

8 Conclusões e sugestões

8.1. Conclusões

Este trabalho trata do comportamento dinâmico de membranas hiperelásticas circulares, completas e anulares, previamente tracionadas. Em particular são estudadas as vibrações não lineares livres e forçadas de grande amplitude. Isto é feito através de uma análise paramétrica detalhada onde são analisados: a relação não-linear frequência-amplitude, curvas de ressonância, diagramas de bifurcação, co-existência de soluções e bacias de atração.

Para a análise desses fenômenos não-lineares, difíceis de serem analisados usando modelos com um grande número de graus de liberdade, este trabalho desenvolve modelos de dimensão (ou ordem) reduzida para o estudo das vibrações transversais da membrana hiperelástica submetida a grandes deslocamentos. Estes modelos são deduzidos com base na análise das equações não-lineares de movimento e de uma investigação numérica do problema através de uma modelagem refinada por elementos finitos. A modelagem por elementos finitos permitiu justificar várias simplificações do modelo analítico tais como desprezar o efeito dos deslocamentos no plano da membrana nas vibrações não-lineares. A qualidade da modelagem é também comprovada através do método de Karhunen-Loève, usando-se os dados obtidos através da análise por elementos finitos e da expansão dos modos ortogonais próprios em séries dos modos normais de vibração. Com isto mostra-se que a análise conjunta através do método dos elementos finitos e de Karhunen-Loève pode ser usada de forma eficiente na dedução de modelos para estruturas com outras geometrias, condições de contorno e carregamento.

O uso conjunto do método de Karhunen-Loève com séries de modos normais para dedução de modelos eficientes com poucos graus de liberdade é uma contribuição original desta linha de pesquisa. Deve-se destacar que a dedução de modelos precisos com poucos graus de liberdade para análise dinâmica não-linear

é uma área de pesquisa de crescente importância em engenharia e que não foram encontrados estudos anteriores sobre a dedução de modelos reduzidos para membranas na literatura.

Para a dedução dos modelos de ordem reduzida, é apresentada inicialmente uma formulação variacional para a análise dinâmica de membranas circulares submetidas a um estado de tensões iniciais usando a teoria de elasticidade finita para membranas hiperelásticas.

A escolha da geometria circular sob tração radial se deve à sua importância tecnológica e científica. Além de ser usada em várias aplicações práticas, essa geometria, em função de sua simplicidade e simetrias, permite se obter soluções analíticas tanto para o problema estático e quanto para o problema dinâmico. Sendo este um estudo pioneiro na área de vibrações de membranas hiperelásticas, estas soluções podem ser usadas como *benchmark* em futuras pesquisas.

A análise paramétrica e o estudo da estrutura das equações não lineares de movimento levaram a uma série de observações e conclusões a respeito do comportamento dinâmico de membranas hiperelásticas, em particular sobre a influência do estado de tensões iniciais nos resultados.

Verifica-se em todos os casos que, à medida que aumenta a tração radial, as frequências naturais crescem de forma não linear a partir de zero e tendem a um valor constante para valores de raio deformado maiores que duas vezes o raio inicial. É deduzida em cada caso uma expressão analítica para o limite superior da frequência associada a cada modo de vibração.

Verifica-se também que a não-linearidade da resposta da membrana hiperelástica diminui com o aumento da amplitude de vibração, diminuindo a importância de modos mais altos na resposta de grande amplitude. Este comportamento é diferente do encontrado na maioria dos elementos estruturais desta classe, tais como placas e cascas, onde o grau de não-linearidade aumenta com a amplitude de vibração e está associada ao crescente efeito da flexão. Observa-se que a frequência cresce inicialmente com a amplitude (exceto no caso com inclusão rígida) e tende assintoticamente para um limite superior que é o mesmo observado para a frequência natural do modo em estudo. Isto é comprovado matematicamente através do limite das equações de movimento quando o raio deformado tende a infinito.

O grau de não-linearidade da relação frequência-amplitude cresce à medida que a tensão inicial devida à deformação radial decresce, sendo a não linearidade bastante acentuada para membranas levemente tracionadas.

Esta não linearidade tem influência marcante nas vibrações forçadas da membrana. Quando se analisa as curvas de ressonância e diagramas de bifurcação da membrana, observa-se que em uma ampla faixa de variação da magnitude e frequência da excitação há a coexistência de vibrações de pequena e grande amplitude, o que pode levar a mudanças bruscas na amplitude de vibração na presença de perturbações ou em virtude da variação dos parâmetros da excitação. Esta faixa onde distintas soluções estáveis coexistem cresce à medida que a tensão inicial decresce. Nesta região, a análise das bacias de atração mostra que a maioria das condições iniciais leva a oscilações de grande amplitude. Este comportamento é distinto do da maioria das estruturas onde, na região de ressonância não linear, a maioria das condições iniciais levam a oscilações de pequena amplitude.

A variação da massa específica ou da espessura ao longo da direção radial da membrana, não modifica o comportamento global das vibrações não lineares da membrana.

A consideração de uma inclusão rígida cujo peso, agindo na direção transversal à membrana, é responsável pela pré-tração inicial modifica bastante o comportamento da membrana. Além de diminuir o grau de não linearidade da resposta, dependendo do nível de tração inicial, a membrana pode apresentar um comportamento com ganho ou perda de rigidez.

Por fim, os resultados da membrana analisada usando modelos constitutivos baseados em diferentes invariantes mostram que a membrana exibe a mesma relação de frequência-amplitude não-linear para todos os modelos testados. Assim, devido a sua precisão, a formulação apresentada e resultados teóricos podem servir como importantes caminhos para o desenvolvimento de modelos numéricos e analíticos completamente não-lineares que podem englobar geometrias e condições de contorno mais complexas.

Os resultados obtidos com os modelos reduzidos se comparam de forma favorável com os obtidos usando-se o método dos elementos finitos. Verifica-se na utilização do método dos elementos finitos a necessidade de um grande esforço computacional para a obtenção de resultados, tais como as relações frequência-deslocamento de membranas pré-tensionada. Dessa maneira, os modelos de

dimensão reduzida demonstram ser uma alternativa para a minimização desse esforço.

8.2. Sugestões

A análise de membranas hiperelásticas é um assunto de grande relevância científica e tecnológica. Apesar disto, encontram-se na literatura poucas contribuições sobre o comportamento dinâmico não linear destas estruturas, particularmente quando as mesmas estão submetidas a grandes deformações. Nesta tese alguns tópicos relativos à vibração não linear destas estruturas foram analisados. Assim, sugere-se o prosseguimento dos estudos nesta área de pesquisa, enfocando, dentre outros, os seguintes tópicos:

- Análise das vibrações não lineares e instabilidade dinâmica de membranas hiperelásticas com outras geometrias, tais como membrana cilíndrica.
- Análise do comportamento dinâmico de membranas com material ortotrópico.
- Estudo do fenômeno de flambagem localizada em membranas, denominado enrugamento.
- Investigação experimental do comportamento de membranas hiperelásticas sob vibrações livres e forçadas de grande amplitude.
- Análise do comportamento dinâmico e estabilidade de membranas de material visco-elástico.
- Estudo do comportamento dinâmico e estabilidade de membranas construídas com novos materiais tais como as membranas de material magneto-reológico e suas aplicações no controle de vibrações.