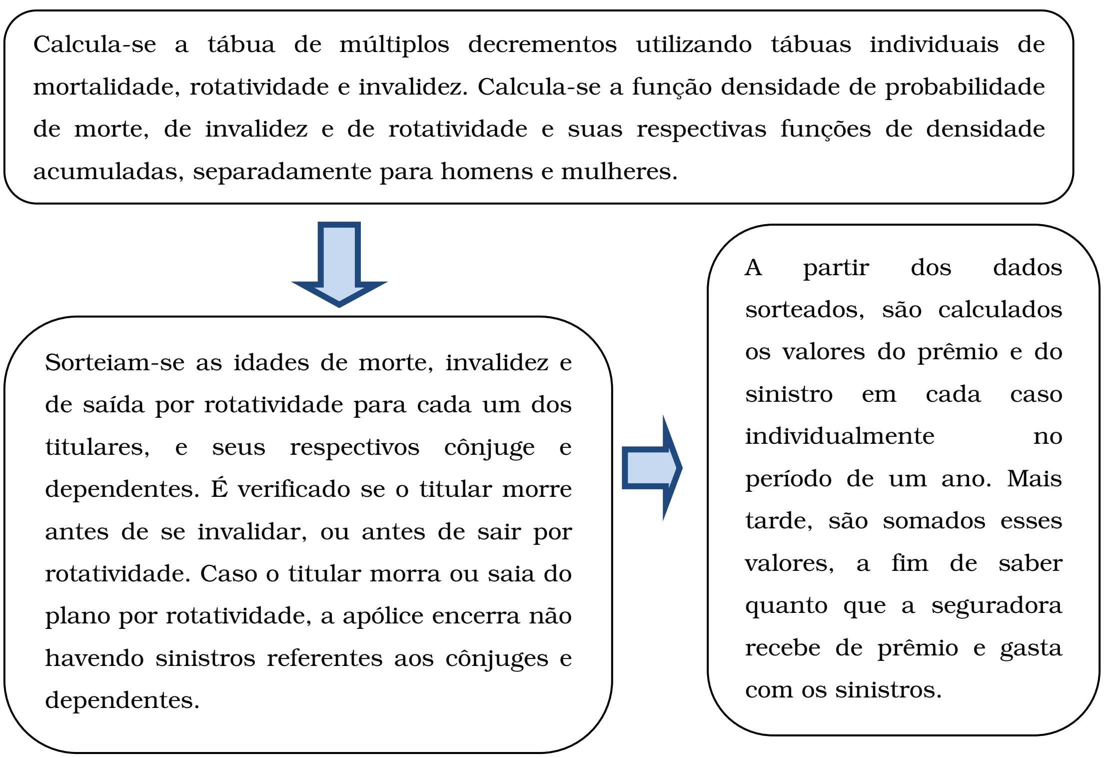
4. Metodologia

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada na modelagem, estando dividida em duas seções: uma referente às tábuas de múltiplos decrementos, e outra referente à simulação de Monte Carlo, usada no modelo para o cálculo de capital necessário para a solvência. Para entender melhor as fases para a construção do modelo, abaixo segue o fluxograma do processo para os dois casos analisados.

Fluxograma do processo da seguradora:



Para o descrito acima, foi utilizado no modelo base uma determinada tábua (AT 83), uma determinada taxa de juros (4%) e rotatividade de 21%. Para a análise de sensibilidade, foram utilizadas outras 2 tábuas, houve variação na taxa de juros e na rotatividade.

Fluxograma do processo do fundo de pensão:

A partir da tábua biométrica escolhida e da taxa de rotatividade, calcula-se a função densidade de probabilidade de morte e suas respectivas acumuladas. Isto é realizado separadamente para homens e mulheres, uma vez que a probabilidade de morte em cada idade para cada sexo é diferente.

São sorteadas as idades de morte e de aposentadoria de cada indivíduo.

É realizado o cálculo da contribuição em função de último salário, admitindo um crescimento salarial escolhido e considerando o desconto para os indivíduos que se aposentam antes do tempo.

É verificado se o indivíduo morre antes de atingir a idade de aposentadoria ou se sai do fundo em conseqüência da rotatividade antes de atingir essa idade, para cada cenário gerado.

