

5

MC DS CDMA: Estimação Assistida, Equalização e Resultados Numéricos

Neste capítulo são apresentados os dois métodos para obter estimativas de canal melhoradas para o sistema MC DS CDMA, além da estimativa padrão. Dois intervalos são considerados CP e ZP. Sendo que, igualmente ao sistema MC CDMA, quando se emprega o intervalo CP as duas estimativas melhoradas obtidas por cada método são idênticas. No caso ZP é possível obter duas estimativas distintas. Um ponto importante a ser mencionado é que neste sistema, devido à preservação da ortogonalidade dos códigos designados aos usuários, apesar da transmissão em canais com múltiplos percursos, é possível cancelar a IMA antes da estimação de canal. Assim, independente do enlace, direto ou reverso, o erro da estimativa do canal é livre da componente da IMA e, somente, dependente da componente do ruído aditivo. Contudo, nas transmissões do enlace direto se forem considerados sinais piloto iguais a componente da IMA pode ser utilizada em benefício da melhoria da qualidade da estimativa de canal direto.

5.1

Modelagem Matemática - Intervalo de Guarda CP - Enlace Reverso

Analizando a equação (2-8) pode ser observado que a ortogonalidade dos códigos dos usuários é preservada, mesmo após a transmissão pelo canal multi-percurso. Na estação base, após o estágio do filtro casado ao código do m -ésimo usuário de interesse a IMA é eliminada, e o vetor do sinal recebido é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m(i) &= \mathbf{X}(i)\mathbf{c}_m^* \\ &= \mathbf{Q}_m\mathbf{b}_m(i) + \mathbf{n}_f(i) = \mathbf{B}_m(i)\mathbf{q}_m + \mathbf{n}_f(i) \end{aligned} \quad (5-1)$$

onde $\mathbf{Q}_m = \text{diag}(\mathbf{q}_m)$ e $\mathbf{q}_m$ é o vetor da resposta em frequência do canal $\mathbf{q}_m = \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,L}\mathbf{h}_m$; $\mathbf{B}_m(i) = \text{diag}(\mathbf{b}_m(i))$ e $\mathbf{n}_f(i) = \mathbf{N}(i)\mathbf{c}_m^*$ é um vetor de ruído gaussiano complexo com matriz covariância $\mathbf{E}[\mathbf{n}_f(i)\mathbf{n}_f^H(i)] = \sigma^2\mathbf{I}_M$.

Dado um bloco de símbolos piloto, a estimativa de canal baseada no critério de máxima verossimilhança pode ser obtida através de:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) \quad (5-2)$$

Se ℓ blocos consecutivos de símbolos piloto ($N_p = \ell M$) são usados, a estimativa do canal pode ser obtida como uma média temporal das ℓ estimativas, assim:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) = \mathbf{q}_m + \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{n}_f(i) \quad (5-3)$$

Como a parcela da IMA presente na estimativa de canal foi removida no processo de desespalhamento do sinal, o erro médio quadrático normalizado (NMSE) da estimativa é somente afetado pela parcela referente ao ruído aditivo e expresso por:

$$e^2 = \frac{\sigma^2}{\ell} = \frac{\sigma^2 M}{N_p} \quad (5-4)$$

5.2 Estimativas de Canal Melhoradas

5.2.1 Aplicação da Matriz de Projeção

A estimativa do canal pode ser melhorada aplicando-se a matriz de projeção $\mathbf{W}_o$ de dimensão $M \times M$ na equação (5-2), temos:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{W}_o \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{B}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) \quad (5-5)$$

Como descrito no sistema MC-CDMA, a variância do estimador é reduzida de um fator de G/M . Assim, o erro médio quadrático normalizado melhorado é dado por:

$$e_w^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (5-6)$$

A Tabela 5.1 apresenta os erros médios quadráticos dos estimadores assistidos de canal para o enlace reverso do sistema MC DS CDMA CP.

Tabela 5.1: MC DS CDMA CP Enlace Reverso - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

	MC DS CDMA CP - Enlace Reverso
NMSE Convencional	$e_c^2 = \frac{\sigma^2 M}{N_p}$
NMSE Melhorado 1	$e_w^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p}$

5.3

Modelagem Matemática - Intervalo de Guarda CP - Enlace Direto

5.3.1

Estimação com Símbolos e Códigos Pilotos Iguais nos Sinais Piloto

Considerando a transmissão periódica e simultânea de sinais piloto (símbolos piloto e códigos de espalhamento iguais) para todos os usuários ativos do sistema, temos $\mathbf{b}_p = \mathbf{b}_k$ e códigos $\mathbf{c}_p = \mathbf{c}_k$ para $k = 1, \dots, K$, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{X}(i)\mathbf{c}_p^* \\ &= K\mathbf{Q}\mathbf{b}_p(i) + \mathbf{n}_f(i) \\ &= K\mathbf{B}_p(i)\mathbf{q} + \mathbf{n}_f(i) \end{aligned} \quad (5-7)$$

onde $\mathbf{B}_p(i) = \text{diag}(\mathbf{b}_p(i))$ e o vetor de ruído gaussiano complexo é $\mathbf{n}_f(i) = \mathbf{N}(i)\mathbf{c}_p^*$ com matriz covariância $\mathbf{E}[\mathbf{n}_f(i)\mathbf{n}_f^H(i)] = \sigma^2\mathbf{I}_M$.

A estimativa do canal direto, baseada na máxima verossimilhança, resulta em:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{K}\mathbf{B}_p^{-1}(i)\mathbf{y}(i) \quad (5-8)$$

Considerando ℓ blocos consecutivos de símbolos piloto iguais ($N_p = \ell M$), tem-se:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{K\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{B}_m^{-1}(i)\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{q} + \frac{1}{K\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{B}_m^{-1}(i)\mathbf{n}_f(i) \quad (5-9)$$

O erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal direto é, portanto, reduzido de um fator quadrático igual ao número de usuários ativos do sistema K , logo:

$$e_{iguais}^2 = \frac{\sigma^2}{K^2\ell} = \frac{\sigma^2 M}{K^2 N_p} \quad (5-10)$$

Observe que a equação (5-10) é igual à expressão apresentada para o enlace direto do sistema MC CDMA CP dada em (3-76).

Tabela 5.2: MC DS CDMA CP Enlace Direto - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

	MC DS CDMA CP - Enlace Direto	
	Sinais Piloto Iguais	Pilotos Ortogonais
NMSE Convencional	$e_c^2 = \frac{\sigma^2 M}{K^2 N_p}$	$e_c^2 = \frac{\sigma^2 M}{N_p}$
NMSE Melhorado 1	$e_w^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p}$	$e_w^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p}$

Aplicando a matriz de projeção $\mathbf{W}_o$, o erro da estimativa é reduzida de um fator de G/M . Assim, o erro médio quadrático normalizado melhorado resulta em:

$$e_{iguais_w}^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p} \quad (5-11)$$

Da mesma forma, a equação (5-11) é igual à expressão apresentada para o enlace direto do sistema MC CDMA CP dada em (3-78).

