empresa Norueguesa) para lidar com altos teores de óleo em estudo pela Petrobras. De forma a avaliar o desempenho de diferentes modelos de turbulência, considerou-se este hidrociclone também utilizado por Marins (2007) em seu trabalho experimental.

O modelo computacional do hidrociclone foi construído com base no desenho mecânico das peças do equipamento feito em acrílico, para os trabalhos experimentais conduzidos no CENPES, mostrado na Fig. 3.1. O hidrociclone possui cerca de 800 mm de comprimento e 70 mm de diâmetro na secção de entrada, possuindo 1,1046 litros. A saída de rejeito é denominado *overflow* (lado direito da Fig. 3.1 b) e a saída de fundo, *underflow* (lado esquerdo Fig. 3.1 b).



(a) vista superior da construção do protótipo



(b) vista lateral da construção do protótipo

Figura 3.1: Esquema do Hidrociclone BOWC da Aker Kvaerner de alto teor de óleo (Marins, 2007). (a) Vista superior (b) vista lateral da construção do protótipo em acrílico

De modo a facilitar a modelagem numérica do escoamento, introduziu-se uma simplificação na geometria da entrada de fluido no hidrociclone, conforme ilustrado na Fig. 3.2. No modelo real as entradas são por cima do hidrociclone (paralelas ao rejeito) caindo em duas câmaras convergentes cuja área de passagem retangular, tangencial à involuta, decresce até a largura final de 4,8mm por 44 mm de altura. Neste trabalho, foram modeladas duas entradas tangenciais de secção retangular constante com base no tamanho final do canal tangencial (4,8mm x 44mm). Simplificações semelhantes das entradas tangenciais foram observadas no trabalho de Averous e Fuentes (1997), que afirmaram que a correta estimativa da turbulência na entrada seria irrelevante porque a turbulência no interior do hidrociclone seria inerentemente formada pela configuração do escoamento no interior do hidrociclone, sendo influenciado pela curvatura e pela diminuição de secção. Contudo, Cullivan et al. (2004) indicaram que as estruturas do escoamento formadas junto à entrada (estruturas secundárias como componentes radiais e axiais) se desenvolvem ao longo do hidrociclone, podendo afetar de modo sensível os perfis de velocidades.

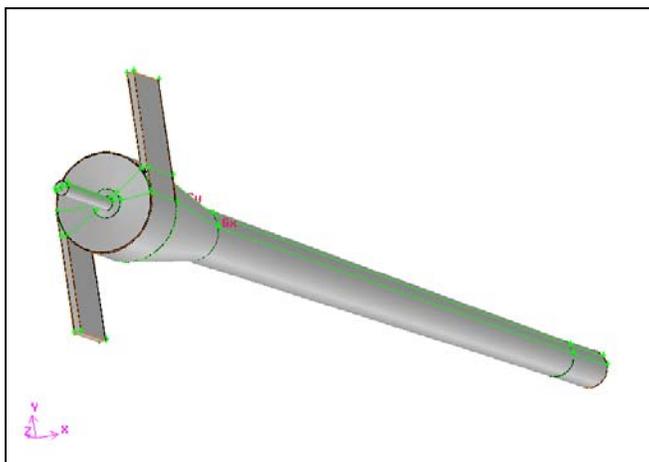


Figura 3.2: Modelo simplificado adotado.

Para promover a separação de fases com diferentes densidades no interior de hidrociclones é necessário um forte campo de acelerações centrífugas, o qual é obtido com altas velocidades no escoamento, tornando-o turbulento. O escoamento em hidrociclones é claramente transiente, apresentando oscilações periódicas do vórtice central ao redor da linha axial do equipamento, como observado por Marins (2007).

A turbulência se manifesta, em situações de escoamentos com número de Reynolds elevado, através de instabilidades do escoamento laminar. A turbulência é caracterizada por uma variedade de escalas, sendo a menor escala inversamente proporcional ao número de Reynolds (escalas espaciais proporcionais a $Re^{-3/4}$).

Apesar da presença de pequenas escalas de turbilhões em escoamentos turbulentos, a hipótese do contínuo se mantém válida, uma vez que as menores escalas de comprimento envolvidas no problema são superiores ao caminho livre médio das moléculas.

