

## 4

### MC CDMA ZP - Estimação de Canal Assistida, Equalização e Detecção e Resultados Numéricos

#### 4.1

##### Modelagem Matemática - Enlace Reverso

Para obter um estimador de canal para o sistema MC CDMA com intervalo de guarda ZP define-se o vetor  $\mathbf{p}_k = \mathbf{V}\mathbf{c}_k$  de dimensão  $P \times 1$ ; onde a matriz  $\mathbf{V}$  é uma matriz estruturada de dimensão  $P \times M$  dada por:

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}_{P,M}\mathbf{F}_{M,M}^H$$

Assim, é possível reescrever a equação (2-4) da seguinte forma:

$$\mathbf{r}_{ZP}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k \mathbf{q}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (4-1)$$

onde  $\mathbf{P}_k = \text{diag}(\mathbf{p}_k)$  é uma matriz  $P \times P$  diagonal contendo os *chips* do usuário  $k$  transformados pela matriz estruturada  $\mathbf{V}$ . Seja  $m$  o índice do usuário de interesse, para simplificar, vamos usar  $\mathbf{r}_{ZP}(i) = \mathbf{r}(i)$ .

Da mesma forma descrita anteriormente, a estimativa de canal considerada corresponde a uma aproximação de mínimo erro médio quadrático [70]:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \arg \min_{\|\mathbf{q}\|} \mathbf{E}[\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{P}_m \mathbf{q}_m b_m(i)\|^2] \quad (4-2)$$

cuja solução é dada pela estimativa despolarizada:

$$\hat{\mathbf{q}}_{m1} = \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] = \mathbf{q}_m \quad (4-3)$$

onde  $b_m^*(i)$  é o conjugado do símbolo piloto transmitido pelo  $m$ -ésimo usuário.

Substituindo-se o valor esperado pela média temporal envolvendo os  $N_p$  símbolos piloto transmitidos:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{P}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} b_m^*(i) \mathbf{r}(i) \quad (4-4)$$

## 4.2 Estimção de Canal Melhorada

### 4.2.1 Aplicação da Matriz de Projeção

Aplicando a matriz de projeção  $\mathbf{W}_o$ , de dimensões  $P \times P$ , reformulada para o caso de utilizar intervalo de guarda ZP, sendo que  $P = M + G$ :

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H = \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{F}_{P,G}^H \quad (4-5)$$

A estimativa de canal convencional em (4-4) melhorada pela aplicação da matriz de projeção  $\mathbf{W}_o$  torna-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} b_m^*(i) \mathbf{r}(i) \quad (4-6)$$

### 4.2.2 Minimização com Restrição Inicial

Outro modo de melhorar a qualidade do estimador de canal convencional MSE é aplicar uma restrição inicial no problema da minimização da função de custo. A restrição é considerar a resposta em frequência do canal escrita em termos da resposta ao impulso do canal sem a extensão com zeros e, que o intervalo de guarda  $G$  é no mínimo igual à ordem do canal, logo  $\mathbf{q}_k = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_k$ .

Assim, para o  $m$ -ésimo usuário:

$$\hat{\mathbf{h}}_m = \min_{\|\mathbf{h}\|=1} \mathbf{E}[\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{P}_m \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_m b_m(i)\|^2] \quad (4-7)$$

com  $\|\mathbf{h}\| = 1$  para evitar a solução trivial.

Seja a matriz  $\mathbf{M}_m = \mathbf{P}_m \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G}$  de dimensões  $P \times G$ . A solução de (4-7) é dada pelo estimador despolarizado:

$$\hat{\mathbf{h}}_{m_1} = \mathbf{M}_m^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] = \mathbf{h}_m \quad (4-8)$$

Aproximando o valor esperado pela média temporal sobre os  $N_p$  símbolos piloto transmitidos, a estimativa da resposta ao impulso do canal é dada por :

$$\hat{\mathbf{h}}_m = \mathbf{M}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (4-9)$$

Da mesma forma, a estimativa da resposta em frequência do canal do  $m$ -ésimo usuário é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_{m_1} = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] = \mathbf{q}_m \quad (4-10)$$

Aproximando o valor esperado pela média dos  $N_p$  símbolos piloto utilizados, tem-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (4-11)$$

### 4.2.3 Média da Estimativa

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m] &= \mathbf{E}\left[\frac{\sqrt{P}}{N_p} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i)\right] \\ &= \frac{\sqrt{P}}{N_p} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \\ &= \frac{\sqrt{P}}{N_p} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \sum_{j=1}^{N_p} \mathbf{M}_m \mathbf{h}_G \\ &= \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \mathbf{M}_m \mathbf{h}_G \\ &= \mathbf{q}_m \end{aligned}$$

observa-se que a estimativa da resposta em frequência do canal é despolarizada.

A matriz pseudo-inversa  $\mathbf{M}_m^+$  é definida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m^+ &= (\mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m)^{-1} \mathbf{M}_m^H \\ &= (P \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \\ &= (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \frac{1}{\sqrt{P}} \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \end{aligned}$$

Substituindo temos:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (4-12)$$

onde a matriz  $\mathbf{Y}_m = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H$ , de dimensões  $P \times P$ , representa as diversas transformações aplicadas.

#### 4.2.4 Caso Particular

Note que, no caso particular de o código do  $m$ -ésimo usuário ser tal que o produto das matrizes diagonais seja proporcional a matriz identidade  $\mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \propto \mathbf{I}_P$ , então a estimativa (4-6) reduz-se a estimativa dada em (4-12). Isto porque a pseudo-inversa da matriz  $\mathbf{M}_m^+$  é simplificada a matriz hermitiana  $\mathbf{M}_m^H$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m^+ &= (\mathbf{M}_m^H \mathbf{M}_m)^{-1} \mathbf{M}_m^H \\ &= (P \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_G)^{-1} \sqrt{P} \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \\ &= (\mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_G)^{-1} \frac{1}{\sqrt{P}} \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \\ &= (\mathbf{F}_G^H \mathbf{I}_M \mathbf{F}_G)^{-1} \sqrt{P} \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \\ &= \sqrt{P} (\mathbf{F}_G^H \mathbf{F}_G)^{-1} \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H \\ &= \sqrt{P} \mathbf{F}_G^H \mathbf{P}_m^H = \mathbf{M}_m^H \end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}_m &= \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{M}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \\ &= \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \\ &= \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \end{aligned} \quad (4-13)$$

observe que  $P \mathbf{P}_m^H = \mathbf{P}^{-1}$  e utilizou-se a definição da matriz de projeção  $\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{F}_{P,G}^H$ .