Transmitindo ℓ blocos de símbolos piloto ortogonais as expressões do erro médio quadrático normalizado da estimativa convencional e da estimativa melhorada podem ser dadas, respectivamente, por:

$$e_{orto}^2 = \frac{\sigma^2}{\ell} = \frac{\sigma^2 M}{N_p} \quad (5-12)$$

$$e_{orto_w}^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (5-13)$$

A equação (5-12) é igual a expressão (3-79) apresentada para o enlace direto do sistema MC CDMA CP e a equação (5-13) é igual a expressão (3-80) também mostrada para o enlace direto do sistema MC CDMA CP.

Assim, considerando as transmissões no enlace direto com sinais piloto iguais e, também, com símbolos piloto ortogonais o erro médio quadrático normalizado das estimativas do canal convencional MSE e melhorada são semelhantes em ambos os sistemas MC CDMA e MC DS CDMA com intervalo de guarda CP.

A Tabela 5.2 apresenta os erros médios quadráticos dos estimadores de canal assistidos para o enlace direto do sistema MC DS CDMA CP.

5.4 Equalização e Detecção

Após a estimação do canal a equalização do sinal recebido pode ser realizada. Uma possibilidade é aplicar o equalizador *Zero Forcing* (ZF):

$$\mathbf{G}_{zf} = \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \quad (5-14)$$

Outra possibilidade é aplicar o equalizador de mínimo erro médio quadrático MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{mmse} = \hat{\mathbf{Q}}^H [\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{Q}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M]^{-1} \quad (5-15)$$

Após a equalização, uma estimativa do bloco transmitido $\mathbf{b}_m(i)$, por exemplo em constelações BPSK, pode ser obtida:

$$\hat{\mathbf{b}}_m(i) = \text{sgn}\{\text{Re}\{\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)\}\} \quad (5-16)$$

onde o operador $\text{sgn}[\cdot]$ é aplicado a cada componente do vetor $\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)$.

5.5

Resultados Numéricos - MC DS CDMA CP - Enlace Reverso e Enlace Direto

Os resultados numéricos apresentados, nesta seção, consideram um sistema MC DS CDMA CP com transmissões síncronas de símbolos oriundos de constelações BPSK. Ambos os enlaces, reverso e direto, fizeram parte dos cenários das simulações, onde em cada enlace estão presentes K usuários ativos. As sequências de espalhamento são ortogonais de Hadamard com ganho de processamento N , igual ao número de subportadoras M . Nas simulações para o enlace reverso os K canais randômicos são modelados como filtros FIR, cada um com $L = 4$ coeficientes invariantes no tempo $h_b = p_b \alpha_b$; $b = 1, 2, \dots, L$ onde α_k é uma variável randômica gaussiana complexa com média nula e $E[|\alpha_b|^2] = 1$. Os valores de α_k são aleatoriamente sorteados no início de cada rodada e mantidos fixos durante o teste. Os L pesos p_b satisfazem $\sum_{b=1}^L |p_b|^2 = 1$ e os valores escolhidos são: $p_0 = 0.5957 + j 0.0101$, $p_1 = -0.3273 - j 0.3472$, $p_2 = 0.2910 - j 0.0533$, $p_3 = 0.1285 - j 0.5599$. Como mencionado anteriormente trata-se do canal C randômico. O intervalo de guarda suficiente com $G = 6$ para garantir a detecção dos símbolos livre de interferência entre blocos (IEB).

Na Figura 5.1 estão ilustradas as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado (NMSE) da estimativa do canal do m -ésimo usuário de interesse. Assim, as expressões (5-4) e (5-6), do erro médio quadrático normalizado da estimativa convencional e da melhorada são analisadas nas transmissões no enlace reverso. No cenário da simulação considerou-se $M = 32$ subportadoras e $N_p = 64$ símbolos piloto e os resultados apresentados são a média de 100 simulações. Devido à preservação da ortogonalidade dos códigos associados aos usuários, apesar da transmissão dos sinais através dos canais com múltiplos percursos, o desempenho NMSE das estimativas é livre da componente referente a IMA. Dessa forma, é possível aumentar a qualidade dos estimadores e verificar que são insensíveis ao aumento de carga do sistema.

Visando avaliar o impacto da estimativa de canal melhorada no desempenho do sistema MC CDMA CP (apresentado no capítulo 3) e do sistema MC DS CDMA CP apresentado neste capítulo, as Figuras 5.2 e 5.3 apresentam as curvas da Taxa de Erro de Bit (BER) versus E_b/N_0 . No cenário das simulações considerou-se o enlace reverso dos sistemas com $K = 16$ e $M = 16$ e $M = 32$ subportadoras; e $K = 32$ e $M = 32$ para a segunda figura. A equalização realizada é MMSE e $N_p = 128$ símbolos piloto foram utilizados. O objetivo principal das figuras é observar o desempenho dos sistemas operando com carga máxima de usuários. Pode ser observado que o desempenho do sistema MC DS CDMA, com a estimativa melhorada pela aplicação da matriz de projeção, é superior ao do sistema MC

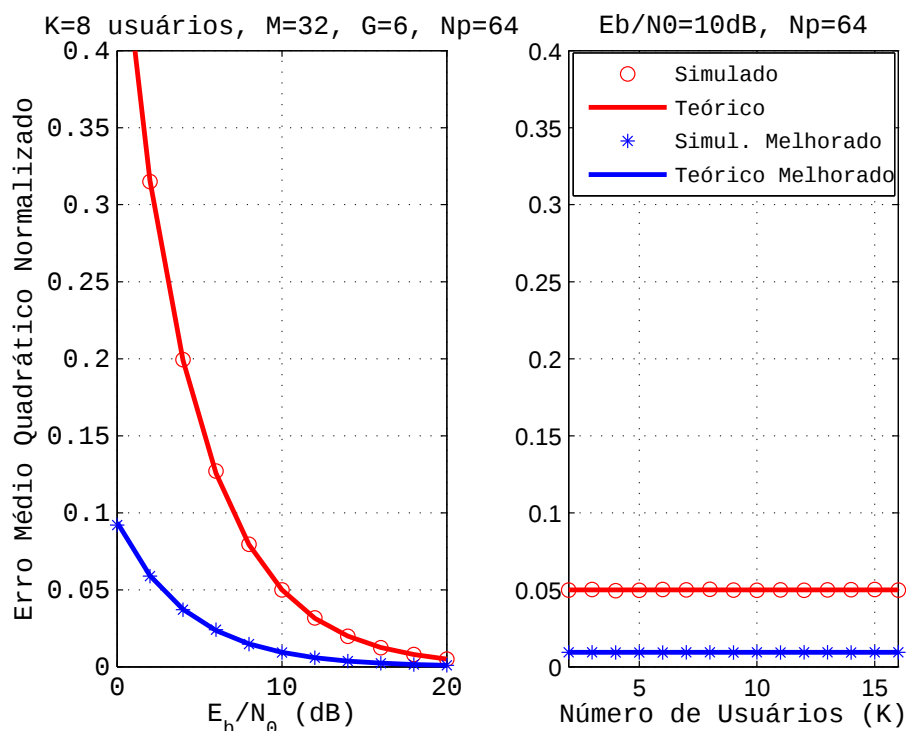


Figura 5.1: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado *versus* (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K) - MC DS CDMA CP - Canal C Randômico - Enlace Reverso

CDMA em cenários com alta carga de usuários. Por outro lado, apesar da aparente instabilidade em valores altos da razão sinal ruído observada no sistema MC CDMA (provavelmente causada pela inversão da matriz de autocorrelação) os resultados indicam um considerável ganho no desempenho BER conseguido através de um simples procedimento para melhorar a estimativa do canal. Além disso, quando os estimadores convencionais foram usados, o sistema MC DS CDMA apresentou melhor desempenho para toda a faixa de valores de E_b/N_0 considerados. Quando os estimadores melhorados pela aplicação da matriz de projeção foram utilizados observa-se uma grande redução na componente da IMA presente no erro da estimativa do sistema MC CDMA; o que propicia um aumento significativo no desempenho desse sistema. Assim, exceto para sistemas com alta carga de usuários ($K = M$), o desempenho do sistema MC CDMA ultrapassa o desempenho do sistema MC DS CDMA.