Por fim, é procedido o cálculo dos benefícios como 100% do último salário. Os valores dos benefícios e das contribuições futuras são trazidos a valor presente para avaliar se há equilíbrio no fundo.

Para o descrito acima, foi utilizado no modelo base uma determinada tábua (AT 2000), uma determinada taxa de juros (4%) e rotatividade de 2%. Para a análise de sensibilidade, foram utilizadas outras 2 tábuas, houve variação na taxa de juros e na rotatividade.

4.1. Tábuas de Mortalidade e Invalidez

Tábua de mortalidade, também chamada de tábua de vida ou tábua atuarial é uma tabela utilizada principalmente no cálculo atuarial, em planos de previdência e seguros de vida, para calcular as probabilidades de vida e morte de uma população em função da idade. As tábuas são criadas a partir de dados provenientes principalmente de Censos Populacionais. Ela apresenta a probabilidade de morte e sobrevida de um determinado número de indivíduos em uma certa idade, entre outros dados que variam conforme a tábua. As tábuas de mortalidade também são utilizadas para traçar políticas públicas e estudos demográficos.

Existem também as tábuas de invalidez que medem as probabilidades relativas à invalidez dos indivíduos. Essa invalidez é caracterizada pela incapacidade de uma pessoa exercer sua atividade profissional ou qualquer outro tipo de serviço que lhe garanta o sustento. A invalidez pode ser decorrente de acidente, de doença ou mesmo de envelhecimento.

A utilização das tábuas de invalidez ocorre basicamente no cálculo de rendas e pecúlios por invalidez. Existem basicamente dois tipos de tábuas de invalidez: as de entrada em invalidez e de mortalidade dos inválidos.

4.1.1. Uma Variável Aleatória

Dentro da ciência atuarial, é frequente a necessidade de definir a probabilidade de $T(x)$. Para isto, tem-se a notação

$$ {}_tq_x = P[T(x) \leq t] \qquad t \geq 0 \tag{4.1} $$

$$ {}_tp_x = 1 - {}_tq_x = P[T(x) > t] \qquad t \geq 0 \tag{4.2} $$

A expressão ${}_tq_x$ pode ser interpretada como a probabilidade de um indivíduo de idade x morrer dentro de t anos, ou seja, ${}_tq_x$ é função de distribuição de $T(x)$. Por outro lado, ${}_tp_x$ pode ser visto como a probabilidade de um indivíduo de idade x

chegar a idade $x+t$, ou seja, ${}_tp_x$ é a função de sobrevivência do indivíduo com idade x.

Se $t=1$, por convenção é omitido o prefixo das notações utilizadas em *(4.1)* e *(4.2)*, e tem-se que

$$q_x = P[indivíduo\ de\ idade\ x\ morrerá\ dentro\ de\ 1\ ano] \quad (4.3)$$

$$p_x = P[indivíduo\ de\ idade\ x\ atingirá\ a\ idade\ x+1] \quad (4.4)$$

Existe uma notação especial para eventos mais gerais como, por exemplo, indivíduo de idade x sobreviver t anos e morrer nos próximos u anos, isto é, o indivíduo com idade x morrerá entre as idades $x+t$ e $x+t+u$. A notação é dada por

$${}_{t|u}q_x = P[t < T(x) \leq t+u] = {}_{t+u}q_x - {}_tq_x = {}_tp_x - {}_{t+u}p_x \quad (4.5)$$

Como antes, se $u=1$, o prefixo pode ser deletado em ${}_{t|u}q_x$, obtendo-se ${}_{t|}q_x$. A observação da sobrevivência na idade x produzirá a mesma distribuição condicional de sobrevivência como a hipótese de que um recém-nascido sobreviveu a idade x,

$${}_tp_x = \frac{{}_{x+t}p_0}{{}_xp_0} \quad (4.6)$$

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x \quad (4.7)$$

Neste âmbito, *(4.5)* e seus muitos casos especiais, podem ser expressas como

$${}_{t|u}q_x = {}_tp_x * {}_uq_{x+t} \quad (4.8)$$

4.1.2.
Duas Variáveis Aleatórias

No modelo descrito acima, a preocupação é apenas com a variável *tempo até a morte do indivíduo de idade* x. Aqui, T denotará a variável aleatória *tempo*.

