

3

Sistema MC CDMA CP: Estimação Assistida, Equalização e Resultados Numéricos

Neste capítulo são descritos dois métodos distintos para a melhorar a qualidade da estimação de canal no sistema MC CDMA. Para ambos os enlaces, direto e reverso, a estimação é assistida por símbolos piloto transmitidos no início de cada bloco de dados e em todas as subportadoras. A estimação de canal no enlace reverso é muito mais desafiadora uma vez que a informação do estado do canal, de cada usuário ativo, deve ser estimada para permitir a estimação do canal do usuário de interesse. Em contrapartida, no enlace direto a estimação do canal pode ser livre dos efeitos da componente da IMA na estimativa do canal direto [58].

A função custo adotada é baseada no critério de mínimo erro médio quadrático MMSE (*Minimum Mean Square Error*) [47]. No primeiro método é aplicada uma operação linear, através de uma matriz de projeção, para projetar o vetor da estimativa do estado do canal no subespaço onde a verdadeira resposta ao impulso do canal está contida. No segundo, aplica-se uma restrição inicial no problema de minimização da função custo.

Nas transmissões no enlace direto foram incorporadas análises considerando a transmissão de símbolos piloto ortogonais e, também, símbolos pilotos iguais para todos os usuários ativos. O objetivo é amenizar os efeitos da componente da IMA e da componente do ruído presentes no erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal direto.

3.1

Modelagem Matemática - Enlace Reverso

Com o objetivo de obter uma estimativa de canal para o sistema MC CDMA incorporando intervalo de guarda CP o vetor do sinal recebido na Estação Base (2-3) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{Q}_k \mathbf{c}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (3-1)$$

$$= \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (3-2)$$

onde \mathbf{q}_k representa o vetor da resposta em frequência do canal associado ao k -ésimo usuário e $\mathbf{C}_k = \text{diag}(\mathbf{c}_k)$ é uma matriz diagonal contendo os *chips* da sua sequência de espalhamento, que apresenta módulo constante, sendo que:

$$\|\mathbf{c}_k\|^2 = |c_{k,1}|^2 + \dots + |c_{k,M}|^2 = 1, \quad |c_{k,i}|^2 = \frac{1}{M}, \quad \forall i \quad (3-3)$$

A importância de realizar uma estimação de canal de boa qualidade é observada na equação (3-1) onde pode ser definida a sequência efetiva de espalhamento $\tilde{\mathbf{c}}_k$ dada por:

$$\tilde{\mathbf{c}}_k = \mathbf{Q}_k \mathbf{c}_k \quad (3-4)$$

No receptor o filtro será casado a essa sequência efetiva $\tilde{\mathbf{c}}_k$ e não à sequência de espalhamento \mathbf{c}_k (designada no transmissor). Assim, a recuperação do símbolo transmitido dependerá fortemente da qualidade da estimação do canal realizada [46, 56].

O vetor da resposta em frequência do canal do k -ésimo usuário é dada por:

$$\mathbf{q}_k = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,M} \mathbf{h}_{k_{ext}} \quad (3-5)$$

onde $\mathbf{h}_{k_{ext}} = [h_{k_0} \dots h_{k_{L-1}} \ 0 \dots 0]$ é a resposta ao impulso do canal, de comprimento L , estendida com $M - L$ termos zero e sendo $\mathbf{E} [\|\mathbf{h}_k\|^2] = 1$ (domínio do tempo), portanto, $\mathbf{E} [\|\mathbf{q}_k\|^2] = M$ (domínio da frequência), para propósitos de normalização.

Observe que o vetor da resposta em frequência do canal pode, também, ser escrito em função da resposta ao impulso do canal sem a extensão de zeros:

$$\mathbf{q}_k = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,L} \mathbf{h}_k \quad (3-6)$$

onde $\mathbf{F}_{M,L}$ é uma matriz contendo as primeiras L colunas da matriz de Fourier $\mathbf{F}_{M,M}$ de dimensões $M \times M$ e o vetor do canal $\mathbf{h}_k = [h_{k_0} \dots h_{k_{L-1}}]$ tem dimensões $L \times 1$. Convém ressaltar que, neste trabalho, os canais associados a cada um dos usuários ativos são de mesmo comprimento L . Os símbolos $b_k(i)$ transmitidos pelos usuários são decorrelatados e modulados em constelações MPSK apresentando média nula $\mathbf{E} [b_k(i)] = 0$ e norma unitária $|b_k(i)|^2 = 1$.

Seja o m -ésimo usuário de interesse, a estimativa do canal associado ao usuário é baseada em [70] e corresponde ao critério do erro médio quadrático.

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \arg \min_{\mathbf{q}} \mathbf{E} [\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{C}_m \mathbf{q} b_m(i)\|^2] \quad (3-7)$$

onde $b_m(i)$ representa o símbolo piloto transmitido pelo m -ésimo usuário para estimação do seu canal de transmissão, denotado pelo vetor \mathbf{q}_m . A solução da expressão (3-7) resulta em uma estimativa, dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_{m1} = \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{E} [\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] = \mathbf{q}_m \quad (3-8)$$

onde $(\cdot)^{-1}$ denota a matriz inversa.

Aproximando o valor esperado em (3-8) por uma média envolvendo os N_p símbolos piloto transmitidos, obtém-se o estimador despolarizado dado por:

$$\hat{\mathbf{q}}_m = \frac{\mathbf{C}_m^{-1}}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (3-9)$$

3.1.1 Média da Estimativa de Canal Convencional

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m] &= \mathbf{E}[\mathbf{C}_m^{-1} \left(\frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \right)] \\ &= \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \\ &= \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m \end{aligned}$$

A estimativa é despolarizada.

