



Rodrigo Simões Atherino

**Estimação de Reservas IBNR por Modelos
em Espaço de Estado: Empilhamento por
Linhas do Triângulo Runoff**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Co-orientador: Prof. Adrian Heringer Pizzinga

Rio de Janeiro

Dezembro de 2008



Rodrigo Simões Atherino

**Estimação de Reservas IBNR por Modelos
em Espaço de Estado: Empilhamento por
Linhas do Triângulo Runoff**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Dr. Cristiano Augusto Coelho Fernandes
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Dr. Adrian Heringer Pizzinga
Co-orientador
PUC-Rio

Dr. Álvaro de Lima Veiga Filho
Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

Dr. Marcelo Cunha Medeiros
Economia – PUC-Rio

Dr. Kaizô Iwakami Beltrão
ENCE/IBGE

Dr. Nei Carlos dos Santos Rocha
UFRJ

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico

Rio de Janeiro, 17 de dezembro de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Rodrigo Simões Atherino

Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Telecomunicações pela PUC-Rio, tendo realizado trabalhos de pesquisa na área de Processamento de Imagens, assim como em Mobilidade de Sistemas Celulares. Especializou-se em Redes de Computadores e obteve o título de Mestre em Engenharia Elétrica com ênfase em Métodos de Apoio à Decisão pela mesma instituição. Trabalhou nas empresas Globalstar do Brasil na área de Sistemas de Comunicações Celulares via Satélite; na empresa Embratel, na área de Planejamento de Rede de Dados e Internet; na empresa Telemar, área de Outsourcing e Projetos Complexos de Telecomunicações; e na gestora de recursos JGP, na área de Pesquisas Quantitativas.

Ficha Catalográfica

Atherino, Rodrigo Simões

Estimação de reservas IBNR por modelos em espaço de estado: empilhamento por linhas do triângulo Runoff / Rodrigo Simões Atherino ; orientador: Cristiano Augusto Coelho Fernandes ; co-orientador: Adrian Heringer Pizzinga. – 2008.

57 f. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Espaço de estado. 3. Filtro de Kalman. 4. Valores faltantes. I. Fernandes, Cristiano Augusto Coelho. II. Pizzinga, Adrian Heringer. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Agradecimentos

Gostaria de fazer os seguintes agradecimentos:

- Ao meu amigo e co-orientador prof. Adrian "Master" Pizzinga, não só pela sua orientação e pelo auxílio técnico, mas também pelos agradáveis momentos de convivência;

- Ao meu orientador, prof. Cristiano Fernandes, pelo apoio e pela confiança depositada em mim durante todo este longo trajeto;

- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Escola Nacional de Seguros (FUNENSEG) pelo apoio financeiro. Sem eles, este trabalho não seria concretizado;

- Aos membros da banca, pelas críticas e sugestões que em muito enriqueceram a versão final desse texto;

- Ao meu amigo Giuliano Lorenzoni, pelo apoio e pelos grandes eventos de apreciação dos "clássicos";

- Ao Marcio Lyra, por ter me proporcionado um ambiente de trabalho propício para a conclusão deste trabalho;

- Às funcionárias do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio, Alcina e Márcia, por toda a atenção e paciência.

- À Maria do Carmo Rosas e Silva, pelo carinho e pela revisão do texto desta tese, e ao prof. Raul Rosas e Silva, por todas as conversas e momentos de descontração;

- Aos meus pais, Yolanda e Cristóvão, que com muito carinho, dedicação e amor, sempre possibilitaram-me realizar sonhos e conquistas;

- Ao meu amor Mariana, simplesmente por existir em minha vida.

Resumo

Atherino, Rodrigo Simões; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Orientador); Pizzinga, Adrian Heringer (Co-orientador). **Estimação de Reservas IBNR por Modelos em Espaço de Estado: Empilhamento por Linhas do Triângulo Runoff**. Rio de Janeiro, 2008. 57p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do rio de Janeiro.

Este trabalho versa sobre previsão de reservas do tipo IBNR levando-se em conta uma ordenação diferente do triângulo de runoff incremental. Esta se dá por linhas empilhadas, originando, assim, uma série temporal univariada repleta de valores faltantes, cuja soma desses valores constitui o IBNR a ser estimado. Duas abordagens de estimação, inteiramente baseadas na teoria dos modelos em Espaço de Estado e do filtro de Kalman, são desenvolvidas, implementadas com dados reais de empresas seguradoras, e comparadas entre si e a outros métodos de estimação já consagrados na literatura atuarial. A primeira abordagem pauta-se no cálculo da matriz de covariâncias condicionais das componentes do IBNR, e a segunda é um processo de obtenção do IBNR por acumulação. Os resultados obtidos revelam, para as abordagens propostas, os seguintes pontos sumários: (i) plena eficiência e viabilidade computacional; (ii) sistemático ganho em termos de acurácia do IBNR estimado; e (iii) abrangência no que diz respeito às possibilidades de modelagem estatística dos dados de IBNR.

Palavras-chave

Espaço de Estado, filtro de Kalman, IBNR, valores faltantes.