Nas análises para o enlace direto dos sistemas considerou-se o canal direto randômico modelado como um filtro FIR com $L = 6$ coeficientes invariantes no tempo $h_b = p_b \alpha_b$; $b = 1, 2, \dots, L$ semelhante ao acima descrito no qual os pesos são: $p_0 = 0.74$, $p_1 = -0.42$, $p_2 = 0.083$, $p_3 = 0.49$, $p_4 = -0.12$, $p_5 = 0.01$. Este canal é referenciado como canal B randômico.

Figura 5.4 estão as curvas de desempenho do erro médio quadrático normal-

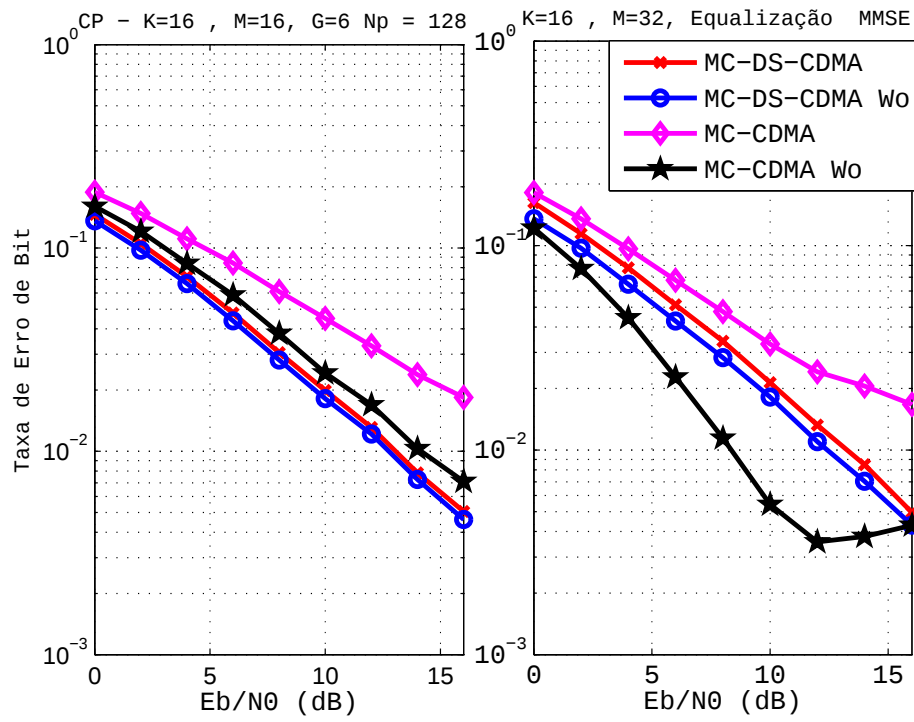


Figura 5.2: Desempenho da Taxa de Erro de Bit versus E_b/N_0 (dB) - MC CDMA CP e MC DS CDMA CP - Canal C Randômico - Enlace Reverso $K = 16$

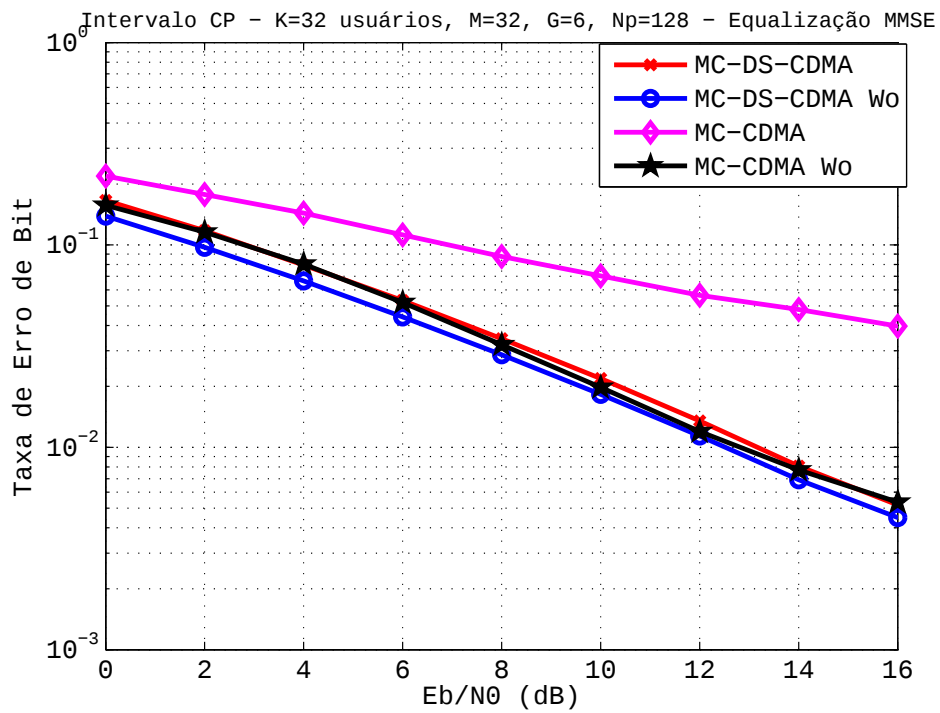


Figura 5.3: Desempenho da Taxa de Erro de Bit versus E_b/N_0 (dB) - MC CDMA CP e MC DS CDMA CP - Canal C Randômico - Enlace Reverso $K = 32$

izado *versus* (a) E_b/N_0 (b) número K de usuários. Dois tipos de símbolos piloto foram considerados, usando pilotos iguais e usando pilotos ortogonais. Assim, as expressões do NMSE usando pilotos iguais (5-10) e (5-11); e usando pilotos ortogonais (5-12) e (5-13) são comparadas. É possível observar que a utilização de símbolos pilotos iguais permitiu a diminuição do NMSE da estimativa do canal, através da redução da componente do ruído aditivo por um fator quadrático proporcional ao número de usuários ativos do sistema K^2 .