Nesta seção, o modelo básico é expandido introduzindo uma segunda variável aleatória, *causa do decremento*, que será denotada por $J(x) = J$. Esta variável será assumida como discreta. Por exemplo, nos planos de benefícios do empregado, a variável aleatória J pode assumir os valores 1,2,3 ou 4, dependendo se o término é devido a saída, invalidez, morte ou aposentadoria, respectivamente.

O intuito agora é descrever a distribuição conjunta de T e J, e suas respectivas distribuições marginal e condicional. Denota-se a função de distribuição conjunta de probabilidade de T e J por $f(t,j)$, a função marginal de probabilidade de J por $h(j)$, e a função marginal de probabilidade de T por $g(t)$.

$$\sum_{j=1}^{m} h(j) = 1, \quad m = 1,2,3,\dots \tag{4.9}$$

$$\int_0^\infty g(t)dt = 1 \tag{4.10}$$

A função de distribuição de probabilidade $f(t,j)$ pode ser usado para calcular as probabilidades de eventos definidos por T e J. Por exemplo,

$$f(t,j)dt = P[t < T \leq t + dt, J = j] \tag{4.11}$$

$$P(a < T \leq b) = \sum_{j=1}^{m} \int_0^t f(t,j)dt \tag{4.12}$$

$$P[0 < T \leq t, J = j] = \int_0^t f(s,j)\, ds \tag{4.13}$$

A probabilidade de decremento antes do tempo t devido à causa j dada pela equação *(4.13)* tem uma notação especial

$${}_t q_x^{(j)} = \int_0^t f(s,j)\, ds \quad t \geq 0, j = 1,2,\dots,m \tag{4.14}$$

onde o índice sobrescrito denota a causa de decremento na teoria de múltiplos decrementos.

Pela definição de distribuição marginal de J, tem-se

$$h(j) = \int_0^{\infty} f(s,j)ds = {}_{\infty}q_x^{(j)} \quad j = 1,2,3,\dots,m \qquad (4.15)$$

Para $g(t)$, e a função de distribuição $G(t)$, tem-se para $t \geq 0$

$$g(t) = \sum_{j=1}^{m} f(t,j) \qquad (4.16)$$

$$G(t) = \int_0^{t} g(s)\, ds \qquad (4.17)$$

Usando a sobrescrita (τ) para que a função se refere a todas as causas, ou força total, obtém-se

$${}_tq_x^{(\tau)} = P[T \leq t] = G(t) = \int_0^{1} g(s)ds \qquad (4.18)$$

$${}_tp_x^{(\tau)} = P[T > t] = 1 - {}_tq_x^{(\tau)} \qquad (4.19)$$

A equação (*4.11)* pode ser analisada condicionando a sobrevivência num dado momento t. Desta forma, tem-se

$$f(t,j)dt = P[T > t]P[\{(t < T \leq t + dt) \cap (J = j)\}|T > t] \qquad (4.20)$$

A força de decremento devido à causa j é denotada por

$$\mu_{x+t}^{(j)} = \frac{f(t,j)}{1 - G(t)} = \frac{f(t,j)}{{}_tp_x^{(\tau)}} \qquad (4.21)$$

A força de decremento na idade $x + t$ devido à causa j tem uma interpretação de probabilidade condicional. É o valor da função de distribuição conjunta condicional de probabilidade de T e J em $x + t$. Então, a equação (*4.20)* pode ser reescrito como

$$f(t,j)dt = {}_tp_x^{(\tau)} \cdot \mu_{x+t}^{(j)} dt \quad j = 1,2,\dots m; t \geq 0 \qquad (4.20) \text{ reescrita}$$

Em palavras,

$f(t,j)dt$ – probabilidade conjunta dos decrementos entre t e $t + dt$ devido à causa j;

${}_{t}p_x^{(\tau)}$ – probabilidade de que o indivíduo com idade x permanece em dado estado até o momento t;

$\mu_x^{(j)}dt$ – probabilidade condicional de que o decremento ocorre entre t e $t+dt$ devido a causa j, dado que o decremento não ocorreu antes do momento t.