3.2 Estimativas de Canal Melhoradas

Com o objetivo de refinar a estimativa dada em (3-9) pode ser aplicada uma melhoria baseada na observação de que todas as componentes significativas do multipercurso na resposta ao impulso do canal cabem dentro da duração do intervalo de guarda. Como resultado, qualquer componente que esteja fora desse intervalo em uma estimativa da resposta ao impulso do canal é considerada ruidosa (não-significativa) e pode ser removida [3]. Desde que o interesse é obter a resposta

em frequência do canal, as componentes significativas são transformadas para o domínio da frequência.

Baseado nessa concepção, duas abordagens podem ser adotadas com o intuito de refinar (melhorar) a estimativa convencional de canal. Na primeira abordagem, multiplica-se o vetor da estimativa de canal convencional (3-9) por uma matriz de projeção \mathbf{W}_o , que permite projetá-lo no subespaço em que o vetor \mathbf{q}_m da verdadeira resposta de frequência do equivalente discreto do canal está contido.

Na segunda, aplica-se uma restrição no problema de otimização da função de custo em (3-7), forçando *a priori* a solução a pertencer ao subespaço que contém o vetor \mathbf{q}_m . No caso de intervalo de guarda CP as duas estimativas melhoradas obtidas em cada abordagem são idênticas.

3.2.1 Aplicação da Matriz de Projeção

A partir de (3-6) sabe-se que o vetor de coeficientes da resposta em frequência do canal \mathbf{q}_m pertence ao subespaço gerado pelas L primeiras colunas da matriz DFT de M -pontos. Como o valor correto do comprimento L do canal pode não ser conhecido *a priori*, é possível fazer a suposição conservadora de que o intervalo de guarda G (conhecido) é no mínimo igual ao comprimento do canal, $G = P - M \geq L$ (a ordem do canal é: $O = L - 1$).

$$\mathbf{q}_{m_{est}} = \mathbf{F}_{M,M}^H \begin{bmatrix} \mathbf{h}_m \\ \mathbf{0}_{(M-G) \times 1} \end{bmatrix}_{M \times 1} \quad (3-10)$$

A obtenção da estimativa melhorada consiste em aplicar, na estimativa no domínio da frequência $\hat{\mathbf{q}}_{m_{est}}$, a IDFT de M -pontos. Uma vez obtido o vetor da estimativa da resposta ao impulso do canal $\hat{\mathbf{h}}$ os seus $(M - L)$ coeficientes são substituídos pelo valor zero. A seguir é aplicada a DFT de M -pontos que retorna a estimativa para o domínio da frequência, dada pelo vetor $\hat{\mathbf{q}}_m^w$. Assim, obtém-se uma estimativa da resposta em frequência do canal de melhor qualidade $\hat{\mathbf{q}}_m^w$, onde a intensidade das componentes ruidosas foi mitigada.

$$\hat{\mathbf{q}}_m \xrightarrow{IDFT} \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ \hat{h}(G) \\ \vdots \\ \hat{h}(M-1) \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} \hat{h}(0) \\ \hat{h}(1) \\ \vdots \\ \hat{h}(G-1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{DFT} \hat{\mathbf{q}}_m^w$$

Observando o procedimento sob outra perspectiva, pode-se interpretá-lo como

uma projeção da estimativa da resposta em frequência do canal $\hat{\mathbf{q}}_m$ no subespaço \mathbf{S} gerado pelas primeiras G colunas da Matriz de Fourier de $M \times M$ pontos. A matriz de projeção \mathbf{W}_o que realiza essa operação é dada por:

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{M,G}(\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G})^{-1} \mathbf{F}_{M,G}^H \quad (3-11)$$

Onde $\mathbf{F}_{M,G}$ é uma matriz $M \times G$ contendo as primeiras G colunas da matriz de Fourier de M -pontos. Usando o fato de que $\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G} = \mathbf{I}_{G \times G}$ a equação (3-11) se reduz a:

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{F}_{M,G}^H \quad (3-12)$$

Com essa operação é possível remover as componentes ruidosas não significativas (parcelas inúteis) da estimativa convencional, melhorando a qualidade da estimativa de canal resultante do procedimento [28].

Aplicando a matriz de projeção \mathbf{W}_o na estimativa convencional do canal do m -ésimo usuário, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_m^w = \mathbf{W}_o \hat{\mathbf{q}}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_m^*(i) \quad (3-13)$$

3.2.2 Média da Estimativa de Canal Melhorada

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{\mathbf{q}}_m^w] &= \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbb{E}[\mathbf{r}(i) b_m^*(i)] \\ &= \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m \end{aligned}$$

Observe que $\mathbf{W}_o \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m$, uma vez que \mathbf{W}_o é uma matriz de projeção em subespaço e, assim, a estimativa do canal do m -ésimo usuário continua despolarizada.

A estimativa de canal melhorada apresenta um desempenho superior em termos do erro médio quadrático. Contudo, o ganho de desempenho é diferente para a componente do ruído aditivo e para a componente da IMA presentes no erro da estimativa de canal, como será visto adiante na seção 3.3.

3.2.3 Minimização com Restrição Inicial

Outra possibilidade de melhorar a estimativa de canal convencional MSE (3-9) consiste em aplicar a restrição:

$$\mathbf{q}_m = \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,L}\mathbf{h}_m = \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}\mathbf{h}_m \quad (3-14)$$

na expressão da estimativa MSE dada em (3-7) e assim, tem-se:

$$\hat{\mathbf{h}}_m = \arg \min_{\mathbf{h}} \mathbf{E}[\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{C}_m \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}\mathbf{h}b_m(i)\|^2] \quad (3-15)$$

A solução de (3-15) é dada pela estimativa de canal despolarizada:

$$\hat{\mathbf{h}}_m^p = (\mathbf{C}_m \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G})^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] = \mathbf{O}_m^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] \quad (3-16)$$

onde $\mathbf{O}_m = \mathbf{C}_m \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}$ é uma matriz de dimensões $M \times G$.