Como mencionado anteriormente, nos dois métodos acima descritos para melhorar a estimativa convencional MSE, a idéia principal é remover componentes ruidosas presentes na estimativa convencional. Uma vez removidas, é possível obter um estimador de qualidade superior que permite melhorar o desempenho em termos do erro médio quadrático normalizado. Contudo, essa melhoria no desempenho MSE é diferente para a componente da IMA e para a componente do ruído aditivo presentes no erro da estimativa, como será apresentado na próxima seção.

### 4.3

#### Análise de Desempenho do Erro Médio Quadrático da Estimativa do canal

Para uma formulação geral, seja a matriz  $\mathbf{Z}_m$  de dimensões  $P \times P$ , que pode ser expressa por  $\mathbf{Z}_m = \mathbf{P}_m^{-1}$  em (4-4) e  $\mathbf{Z}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1}$  em (4-6) e  $\mathbf{Z}_m = \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H$  em (4-12). As três opções de matrizes conduzem a estimadores despolarizados uma vez que  $\mathbf{Z}_m \mathbf{P}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m$  e  $\mathbf{Z}_m (\mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H) \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m$ .

O erro médio quadrático do estimador de canal do  $m$ -ésimo usuário de interesse, condicionado ao conhecimento dos  $K$  canais é dado por:

$$\varepsilon_m^2 = \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2 \mid \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_K] \quad (4-14)$$

O qual após alguma manipulações matemáticas, resulta em:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^2 &= \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{P}_k^H (\mathbf{Z}_m^H \mathbf{Z}_m) \mathbf{P}_k \mathbf{q}_k + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{Z}_m \mathbf{Z}_m^H) \\ &= \frac{1}{N_p} \left[ \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{P}_k^H (\mathbf{Z}_m^H \mathbf{Z}_m) \mathbf{P}_k \mathbf{q}_k - \underbrace{\mathbf{q}_m^H \mathbf{P}_m^H (\mathbf{Z}_m^H \mathbf{Z}_m) \mathbf{P}_m \mathbf{q}_m}_{\|\mathbf{q}_m\|^2} \right] \\ &\quad + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{Z}_m \mathbf{Z}_m^H) \end{aligned} \quad (4-15)$$

Tirando-se a média, do erro médio quadrático, sobre os  $K$  usuários ativos do sistema, tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \varepsilon_m^2 = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2] \\ &= \frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{P}_k^H \mathbf{B} \mathbf{P}_k \mathbf{q}_k - \frac{1}{N_p} \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \|\mathbf{q}_m\|^2 + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (4-16)$$

onde

$$\mathbf{B} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{Z}_m \mathbf{Z}_m^H \quad (4-17)$$

No procedimento seguinte, é considerado que os canais de diferentes usuários: 1) são identicamente distribuídos e 2) normalizados sendo  $\mathbf{E}[\|\mathbf{h}_k\|^2] = 1$  então  $\mathbf{E}[\|\mathbf{q}_k\|^2] = P$ . Dadas essas considerações, podem ser usadas as estatísticas da resposta em frequência do canal do primeiro usuário. Aplicando o operador de valor esperado na equação (4-16) é possível obter:

$$\begin{aligned}\epsilon^2 &= \mathbf{E}[\epsilon^2] \\ &= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{q}_1^H \mathbf{D}_z \mathbf{h}_1] - P] + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{B}),\end{aligned}\quad (4-18)$$

onde  $\frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \|\mathbf{q}_m\|^2 = P$  em (4-16) e foi definida a matriz:

$$\mathbf{D}_z = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B} \mathbf{P}_k \quad (4-19)$$

O erro médio quadrático normalizado é expresso por:

$$\begin{aligned}e^2 &= \frac{\epsilon^2}{P} \\ &= \frac{1}{PN_p} [\mathbf{E}[\mathbf{q}_1^H \mathbf{D}_z \mathbf{q}_1] - P] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B})\end{aligned}\quad (4-20)$$

Reescrevendo o erro médio quadrático normalizado (4-20) em termos da resposta ao impulso do canal  $\mathbf{q}_1 = \sqrt{P} \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_1$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}e^2 &= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{D}_z \mathbf{F}_{P,G} \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \\ &= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B})\end{aligned}\quad (4-21)$$

onde

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{D}_z \mathbf{F}_{P,G} \quad (4-22)$$

Uma operação de decomposição em autovalores pode ser aplicada a fim de obter o mínimo  $\lambda_{min}$  e o máximo  $\lambda_{max}$  autovalores da matriz  $\mathbf{D}_F$  de dimensões  $G \times G$ .

$$\lambda_{min} \leq \mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1 \leq \lambda_{max} \quad (4-23)$$

Multiplicando os termos da expressão (4-23) por  $\|\mathbf{h}_1\|^2$ , tem-se:

$$\|\mathbf{h}_1\|^2 \lambda_{min} \leq \|\mathbf{h}_1\|^2 \mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1 \leq \lambda_{max} \|\mathbf{h}_1\|^2 \quad (4-24)$$

A multiplicação acima foi feita para permitir aplicar o operador de valor esperado e, assim, obter:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2 \lambda_{min}] &\leq \mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] \leq \lambda_{max} \mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2] \\ \lambda_{min} &\leq \mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] \leq \lambda_{max}\end{aligned}\quad (4-25)$$

uma vez que  $\mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2] = 1$  (domínio do tempo).

Finalmente, é possível obter os limitantes inferior e superior do erro médio quadrático normalizado:

$$\frac{1}{N_p}[\lambda_{min} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \leq e^2 \leq \frac{1}{N_p}[\lambda_{max} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \quad (4-26)$$

É possível notar que, dados as  $K$  sequências de espalhamento em uso, os limites em (4-26) são gerais e independentes das características do canal. Mais ainda, baseado na formulação acima descrita é possível escrever expressões fáceis de usar para os, respectivos, erros médios quadráticos normalizados:  $e^2$  (usando a estimativa MSE convencional),  $e_w^2$  (usando a estimativa melhorada pelo primeiro método) e  $e_p^2$  (usando a estimativa melhorada pelo segundo método).