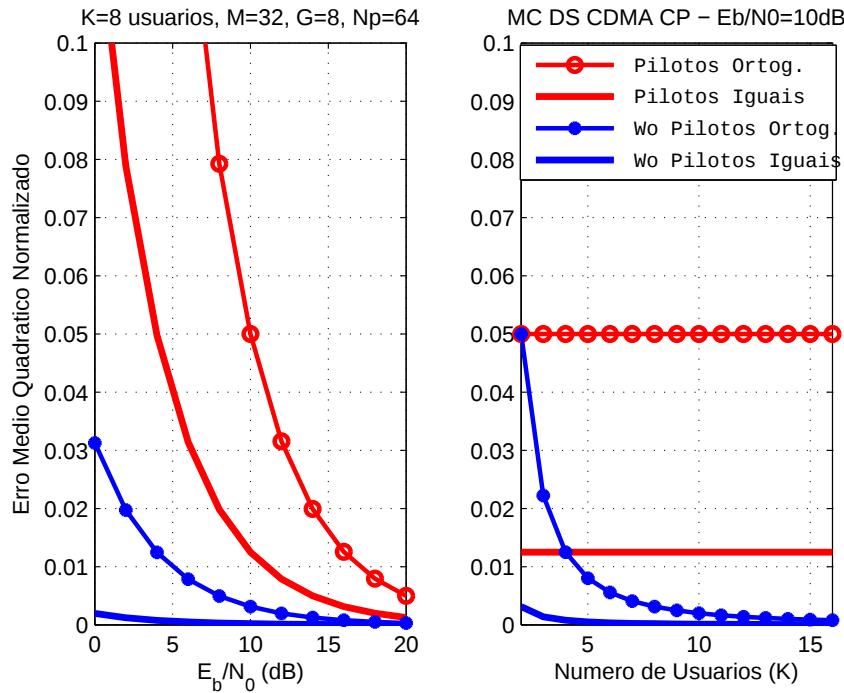


Figura 5.4: Desempenho de Erro Médio Quadrático Normalizado *versus* (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K): MC DS CDMA CP Pilotos Iguais e Ortogonais - Canal B Randômico - Enlace Direto

Na Figura 5.5 estão ilustradas as curvas de desempenho dos sistemas MC DS CDMA e MC CDMA utilizando estimativas de canal obtidas com o envio de $N_p = 128$ símbolos piloto iguais e equalização ZF. No cenário considerou-se $K = 14$ usuários, $M = 32$ subportadoras e $G = 8$. Observa-se que o sistema MC DS CDMA tem desempenho similar tanto pela utilização da estimativa convencional como pela utilização da estimativa melhorada; e seu desempenho supera, em ambientes de razão sinal ruído moderada, o desempenho do sistema MC CDMA. Em ambientes de alta razão sinal ruído o desempenho do sistema MC CDMA W_o utilizando a estimativa melhorada destaca-se superando os demais.

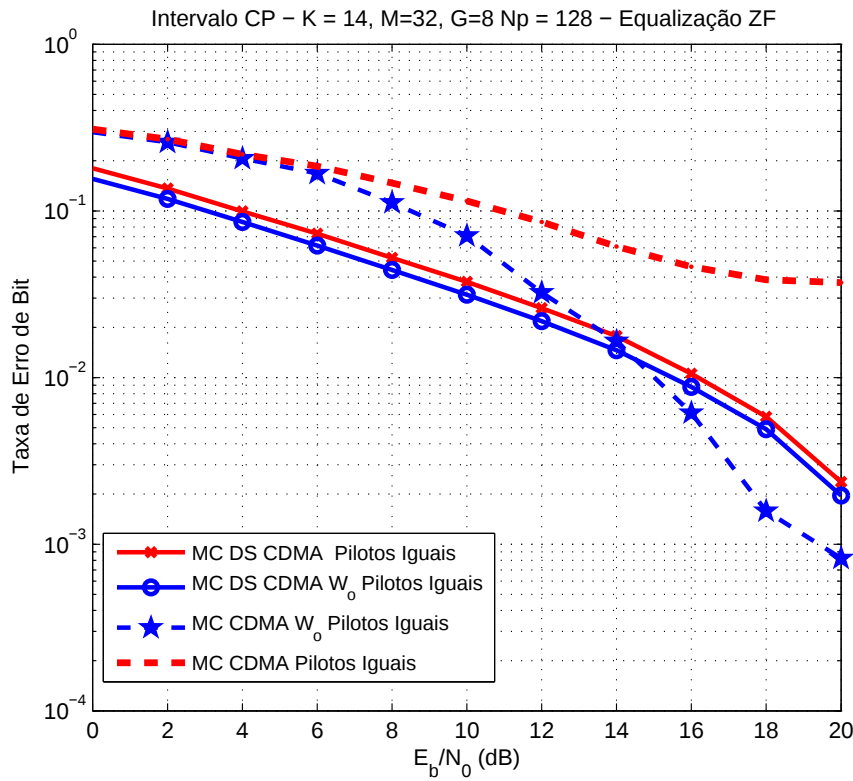


Figura 5.5: Desempenho da Taxa de Erro de Bit *versus* E_b/N_0 (dB): MC DS CDMA CP e MC CDMA CP - Pilotos Iguais - Canal B Randômico - Enlace Direto

5.6

Modelagem Matemática - Intervalo de Guarda ZP - Enlace Reverso

Na ERB, após o estágio de desespalhamento dos sinais através de um banco de filtro casados às assinaturas dos usuário obtém-se, a partir de (2-10), o vetor:

$$\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{X}(i)\mathbf{c}_m^* = \mathbf{Q}_m \mathbf{V}\mathbf{b}_m(i) + \mathbf{n}_f(i) \quad (5-17)$$

onde $\mathbf{n}_f(i) = \mathbf{N}(i)\mathbf{c}_m^*$ é um vetor de ruído gaussiano complexo com matriz covariância $\mathbf{E}[\mathbf{n}_f(i)\mathbf{n}_f^H(i)] = \sigma^2 \mathbf{I}_P$; $\mathbf{c}_m^*$ é o vetor conjugado do código de espalhamento do m -ésimo usuário; $\mathbf{V} = \mathbf{F}_{P,M} \mathbf{F}_{M,M}^H$; e $\mathbf{Q}_m = \text{diag}(\mathbf{q}_m)$.

Reescrevendo a equação acima, obtém-se:

$$\mathbf{y}_m(i) = \mathbf{E}_m(i)\mathbf{q}_m + \mathbf{n}_f(i) \quad (5-18)$$

onde $\mathbf{E}_m(i) = \text{diag}(\mathbf{V}\mathbf{b}_m(i))$ é uma matriz diagonal de dimensões $P \times P$.

A estimativa de canal baseada no critério de máxima verossimilhança é expressa por:

$$\hat{\mathbf{q}}_m(i) = \mathbf{E}_m^{-1}(i)\mathbf{y}_m(i) \quad (5-19)$$

Se $(\ell = N_p/M)$ blocos consecutivos de símbolos piloto forem utilizados a estimativa do canal pode ser expressa através da média temporal das ℓ estimativas,

resultando em:

$$\hat{\mathbf{q}}_m(i) = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) = \mathbf{q}_m + \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{n}_f(i) \quad (5-20)$$

Como a parcela da IMA presente na estimativa de canal foi removida no processo de desespalhamento do sinal, o erro médio quadrático normalizado (NMSE) da estimativa é somente afetado pela parcela referente ao ruído aditivo e expresso por:

$$e_m^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr} \left[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}(i) \right] \quad (5-21)$$

5.7

Estimativas de Canal Melhoradas

5.7.1

Aplicação de Matriz de Projeção

Como descrito anteriormente a estimativa do canal pode ser melhorada aplicando a matriz de projeção $\mathbf{W}_o$ em (5-20).

$$\hat{\mathbf{q}}_m^w(i) = \mathbf{W}_o \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{y}_m(i) = \mathbf{q}_m + \mathbf{W}_o \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{n}_f(i) \quad (5-22)$$