Convertendo a estimativa acima para o domínio da frequência, resulta em:

$$\hat{\mathbf{q}}_m^p = \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}\mathbf{O}_m^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] \quad (3-17)$$

Utilizando a definição de pseudo inversa $\mathbf{O}_m^+ = (\mathbf{O}_m^H \mathbf{O}_m)^{-1} \mathbf{O}_m^H$, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_m^+ &= (\mathbf{O}_m^H \mathbf{O}_m)^{-1} \mathbf{O}_m^H \\ &= (M\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{C}_m^H \mathbf{C}_m \mathbf{F}_{M,G})^{-1} \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{C}_m^H \\ &= (\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G})^{-1} \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{C}_m^H \\ &= \mathbf{I}_{G,G} \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{C}_m^H \\ &= \sqrt{M}\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{C}_m^H \end{aligned} \quad (3-18)$$

observe que as matrizes diagonais dos códigos de espalhamento associados ao usuário de interesse resultam na seguinte igualdade: $\mathbf{C}_m^+ = (\mathbf{C}_m^H \mathbf{C}_m)^{-1} \mathbf{C}_m^H = M\mathbf{C}_m^H$, pois $(\mathbf{C}_m^H \mathbf{C}_m) = \frac{1}{M}\mathbf{I}_{M,M}$.

Assim, $\mathbf{O}_m^+ = \mathbf{O}_m^H$ substituindo na equação (3-17), obtém-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_m^p = \underbrace{M\mathbf{F}_{M,G}\mathbf{F}_{M,G}^H}_{\mathbf{W}_o} \mathbf{C}_m^H \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^+ \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] = \hat{\mathbf{q}}_m^w \quad (3-19)$$

Portanto, quando se emprega o intervalo de guarda do tipo CP as estimativas de canal melhoradas, tanto pela aplicação da matriz de projeção \mathbf{W}_o como pela

aplicação da minimização com restrição, são idênticas. Sendo assim, nas análises com intervalo de guarda CP não será descrita a minimização com restrição inicial.

3.3

Análise de Desempenho do Erro Médio Quadrático da Estimativa de Canal

Para permitir uma formulação geral define-se a matriz \mathbf{A}_m de dimensões $M \times M$, que será utilizada, posteriormente, em dois casos distintos: 1) $\mathbf{A}_m = \mathbf{C}_m^{-1}$ em (3-9) e 2) $\mathbf{A}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1}$ (3-13). Ambas conduzindo a estimadores despolarizados desde que $\mathbf{A}_m \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m = \mathbf{q}_m$.

A estimativa do canal do m -ésimo usuário pode ser escrita, separando o termo referente ao usuário de interesse da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}_m &= \mathbf{A}_m \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k b_m^*(i) b_k(i) + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^*(i) \\ &= \mathbf{q}_m + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k \mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^*(i) \end{aligned} \quad (3-20)$$

onde na equação (3-20) usou-se:

$$\sum_{i=1}^{N_p} b_m^*(i) b_k(i) = \mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k \quad (3-21)$$

sendo o vetor $\mathbf{b}_m = [b_m(1) \dots b_m(N_p)]^T$.

Uma vez que a estimativa do canal do m -ésimo usuário é despolarizada a sua variância é igual ao erro médio quadrático ε_m^2 condicionado ao conhecimento dos K canais associados a cada usuário, assim:

$$\varepsilon_m^2 = \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2 \mid \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_K] \quad (3-22)$$

Desenvolvendo a expressão, tem-se:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^2 = \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2] &= \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \sum_{t=1, t \neq m}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{C}_k^H (\mathbf{A}_m^H \mathbf{A}_m) \mathbf{C}_t \mathbf{q}_t \mathbf{E}[\mathbf{b}_k^H \mathbf{b}_m \mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_t] \\ &+ \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}[\mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^H] \end{aligned} \quad (3-23)$$

onde o termo do valor esperado $\mathbf{E}[\mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k \mathbf{b}_t^H \mathbf{b}_m]$ reduz-se a:

$$\begin{aligned} \text{se } k = t &\Rightarrow \mathbf{E}[\cdot] = N_p^2 \\ \text{se } k \neq t &\Rightarrow \mathbf{E}[\cdot] = 0 \end{aligned} \quad (3-24)$$

uma vez que, neste estudo, é considerado que os símbolos de usuários distintos são decorrelatados.

Dessa forma, é possível chegar a seguinte expressão:

$$\varepsilon_m^2 = \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2] = \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{A}_m^H \mathbf{A}_m \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}[\mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^H] \quad (3-25)$$

Separando o termo referente ao m -ésimo usuário:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^2 = \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2] &= \frac{1}{N_p} \left[\sum_{k=1}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{A}_m^H \mathbf{A}_m \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k - \underbrace{\mathbf{q}_m^H \mathbf{C}_m^H \mathbf{A}_m^H \mathbf{A}_m \mathbf{C}_m \mathbf{q}_m}_{\|\mathbf{q}_m\|^2} \right] \\ &+ \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}[\mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^H] \end{aligned} \quad (3-26)$$

Considerando os K usuários ativos do sistema, a média do erro médio quadrático envolvendo todos os usuários pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \varepsilon_m^2 = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2] \\ &= \left[\frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_k^H \mathbf{C}_k^H \mathbf{B} \mathbf{C}_k \mathbf{q}_k - \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \|\mathbf{q}_m\|^2 \right] + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (3-27)$$

onde a matriz \mathbf{B} é dada por:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{A}_m \mathbf{A}_m^H \quad (3-28)$$

Para o procedimento a seguir, é suposto que os canais dos diferentes usuários são identicamente distribuídos e normalizados com $\mathbf{E}[\|\mathbf{h}_k\|^2] = 1$ (no domínio do tempo) e, portanto, com $\mathbf{E}[\|\mathbf{q}_k\|^2] = M$ (no domínio da frequência). Em consequência podem ser usadas, apenas, as estatísticas da resposta em frequência do canal de um usuário, por exemplo, do primeiro usuário. Assim, o valor esperado aplicado na expressão (3-27) evolui para:

$$\epsilon^2 = \mathbf{E}[\epsilon^2] \quad (3-29)$$

$$= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{q}_1^H \mathbf{D}_o \mathbf{q}_1] - M] + \frac{\sigma^2}{N_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \quad (3-30)$$

onde se usou o fato de que $\mathbf{E}[\|\mathbf{q}_m\|^2] = M$ e foi definida a matriz:

$$\mathbf{D}_o = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k^H \mathbf{B} \mathbf{C}_k \quad (3-31)$$