Segue pela diferenciação da equação (*4.14)* e usando a equação (*4.20)* que

$$\mu_{x+t}^{(j)} = \frac{1}{{}_{t}p_x^{(\tau)}}\frac{d}{dt}\ {}_{t}q_x^{(j)} \qquad (4.22)$$

Agora, a partir das equações (*4.18)*, (*4.16)*, (*4.17)* e (*4.14)*

$${}_{t}q_x^{(\tau)} = \int_0^t g(s)ds = \int_0^t \sum_{j=1}^{m} f(s,j)\, ds$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \int_0^t f(s,j)\, ds = \sum_{j=1}^{m}\ {}_{t}q_x^{(j)} \qquad (4.23)$$

Combinando (*4.18)*, (*4.16)* e (*4.22)*, tem-se

$$\mu_{x+t}^{(\tau)} = \sum_{j=1}^{m} \mu_{x+t}^{(j)}\ , \qquad (4.24)$$

ou seja, a força de decrementos é a soma das forças de decrementos devido as causas m.

4.1.3. Associando a Tábua de Único Decremento

Para cada uma das causas dos decrementos reconhecidos no modelo de múltiplos decrementos, é possível definir um modelo de decremento único que depende somente de uma determinada causa. As funções do modelo de único decremento são definidas como a seguir

$${}_{t}p'^{(j)}_x = exp\left[-\int_0^t \mu_{x+s}^{(j)} ds\right] \qquad (4.25)$$

$${}_{t}q'^{(j)}_x = 1 - \ {}_{t}p'^{(j)}_x \qquad (4.26)$$

Quantias como ${}_tq'^{(j)}_x$ são chamadas probabilidades de decremento em bioestatística. Entretanto, outros nomes podem ser atribuídos a essas quantias. Um é a taxa independente de decremento, chamado assim porque a causa j não compete com outras causas para determinar ${}_tq'^{(j)}_x$. O termo que deve ser usado para ${}_tq'^{(j)}_x$ é taxa absoluta de decremento. O uso da palavra taxa para descrever ${}_tq'^{(j)}_x$ é para evitar a palavra probabilidade. O símbolo ${}_tq^{(j)}_x$denota a probabilidade do decremento devido a causa j entre as idades x e $x+1$, e deve-se mostrar que difere de ${}_tq'^{(j)}_x$. Além disso, ${}_tp'^{(j)}_x$, diferentemente de ${}_tp^{(\tau)}_x$, não é necessariamente uma função de sobrevivência,e não requer que $\lim_{t\to\infty}\ {}_tp'^{(j)}_x = 0$.

Enquanto

$$\int_0^{\infty} \mu^{(\tau)}_{x+t} dt = \infty \qquad (4.27)$$

pode-se concluir a partir da equação *(4.17)* somente que

$$\int_0^{\infty} \mu^{(j)}_{x+t} dt = \infty \qquad (4.28)$$

para pelo menos um j. Podem existir causas de decrementos para o qual esta integral é finita.

Nas seções seguintes serão examinadas as relações entre a tábua de múltiplos decrementos e suas tábuas de decremento único associadas. Deve-se observar as suposições especiais sobre a incidência dos decrementos durante o ano em certa idade e notar algumas relações implicadas.

- *Relações Básicas*

Primeiro, note que desde que

$${}_tp^{(\tau)}_x = exp\left\{-\int_0^1 \left[\mu^{(1)}_{x+s} + \mu^{(2)}_{x+s} + \cdots + \mu^{(m)}_{x+s}\right] ds\right\} \qquad (4.29)$$

tem-se que

$$ {}_tp_x^{(\tau)} = \prod_{i=1}^{m} {}_tp'^{(i)}_x \qquad (4.30) $$

Compare o tamanho das taxas absolutas e as probabilidades. Através da equação *(4.30)* nota-se que se alguma causa diferente de j está operando, então

$$ {}_tp'^{(j)}_x \geq {}_tp_x^{(\tau)} \qquad (4.31) $$

Isto implica que

$$ {}_tp'^{(j)}_x \mu_{x+t}^{(j)} \geq {}_tp_x^{(\tau)} \mu_{x+t}^{(j)} , \qquad (4.32) $$

e se essas funções forem integradas em relação a t no intervalo $(0,1)$, obtém-se

$$ q'^{(j)}_x = \int_0^1 {}_tp'^{(j)}_x \mu_{x+t}^{(j)} dt \geq \int_0^1 {}_tp_x^{(\tau)} \mu_{x+t}^{(j)} dt = q_x^{(j)} \qquad (4.33) $$

A magnitude das outras forças de decrementos pode fazer com que ${}_tp'^{(j)}_x$ seja consideravelmente maior que ${}_tp_x^{(\tau)}$, e então podem haver diferenças entre as taxas absolutas e as probabilidades.