O escoamento turbulento é dissipativo e precisa de um suprimento contínuo de energia, caso contrário, decai rapidamente. Uma forma de garantir este suprimento é dada pela própria deformação do escoamento médio. Do ponto de vista prático, uma das características mais importantes da turbulência é o aumento do transporte das propriedades de escoamento causada pelo seu movimento desordenado. Um dos grandes desafios na modelagem do escoamento no interior de hidrociclones, está diretamente relacionado ao fato de que a função do mesmo é de separar as fases com a aceleração centrífuga, enquanto que a turbulência, pelo seu caráter dissipativo tenderia a homogeneizar o escoamento.

Como os dados experimentais foram obtidos com escoamento de água à temperatura ambiente, foram usadas as hipóteses de fluido newtoniano e isotérmico. Adicionalmente, desprezou-se o efeito gravitacional, tendo em vista este ser muito inferior ao efeito centrífugo. Assim as equações a serem resolvidas resumem-se nas equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear:

$$\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial t} + \frac{\partial (\tilde{U}_i \tilde{U}_j)}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{U}_j}{\partial x_i^2}, \tag{3.2}$$

onde \tilde{U}_i são os componentes da velocidade, \tilde{P} é a pressão, ρ e μ são a massa específica e viscosidade molecular, respectivamente, e x_i e t são as coordenadas espaciais e temporal.

O sistema acima apresenta quatro variáveis (os três componentes da

velocidade e a pressão) e quatro equações, permitindo sua solução direta, abordagem esta conhecida como DNS (Direct Numerical Simulation). Contudo, devido às dimensões das pequenas escalas presentes no escoamento turbulento, não há expectativa da obtenção de soluções numéricas diretas para situações de interesse industrial em um futuro próximo, pois estas requerem níveis de discretização espacial e temporal extremamente pequenos para a correta caracterização dos vórtices formados no interior de hidrociclones. Assim são necessárias hipóteses simplificadoras.

Além da DNS, de aplicação restrita, existem hoje duas outras abordagens para modelos de escoamentos turbulentos: a média de Reynolds (RANS), e a simulação de grandes escalas (LES).

No presente trabalho, utilizou-se inicialmente, modelos baseados nas médias de Reynolds (RANS), seguido da modelagem LES.

Para as análises iniciais, o modelo κ - ε RNG baseado na média de Reynolds foi selecionado, devido ao menor custo computacional e maior robustez (ácil convergência) de acordo com Bhaskar et al, (2007). A seguir utilizou-se um modelo de tensão de Reynolds, também baseado na média de Reynolds e na etapa final, empregou-se a técnica de Simulação de Grandes Escalas (LES).

A seguir, as abordagens RANS e LES utilizadas no presente trabalho para estudar o escoamento, serão descritas com mais detalhes.

3.1 Equações Médias de Navier-Stokes (RANS)

O conceito de média de Reynolds considera que todas as propriedades do escoamento podem ser descritas como um valor médio U_i mais uma flutuação u_i , como a velocidade apresentada abaixo:

$$\tilde{U}_i = U_i + u_i, \quad (3.3)$$

onde

$$\overline{U}_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \tilde{U}_i dt. \quad (3.4)$$

Note-se que a média da flutuação é zero, por definição, a média do produto

da flutuação pelo valor médio também é zero, mas o produto de duas flutuações só é zero se não houver correlação entre elas, o que não é o caso das componentes da velocidade.

Considerando-se satisfatório determinar somente o componente médio de velocidade, torna-se necessário reescrever as equações de transporte em função das grandezas médias. Isto pode ser obtido com a introdução das grandezas turbulentas nas equações de conservação e calculando-se uma média temporal das mesmas. Eliminando a barra para simplificar a notação ($\overline{U_i} = U_i$) obtêm

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial U_j}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i^2} + \frac{\partial (-\overline{u_i u_j})}{\partial x_i}. \tag{3.6}$$

Observa-se que o termo não linear da equação de quantidade de movimento linear, gera um termo novo, $\overline{u_i u_j}$, denominado tensor de Reynolds.

Existem duas abordagens para solução do problema de estimar o valor do tensor de Reynolds.

- Através do conceito de viscosidade turbulenta, baseada na hipótese de Boussinesq. Os modelos de duas equações κ - ϵ pertencem a esta categoria.
- Através da modelagem da equação de transporte para as tensões de Reynolds

Ambas as abordagens serão consideradas no presente trabalho.