Finalmente, o erro médio quadrático normalizado (NMSE) entre a estimativa e a verdadeira resposta em frequência do canal é dado por:

$$\begin{aligned} e^2 &= \frac{\mathbf{E}[\|\hat{\mathbf{q}}_m - \mathbf{E}[\hat{\mathbf{q}}_m]\|^2]}{\mathbf{E}[\|\mathbf{q}_m\|^2]} = \frac{\epsilon^2}{M} \\ &= \frac{1}{MN_p} [\mathbf{E}[\mathbf{q}_1^H \mathbf{D}_o \mathbf{q}_1] - M] + \frac{\sigma^2}{MN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (3-32)$$

Expressando (3-32) em termos da resposta ao impulso do canal ($\mathbf{q}_1 = \sqrt{M} \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{h}_1$), obtém-se:

$$\begin{aligned} e^2 &= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{D}_o \mathbf{F}_{M,G} \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{MN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \\ &= \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{\sigma^2}{MN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \end{aligned} \quad (3-33)$$

onde

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{D}_o \mathbf{F}_{M,G} = \mathbf{F}_{M,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k^H \mathbf{B} \mathbf{C}_k \mathbf{F}_{M,G} \quad (3-34)$$

Com o objetivo de obter os limitantes inferior e superior do erro médio quadrático normalizado dado em (3-33), uma operação de decomposição por valor singular pode ser aplicada para obter o autovalor mínimo λ_{min} e o autovalor máximo λ_{max} , respectivamente, da matriz \mathbf{D}_F de dimensões $G \times G$, logo:

$$\|\mathbf{h}_1\|^2 \lambda_{min} \leq \mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1 \leq \lambda_{max} \|\mathbf{h}_1\|^2 \quad (3-35)$$

Tirando o valor esperado (3-35) e usando $\mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2] = 1$, tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2] \lambda_{min} &\leq \mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] \leq \lambda_{max} \mathbf{E}[\|\mathbf{h}_1\|^2] \\ \lambda_{min} &\leq \mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F \mathbf{h}_1] \leq \lambda_{max} \end{aligned} \quad (3-36)$$

Os limitantes inferior e superior do erro médio quadrático normalizado da estimativa de canal em (3-33), podem ser obtidos através da seguinte expressão:

$$\frac{1}{N_p} [\lambda_{min} - 1] + \frac{\sigma^2}{MN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \leq e^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{max} - 1] + \frac{\sigma^2}{MN_p} \text{tr}(\mathbf{B}) \quad (3-37)$$

Note que, dadas as K sequências de espalhamento em uso, os limitantes em (3-37) são gerais e independentes das características do canal. Mais ainda, a formulação acima descrita motiva o desenvolvimento de expressões fáceis de usar para o erro médio quadrático normalizado do estimador convencional (e_c^2) e do estimador melhorado (e_w^2) que serão descritas na próxima seção. Ainda mais, serão definidos os fatores de melhoria da IMA η e de melhoria do ruído γ , que estão presentes no erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal, decorrentes da utilização da estimativa melhorada (3-13) em relação a utilização da estimativa convencional (3-9).

1) Caso $\mathbf{A}_m = \mathbf{C}_m^{-1}$: Considerando a estimativa melhorada do canal dada em (3-9) onde $\mathbf{A}_m = \mathbf{C}_m^{-1}$, as matrizes \mathbf{B} em (3-28) e \mathbf{D}_F em (3-34) tornam-se:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m^{-1H} \quad (3-38)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_F &= \mathbf{F}_{M,G}^H \sum_{k=1}^K \text{diag}(\mathbf{c}_k^*) \mathbf{B} \text{diag}(\mathbf{c}_k) \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \mathbf{F}_{M,G}^H \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{c}_k^* \mathbf{c}_k^T \odot \mathbf{B} \right) \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \mathbf{F}_{M,G}^H (\mathcal{C} \odot \mathbf{B}) \mathbf{F}_{M,G} \end{aligned} \quad (3-39)$$

onde se usou o fato de que as matrizes $\mathbf{C}_k = \text{diag}(\mathbf{c}_k)$ são diagonais, de dimensões $M \times M$ com $\mathbf{c}_k = [c_{1,k} \ c_{2,k} \ \dots \ c_{M,k}]^T$ e, assim, definiu-se a matriz $\mathcal{C} = \sum_{m=1}^K \mathbf{c}_m^* \mathbf{c}_m^T$, e \odot representa o produto de Hadamard ou ponto-a-ponto.

Observa-se que utilizando códigos normalizados é possível chegar as seguintes igualdades, entre as matrizes diagonais dos códigos de espalhamento, dadas por:

$$\mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m^{-1H} = M \mathbf{I}_{M,M} \quad (3-40)$$

$$\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \frac{1}{M} \mathbf{I}_{M,M} \quad (3-41)$$

Assim, a matriz \mathbf{B} em(3-38) reduz-se a:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_c = \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m^{-1H} = M \mathbf{I}_{M,M} \quad (3-42)$$

Aplicando o operador traço:

$$\text{tr}(\mathbf{B}_c) = M\text{tr}(\mathbf{I}_{M,M}) = M^2 \quad (3-43)$$

A matriz \mathbf{D}_F em (3-39) torna-se:

$$\mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^c = K\mathbf{F}_{M,G}^H \mathbf{F}_{M,G} = K\mathbf{I}_{G,G} \quad (3-44)$$

Resultando, portanto, que neste caso $\lambda_{max} = \lambda_{min} = K$ e de (3-43) obtém-se que o erro médio quadrático normalizado da estimativa convencional (e_c^2) reduz-se a seguinte expressão:

$$e_c^2 = \frac{1}{N_p}[K - 1] + \frac{M\sigma^2}{N_p} \quad (3-45)$$

É interessante notar que o erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal do usuário desejado (3-45), utilizando a estimativa MMSE convencional (3-9), é independente do canal; é dependente, apenas, do número de usuários ativos K , do número de subportadoras M , do número de símbolos piloto transmitidos N_p , e da potência do ruído σ^2 .