Para isso, são apresentados os seguintes três casos:

**1) Caso  $\mathbf{Z}_m = \mathbf{P}_m^{-1}$ :**

Empregando o estimador de canal convencional (4-4) para o erro médio quadrático normalizado  $e^2$ , expresso em (4-21) e em (4-26) as matrizes  $\mathbf{B}$  em (4-17) e  $\mathbf{D}_F$  (4-22) tornam-se:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^c = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{P}_m^{-1H} \quad (4-27)$$

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^c = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}^c \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G} \quad (4-28)$$

O erro médio quadrático normalizado  $e_c^2$  da estimativa convencional e seus, respectivos, limitantes são dados por:

$$e_c^2 = \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F^c \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^c) \quad (4-29)$$

$$\frac{1}{N_p}[\lambda_{min} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^c) \leq e_c^2 \leq \frac{1}{N_p}[\lambda_{max} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^c) \quad (4-30)$$

**2) Caso  $\mathbf{Z}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1}$ :** Considerando o primeiro estimador de canal melhorado em (4-6), pela aplicação da matriz de projeção  $\mathbf{W}_o$ , o erro médio quadrático normalizado melhorado  $e_w^2$  é obtido utilizando-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^w = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1H} \quad (4-31)$$

onde foi usada a propriedade da matriz de projeção  $\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o$ .

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^w = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}^w \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G} \quad (4-32)$$

Assim, tem-se:

$$e_w^2 = \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F^w \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^w) \quad (4-33)$$

Os limitantes superior e inferior são:

$$\frac{1}{N_p} [\lambda_{\min} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^w) \leq e_w^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{\max} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^w) \quad (4-34)$$

### 3) Caso $\mathbf{Z}_m = \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H$ :

O erro médio quadrático normalizado melhorado  $e_p^2$  obtido pela utilização do segundo estimador de canal com restrição inicial (4-12) é dado por:

$$e_p^2 = \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F^p \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^p) \quad (4-35)$$

Os seus limitantes superior e inferior são:

$$\frac{1}{N_p} [\lambda_{\min} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^p) \leq e_p^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{\max} - 1] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}^p) \quad (4-36)$$

Nas expressões (4-35) e (4-36) utilizou-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^p = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{Y}_m^H \quad (4-37)$$

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^p = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}^p \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G} \quad (4-38)$$

Observando as expressões em (4-29), (4-33) e (4-35) nota-se que para cada estimador proposto a melhoria de desempenho é diferente para as, respectivas, parcelas de interferência de múltiplo acesso (IMA) e de ruído aditivo presentes no erro da estimativa.

## 4.4

### Perfil Multipercurso do Canal

Nesta subsecção estão apresentadas as expressões do erro médio quadrático normalizado escritas em termos do perfil de potência do canal multipercurso. Dados os coeficientes do canal  $h_i = \alpha_i p_i$ ;  $i = 1 \dots L$  onde  $\alpha_i$  são variáveis aleatórias complexas decorrelatadas, com média zero e  $\mathbf{E}[|\alpha_i|^2] = 1$  e os pesos  $p_i$  satisfazem  $\sum_{i=1}^L |p_i|^2 = 1$  e são comuns para os  $K$  usuários ativos. A partir de (4-29) o erro médio quadrático normalizado do estimador convencional é:

$$\begin{aligned}
 e_c^2 &= \frac{1}{N_p} \left[ \sum_{i=1}^L d_{i,i}^c |p_i|^2 - \sum_{i=1}^L |p_i|^2 \right] + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}_c) \\
 &= \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^c - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}_c)
 \end{aligned} \tag{4-39}$$

onde  $\{d_{i,j}^c\}$  são os elementos da matriz  $\mathbf{D}_F^c$  (4-28).

Do mesmo modo,  $e_w^2$  em (4-33) é expresso por:

$$e_w^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^w - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}_w) \tag{4-40}$$

onde  $\{d_{i,j}^w\}$  são os elementos da matriz  $\mathbf{D}_F^w$  (4-32).

Seguindo a mesma linha de raciocínio, para  $e_p^2$  (4-35) obtém-se:

$$e_p^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^p - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}(\mathbf{B}_p) \tag{4-41}$$

onde  $\{d_{i,j}^p\}$  são os elementos da matriz  $\mathbf{D}_F^p$  (4-38).

O fator de redução da IMA  $\eta_w$  e o fator de redução do ruído  $\gamma_w$  resultantes da aplicação do primeiro estimador de canal melhorado em relação a aplicação do estimador de canal convencional podem ser obtidos por:

$$\eta_w = \frac{\sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^w - 1)}{\sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^c - 1)} \tag{4-42}$$

$$\gamma_w = \frac{\text{tr}(\mathbf{B}_w)}{\text{tr}(\mathbf{B}_c)} \tag{4-43}$$

O fator de redução da IMA  $\eta_p$  e o fator de redução do ruído  $\gamma_p$  resultantes da aplicação do segundo estimador de canal melhorado podem ser obtidos por:

$$\eta_p = \frac{\sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^p - 1)}{\sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^c - 1)} \tag{4-44}$$

$$\gamma_p = \frac{\text{tr}(\mathbf{B}_p)}{\text{tr}(\mathbf{B}_c)} \tag{4-45}$$

A Tabela 4.1 apresenta os erros médios quadráticos dos estimadores assistidos para o enlace reverso do sistema MC CDMA ZP.

#### 4.5 Equalização e Detecção

Usando as estimativas do canal apresentadas na seção anterior, a equalização de (4-1) seguida da detecção do símbolo pode ser realizada. Uma possibilidade é

Tabela 4.1: MC CDMA ZP Enlace Reverso - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

<b>MC CDMA ZP - Enlace Reverso</b>	
NMSE Convencional	$e_c^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^2 - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}[\mathbf{B}_c]$ $\mathbf{B}_c = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{P}_m^{-1H}$ $\mathbf{D}_F^c = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}_c \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G}$
NMSE Melhorado 1	$e_w^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^2 - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}[\mathbf{B}_w]$ $\mathbf{B}_w = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1H}$ $\mathbf{D}_F^w = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}_w \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G}$
NMSE Melhorado 2	$e_p^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^2 - 1) + \frac{\sigma^2}{PN_p} \text{tr}[\mathbf{B}_p]$ $\mathbf{B}_p = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{Y}_m^H$ $\mathbf{D}_F^p = \mathbf{F}_{P,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k^H \mathbf{B}_p \mathbf{P}_k \mathbf{F}_{P,G}$
Fatores de Redução da IMA	$\eta_w = \frac{\sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^w - 1)}{\sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^c - 1)}$ $\eta_p = \frac{\sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^p - 1)}{\sum_{i=1}^L  p_i ^2 (d_{i,i}^c - 1)}$
Fatores de Redução do Ruído	$\gamma_w = \frac{\text{tr}[\mathbf{B}_w]}{\text{tr}[\mathbf{B}_c]}$ $\gamma_p = \frac{\text{tr}[\mathbf{B}_p]}{\text{tr}[\mathbf{B}_c]}$
Limitantes do NMSE Melhorado	$\frac{1}{N_p} [\lambda_{\min} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{\max} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p}$
Limitantes do NMSE Melhorado em função de $\eta$	$\frac{K-1}{N_p} \eta_{\min} + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{K-1}{N_p} \eta_{\max} + \frac{G\sigma^2}{N_p}$