Abstract

Atherino, Rodrigo Simões; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Advisor). Pizzinga, Adrian Heringer (Co-advisor). **State Space Models for IBNR Reserves Estimation: Row-Wise Stacking the Runoff Triangle**. Rio de Janeiro, 2008. 57p. Doctorate Thesis – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work deals with prediction of IBNR reserves under a different ordering of the non-cumulative runoff triangle. This is accomplished by stacking the rows, which results in a univariate time series with several missing values, whose corresponding sum is in fact the IBNR. Two estimation approaches, entirely based on state space methods and Kalman filtering, are developed, implemented with real data, and compared with some well established estimation methods for IBNR. The first approach consists in obtaining the conditional covariance matrix of the IBNR components, and the second tackles the IBNR estimation under an accumulation process. Three remarks emerge from the empirical results: (i)computational feasibility and efficiency; (ii)precision improvement for IBNR estimation; and (iii)flexibility in which concerns the IBNR modelling framework.

Keywords

IBNR, Kalman filter, missing values, State Space.

Sumário

1	Introdução	10
2	Reordenação do triângulo <i>runoff</i>	12
2.1	O método <i>Chain-Ladder</i>	14
2.2	Modelo em Espaço de Estado proposto	15
3	Metodologia	18
3.1	Modelos em Espaço de Estado Lineares Gaussianos	18
3.2	Primeira Abordagem: <i>o método dos blocos</i>	21
3.3	Segunda Abordagem: <i>o método do acumulador</i>	25
4	Aplicações	29
4.1	Série AFG: resultados	34
4.2	Série MC1: resultados	44
4.3	Série DJZ: resultados	47
5	Conclusões e Extensões	51
A	Provas	55
A.1	Prova do Lema 2	55
A.2	Prova do Lema 3	55
A.3	Prova do Lema 4	56
A.4	Prova do Teorema 1	56
A.5	Prova da Proposição 1	56

Lista de figuras

2.1	Triângulo de <i>runoff</i> .	12
2.2	Reparametrização “por linhas” do triângulo.	16
2.3	Reparametrização “por linhas” do triângulo com valores ausentes.	16
3.1	Triângulo trimestral.	21
4.1	Séries empilhadas na escala real.	32
4.2	Séries empilhadas na escala logarítmica.	33
4.3	Resultados do modelo estrutural nos dados sem transformação (dados AFG).	35
4.4	Resultados do modelo estrutural nos dados com transformação (dados AFG).	35
4.5	Diagnósticos – modelo estrutural nos dados AFG sem transformação.	37
4.6	Diagnósticos – modelo estrutural nos dados AFG com transformação.	37
4.7	Resultados dados AFG – Modelo I-c (8 intervenções).	42
4.8	Resultados dados AFG – Modelo II-c (10 intervenções).	42
4.9	Diagnósticos dados AFG – Modelo I-c (8 intervenções).	43
4.10	Diagnósticos dados AFG – Modelo II-c (10 intervenções).	43
4.11	Resultados do modelo estrutural nos dados MC1 com transformação (10 intervenções).	46
4.12	Diagnósticos – modelo estrutural nos dados MC1 com transformação (10 intervenções).	46
4.13	Resultados do modelo estrutural nos dados sem transformação (dados DJZ).	48
4.14	Resultados modelo estrutural nos dados com transformação (dados DJZ).	48

Lista de tabelas

3.1	Nova dimensão dos vetores e matrizes para o método do acumulador.	28
4.1	Dívidas gerais facultativas (excluindo ambiental) do estudo da evolução histórica de perdas (1991 - unidade milhar de dólar)–AFG.	29
4.2	Triângulo de <i>runoff</i> extraído de Mack (1993).	30
4.3	Triângulo de <i>runoff</i> para uma seguradora inglesa (unidade milhar de libra)–DJZ.	30
4.4	Parâmetros estimados e relações sinal/ruído para a base de dados AFG.	34
4.5	Comparação entre os modelos (dados AFG).	34
4.6	Comparação entre os modelos (dados AFG) – Out of Sample.	36
4.7	Reservas AFG calculadas e CV em %.	36
4.8	Intervenções em cada modelo para os dados AFG.	38
4.9	Parâmetros estimados e relações sinal/ruído para a base de dados AFG - modelos com intervenções.	38
4.10	Comparação entre os modelos com intervenções (dados AFG).	39
4.11	Comparação entre os modelos com intervenções (dados AFG) – Fora da Amostra.	40
4.12	Testes & Diagnósticos para os dados AFG.	40
4.13	Reservas Estimadas para os modelos com intervenções e seus respectivos CV (%) – AFG.	44
4.14	Intervenções em cada modelo para os dados MC1.	44
4.15	Parâmetros estimados e relações sinal/ruído para a base de dados MC1.	45
4.16	Comparação entre os modelos (dados MC1).	45
4.17	Comparação entre os modelos (dados MC1) – Fora da Amostra.	45
4.18	Testes & Diagnósticos para os dados MC1.	47
4.19	Reservas Estimadas para os modelos com intervenções e seus respectivos CV (%) – MC1.	47
4.20	Parâmetros estimados e relações sinal/ruído para a base de dados DJZ.	49
4.21	Comparação entre os modelos (dados DJZ).	50
4.22	Comparação entre os modelos (dados DJZ) – Fora da Amostra.	50
4.23	Reservas estimadas e seus respectivos CV (%) – DJZ.	50