2) Caso $\mathbf{A}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1}$:

Considerando a estimativa melhorada do canal dada em (3-13) onde $\mathbf{A}_m = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1}$, e usando a seguinte propriedade da matriz de projeção $\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o$, a matriz \mathbf{B} em (3-28) torna-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} = \mathbf{B}_w &= \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1H} \\ &= \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \text{diag}(\mathbf{c}'_m) \mathbf{W}_o \text{diag}(\mathbf{c}'_m^*) \\ &= \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \mathbf{c}'_m \mathbf{c}'_m^* \odot \mathbf{W}_o = \frac{1}{K} (\mathbf{C}' \odot \mathbf{W}_o) \end{aligned} \quad (3-46)$$

onde se definiu a matriz $\mathbf{C}' = \sum_{m=1}^K \mathbf{c}'_m \mathbf{c}'_m^T$ na qual \mathbf{c}'_k representa o vetor cujas componentes são os inversos dos elementos do código \mathbf{c}_k associado ao usuário k .

Outra propriedade utilizada é a do operador *traço* (tr):

$$\text{tr}(\mathbf{XYZ}) = \text{tr}(\mathbf{YZX}) = \text{tr}(\mathbf{ZXY}) \quad (3-47)$$

Aplicando (3-47) na matriz \mathbf{B}_w :

$$\text{tr}(\mathbf{B}_w) = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K \text{tr}[\mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{C}_m^{-1H}] = M\text{tr}[\mathbf{W}_o] = M \frac{G}{M} = G \quad (3-48)$$

A matriz \mathbf{D}_F em (3-34) torna-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^w &= \mathbf{F}_{M,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k^H \mathbf{B}_w \mathbf{C}_k \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \mathbf{F}_{M,G}^H \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k^H \left(\frac{1}{K} (\mathcal{C}' \odot \mathbf{W}_o) \right) \mathbf{C}_k \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \frac{1}{K} \mathbf{F}_{M,G}^H (\mathcal{C} \odot \mathcal{C}' \odot \mathbf{W}_o) \mathbf{F}_{M,G} \end{aligned} \quad (3-49)$$

Uma vez definidas as expressões em (3-46), (3-48) e (3-49) é possível expressar o NMSE melhorado (e_w^2) no qual utilizou-se a estimativa dada em (3-13):

$$e_w^2 = \frac{1}{N_p} [\mathbf{E}[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F^w \mathbf{h}_1] - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p} \quad (3-50)$$

Os limitantes inferior e superior do erro médio quadrático normalizado melhorado (3-50) são dados por:

$$\frac{1}{N_p} [\lambda_{min} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{max} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p} \quad (3-51)$$

O fator de redução da interferência de múltiplo acesso (IMA) é definido como:

$$\eta = \frac{1}{K-1} \mathbf{E}[[\mathbf{h}_1^H \mathbf{D}_F^w \mathbf{h}_1] - 1] \quad (3-52)$$

e o fator de redução do ruído γ é dado por:

$$\gamma = \frac{\text{tr}(\mathbf{B}_w)}{\text{tr}(\mathbf{B})} = \frac{G}{M} \quad (3-53)$$

Na expressão (3-53) $\gamma = \frac{G}{M} < 1$ o que evidencia a redução do ruído.

Expressando a equação (3-51) em termos do fator de redução da IMA, podem ser obtidos os limitantes inferior e superior do erro médio quadrático normalizado melhorado e_w^2 em função de η :

$$\frac{K-1}{N_p} \eta_{min} + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{K-1}{N_p} \eta_{max} + \frac{G\sigma^2}{N_p} \quad (3-54)$$

onde η_{min} e η_{max} podem ser obtidos, respectivamente, através das seguintes expressões:

$$\eta_{min} = \frac{\lambda_{min} - 1}{K - 1} \quad (3-55)$$

$$\eta_{max} = \frac{\lambda_{max} - 1}{K - 1} \quad (3-56)$$

Novamente, pode ser observado que os limites são gerais e independentes das características do canal. Observando as equações (3-45) e (3-50) pode ser verificado que, para cada um dos estimadores de canal apresentados, a melhoria

no desempenho é diferente para a componente da IMA e para a componente do ruído aditivo presentes no erro da estimativa do canal de interesse.

3.3.1 Perfil Multipercurso do canal

Sejam os coeficientes do canal de transmissão do k -ésimo usuário dados por $h_{k_i} = \alpha_{k_i} p_i$; $i = 1 \dots L$ onde α_{k_i} são variáveis randômicas complexas decorrelatadas com média zero e $\mathbf{E}[|\alpha_{k_i}|^2] = 1$; os pesos p_i satisfazem $\sum_{i=1}^L |p_i|^2 = 1$ e são comuns para os K usuários. Assim, para o estimador de canal melhorado (i.e. caso $\mathbf{A}_m = \mathbf{W}_0 \mathbf{C}_m^{-1}$), o fator η evolui para:

$$\eta = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^w - 1) \quad (3-57)$$

onde $\{d_{i,j}^w\}$ são elementos da matriz \mathbf{D}_F^w em (3-49).