aplicar o equalizador MMSE:

$$\mathbf{w}_{mmse} = \arg \min_{\mathbf{w}} \mathbf{E}[\|b_m(i) - \mathbf{w}^H \mathbf{r}(i)\|^2] \quad (4-46)$$

cuja solução é:

$$\mathbf{w}_m = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*] \quad (4-47)$$

onde a matriz  $\mathbf{R}^{-1}$  é a inversa da matriz autocorrelação dos dados recebidos.

Conforme mencionado anteriormente, neste estudo a matriz autocorrelação é estimada através de :

$$\hat{\mathbf{R}}(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \mathbf{r}(j) \mathbf{r}^H(j) \quad (4-48)$$

e considerando (4-3) o valor esperado  $E[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)]$  pode ser aproximado por  $\mathbf{P}_m \hat{\mathbf{q}}_m$  substituindo  $\hat{\mathbf{q}}_m$  por (4-4) (estimativa convencional), ou (4-6) (primeira estimativa melhorada), ou (4-12) (segunda estimativa melhorada).

Após realizar a equalização, para modulação BPSK, uma estimativa do símbolo transmitido pelo  $m$ -ésimo usuário  $b_m(i)$  pode ser obtida por:

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn}[\text{Re}(\mathbf{w}_m^H \mathbf{r}(i))] \quad (4-49)$$

## 4.6

### Resultados Numéricos - MC CDMA ZP - Enlace Reverso

Os resultados apresentados nesta seção consideram transmissões síncronas no sistema MC CDMA com símbolos oriundos de modulação BPSK. As sequências de espalhamento são ortogonais de Hadamard com comprimento  $N$ , igual ao número de subportadoras  $M$ . Os  $K$  canais são modelados como filtros FIR, cada um com  $L$  coeficientes invariantes no tempo. O intervalo de guarda é  $G \geq L$  para garantir a detecção dos símbolos livre de interferência entre símbolos.

Para cada experimento são considerados  $N_p = 192$  símbolos piloto e  $G = 8$ . Na Figura 4.1 estão ilustrados os limitantes superior e inferior para os erros médios quadráticos normalizados  $e_w^2$  e  $e_p^2$ , respectivamente, dados em (4-40) e (4-41). Os valores foram computados para um grupo de  $K$  assinaturas selecionadas aleatoriamente de um conjunto de  $M = 16$  disponíveis. A seguir um novo grupo é selecionado e o procedimento foi repetido. Os resultados correspondem aos valores médios obtidos em 200 rodadas (*trial*). Pode ser observado que os limites inferior e superior do  $e_p^2$  são bastante próximos. Ademais, também se verifica que  $e_p^2 < e_w^2$ .

Seja o perfil multipercurso do canal randômico descrito anteriormente, cujos valores de  $\alpha_{k_i}$  são, aleatoriamente, sorteados no início de cada rodada e mantidos fixos até que nova rodada seja efetuada. Os  $L = 6$  pesos  $p_i$ ,  $i = 1 \dots L$  correspondem ao perfil multipercurso do canal B:  $p_0 = 0.74$ ,  $p_1 = -0.42$ ,  $p_2 = 0.083$ ,  $p_3 = 0.49$ ,  $p_4 = -0.12$ ,  $p_5 = 0.01$  (canal B randômico).

Na Figura 4.2 estão ilustrados os fatores de redução da IMA:  $\eta^w$  em (4-42) e  $\eta^p$  em (4-44) *versus* o número de usuários ( $K$ ). É possível observar que, conforme o número de usuários aumenta, as reduções nas componentes da IMA dos, respectivos, erros médios quadráticos normalizados convergem para os valores apresentados pelos, respectivos, fatores de redução do ruído os quais não dependem da carga dos sistema. Uma vez que  $\eta^w$  e  $\eta^p$  são menores que a unidade, comprova-se que ambos reduzem a componente da IMA presentes nos, respectivos, erros médios quadráticos normalizados.

Na Figura 4.3 estão apresentadas as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado dos estimadores de canal propostos. Os valores simulados são confrontados com as expressões teóricas do erro médio quadrático convencional

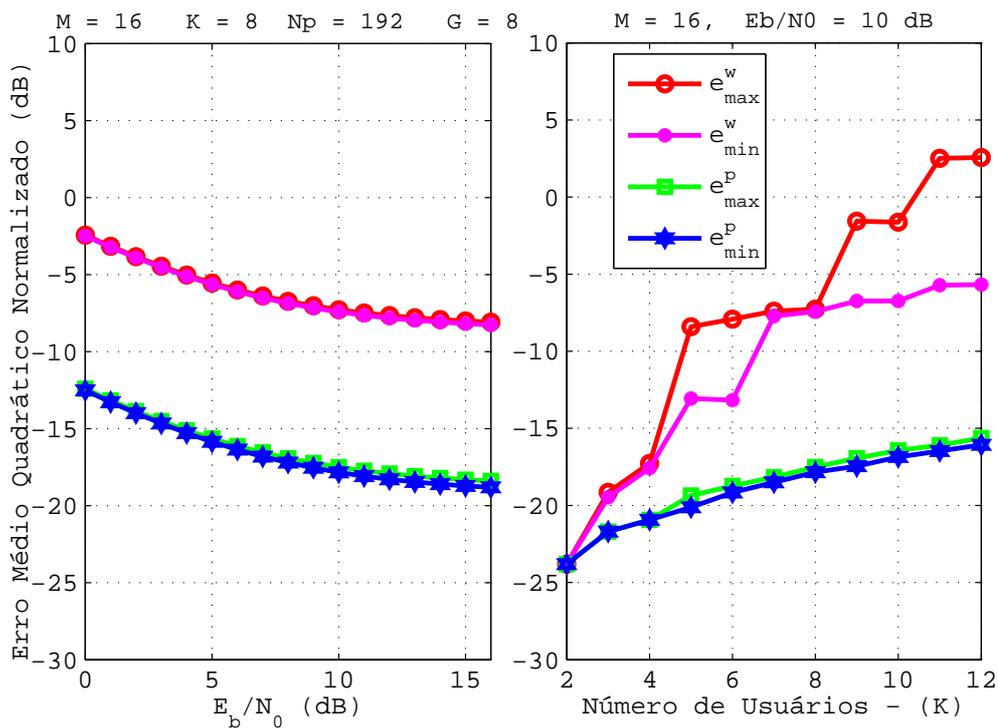


Figura 4.1: Limitantes Superiores e Inferiores dos Erros Médios Quadráticos Normalizados (dB) versus (a)  $E_b/N_0$  (dB) (b) Número de Usuários ( $K$ ) - MC CDMA ZP - Enlace Reverso