3.1.1 Modelos de Viscosidade Turbulenta: Modelo κ - ϵ RNG

A base deste modelo segue o que foi proposto por Boussinesq em 1877 (Hinze, 1975): que consiste em modelar o tensor de Reynolds através de taxas de deformação do escoamento médio, de forma semelhante a Newton para as tensões viscosas. Fazendo uma alusão clara à percepção de que o efeito prático da turbulência é de aumentar a difusão das grandezas médias. Kolmogorov propôs, em 1942, de forma mais generalizada, a seguinte relação para o tensor de Reynolds, nos moldes do que havia sido proposto por Boussinesq:

$$-\overline{u_i u_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij}, \quad (3.7)$$

sendo μ_t a viscosidade turbulenta, κ a energia cinética turbulenta e δ_{ij} o delta de Kroneker. O último termo da Eq. (3.7) representa os efeitos das flutuações da pressão sobre o tensor de Reynolds, sendo modelado como uma pressão dinâmica.

Nestes modelos temos embutida a consideração de alinhamento entre o tensor de Reynolds e a taxa de deformação. Isto sabidamente apresenta desvios quando temos escoamentos associados a efeitos de curvatura, regiões de separação e aceleração. Diversas variações ou correções nas constantes foram sugeridas para melhorar a concordância com resultados experimentais (Daí et al, 1999). No presente trabalho foi empregada a correção mais indicada nas referências, proposta por Yakhot et al (1992) e que foi derivada a partir da teoria de Grupo de Renormalização. Esta versão, denominada de modelo κ - ε RNG, determina teoricamente as constantes e funções do modelo, e não empiricamente, como no caso do modelo κ - ε tradicional.

Para altos números de Reynolds, a viscosidade turbulenta é definida como no modelo κ - ε padrão:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}, \quad (3.8)$$

Uma vez que a turbulência é afetada pela rotação ou “swirl” no escoamento médio, é conveniente que o modelo leve em consideração este efeito. Para este fim, o modelo RNG define a viscosidade turbulenta de acordo com

$$\mu_t = \mu_{t0} f\left(\alpha_s, W, \frac{\kappa}{\varepsilon}\right), \quad (3.9)$$

onde μ_{t0} é o valor da viscosidade turbulenta calculado sem a modificação devido a presença do escoamento espiralado, W é um número de “swirl” característico, calculado pelo *software* Fluent, e α_s é uma constante de rotação, que assume diferentes valores, dependendo da intensidade da rotação do escoamento. Foi utilizado o valor padrão de 0,07 para essa constante.. Para altas rotações, valores mais elevados desta constante devem ser utilizados.

A energia cinética κ e sua dissipação ε são obtidas de suas respectivas equações de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \kappa) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \kappa) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\kappa (\mu + \mu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + G_\kappa - \rho \varepsilon, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon (\mu + \mu_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{\kappa} G_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - R_\varepsilon \quad (3.11)$$

onde G_κ é o termo de produção de energia cinética

$$G_\kappa = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}. \quad (3.12)$$

Pela análise das equações acima observa-se que o modelo RNG apresenta um termo adicional, R_ε , em relação ao modelo κ - ε usual, o qual é a principal diferença entre os modelos, sendo dado por:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad \text{e} \quad \eta = \frac{S \kappa}{\varepsilon}, \quad (3.13)$$

onde S é o módulo do tensor deformação

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad ; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad (3.14)$$

e as constantes $\eta_0 = 4,38$ e $\beta = 0,012$. Nas equações de κ e ε , α_κ e α_ε correspondem aos inversos dos respectivos números de Prandtl para o transporte turbulento e são obtidos pela seguinte relação:

$$\left| \frac{\alpha - 1,3929}{\alpha_0 - 1,3929} \right|^{0,6321} \left| \frac{\alpha + 2,3929}{\alpha_0 + 2,3929} \right|^{0,3679} = \frac{\mu}{\mu + \mu_t} \quad (3.15)$$

onde $\alpha_0 = 1,0$. Nas situações de alto número de Reynolds, $\alpha_\kappa = \alpha_\varepsilon = 1,393$.