O NMSE do estimador de canal melhorado, também, pode ser expresso em termos do perfil multipercurso do canal:

$$e_w^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L |p_i|^2 (d_{i,i}^w - 1) + \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (3-58)$$

3.3.2 Caso particular 1: Códigos Reais Binários

Para o caso em que os códigos de espalhamento dos usuários são reais e binários temos:

$$c_{\ell,m} = \frac{1}{\sqrt{M}} a_{\ell,m} \quad a_{\ell,m} \in \{+1, -1\}$$

$$c'_{\ell,m} = \sqrt{M} a_{\ell,m}^{-1} = \sqrt{M} a_{\ell,m} = M c_{\ell,m}$$

Portanto:

$$c'_m = M c_m$$

Reescrevendo o produto $c_m'^* c_m'^T$ temos:

$$c_m'^* c_m'^T = M^2 c_m^* c_m^T = M^2 \frac{1}{M} \mathbf{a}_m^* \mathbf{a}_m^T = M \mathbf{a}_m \mathbf{a}_m^T$$

As matrizes \mathbf{C} e \mathbf{C}' podem ser reescritas em termos dos códigos \mathbf{a}_m .

$$\mathbf{C} = \sum_{m=1}^K c_m^* c_m^T = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^K \mathbf{a}_m \mathbf{a}_m^T = \frac{1}{M} \mathbf{\Delta} \mathbf{\Delta}^T = \frac{1}{M} \mathbf{A}$$

onde $\Delta = [\mathbf{a}_1 | \mathbf{a}_2 | \dots | \mathbf{a}_K]$ e $\mathcal{A} = \Delta \Delta^T = \{\mathcal{A}_{ij}\}_{i,j=1,\dots,M}$.

$$\mathbf{c}' = \sum_{m=1}^K \mathbf{c}_m' \mathbf{c}_m'^T = M^2 \sum_{m=1}^K \mathbf{c}_m^* \mathbf{c}_m^T = M \sum_{m=1}^K \mathbf{a}_m \mathbf{a}_m^T = M \Delta \Delta^T = M \mathcal{A}$$

Dessa forma, pode ser escrita a seguinte igualdade:

$$\mathbf{c}' = M^2 \mathbf{c}$$

e o produto ponto a ponto $\mathbf{c} \odot \mathbf{c}'$ passa a ser dado por:

$$\mathbf{c} \odot \mathbf{c}' = \mathbf{c} \odot M^2 \mathbf{c} = M^2 (\mathbf{c} \odot \mathbf{c}) = M^2 \left(\frac{1}{M} \mathcal{A} \odot \frac{1}{M} \mathcal{A} \right) = \mathcal{A} \odot \mathcal{A} = \{\mathcal{A}_{ij}^2\}_{i,j=1,\dots,M}.$$

3.3.3

Caso Particular 2: Códigos Ortogonais Binários e Sistema com Carga Máxima

No caso da utilização de códigos binários ortogonais, por exemplo de Hadamard, em um sistema operando com carga máxima ($K = M$) tem-se que a matriz Δ é uma matriz quadrada $M \times M$ com colunas ortogonais de mesmo comprimento, então:

$$\mathcal{A} = \Delta \Delta^T = \Delta^T \Delta = M \mathbf{I}_M$$

Portanto,

$$\mathcal{A} \odot \mathcal{A} \odot \mathbf{W}_o = M^2 \mathbf{I}_M \odot \mathbf{W}_o = M^2 \frac{G}{M} \mathbf{I}_M = MG \mathbf{I}_M.$$

Assim, os elementos da matriz \mathbf{D}_F^w em (3-49), tornam-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_F = \mathbf{D}_F^w &= \frac{1}{K} \mathbf{F}_{M,G}^H (\mathbf{c} \odot \mathbf{c}' \odot \mathbf{W}_o) \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \frac{1}{K} \mathbf{F}_{M,G}^H (MG \mathbf{I}_M) \mathbf{F}_{M,G} \\ &= \frac{1}{M} (MG) = G \end{aligned} \quad (3-59)$$

lembrando que em carga máxima $K = M$.

Portanto, substituindo os elementos da matriz $\mathbf{D}_F^w = G$ na expressão (3-57), obtém-se:

$$\eta = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^G |p_i|^2 (G-1) = \frac{G-1}{M-1} \quad (3-60)$$

Esse resultado revela que o fator de redução da IMA η , em um sistema com

Tabela 3.1: MC CDMA CP Enlace Reverso - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

| | MC CDMA CP - Enlace Reverso |
|--|---|
| NMSE Convencional | $e_c^2 = \frac{1}{N_p} [K - 1] + \frac{M\sigma^2}{N_p}$ |
| NMSE Melhorado 1 | $e_w^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^L p_i ^2 (d_{i,i}^w - 1) + \frac{G\sigma^2}{N_p}$ |
| Fator de Redução da IMA | $\eta = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^L p_i ^2 (d_{i,i}^w - 1)$ |
| Fator de Redução do Ruído | $\gamma = \frac{G}{M}$ |
| Limitantes do NMSE Melhorado | $\frac{1}{N_p} [\lambda_{min} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{1}{N_p} [\lambda_{max} - 1] + \frac{G\sigma^2}{N_p}$ |
| Limitantes do NMSE Melhorado em função de η | $\frac{K-1}{N_p} \eta_{min} + \frac{G\sigma^2}{N_p} \leq e_w^2 \leq \frac{K-1}{N_p} \eta_{max} + \frac{G\sigma^2}{N_p}$ |

carga máxima, converge para um valor inferior ao do fator de redução do ruído $\gamma = G/M$, uma vez que $\frac{G-1}{M-1} < \frac{G}{M}$.

A Tabela 3.1 apresenta os erros médios quadráticos normalizados dos estimadores de canal para o enlace reverso do sistema MC CDMA CP.