O resulta na seguinte expressão para o erro médio quadrático normalizado melhorado da estimativa de canal do m -ésimo:

$$e_{m_w}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\mathbf{W}_o \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}] \quad (5-23)$$

5.7.2

Minimização com Restrição Inicial

Aplicando a restrição $\mathbf{q}_m = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_m$, calculamos a estimativa no tempo e depois na frequência.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m(i) &= \mathbf{E}_m(i) \mathbf{q}_m + \mathbf{n}_f(i) \\ &= \mathbf{E}_m(i) \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_m + \mathbf{n}_f(i) \end{aligned}$$

A estimativa (no domínio do tempo), é expressa por:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}}_m &= \arg \min_{\mathbf{q}} \mathbb{E} [\|\mathbf{y}_m(i) - \mathbf{E}_m(i) \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_m\|^2] \\ &= (\mathbf{E}_m(i) \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G})^+ \mathbf{y}_m(i) \end{aligned} \quad (5-24)$$

Convertendo a estimativa para o domínio da frequência e tirando a média temporal envolvendo os ℓ blocos consecutivos de símbolos piloto transmitidos:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{G}_m(i) \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{y}_m(i) = \mathbf{q}_m + \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{G}_m(i) \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{n}_f(i) \quad (5-25)$$

onde $\mathbf{G}_m(i) = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{E}_m(i) \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H$ é uma matriz $P \times P$.

O erro médio quadrático normalizado melhorado pela aplicação da restrição inicial, para o m -ésimo usuário, é expresso por:

$$e_{m_p}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr} \left[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{G}_m(i) \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{E}_m(i) \mathbf{G}_m^H(i) \right] \quad (5-26)$$

Dependendo da escolha dos símbolos piloto enviados as expressões do erro médio quadrático dadas em (5-21) (5-23) (5-26) podem ser simplificadas. Por exemplo, escolhendo um vetor de símbolos piloto, com componentes todas iguais, para estimar o canal do m -ésimo usuário:

$$\mathbf{b}_m(i) = b_m(i) \underbrace{[1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T}_M = b_m(i) \mathbf{1} \quad (5-27)$$

Neste caso, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \mathbf{b}_m(i) &= b_m(i) \mathbf{F}_{P,M} \mathbf{F}_{M,M}^H \mathbf{1} \\ &= b_m(i) \mathbf{F}_{P,M} \underbrace{[\sqrt{M} \ 0 \ 0 \ 0]^T}_M \\ &= b_m(i) \frac{\sqrt{M}}{\sqrt{P}} \underbrace{[1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T}_P \end{aligned} \quad (5-28)$$

Assim:

$$\mathbf{E}_m(i) = \text{diag}(\mathbf{V} \mathbf{b}_m(i)) = b_m(i) \sqrt{\frac{M}{P}} \mathbf{I}_{P,P} \quad (5-29)$$

As respectivas expressões do erro médio quadrático normalizado da estimativa convencional e da estimativa melhorada '1' (aplicação da matriz de projeção) reduzem-se, respectivamente, a:

$$e_m^2 = \frac{\sigma^2 P}{M\ell} = \frac{\sigma^2 P}{N_p} \quad (5-30)$$

$$e_w^2 = \frac{\sigma^2 P}{M\ell} \text{tr}[\mathbf{W}_o] = \frac{\sigma^2 P}{M\ell} \left(\frac{G}{P}\right) = \frac{\sigma^2 G}{M\ell} = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (5-31)$$

Para o cálculo do erro médio quadrático normalizado da estimativa obtida pela aplicação da restrição inicial e_p^2 (melhorado '2') observa-se que:

$$\mathbf{G}_m = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \sqrt{\frac{M}{P}} \sqrt{\frac{M}{P}} \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,H}^H = \frac{P}{M} \mathbf{W}_o \quad (5-32)$$

assim substituindo, tem-se:

$$\begin{aligned} e_p^2 &= \frac{\sigma^2 P^2}{P M^2 \ell} \left(\frac{M}{P}\right) (\text{tr}[\mathbf{W}_o]) = \frac{\sigma^2}{M\ell} \left(\frac{PG}{P}\right) \\ &= \frac{\sigma^2 G}{N_p} \end{aligned} \quad (5-33)$$

Tabela 5.3: MC DS CDMA ZP Enlace Reverso - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

	MC DS CDMA ZP - Enlace Reverso	
	Padrão de Pilotos Quaisquer	Padrão de Pilotos Iguais
NMSE Convencional	$e_{m_c}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}]$	$e_{m_c}^2 = \frac{\sigma^2 P}{N_p}$
NMSE Melhorado 1	$e_{m_w}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\mathbf{W}_o \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}]$	$e_{m_w}^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p}$
NMSE Melhorado 2	$e_{m_p}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{G}_m(i) \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{E}_m \mathbf{G}_m^H(i)]$	$e_{m_p}^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p}$

onde $N_p = \ell M$ e $\text{tr}(\mathbf{W}_o) = \frac{PG}{P}$. Note que a expressão (5-31) é igual à (5-33).

A Tabela 5.3 apresenta os erros médios quadráticos normalizados dos estimadores assistidos de canal para o enlace reverso do sistema MC DS CDMA ZP.

5.8

Modelagem Matemática - Intervalo de Guarda ZP - Enlace Direto

5.8.1

Estimação com Símbolos e Códigos Pilotos Iguais nos Sinais Piloto

Considerando as transmissões de sinais piloto iguais (símbolos piloto e códigos de espalhamento iguais) para estimar o canal direto, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(i) &= \mathbf{X}(i) \mathbf{c}_p^* \\ &= K \mathbf{Q} \mathbf{V} \mathbf{b}_p(i) + \mathbf{n}_f(i) \end{aligned} \quad (5-34)$$

onde usou-se $\mathbf{b}_k = \mathbf{b}_p$ e códigos $\mathbf{c}_k = \mathbf{c}_p, \forall k = 1, \dots, K$.

A estimativa de canal despolarizada e baseada no critério de máxima verossimilhança, é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{K} \mathbf{E}_p^{-1}(i) \mathbf{y}(i) \quad (5-35)$$

onde $\mathbf{E}_p(i) = \text{diag}(\mathbf{V} \mathbf{b}_p(i))$.