- *<u>Suposição de Força Constante</u>*

Agora serão examinadas suposições especificas a respeito da incidência dos decrementos. Primeiramente, será usada força de decremento constante para cada decremento durante o ano em certa idade. Isso implica em

$$ \mu_{x+t}^{(j)} = \mu_x^{(j)} \qquad (4.34) $$

e

$$ \mu_{x+t}^{(\tau)} = \mu_x^{(\tau)} , \qquad 0 \leq t < 1 \qquad (4.35) $$

Então,

$$ q_x^{(j)} = \int_0^1 {}_tp_x^{(\tau)} \mu_x^{(j)} dt $$

$$ = \frac{\mu_x^{(j)}}{\mu_x^{(\tau)}} \int_0^1 {}_tp_x^{(\tau)} \mu_x^{(\tau)} dt = \frac{\mu_x^{(j)}}{\mu_x^{(\tau)}} q_x^{(\tau)} \qquad (4.36) $$

Mas também, sob a suposição de força constante,

$$\mu_x^{(\tau)} = -log\left(p_x^{(\tau)}\right) \tag{4.37}$$

e

$$\mu_x^{(j)} = -log\left({p'}_x^{(j)}\right) \tag{4.38}$$

e da equação *(4.36)*

$$q_x^{(j)} = \frac{log\left({p'}_x^{(j)}\right)}{log\left(p_x^{(\tau)}\right)} q_x^{(\tau)} \tag{4.39}$$

Esta fórmula, juntamente com a equação *(4.30)* pode ser usada para calcular $q_x^{(j)}$ a partir dos valores de ${q'}_x^{(j)}, j = 1,2, \dots, m$.

A equação *(4.39)* pode ser resolvida a partir de ${q'}_x^{(j)}$ resultando em

$${q'}_x^{(j)} = 1 - \left[1 - q_x^{(\tau)}\right]^{q_x^{(j)} / q_x^{(\tau)}} \tag{4.40}$$

Este resultado é útil para obter taxas absolutas para um dado conjunto de probabilidades de decrementos. Note que nas equações *(4.39)* e *(4.40)* é necessária atenção especial se ${p'}_x^{(j)}$ ou $p_x^{(\tau)}$ for igual a zero.

- *Suposição de Força Uniforme*

A equação *(4.40)* detém uma suposição alternativa, de que cada decremento no contexto de múltiplos decrementos tem distribuição uniforme no ano para cada idade. Então, assume-se que

$${}_t q_x^{(j)} = t q_x^{(j)} \qquad j = 1,2, \dots, m \, ; 0 \le t \le 1 \tag{4.41}$$

e somando

$${}_t q_x^{(\tau)} = 1 - {}_t p_x^{(\tau)} = t q_x^{(\tau)} \tag{4.42}$$

Além disso, sob a suposição dada, é possível observar que

$${}_t p_x^{(\tau)} \mu_{x+t}^{(j)} = q_x^{(j)} \tag{4.43}$$

e

$$\mu_{x+t}^{(j)} = \frac{q_x^{(j)}}{{}_tp_x^{(\tau)}} = \frac{q_x^{(j)}}{1 - tq_x^{(\tau)}} \qquad (4.44)$$

Assim,

$$q'^{(j)}_x = 1 - exp\left[-\int_0^1 \mu_{x+t}^{(j)} dt\right]$$

$$= 1 - exp\left[-\int_0^1 \frac{q_x^{(j)}}{1 - tq_x^{(\tau)}} dt\right] \qquad (4.40)\ reescrita$$

$$= 1 - exp\left[\frac{q_x^{(j)}}{q_x^{(\tau)}} log\left(1 - q_x^{(\tau)}\right)\right]$$

que é a equação (*4.40)* novamente.