As constantes do modelo foram utilizadas sem alterações ou otimizações,

visto que o foco é trabalhar com modelos que pudessem ser generalizados para a simulação do escoamento no interior do hidrociclone. Contudo, diferem um pouco das utilizadas no modelo $\kappa-\varepsilon$ usual. As constantes utilizadas foram: $C_\mu = 0,9$; $C_{1\varepsilon} = 1,42$; $C_{2\varepsilon} = 1,68$; $C_v = 100$; $\eta_0 = 4,48$; $\beta = 0,012$ e $\alpha_0 = 1$.

3.1.2 Modelo RSM

Apesar de sua grande utilização no âmbito das aplicações de engenharia, os modelos de turbulência a duas equações, como enfatizado anteriormente, têm uma deficiência intrínseca, pois fazem uso da hipótese de Boussinesq. Esses modelos assumem uma viscosidade turbulenta como uma grandeza escalar, o que somente corresponderia à realidade nos casos em que os elementos do traço do tensor de Reynolds têm valores aproximadamente iguais. Embora esses modelos possam ser empregados com sucesso nos casos de escoamentos cisalhantes simples, suas hipóteses fundamentais não são razoáveis para os casos de escoamentos complexos.

Os modelos $\kappa-\varepsilon$, podem ser modificados para levar em conta alguns dos efeitos anisotrópicos presentes em escoamentos complexos. Para isso aumenta-se o número de equações diferenciais do modelo, e nesse caso, pode ser mais interessante, do ponto de vista computacional, deixar de trabalhar unicamente com a energia cinética turbulentas e sua taxa de dissipação para se considerar todos os componentes do tensor de Reynolds.

A comprovação da argumentação teórica apresentada acima foi observada em diversas referências, onde resultados de simulações compatíveis com dados experimentais são apresentados, por exemplo, Wang et al. (2006), que utilizaram resultados do modelo RSM para comparar com dados experimentais obtidos com LDV, ou Cokljat et al (2006) que também citam uma boa concordância dos dados numéricos obtidos com o modelo RSM para ciclones com os dados experimentais com LDV, especialmente para o perfil de velocidade tangencial. Ainda, vale ressaltar que uma boa concordância dos resultados da simulação com os dados experimentais foi atingida sem a necessidade de ajuste de constantes, mostrando a aplicabilidade desta abordagem para diferentes situações e geometrias.

Assim, no presente trabalho, selecionou-se o modelo RSM com a aproximação quadrática (SSG) apresentada por Speziale et al. (1991) para analisar o escoamento e comparar com os dados experimentais do hidrociclone ATO. Os termos da equação de transporte para o tensor de Reynolds são:

$$\frac{\partial \rho \overline{u_i u_j}}{\partial t} + C_{ij} = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + \phi_{ij} - \rho \varepsilon_{ij} + F_{ij}. \quad (3.16)$$

Na Eq. (3.16), os termos C_{ij} , convecção, $D_{L,ij}$ difusão molecular, P_{ij} , produção e F_{ij} , produção por rotação, não requerem modelagem, sendo definidos por

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \overline{u_i u_j}) \quad (3.17)$$

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j}) \right] \quad (3.18)$$

$$P_{ij} = -\rho \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (3.19)$$

$$F_{ij} = -2 \rho \omega_k (\overline{u_j u_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \varepsilon_{jkm}) \quad (3.20)$$

onde ε_{ijk} é o símbolo de permutação (símbolo Levi-Civita) e ω_k é a rotação.

A difusão turbulenta, $D_{T,ij}$, é modelada com base no trabalho de Lien e Leschziner (1994), com o valor da constante $\sigma_\kappa = 1,0$

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i u_j}) \right]. \quad (3.21)$$

A viscosidade turbulenta é calculada de modo análogo ao modelo κ - ε , através da Eq. (3.8).

Foi utilizada a aproximação quadrática SSG para o termo de redistribuição, ϕ_{ij} , conforme citado na introdução desta seção, sendo modelado com base no trabalho de Speziale et al. (1991), o qual pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\phi_{ij} = & -\left(C_1\rho\varepsilon + C_1^*P\right)b_{ij} + C_2\rho\varepsilon\left(b_{ik}b_{kj} - \frac{1}{3}b_{mn}b_{mn}\delta_{ij}\right) + \\
& + \left(C_3 - C_3^*\sqrt{b_{ij}b_{ij}}\right)\rho\kappa S_{ij} + C_4\rho\kappa\left(b_{ik}S_{jk} + b_{jk}S_{ik} - \frac{2}{3}b_{mn}S_{mn}\delta_{ij}\right) + \\
& + C_5\rho\kappa\left(b_{ik}\Omega_{jk} + b_{jk}\Omega_{ik}\right)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

onde $P = (1/2) P_{kk}$, e o b_{ik} é a parcela deviatórica do tensor de Reynolds definido como:

$$b_{ij} = -\left(\frac{-\rho\overline{u_i u_j} + \frac{2}{3}\rho\kappa\delta_{ij}}{2\rho\kappa}\right). \tag{3.23}$$