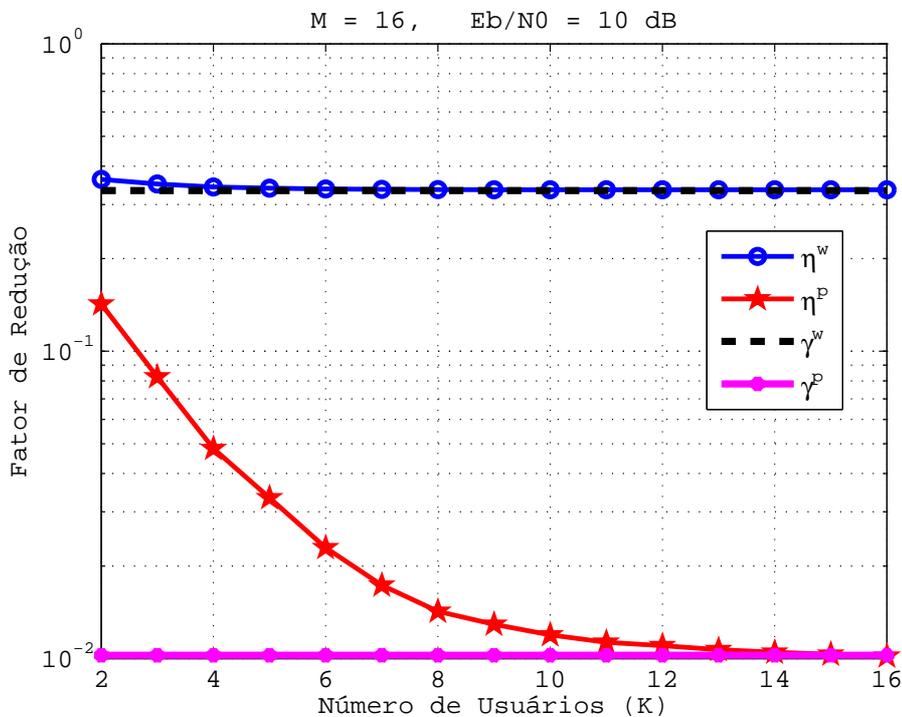


Figura 4.2: Fatores de Redução da Parcela da IMA e da Parcela do Ruído Aditivo versus Número de Usuários ( $K$ ) - MC CDMA ZP - Enlace Reverso

$e_c^2$  (4-39), do primeiro melhorado  $e_w^2$  (4-40) e do segundo melhorado  $e_p^2$  (4-41). Os resultados ilustrados são a média de 200 rodadas. Observa-se que os resultados simulados coincidem com os resultados teóricos e para os erros médios quadráticos normalizados melhorados as, respectivas, estimativas de canal exibem menor sensibilidade ao aumento de usuários no sistema, sendo essa sensibilidade mais significativa para o estimador melhorado '2'.

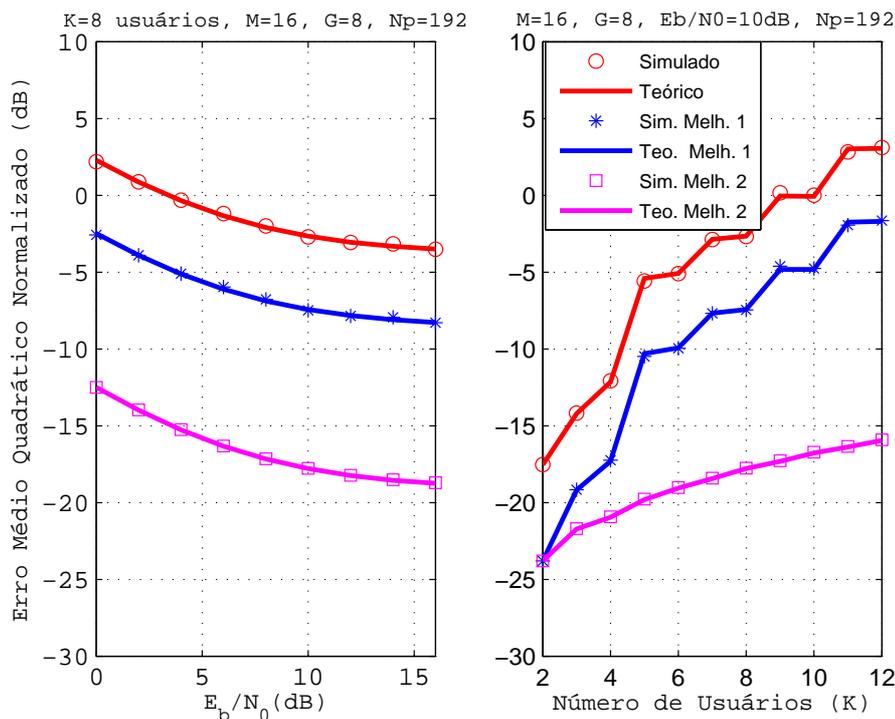


Figura 4.3: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado (dB) versus (a)  $E_b/N_0$  (dB) (b) Número de Usuários ( $K$ ) - MC CDMA ZP - Enlace Reverso

Visando avaliar os efeitos dos estimadores de canal no desempenho do sistema a Figura 4.4 apresenta o desempenho médio da BER versus  $E_b/N_0$ . Para cada experimento, foram considerados 2500 blocos de  $M$  símbolos. O sistema considerado apresenta  $K = 4$  usuários ativos no cenário acima descrito. Os resultados indicam um ganho notável no desempenho quando se emprega o segundo estimador de canal melhorado.