4.1.4. Construção da Tábua de Múltiplos Decrementos

Para a construção do modelo de múltiplos decrementos é melhor que a base de dados, incluindo a idade e a causa de decremento da população sob estudo, possa ser usada diretamente para estimar a probabilidade $q_x^{(j)}$. Uma alternativa é construir um modelo de único decremento associado apropriada para a população em estudo. A adequação do modelo deve então ser testada através da análise de consistência da base de dados.

Uma vez satisfeito, tábuas de únicos decrementos associadas são selecionadas, e os resultados da suposição de força uniforme podem ser usados para completar a construção da tábua de múltiplos decrementos. A disponibilidade do conjunto de $p'^{(j)}_x$, para $j = 1,2, \dots, m$ e todos os valores de x permitirão o cálculo de $p_x^{(\tau)}$ pela equação (*4.30)*, e de $q_x^{(\tau)}$ por $q_x^{(\tau)} = 1 - p_x^{(\tau)}$.

O próximo passo é separar $q_x^{(\tau)}$ em seus componentes $q_x^{(j)}$para $j = 1,2, \dots, m$. Se nem a força constante, nem a distribuição uniforme do decremento assumido são adotadas no modelo, (*4.30)* pode ser usada para o cálculo de $q_x^{(j)}$.

É possível notar que as equações (*4.30)* e (*4.39)* não podem ser usadas se ${p'}_x^{(j)}$ ou $p_x^{(\tau)}$ for igual a zero. Algum dispositivo alternativo será necessário. Um método, que lida com a indeterminação e fornece um ajuste especial, é baseado nas distribuições de decrementos de tábuas de único decremento associada. Primeiramente deve-se examinar a suposição de distribuição uniforme dos decrementos em cada uma das tábuas. Aqui, a atenção será restrita a 3 decrementos, mas esse método pode ser estendido para $m > 3$. Sob essa suposição,

$$ {}_t{p'}_x^{(j)} = 1 - t{q'}_x^{(j)} \qquad j = 1,2,3 \,;\, 0 \leq t \leq 1 \tag{4.45}$$

e

$$ {}_t{p'}_x^{(j)} \mu_{x+t}^{(j)} = \frac{d}{dt}\left(- \; {}_t{p'}_x^{(j)}\right) = {q'}_x^{(j)} \tag{4.46}$$

Segue que

$$q_x^{(1)} = \int_0^1 {}_tp_x^{(\tau)} \mu_{x+t}^{(1)} dt$$

$$= \int_0^1 {}_t{p'}_x^{(1)} \mu_{x+t}^{(1)} \; {}_t{p'}_x^{(2)} \; {}_t{p'}_x^{(3)} dt$$

$$= {q'}_x^{(1)} \int_0^1 \left(1 - t{q'}_x^{(2)}\right)\left(1 - t{q'}_x^{(3)}\right) dt$$

$$= {q'}_x^{(1)} \left[1 - \frac{1}{2}\left[{q'}_x^{(2)} + {q'}_x^{(3)}\right] + \frac{1}{3} {q'}_x^{(2)} {q'}_x^{(3)}\right] \tag{4.47}$$

Fórmulas similares denotam $q_x^{(2)}$ e $q_x^{(3)}$, e é possível verificar que

$$q_x^{(1)} + q_x^{(2)} + q_x^{(3)} = {q'}_x^{(1)} + {q'}_x^{(2)} + {q'}_x^{(3)}$$

$$-\left[{q'}_x^{(1)}{q'}_x^{(2)} + {q'}_x^{(1)}{q'}_x^{(3)} + {q'}_x^{(2)}{q'}_x^{(3)}\right]$$

$$+{q'}_x^{(1)}{q'}_x^{(2)}{q'}_x^{(3)}$$

$$= 1 - \left[1 - {q'}_x^{(1)}\right]\left[1 - {q'}_x^{(2)}\right]\left[1 - {q'}_x^{(3)}\right] = q_x^{(\tau)} \tag{4.48}$$

4.2.
Simulação

Simulação consiste em empregar técnicas matemáticas em computadores com propósito de imitar um processo ou operação do mundo real. Desta forma, para ser realizada uma simulação, é necessário construir um modelo computacional que corresponda à situação real que se deseja simular.