Se ℓ blocos consecutivos de símbolos piloto ($N_p = \ell M$) são usados, é possível obter um estimador de canal baseado na média temporal envolvendo as ℓ estimativas:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \frac{1}{K\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_p^{-1}(i) \mathbf{n}_f(i) \quad (5-36)$$

Tabela 5.4: MC DS CDMA ZP Enlace Direto - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

	MC DS CDMA ZP - Enlace Direto	
	Sinais Piloto Iguais	Pilotos Quaisquer
NMSE Convencional	$e_c^2 = \frac{\sigma^2 P}{K^2 N_p}$	$e_{m_c}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}]$
NMSE Melhorado 1	$e_w^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p}$	$e_{m_w}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\mathbf{W}_o \sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{E}_m^{-1}(i) \mathbf{E}_m^{-1H}]$
NMSE Melhorado 2	$e_p^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p}$	$e_{m_p}^2 = \frac{\sigma^2}{P\ell^2} \text{tr}[\sum_{i=1}^{\ell} \mathbf{G}_m(i) \mathbf{E}_m^H(i) \mathbf{E}_m \mathbf{G}^H(i)]$

O erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal direto é, somente, afetado pela componente referente ao ruído aditivo. Considerando-se, o caso $\mathbf{b}_p(i) = b_p(i)\mathbf{1}$ resulta:

$$e_{iguais}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}(\mathbf{E}_p^{-1} \mathbf{E}_p^{-1H}) = \frac{\sigma^2 P}{K^2 N_p} \quad (5-37)$$

Aplicando a matriz de projeção e a minimização com restrição inicial, obtém-se as seguintes expressões para os erros médios quadráticos normalizados das estimativas melhoradas:

$$e_{iguais_w}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}(\mathbf{W}_o \mathbf{E}_p^{-1} \mathbf{E}_p^{-1H}) = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p} \quad (5-38)$$

$$e_{iguais_p}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}[\mathbf{G}_p(i) \mathbf{E}_p^H(i) \mathbf{E}_p(i) \mathbf{G}_p^H(i)] = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p} \quad (5-39)$$

Observe que, para $\mathbf{b}_p(i) = b_p(i)\mathbf{1}$, as expressões (5-38) e (5-39) resultam iguais.

No caso de utilizar-se blocos com símbolos piloto ortogonais para estimar o canal direto, as expressões do erro médio quadrático normalizado podem ser dadas, respectivamente, por:

$$e_{orto}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}(\mathbf{E}_p^{-1} \mathbf{E}_p^{-1H}) = \frac{\sigma^2 P}{N_p} \quad (5-40)$$

$$e_{orto_w}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}(\mathbf{W}_o \mathbf{E}_p^{-1} \mathbf{E}_p^{-1H}) = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (5-41)$$

$$e_{orto_p}^2 = \frac{\sigma^2}{PK^2\ell} \text{tr}[\mathbf{G}_p(i) \mathbf{E}_p^H(i) \mathbf{E}_p(i) \mathbf{G}_p^H(i)] = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (5-42)$$

A Tabela 5.4 apresenta os erros médios quadráticos dos estimadores assistidos de canal para o enlace direto do sistema MC DS CDMA ZP.

5.8.2

Equalização e Detecção

Para o sinal MC-DS-CDMA dado em (5-1) podem ser aplicados os equalizadores ZF:

$$\mathbf{G}_{zf} = (\mathbf{QV})^{-1} \quad (5-43)$$

ou MMSE:

$$\mathbf{G}_{mmse} = (\mathbf{QV})^H [(\mathbf{QV})(\mathbf{QV})^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P]^{-1} \quad (5-44)$$

Após a equalização, uma estimativa do bloco transmitido $\mathbf{b}_m(i)$, por exemplo em constelações BPSK, pode ser obtida:

$$\hat{\mathbf{b}}_m(i) = \text{sgn}\{\text{Re}\{\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)\}\} \quad (5-45)$$

onde o operador $\text{sgn}[\cdot]$ é aplicado a cada componente do vetor $\mathbf{G}^H \mathbf{y}_m(i)$.

5.8.3

Resultados Numéricos - MC DS CDMA ZP

Os resultados numéricos apresentados consideram um sistema MC DS CDMA com intervalo de guarda ZP com transmissões síncronas BPSK no enlace reverso com K usuários ativos. As sequências de espalhamento são ortogonais de Hadamard com ganho de processamento N igual ao número de subportadoras M . Nas simulações para o enlace reverso os K canais randômicos são modelados como filtros FIR, cada um com $L = 6$ coeficientes invariantes no tempo $h_b = p_b \alpha_b$; $b = 1, 2, \dots, L$, ou seja, os canais associados são do tipo Canal B randômico descrito. O comprimento do intervalo de guarda é $G = 8$ para garantir a detecção livre de interferência entre blocos.

Na Figura 5.6 estão apresentadas as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado da estimativa de canal do usuário de interesse. Foram considerados os três estimadores assistidos descritos, o estimador convencional MMSE e os dois estimadores melhorados, pela matriz de projeção ($\mathbf{W}_o$) e pela aplicação da restrição inicial (Melhorado 2). Assim, as equações do erro médio quadrático normalizado apresentadas para cada um dos estimadores em (5-21), (5-23) e (5-26) são avaliadas. Foram utilizados $N_p = 192$ símbolos piloto. Pode ser observado que devido à ortogonalidade entre os códigos dos usuários ter sido preservada, a componente da IMA no erro da estimativa do canal foi cancelada e, assim o desempenho MSE do sistema não é sensível ao aumento da carga do sistema. Ademais, o desempenho MSE do estimador melhorado 2 é superior ao dos demais estimadores.

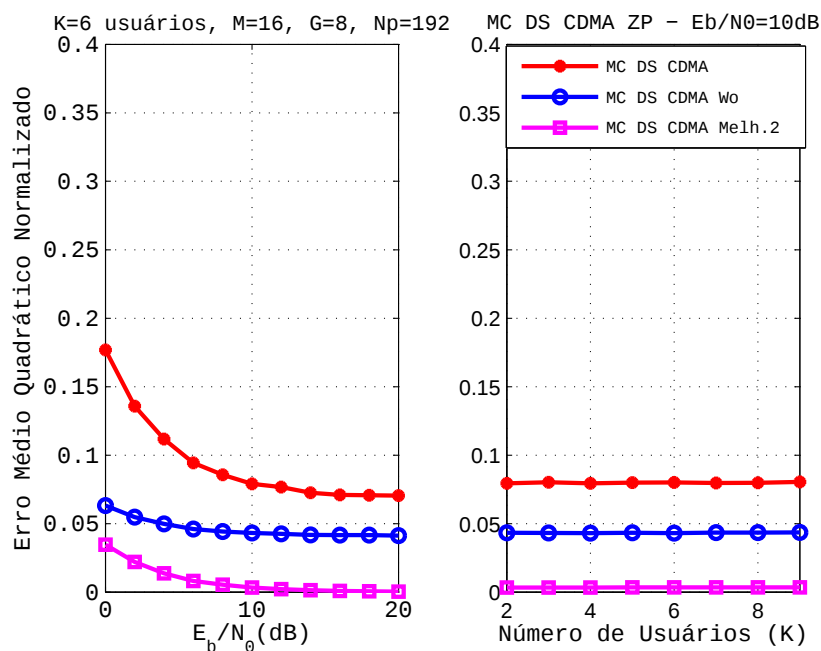


Figura 5.6: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado *versus* (a) E_b/N_0 (b) Número de Usuários (K) - MC DS CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Reverso

Para o enlace direto do sistema MC DS CDMA ZP na Figura 5.7 estão ilustradas as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado dos estimadores do canal direto utilizando símbolos piloto ortogonais e símbolos piloto iguais. No cenário utilizou-se $K = 12$ usuários, $M = 16$, $N_p = 32$ símbolos piloto iguais e símbolos piloto ortogonais. Na Figura 5.8 o mesmo tipo de teste foi realizado considerando $K = 16$ usuários, $M = 64$, $N_p = 128$ símbolos piloto iguais e símbolos piloto ortogonais. Observa-se que as curvas das estimativas melhorada 1 e melhorada 2 coincidem quando, respectivamente, se utilizam os símbolos piloto iguais e, ainda, quando se utilizam os símbolos piloto ortogonais.