#### 4.7 Considerações Finais

Nesta seção, foram descritos dois procedimentos para melhorar a estimativa da resposta em frequência do canal no enlace reverso do sistema MC CDMA, incorporando intervalo de guarda *Zero Padding* (ZP). A primeira melhoria é obtida por meio de uma matriz que projeta o vetor da estimativa da resposta em frequência do canal no subespaço onde a verdadeira resposta existe. A segunda abordagem

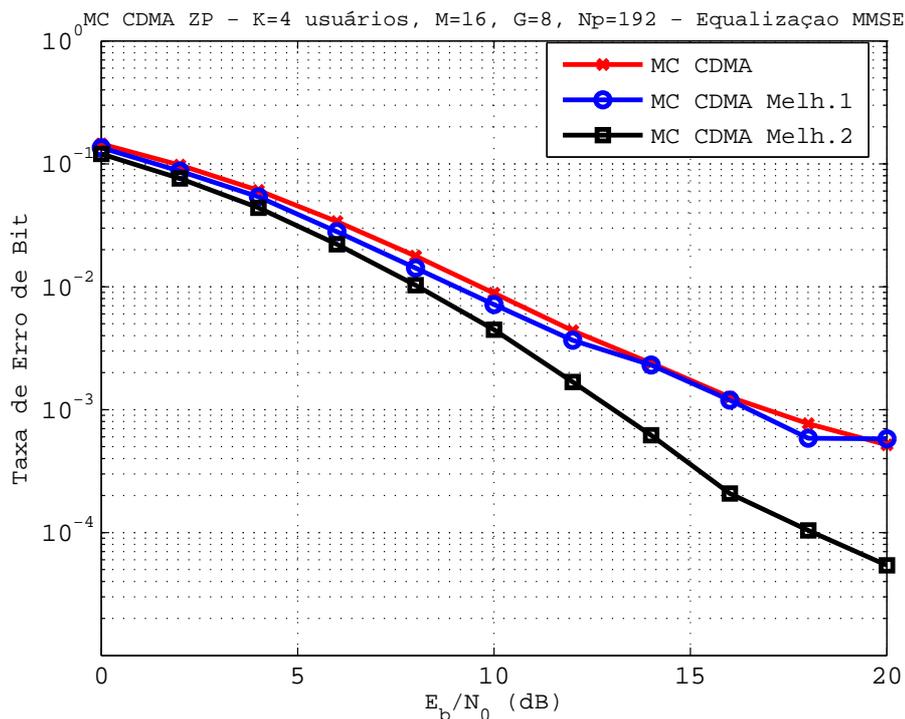


Figura 4.4: Desempenho da Taxa de Erro de Bit *versus*  $E_b/N_0$  (dB) - MC CDMA ZP - Enlace reverso

usa uma restrição inicial para forçar a estimativa a pertencer a esse subespaço. Expressões analíticas e limitantes inferiores e superiores foram desenvolvidas para os três estimadores analisados. Resultados numéricos mostraram significativa redução em ambas as componentes da IMA e do ruído aditivo presentes no erro da estimativa do canal, quando usando cada um dos estimadores de canal melhorados. Os resultados de simulação obtidos revelaram que para um receptor MMSE é possível atingir um notável ganho no desempenho da taxa de erro de bit quando se utiliza o segundo estimador de canal melhorado. Outro ponto importante a ser mencionado, é que da mesma forma ao observado no caso de inserção de intervalo de guarda CP, as expressões analíticas descritas também podem ser usadas no projeto de um sistema, de forma a selecionar, a partir de um dado conjunto de assinaturas, um subconjunto ótimo para ser designado aos usuários do sistema.

## 4.8 Modelagem Matemática - Enlace Direto

No caso do enlace direto, onde um único canal é considerado, os efeitos provocados pela componente da IMA, presente no erro da estimativa podem ser amenizados com a utilização de símbolos piloto ortogonais e sinais pilotos iguais.

Partindo do agregado de sinais recebidos na estação móvel:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k \mathbf{q} b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (4-50)$$

onde  $\mathbf{P}_k = \text{diag}(\mathbf{V} \mathbf{c}_k)$  é uma matriz diagonal contendo os *chips* do usuário  $k$  transformados pela matriz estruturada  $\mathbf{V}$ . Seja  $m$  o índice de determinado usuário. Da mesma forma descrita anteriormente, a estimativa de canal, baseada no critério de mínimo erro médio quadrático, [70] é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}} = \min_{\mathbf{q}} \mathbf{E}[\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{P}_m \mathbf{q} b_m(i)\|^2] \quad (4-51)$$

cuja solução é dada pela estimativa despolarizada:

$$\hat{\mathbf{q}}_1 = \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] = \mathbf{q} \quad (4-52)$$

substituindo-se o valor esperado pela média temporal envolvendo os  $N_p$  símbolos piloto transmitidos:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{P}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} b_m^*(i) \mathbf{r}(i) \quad (4-53)$$

onde  $b_m^*(i)$  é o conjugado do símbolo piloto transmitido pelo  $m$ -ésimo usuário.

## 4.9

### Estimativas de Canal Melhoradas

#### 4.9.1

##### Aplicação da Matriz de Projeção

Conforme descrito anteriormente, pode ser aplicada a matriz de projeção  $\mathbf{W}_o$  na estimativa convencional. A nova estimativa é, então, dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{W}_o \mathbf{P}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} b_m^*(i) \mathbf{r}(i) \quad (4-54)$$

#### 4.9.2

##### Minimização com Restrição Inicial

A estimativa da resposta ao impulso do canal melhorada pela aplicação da restrição inicial é dada por:

$$\hat{\mathbf{h}}_p = \mathbf{M}_m^+ \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (4-55)$$

onde  $\mathbf{M}_m = \sqrt{P} \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G}$  e, portanto,  $\mathbf{M}_m^+ = (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \frac{1}{\sqrt{P}} \mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H$  substituindo em (4-55) a estimativa da resposta em frequência do canal é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_p = \mathbf{Y}_m \mathbf{P}_m^H \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (4-56)$$

onde usou-se a matriz  $\mathbf{Y}_m = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_m^H \mathbf{P}_m \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H$  de dimensões  $P \times P$ .

#### 4.9.3

##### Estimação com Símbolos e Códigos Pilotos Iguais nos Sinais Piloto

No enlace direto podem ser considerados sinais piloto nos quais são transmitidos sinais e códigos iguais para todos os usuários. Assim, a energia dos  $K$  sinais transmitidos para cada usuário pode ser usada em benefício da redução do erro da estimativa do canal direto.