Assim, a simulação pode representar um fator positivo na tomada de decisões, uma vez que permite a realização de inferências, por meio de experimentos. Além disso, permite a formulação e a exploração de grande quantidade de hipóteses. Tal constatação proporciona a possibilidade de examinar e avaliar diversos planos muito antes de acatar projetos importantes.

Existem dois tipos de modelos de simulação: o determinístico e o probabilístico. Nos modelos determinísticos, segundo Reis e Martins (2001) “pressupõe-se que os dados são obtidos com certeza”, ou seja, não incorpora as probabilidades de que o valor das probabilidades de que o valor escolhido para a simulação sofra alterações futuras. Já o segundo modelo incorpora o comportamento probabilístico, na tentativa de capturar a natureza probabilística envolvida nas variáveis, por meio da utilização da técnica estatística e do uso de computadores. Os modelos de simulação probabilísticos tiveram sua origem no método de Monte Carlo e têm com o foco simulações de fenômenos aleatórios, introduzindo a análise de riscos, incorporando as variáveis ambientais e, conseqüentemente, os elementos de incerteza inerentes (Nascimento, Zucchi, 1997).

Neste trabalho, para efeito de cálculo do ganho líquido da seguradora e reserva matemática do fundo de pensão, será utilizada a simulação de Monte Carlo. A metodologia propicia a solução de problemas matemáticos não probabilísticos que podem ser expressos sob a forma de equação matemática para as quais não se poderia obter fácil solução pelos métodos comuns numéricos ou analíticos.

Ao utilizar a simulação de Monte Carlo, o modelo considera diferentes situações futuras que uma instituição está sujeita. Cada um desses cenários é determinado a partir de um processo estocástico que captura a incerteza e a variabilidade das hipóteses modeladas.

Segundo o artigo 3º parágrafo 1º da Resolução CNSP nº 158, de 26 de dezembro de 2006 : ***"Somente serão considerados como modelos internos os desenvolvidos a partir de modelos matemáticos de simulação em que seja feita análise de sensibilidade pelo menos com algum fator macroeconômico relevante."***

Observe aqui a importância e imprescindibilidade do uso da simulação em toda a base de dados para o cálculo do capital mínimo requerido e capital requerido para solvência. Usando o programa computacional adequado e um código parcimonioso e correto, é possível realizar a simulação para toda a base de dados. Ao utilizar a simulação, obtêm-se os valores necessários para o cálculo do SCR e MCR para o ano analisado, uma vez que para cada titular são atribuídas situações diferentes a cada simulação realizada. Esses cenários são determinados a partir de um processo estocástico, capturando a incerteza e a variabilidade dos riscos modelados. O cálculo destes valores depende da tábua de múltiplos decrementos utilizada como base. Esta, por sua vez, depende das tábuas de decrementos simples que foram associados para fosse feita uma tábua única que relacionasse as probabilidades para cada decremento separadamente, a tábua de múltiplos decrementos.

Para esta dissertação foram utilizadas tábuas já existentes no mercado para mortalidade e entrada em invalidez, segundo sexo e idade. Outra possibilidade é a utilização da experiência fornecida pela empresa. Para isso, é errado usar esses valores diretamente, cabe utilizar-se de diversas técnicas e identificar qual revela a melhor graduação para a tábua construída, através de testes estatísticos de validação. Após obter, com a instituição, as probabilidades ou taxas brutas em cada idade, inicia-se o processo de graduação. A graduação é uma metodologia de suavização das taxas brutas de mortalidade para que as probabilidades estimadas sejam suavizadas em relação às idades, e muitas vezes também se tornem monótonas e crescentes, pois tais probabilidades crescem a partir de certa idade, geralmente na fase adulta. A razão mais importante do processo de suavização é que os estimadores não devem variar bruscamente ao se aumentar ou diminuir a idade em um ano. Os processos de graduação mais utilizados no ramo atuarial são De Moivre, Gompertz e Makeham.

4.2.1.
Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo recebeu esse nome devido a Monte Carlo, no Principado de Mônaco, ser um lugar onde os cassinos são a principal atração. Jogos como roleta, dados etc. exibem um comportamento randômico.