A taxa de redistribuição média S_{ij} é definida como:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right), \tag{3.24}$$

e o tensor médio da taxa de rotação, Ω_{ij} , como:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right). \tag{3.25}$$

As constantes deste modelo são: $C_1=3,4$; $C_1^*=1,8$; $C_2=4,2$; $C_3=0,8$; $C_3^*=1,3$; $C_4=1,25$; $C_5=0,4$.

O tensor de dissipação, ε_{ij} , é modelado com base na taxa de dissipação escalar ε , e esta é calculada por uma equação de transporte, similar à do modelo κ - ε padrão, sendo:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij}, \tag{3.26}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] + C_{1\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon}{\kappa}G_\kappa - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{\kappa}, \tag{3.27}$$

e suas constantes são: $\sigma_\varepsilon=1,0$; $C_{1\varepsilon}=1,44$; $C_{2\varepsilon}=1,92$.

3.2 Simulação de Grandes Escalas (LES)

A Simulação de Grandes Escalas (Large Eddy Simulation – LES) é uma metodologia intermediária, em termos de custo computacional, entre a Simulação Direta (DNS) e a simulação via equações médias de Reynolds (RANS).

Na modelagem LES, as grandes estruturas turbulentas que contém a maior parte da energia são resolvidas diretamente através da solução das equações de transporte filtradas, enquanto que apenas as menores estruturas são modeladas. O processo de filtragem consiste em utilizar um filtro espacial nas equações de Navier-Stokes para separar os vórtices associados às grandes escalas dos pequenos vórtices, menores que a malha computacional, chamados de sub-malha. Considerando-se que as menores estruturas tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, espera-se que os resultados advindos desta formulação sejam mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamentos, quando comparados com a modelagem baseada na média de Reynolds. Assim, espera-se que a solução do escoamento utilizando a modelagem LES possa capturar, por exemplo, oscilações no tempo do vórtice central e turbulências em desequilíbrio.

Considerando que a velocidade pode ser escrita como uma parcela resolvida \overline{u}_i e parcela da sub-malha u_i'' ($\tilde{U}_i = \overline{u}_i + u_i''$), as equações de Navier-Stokes incompressíveis e filtradas são apresentadas abaixo:

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.28)$$

e

$$\frac{\partial \overline{u}_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \rho g_j + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_i^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (3.29)$$

sendo o tensor sub-malha, τ_{ij} , definido por:

$$\tau_{ij} = -\left(\overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j}\right) \quad (3.30)$$

Existem diferentes modelos para o tensor sub-malha. O primeiro modelo desenvolvido foi o modelo de Smagorinsky-Lilly (Smagorinsky, 1963). Este modelo foi utilizado com bons resultados nos trabalhos de Narasimha et al. (2006) e Brennan et al. (2007), tendo sido selecionado para ser utilizado no presente trabalho.

A modelagem do tensor sub-malha utiliza a hipótese de Boussinesq, de modo que:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = 2 \frac{\mu_t}{\rho} \overline{S_{ij}}, \quad (3.31)$$

sendo μ_t a viscosidade turbulenta sub-malha e $\overline{S_{ij}}$ o tensor para as escalas resolvidas definido por:

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.32)$$

A viscosidade turbulenta utiliza o conceito de comprimento de mistura L_s para as escalas sub-malhas, da seguinte forma:

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\overline{S}| \quad ; \quad |\overline{S}| = \sqrt{2 \overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}} \quad (3.33)$$