Dado o sinal recebido para o sistema MC CDMA ZP, reescrito abaixo por

conveniência:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_k \mathbf{q} b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (4-57)$$

utilizando símbolos e códigos piloto iguais para todos os  $K$  usuários ativos do sistema, temos:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{P}_p \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) = (K \mathbf{P}_p) \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) \quad (4-58)$$

onde  $\mathbf{P}_p = \text{diag}(\mathbf{V} \mathbf{c}_p)$ .

A função de custo a ser minimizada é:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \mathbf{E} [\|\mathbf{r}(i) - K \mathbf{P}_p \mathbf{q} b_p(i)\|^2] \quad (4-59)$$

A solução da expressão acima resulta na estimativa despolarizada:

$$\hat{\mathbf{q}}_1 = (K \mathbf{P}_p)^{-1} \mathbf{E} [\mathbf{r}(i) b_p^*(i)] = \mathbf{q} \quad (4-60)$$

Aproximando o valor esperado pela média temporal envolvendo os  $N_p$  símbolos piloto transmitidos.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}} &= \frac{1}{K} \mathbf{P}_p^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_p^*(i) \\ &= \mathbf{q} + \frac{\mathbf{P}_p^{-1}}{K N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_p^*(i) \end{aligned} \quad (4-61)$$

Na estimativa acima a parcela do ruído foi reduzida por um fator  $K$ , igual ao número de usuários ativos do sistema, quando comparada a expressão (4-53).

O erro médio quadrático normalizado da estimativa (4-61) resulta em:

$$e_{iguais}^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr} (\mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}) \quad (4-62)$$

onde existe no denominador o termo  $K^2$  indicando a redução do erro médio quadrático normalizado de um fator quadrático (energia dos sinais transmitidos para os usuários).

Aplicando a matriz de projeção, o erro médio quadrático normalizado melhorado é dado por:

Tabela 4.2: MC CDMA ZP Enlace Direto - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

	MC CDMA ZP - Enlace Direto	
	Sinais Piloto Iguais	Pilotos Ortogonais
NMSE Convencional	$e_c^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr}[\mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}]$	$e_c^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}[\mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}]$
NMSE Melhorado 1	$e_w^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr}[\mathbf{W}_o \mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}]$	$e_w^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}[\mathbf{W}_o \mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}]$
NMSE Melhorado 2	$e_p^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr}[\mathbf{Y}_p \mathbf{P}_p^H \mathbf{P}_p \mathbf{Y}_p^H]$	$e_p^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}[\mathbf{Y}_p \mathbf{P}_p^H \mathbf{P}_p \mathbf{Y}_p^H]$

$$e_{iguais_w}^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr}(\mathbf{W}_o \mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}) \quad (4-63)$$

Utilizando a estimativa melhorada obtida pela minimização com restrição o erro médio quadrático normalizado torna-se:

$$e_{iguais_p}^2 = \frac{\sigma^2}{K^2 P N_p} \text{tr}(\mathbf{Y}_p \mathbf{P}_p^H \mathbf{P}_p \mathbf{Y}_p^H) \quad (4-64)$$

onde usou-se a matriz  $\mathbf{Y}_p = \mathbf{F}_{P,G} (\mathbf{F}_{P,G}^H \mathbf{P}_p^H \mathbf{P}_p \mathbf{F}_{P,G})^{-1} \mathbf{F}_{P,G}^H$  de dimensões  $P \times P$ .

Considerando a transmissão de símbolos piloto ortogonais a componente da IMA no erro da estimativa é cancelada, mas a componente do ruído não é reduzida de um fator  $K$ . Assim, as expressões do erro médio quadrático normalizado tornam-se as seguintes:

$$e_{orto}^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}(\mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{P}_p^{-1H}) \quad (4-65)$$

$$e_{orto_w}^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}(\mathbf{P}_p^{-1} \mathbf{W}_o \mathbf{P}_p^{-1H}) \quad (4-66)$$

$$e_{orto_p}^2 = \frac{\sigma^2}{P N_p} \text{tr}(\mathbf{Y}_p \mathbf{P}_p^H \mathbf{P}_p \mathbf{Y}_p^H) \quad (4-67)$$

A Tabela 4.2 apresenta os erros médios quadráticos normalizados para o enlace direto do sistema MC CDMA ZP.

#### 4.10 Equalização e Detecção

Após a estimação de canal é possível realizar a equalização do sinal recebido seguida da detecção do símbolo. Os seguintes equalizadores podem ser utilizados: Equalizador ZF (*Zero Forcing*):

$$\mathbf{G}_{zf} = (\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{V})^{-1} \quad (4-68)$$

Equalizador MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{mm,se} = (\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{V})^H [(\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{V})(\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{V})^H + \sigma^2 \mathbf{I}_P]^{-1} \quad (4-69)$$

onde  $\hat{\mathbf{Q}} = \text{diag}(\hat{\mathbf{q}})$ .

O sinal equalizado é da forma  $\mathbf{z}(i) = \mathbf{G}^H \mathbf{r}(i)$  e uma estimativa do símbolo  $b_m(i)$  transmitido para o  $m$ -ésimo usuário pode ser obtida como:

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn}\{\text{Re}\{c_m^H \mathbf{z}(i)\}\} \quad (4-70)$$

no caso de modulação BPSK.

#### 4.11

#### Resultados Numéricos - MC CDMA ZP - Enlace Direto

Nesta seção estão apresentados os resultados obtidos nas análises de desempenho do erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal direto. No cenário da simulação estão presentes  $K$  usuários ativos que recebem símbolos oriundos de constelações BPSK. O canal único para todos os usuários é randômico e modelado como um filtro FIR de  $L = 6$  coeficientes invariantes no tempo,  $h_b = p_b \alpha_b$ ;  $b = 1, 2, \dots, L$  onde  $\alpha_k$  é uma variável aleatória gaussiana complexa com média nula e  $\mathbf{E}[|\alpha_b|^2] = 1$ . Os valores de  $\alpha_k$  são, aleatoriamente, sorteados e mantidos fixos através de cada experimento (*trial*). Os pesos  $p_b$  satisfazem  $\sum_{b=1}^L |p_b|^2 = 1$ . Os valores escolhidos são:  $p_0 = 0.74$ ,  $p_1 = -0.42$ ,  $p_2 = 0.083$ ,  $p_3 = 0.49$ ,  $p_4 = -0.12$ ,  $p_5 = 0.01$ .