Esse comportamento randômico dos jogos é similar a forma como a simulação de Monte Carlo funciona. Por exemplo, quando se joga um dado, sabe-se que os possíveis valores são 1, 2, 3, 4, 5 e 6. No entanto, não se sabe qual vai ser o resultado do dado para uma jogada em particular. Da mesma forma acontece com as variáveis da simulação, onde se conhece a faixa de valores possíveis, mas não se sabe o valor específico para um determinado tempo ou evento.

A simulação de Monte Carlo gera randomicamente inúmeros valores para variáveis consideradas incertas, simulando assim combinações de valores dessas variáveis que levam a resultados que são o foco da análise.

Neste trabalho, são gerados diversos cenários, de tal forma que se construa a distribuição de probabilidade dos ganhos líquidos da seguradora e do fundo de pensão. Para gerar os números aleatórios utilizados no calculo das simulações de Monte Carlo, é necessário conhecer os seguintes parâmetros: taxa de crescimento salarial, taxa de mortalidade e taxa de invalidez. Estes parâmetros são definidos como premissas atuariais.

As premissas atuariais refletem o cenário envolvido no cálculo dos ganhos líquidos. É importante observar que o passivo atuarial é calculado a partir destas premissas assumidas, que podem não se concretizar ao longo do tempo. Por exemplo, a taxa de retorno utilizada no cálculo pode não ser atingida, impactando sensivelmente no valor dos ganhos líquidos, alguns participantes se desligarão do plano, entre outros. Portanto, a escolha de cenários para o cálculo deve ser bem feita pelo atuário, pois as premissas atuariais vão refletir diretamente no valor do passivo e, conseqüentemente no futuro aporte de contribuições/prêmios que poderão ser feitos.

As premissas atuariais são divididas em aspectos demográficos, econômicos e administrativos. As premissas demográficas estão relacionadas aos decrementos de morte e invalidez a que o participante está exposto. As premissas econômicas estão relacionadas à inflação e taxa de juros, e impactam no ativo de investimento do fundo de pensão e da seguradora. As premissas administrativas estão relacionadas à taxa de crescimento salarial.

- *Aspectos Demográficos*

As premissas demográficas, ou hipóteses de decremento, são aquelas utilizadas para projetar a população do plano. Tais hipóteses incluem a mortalidade dos válidos, mortalidade dos inválidos, entrada em invalidez, rotatividade e novos entrandos.

Os decrementos são escolhidos por meio de tábuas biométricas, cada qual indicando a probabilidade de morte, invalidez, morte de inválido, cada uma por idade e sexo. Existem diversas tábuas biométricas para cada contingência, e o atuário deve escolher aquela que melhor espelhe a expectativa de vida da massa dos participantes da seguradora ou do fundo de pensão.

Diferentemente das demais tábuas biométricas, as quais são decorrentes de estudos estatísticos, as tábuas de rotatividade refletem o quadro dos participantes do fundo de pensão ou da seguradora e são elaboradas em função da política e dos recursos humanos da empresa patrocinadora do plano de benefícios.

- *Aspectos Econômicos*

As premissas econômicas são utilizadas para projetar e determinar os ativos e passivos do plano durante o seu fluxo de caixa.

O atuário define como taxa real de juros um valor constante para todo o período de capitalização da reserva, pois sua variabilidade implica na alteração de todas as anuidades utilizadas no cálculo das provisões matemáticas, dificultando a geração de milhares de simulações.

No cálculo de simulações dos ganhos líquidos, foi feita a análise de sensibilidade da taxa real de juros sobre as provisões matemáticas, considerando os valores de 1% a 6% ao ano.

➢ *Aspectos Administrativos*

As premissas administrativas estão relacionadas à política de recursos humanos da empresa patrocinadora, bem como ao planejamento orçamentário.

A taxa de crescimento salarial reflete o plano de cargos e salários que a empresa patrocinadora possui para seus empregados e procura espelhar a evolução do salário do participante em atividade em função de sua carreira profissional, considerando fatores como mérito e produtividade.

O componente mérito evolui à medida que o participante em atividade tem progresso em sua carreira profissional e teoricamente se baseia no nível de responsabilidade em que o empregado atinge durante sua vida ativa. O componente produtividade representa os ganhos que uma empresa ou grupo obtêm em um determinado período.