3.4 Equalização e Detecção

Usando os estimadores de canal obtidos, a equalização de (3-1) seguida da detecção do símbolo pode ser realizada [78]. Uma possibilidade é aplicar o equalizador MMSE [63, 84]:

$$\mathbf{G}_{mmse} = \mathbf{E}[\|b_m(i) - \mathbf{w}_m^H \mathbf{r}(i)\|^2] \quad (3-61)$$

cuja solução é:

$$\mathbf{w}_m = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*] \quad (3-62)$$

onde a matriz \mathbf{R}^{-1} é a inversa da matriz de autocorrelação. Neste estudo, a matriz de autocorrelação é estimada usando:

$$\hat{\mathbf{R}}(i) = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \mathbf{r}(j)\mathbf{r}^H(j) \quad (3-63)$$

tendo em vista a expressão (3-8), o termo $\mathbf{E}[\mathbf{r}(i)b_m^*(i)]$ pode ser aproximado por $\mathbf{C}_m \hat{\mathbf{q}}_m$ onde a estimativa $\hat{\mathbf{q}}_m$ pode ser a convencional dada em (3-9), ou a estimativa de canal melhorada dada em (3-13).

Após a equalização, uma estimativa do símbolo $b_m(i)$ transmitido pelo m -ésimo usuário pode ser obtida através de:

$$\hat{b}_m(i) = \text{disc}[\mathbf{w}_m^H \mathbf{r}(i)] \quad (3-64)$$

onde o operador $disc(x)$ retorna o ponto da constelação de sinais da modulação utilizada mais próximo de x .

No caso de modulação BPSK, tem-se:

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn}[\text{Re}(\mathbf{w}_m^H \mathbf{r}(i))] \quad (3-65)$$

3.5

Resultados Numéricos - MC CDMA CP - Enlace Reverso

Os resultados apresentados consideram o sistema MC CDMA síncrono com modulação BPSK. As seqüências de espalhamento são Walsh-Hadamard ortogonais de comprimento N , igual ao número de subportadoras M ($N = M$). É assumido que os usuários experimentam canais distintos com a mesma distribuição estatísticas. Os K canais são modelados como filtros FIR, cada um com $L = 6$ coeficientes invariantes no tempo. O intervalo de guarda é $G = 8$ para garantir a detecção livre de IES. A Figura 3.1 ilustra o NMSE e_c^2 da estimativa convencional, apresentado em (3-45); os limites inferior e superior do NMSE melhorado e_w^2 dados em (3-54); e o fator de redução do ruído $\gamma = G/M$ versus o Número de Usuários (K). No cenário da simulação considerou-se $M = 32$ subportadoras, $K = 16$ usuários, $N_p = 128$ símbolos piloto, e $E_b/N_0 = 16$ dB. A simulação inicia com a seleção aleatória de um grupo de K assinaturas obtido a partir de um conjunto de $M = 32$ códigos de espalhamento disponíveis. As equações (3-45) e (3-54) foram computadas para cada grupo. A seguir um novo grupo foi aleatoriamente selecionado e o procedimento foi repetido. Os resultados ilustrados correspondem a média dos valores do limite inferior e do superior obtidos em 100 seleções de grupos com K usuários.

Note que os limites de e_w^2 são bastante próximos. Ademais, verifica-se que $e_w^2 < e_c^2$, ou seja, o estimador é, realmente, um estimador melhorado. Além disso, observa-se que a utilização do estimador melhorado na estimação de canal permite a redução da componente relativa ao ruído aditivo no NMSE do estimador convencional de 25% do seu valor original.

Da mesma forma ao descrito acima, na Figura 3.2 estão ilustrados os limitantes em um cenário que considera $M = 64$, $K = 32$, $N_p = 128$ símbolos piloto e $E_b/N_0 = 16$ (dB). Observa-se que os limitantes do erro médio quadrático melhorado na faixa de valores observados estão, sempre, inferiores ao patamar de melhoria do ruído.

Na Figura 3.3 estão ilustrados os limites inferior e superior do fator de redução da IMA η versus o número de usuários (K) obtidos em um teste considerando $M = 32$, $G = 8$. O mesmo procedimento sobre os possíveis grupos com K assinaturas descrito para a figura anterior, também, foi usado neste teste. Desde que η_{min} (3-55) e η_{max} (3-56) são menores que a unidade η , realmente, reduz a componente da IMA presente no NMSE. Além disso, nota-se que os valores

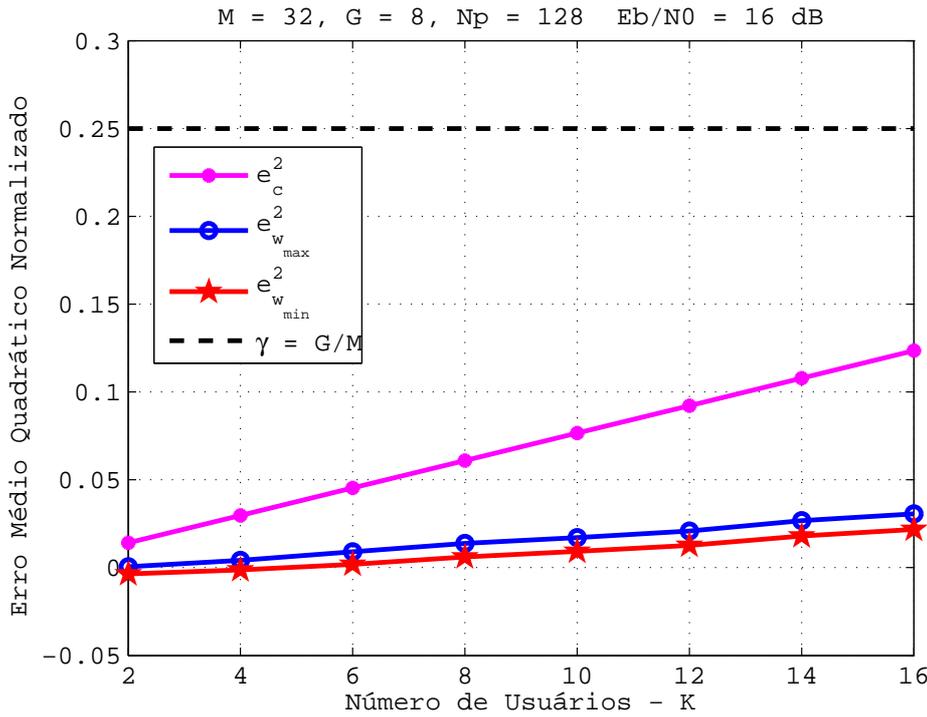


Figura 3.1: Limitantes Inferior e Superior do Erro Médio Quadrático Normalizado Melhorado e Convencional e Fator de Melhoria do Ruído *versus* Número de Usuários (K)- MC CDMA CP - Enlace Reverso

de η convergem para um valor abaixo do patamar exibido pelo fator de redução do ruído $\gamma = G/M = 0,25$. Indicando, assim que na média a redução na componente da IMA é mais significativa que a redução na componente do ruído. Após $K = 10$ usuários os valores de η são sempre inferiores aos de γ . Quando o sistema tende a operar com carga máxima os valores de η convergem para o nível de $\eta = \frac{G-1}{M-1} = 0,226$ que é menor que o valor do fator de redução do ruído $\gamma = \frac{G}{M} = 0,25$.