O comprimento de mistura é avaliado como a menor distância entre: o produto da constante de Von Kármán (k) e a distância da parede mais próxima (d); e o produto da constante de Smagorinsky ($C_s=0,1$) e o volume finito computacional (\forall)

$$L_s = \min\left(k d, C_s \forall^{1/3}\right). \quad (3.34)$$

3.3 Tratamento Junto à Parede

Escoamentos turbulentos são significativamente afetados pela presença de

paredes. Muito perto da parede a atenuação devido à viscosidade reduz as flutuações do componente tangencial da velocidade, induzindo a redução de flutuações normais à parede. Afastando-se da parede, no entanto, a turbulência é rapidamente incrementada pela produção de energia cinética turbulenta devido aos grandes gradientes de velocidade. Obviamente, o campo de velocidade é afetado pela condição de não deslizamento, no entanto, a presença de paredes induz forte anisotropia do escoamento turbulento, o que dificulta substancialmente a modelagem do mesmo. A modelagem próxima à parede afeta significativamente a fidelidade da solução numérica, especialmente quando as fontes da vorticidade e turbulência são devido a presença das paredes. De modo geral, é junto às paredes que se encontram os maiores gradientes de velocidade. Portanto, nessa região, o transporte de quantidade de movimento e de outros escalares ocorre de modo mais vigoroso. Assim uma representação precisa do escoamento na região próxima a parede determina o sucesso da predição.

Os modelos κ - ε e RSM apresentados são válidos somente para regiões longe da parede. Para caracterizar a região da parede é conveniente introduzir a distância adimensional y^+

$$y^+ = \frac{\rho u^* y}{\mu}, \quad (3.35)$$

onde u^* é a velocidade de atrito e y a distância da parede,

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (3.36)$$

sendo τ_w a tensão cisalhante na parede.

Numerosos experimentos (Silva Freire et al. 1998) têm mostrado que a região próxima à parede pode ser subdividida em três camadas:

- Subcamada viscosa: é a camada mais interna ($y^+ < 5$) onde o escoamento é quase laminar e a viscosidade molecular tem papel dominante na transferência de momento, calor e massa;
- Subcamada turbulenta: é a camada mais externa ($y^+ > 30$) onde a turbulência é dominante, também chamada de logarítmica;
- Subcamada intermediária, onde os efeitos da viscosidade molecular e

turbulenta são igualmente importantes ($5 < y^+ < 30$).

Na sub-camada turbulenta existe equilíbrio entre produção e destruição de energia cinética. Como resultado, pode-se mostrar que a tensão cisalhante na parede τ_w é diretamente relacionada com κ de acordo com

$$\frac{\tau_w}{\rho} = C_\mu^{1/2} \kappa. \quad (3.37)$$

Tradicionalmente, existem duas abordagens para modelar a região próxima à parede. Em uma delas, a subcamada viscosa não é resolvida. Ao invés disso, são usadas fórmulas semi empíricas chamadas de “leis da parede” para unir a parede e a região totalmente turbulenta. Assim, os modelos de turbulência sofrem interferência dessa modelagem. Na outra abordagem, os modelos de turbulência utilizam funções de amortecimento para permitir que a região afetada pela viscosidade molecular seja resolvida até a parede, incluindo a subcamada viscosa.

Na maioria dos escoamentos com alto número de Reynolds, a abordagem com “leis da parede” economiza substancialmente o recurso computacional, uma vez que a região próxima à parede, onde a solução muda rapidamente, não precisa ser resolvida. Esta foi a abordagem utilizada nas modelagens empregadas neste trabalho em todas os casos.

A lei da parede padrão é a “lei logarítmica” derivada para um escoamento na ausência de gradiente de pressão. Esta lei pode ser ajustada de forma a incluir uma correção para efeitos de gradientes de pressão (Kim e Choudhury, 1995), onde a velocidade média, U , é modificada. Isto é especialmente pertinente nos casos como o de ciclones onde temos efeitos da curvatura das paredes.

Experimentos em tubulações rugosas mostram que a inclinação do perfil de velocidade (gradiente) junto à parede possui a mesma inclinação que em uma tubulação lisa, logo, o efeito da rugosidade é introduzido através de um termo que atua alterando o ponto de intercessão do perfil semi-logaritmo. Uma segunda correção, recomendada por Cebeci e Bradshaw (1977) é adicionada para levar em consideração a rugosidade da parede.

A modelagem LES permite determinar o escoamento na região da parede, se a malha for fina o suficiente para captar todas as escalas relevantes presentes. Quando a malha próxima à parede não é fina o suficiente para resolver a sub-

camada viscosa, é empregada uma lei de parede padrão.