O período de guarda é  $G = 8$ , para garantir a eliminação da IEB na detecção dos dados, e foram utilizados  $N_p = 192$  símbolos piloto para estimar o canal diteto onde  $M = 16$  subportadoras estão presentes. Os códigos de espalhamento são de Walsh-Hadamard com ganho de processamento  $N = 16$ . Duas etapas de testes foram realizadas, na primeira considerou-se sinais pilotos iguais e na segunda símbolos pilotos ortogonais.

Na Figura 4.5 estão apresentadas as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado dos três estimadores assistidos descritos anteriormente, o convencional MMSE e os dois estimadores melhorados utilizando os dois tipos de símbolos piloto, iguais e ortogonais. Assim, as equações do erro médio quadrático normalizado (4-62), (4-63) e (4-64) e as equações (4-65), (4-66) e (4-67) foram confrontadas. Verifica-se que as estimativas melhoradas tanto pela utilização da matriz de projeção  $\mathbf{W}_o$  como pela minimização com restrição ('Melhorado 2') conduzem a menores valores do erro médio quadrático normalizado em comparação ao erro da estimação convencional, sendo que utilizando-se símbolos piloto iguais

o desempenho MSE é superior ao desempenho empregando símbolos ortogonais.

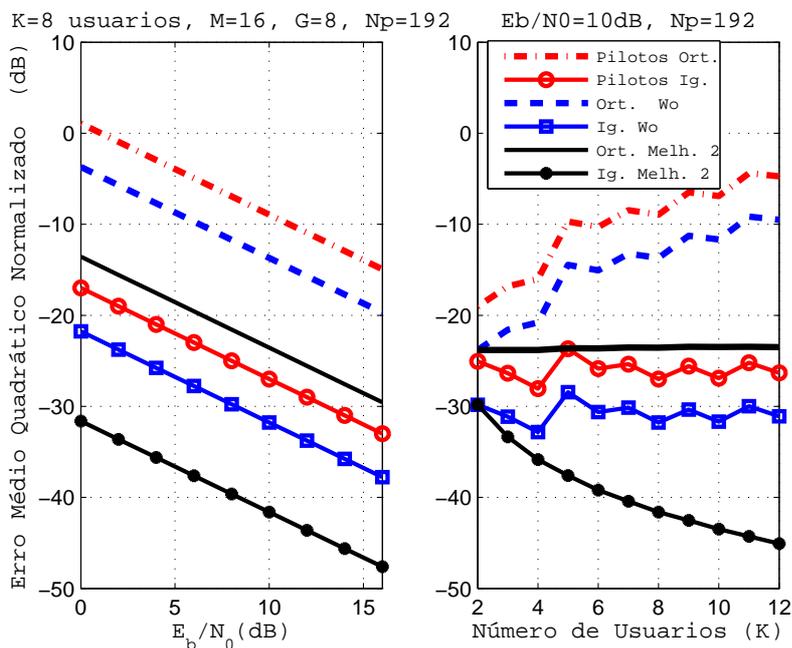


Figura 4.5: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado (dB) versus (a)  $E_b/N_0$  (dB) (b) Número de Usuários (K) - MC CDMA ZP - Enlace Direto

Na Figura 4.6 o cenário da simulaço considerou  $M = 32$  subportadoras, um número máximo de  $K = 20$  usuários ativos no sistema e  $N_p = 256$  símbolos piloto iguais ou ortogonais. Observa-se que o desempenho MSE utilizando símbolos piloto iguais é superior em comparaço ao desempenho utilizando símbolos piloto ortogonais, e no confronto dos três estimadores do canal, os resultados atingidos pelo estimador melhorado através da restriço inicial (melhorado 2) foram sempre superiores.

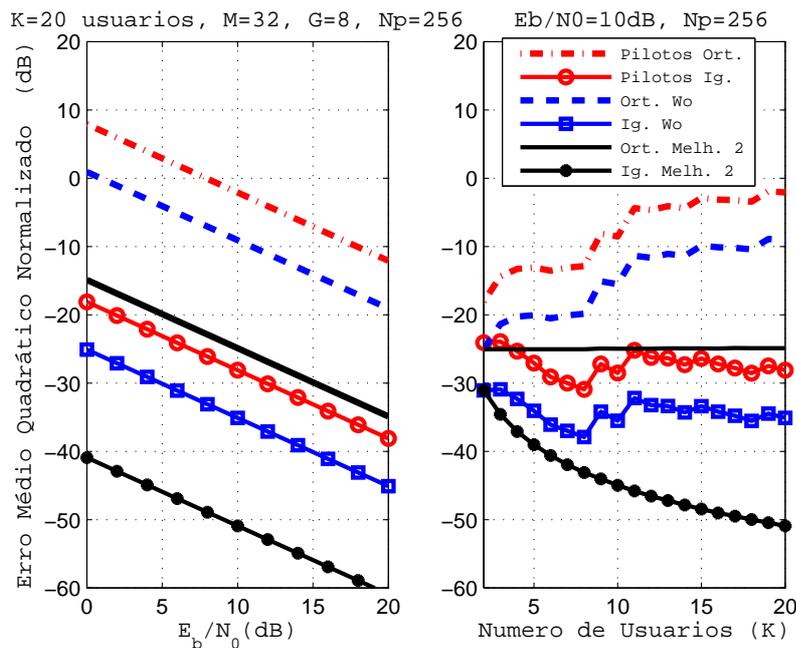


Figura 4.6: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado (dB) versus (a)  $E_b/N_0$  (dB) (b) Número de Usuários ( $K$ ) - MC CDMA ZP - Enlace Direto

#### 4.12 Considerações Finais

Para o enlace direto do sistema MC CDMA ZP também podem ser consideradas a transmissão, simultânea, de símbolos piloto ortogonais ou a transmissão, simultânea, de sinais piloto iguais, para os  $K$  usuários ativos. Dessa forma, é possível cancelar a componente da IMA (presente no erro da estimativa) ou utilizá-la para melhorar a qualidade do estimador, respectivamente. Essa melhoria na qualidade é decorrente de uma redução (por um fator quadrático) na componente do ruído presente no referido erro. Com isso, é possível obter um ganho considerável no desempenho MSE do estimador do canal. Aliada a essa melhoria está, principalmente, a melhoria obtida através da matriz de projeção ou através da aplicação da restrição inicial nos procedimentos de obtenção dos, respectivos, estimadores de canal propostos.