Na Figura 5.9 são apresentadas as curvas de desempenho dos sistemas MC CDMA e MC DS CDMA com intervalo de guarda CP no enlace reverso; $K = 12$ usuários, $M = 16$ e $N_p = 64$ símbolos piloto e equalização ZF. Observa-se que devido a presença da IMA na obtenção do estimativa de canal melhorada (W_o) no sistema MC CDMA o desempenho do receptor é superado pelo desempenho do receptor do MC DS CDMA cujo estimador melhorado foi obtido livre da parcela da IMA.

Na Figura 5.10 estão ilustradas as curvas de desempenho da taxa de erro de bit *versus* E_b/N_0 do sistema MC DS CDMA com intervalo de guarda CP e ZP. No cenário foram considerados $K = 8$ usuários, $M = 16$ subportadoras, $N_p = 128$ símbolos piloto (8 blocos), e equalização ZF. Pode ser observado, que o sistema com intervalo ZP apresenta desempenho superior ao do sistema

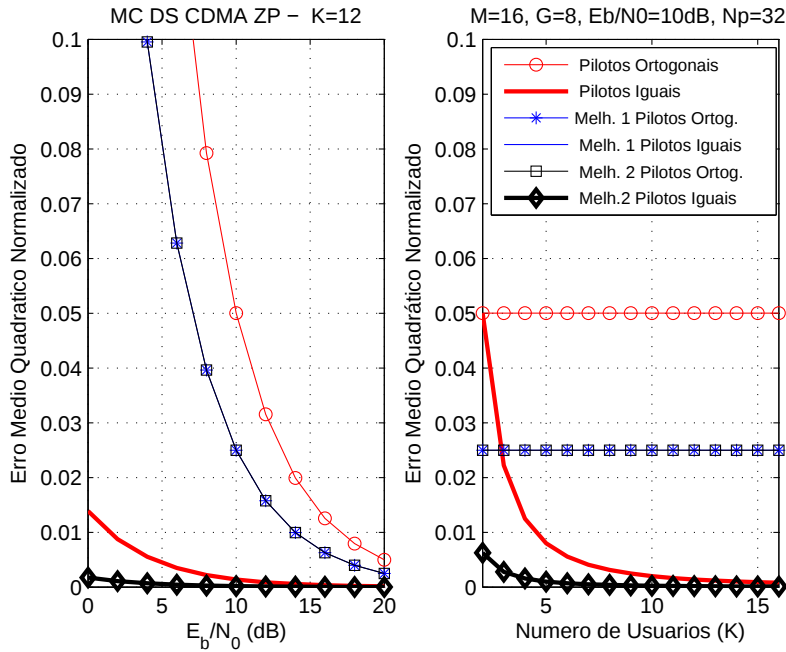


Figura 5.7: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado versus (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K) - MC DS CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Direto

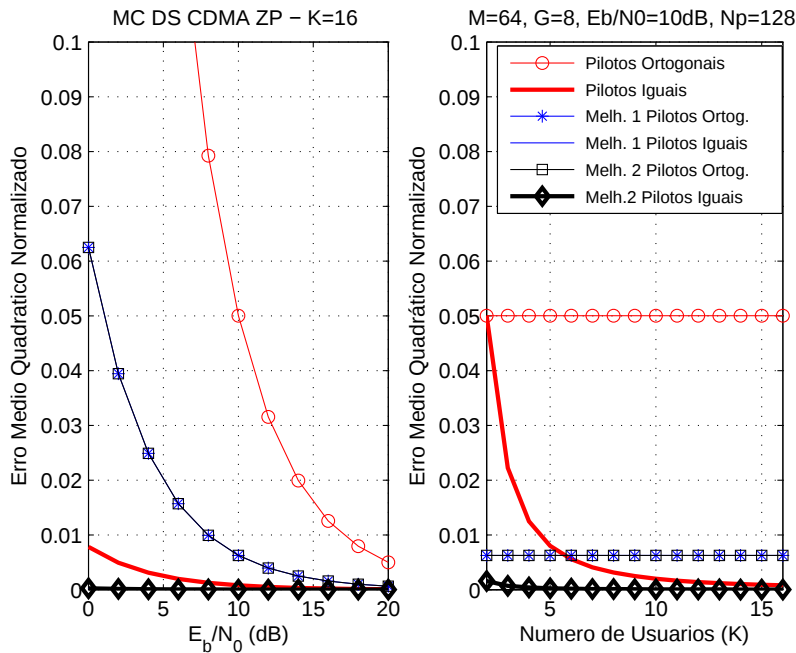


Figura 5.8: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado versus (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K) - MC DS CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Direto

com intervalo CP, que pode ser devido à recuperação do símbolo transmitido em portadoras com ganho mínimo, o que não é possível com o intervalo CP. Observa-se, ainda, que o desempenho do sistema ZP utilizando as estimativas melhoradas tanto

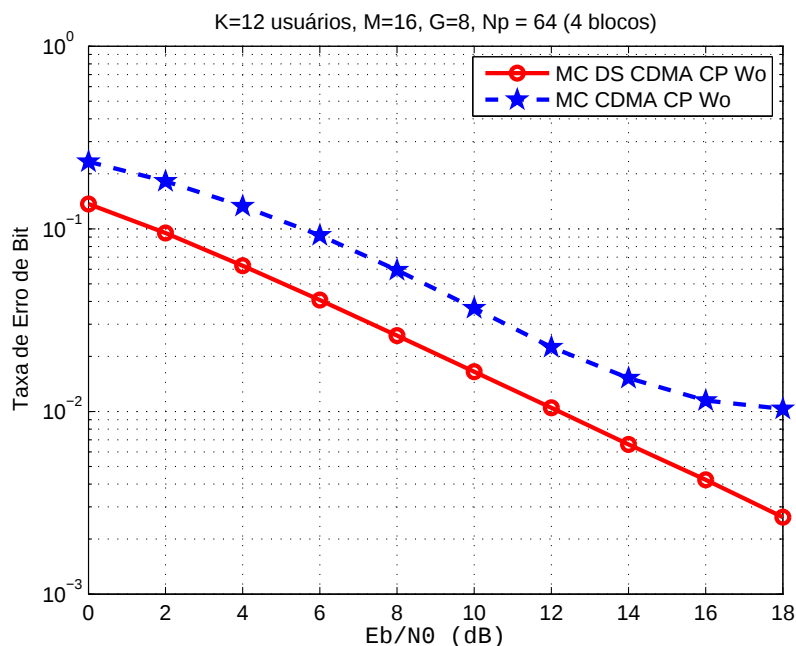


Figura 5.9: Desempenho da Taxa de Erro de Bit (BER) versus E_b/N_0 - MC CDMA CP e MC DS CDMA CP - Canal B Randômico - Enlace Reverso

pela aplicação da matriz de projeção W_0 como pela aplicação da restrição inicial *Melhorado 2* são praticamente coincidentes. Na simulação utilizaram-se símbolos piloto quaisquer.