De acordo com as modificações mencionadas, a lei logarítmica da parede, válida para $y^+ > 30$, pode ser escrita como:

$$\frac{\tilde{U} C_\mu^{1/4} \kappa^{1/2}}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{k} \ln \left(E \frac{\rho C_\mu^{1/4} \kappa^{1/2} y}{\mu} \right) - \Delta B, \quad (3.38)$$

com as constantes iguais a: $k=0,4187$ e $E=9,793$. A correção devido à presença de gradiente de pressão é incorporada na velocidade média \tilde{U} :

$$\tilde{U} = U - \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} \left[\frac{y_v}{\rho k \sqrt{\kappa}} \ln \left(\frac{y}{y_v} \right) + \frac{y - y_v}{\rho k \sqrt{\kappa}} + \frac{y_v^2}{\mu} \right], \quad (3.39)$$

onde y_v é a espessura da subcamada viscosa, calculada por:

$$y_v = \frac{\mu y_v^*}{\rho C_\mu^{1/4} \kappa_P^{1/2}}, \quad (3.40)$$

sendo a constante y_v^* é igual a 11,225, κ_P é a energia cinética turbulenta do primeiro ponto interno.

O termo ΔB é função da rugosidade sendo modelado com base na altura adimensional da rugosidade, K_s^+ , que é definida como:

$$K_s^+ = \rho K_s u^* / \mu, \quad (3.41)$$

onde $u^* = C_\mu^{1/4} \kappa^{1/2}$.

Existem 3 faixas com correlações distintas de ΔB em função de K_s^+ :

(a) Hidrodinamicamente liso – $K_s^+ \leq 2,25$.

Nesse caso os efeitos da rugosidade são desprezíveis e $\Delta B = 0$.

(b) Transição – $2,25 < K_s^+ < 90$, onde:

$$\Delta B = \frac{1}{k} \ln \left[\frac{K_s^+ - 2,25}{87,75} + C_s K_s^+ \right] \times \text{sen} \left[0,4258 (\ln K_s^+ - 0,811) \right]. \quad (3.42)$$

(c) Totalmente rugoso – $K_s^+ > 90$,

$$\Delta B = \frac{1}{k} \ln \left[1 + C_s K_s^+ \right]. \quad (3.43)$$

Os parâmetros que são necessários para a modelagem são o K_s (altura rugosa) e C_s (constante de rugosidade). A altura rugosa, K_s , é proporcional a medida de rugosidade.

Infelizmente não existe um guia claro para escolha do valor de C_s , sendo usado normalmente valores de 0,5 a 1. O valor padrão utilizado neste trabalho foi 0,5.

A lei da parede apresentada emprega o conceito de duas camadas para avaliar a energia cinética turbulenta na região da parede, a qual é necessária como condição de contorno para a solução de κ no restante do escoamento. Considera-se que existe uma sub-camada viscosa e uma camada totalmente turbulenta. As seguintes relações são utilizadas para as grandezas turbulentas:

$$\kappa = \begin{cases} \left(\frac{y}{y_v} \right)^2 \kappa_p & \text{para } y < y_v \\ \kappa_p & \text{para } y > y_v \end{cases}, \quad (3.44)$$

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{2\mu \kappa}{\rho y^2} & \text{para } y < y_v \\ \frac{\kappa^{3/2}}{C_\ell^* y} & \text{para } y > y_v \end{cases}, \quad (3.45)$$

$$\tau_t = \begin{cases} 0 & \text{para } y < y_v \\ \tau_w & \text{para } y > y_v \end{cases},$$

onde $C_\ell^* = k C_\mu^{-3/4}$ e y_v é uma espessura adimensional da sub-camada viscosa.

Usando estas relações, pode-se determinar a produção média volumétrica de κ , $\overline{G_\kappa}$ e dissipação média na região da parede, $\overline{\varepsilon}$

$$\overline{G_{\kappa}} = \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \tau_t \frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{1}{\kappa y_n} \frac{\tau_w^2}{\rho C_{\mu}^{1/4} \kappa_P^{1/2}} \ln\left(\frac{y_n}{y_v}\right), \quad (3.46)$$

$$\overline{\varepsilon} = \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \varepsilon dy = \frac{1}{y_n} \left[\frac{2 \mu l \rho}{y_v} + \frac{\kappa_P^{1/2}}{C_{\ell}^*} \ln\left(\frac{y_n}{y_v}\right) \right] \kappa_P, \quad (3.47)$$

onde a altura do volume de controle y_n é $2 y_p$.