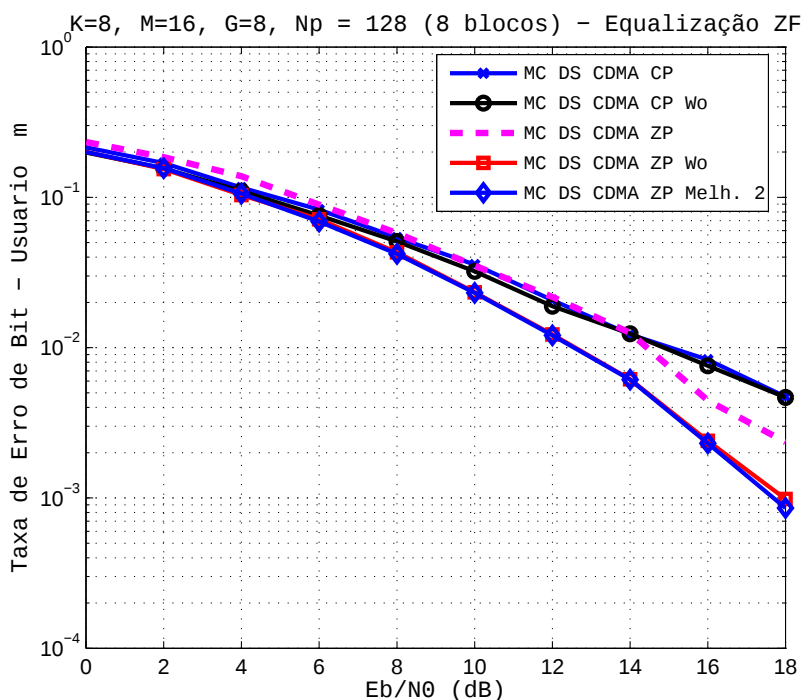


Figura 5.10: Desempenho da Taxa de Erro de Bit (BER) versus E_b/N_0 - MC DS CDMA CP e MC DS CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Reverso

Com o objetivo de confrontar o desempenho dos sistemas MC CDMA e MC DS CDMA com intervalo de guarda ZP na Figura 5.11 estão apresentadas as curvas de BER dos estimadores de canal assistidos para o enlace reverso. No cenário considerou-se $K = 12$ usuários, $M = 16$ subportadoras, intervalo de guarda $G = 8$, $N_p = 64$ símbolos pilotos e equalização ZF. É possível observar que a aplicação da estimativa melhorada por restrição inicial (Melhorado 2) propicia o aumento de desempenho do sistema MC CDMA em relação a utilização da estimativa melhorada pela matriz de projeção (melhorada 1). Com relação ao sistema MC DS CDMA o desempenho dos estimadores, melhorado 1 e melhorado 2, são semelhantes e superam o desempenho do sistema MC CDMA melhorado 2 em toda a faixa de valores considerados.

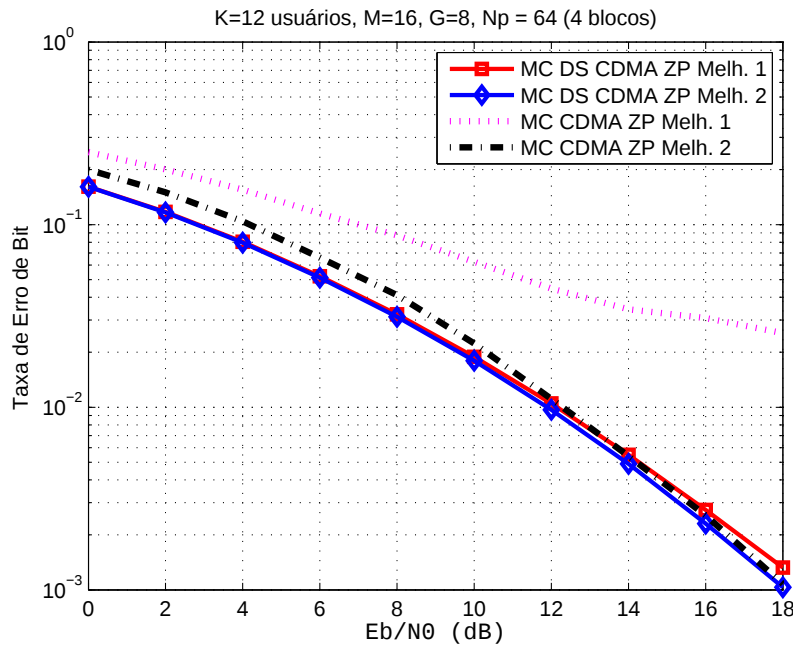


Figura 5.11: Desempenho da Taxa de Erro de Bit (BER) versus E_b/N_0 (dB) - MC DS CDMA ZP e MC CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Reverso

Na Figura 5.12 estão ilustradas as curvas de desempenho BER dos sistemas MC CDMA e MC DS CDMA com intervalo ZP utilizando a estimativa convencional e a estimativa melhorada 2. No cenário considerou-se $K = 6$ usuários, $M = 16$ subportadoras e $N_p = 64$ símbolos piloto iguais em ambos os sistemas para a estimação do canal direto e equalização ZF. O canal é modelado como o canal B randômico e o intervalo de guarda é $G = 8$. Observa-se que para baixa razão sinal ruído o desempenho BER do receptor MC DS CDMA com a estimativa melhorada 2 é superior, com o aumento da razão sinal ruído o desempenho do receptor MC CDMA com a estimativa melhorada 2 supera todos os demais atingindo o valor de BER de 10^{-3} em 17 dB e o MC DS CDMA Melh. 2 atinge esse valor em 19 dB.

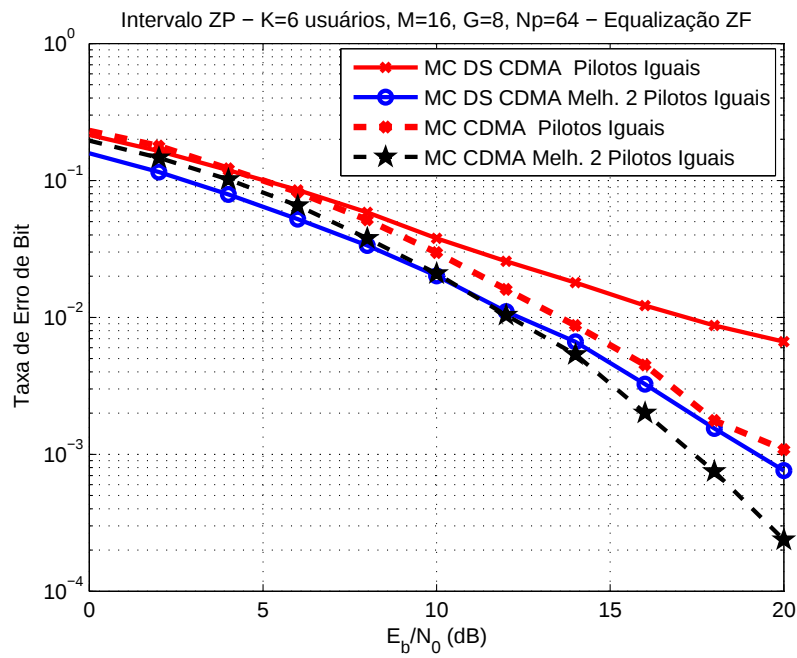


Figura 5.12: Desempenho da Taxa de Erro de Bit (BER) versus E_b/N_0 (dB) - MC DS CDMA ZP e MC CDMA ZP - Canal B Randômico - Enlace Direto e pilotos Iguais