Considerando o perfil multipercurso do canal anteriormente descrito, os coeficientes invariantes no tempo são dados por $h_b = p_b \alpha_b$; $b = 1, 2, \dots, L$ onde α_k é uma variável randômica gaussiana complexa com média nula e $E[|\alpha_b|^2] = 1$. Os valores de α_k são aleatoriamente sorteados e mantidos fixos através de cada experimento (*trial*). Os pesos p_b satisfazem $\sum_{b=1}^L |p_b|^2 = 1$. Os valores escolhidos são: $p_0 = 0.74, p_1 = -0.42, p_2 = 0.083, p_3 = 0.49, p_4 = -0.12, p_5 = 0.01$. Esse perfil multipercurso está referenciado em [69] no qual o 4o. coeficiente ($p_3 = 0.49$) está escrito errado (0.049). Neste estudo, esse canal é denotado como Canal B randômico e foi escolhido para ser utilizado na maior parte das simulações realizadas. Assim, na Figura 3.4 estão ilustrados os desempenhos médios simulados do NMSE dos estimadores de canal apresentados que são comparados com as, respectivas, expressões teóricas do estimador convencional e do estimador melhorado dadas em (3-45) e

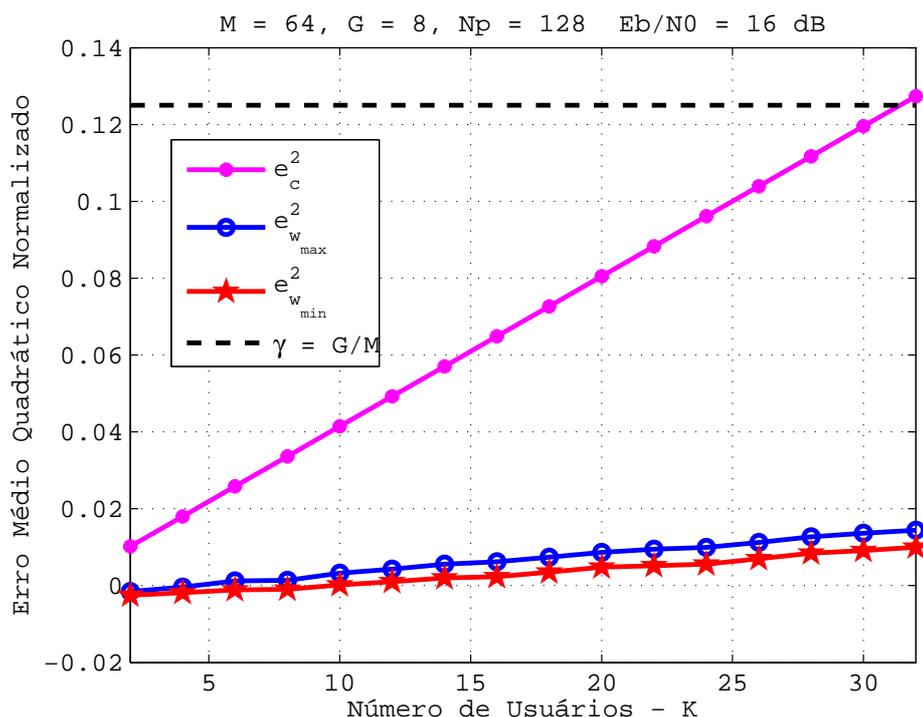


Figura 3.2: Limitantes Inferior e Superior do Erro Médio Quadrático Normalizado Melhorado e Convencional e Fator de Melhoria do Ruído *versus* Número de Usuários (K) - MC CDMA CP - Enlace Reverso

(3-58). O intervalo de guarda é $G = 8$ para garantir a eliminação da IEB no receptor, $M = 32$ subportadoras e $N_p = 128$ símbolos piloto. Os resultados são a média de 100 realizações, e em cada uma delas $N_B = 2500$ blocos de M símbolos foram considerados. Os resultados simulados e teóricos são concidentes em toda a faixa de valores e o estimador de canal melhorado é menos sensível ao aumento de carga do sistema.

Com o objetivo de avaliar o impacto dos estimadores propostos no desempenho do sistema a Figura 3.5 apresenta o desempenho médio da taxa de erro de bit *versus* E_b/N_0 (dB). Na simulação utilizou-se 2500 símbolos e 100 testes foram executados. O sistema apresentou $K = 8$ e $K = 16$ usuários no cenário acima descrito. Note que, quando a razão sinal ruído E_b/N_0 aumenta a utilização do estimador de canal melhorado permite ao receptor exibir melhor desempenho atingindo menores níveis de taxa de erro de bit. Apesar de uma aparente instabilidade observada para altos valores da razão sinal ruído, no caso de $K = 16$ usuários, provavelmente devido à estimação da matriz de autocorrelação, os resultados indicam um ganho no desempenho BER que foi obtido através de um simples procedimento para melhorar a qualidade da estimativa do canal.

Na Figura 3.6 é avaliado o fator de redução da IMA η em (3-57) em um novo cenário da simulação com, respectivamente, $M = 32$ e $M = 16$ subportadoras

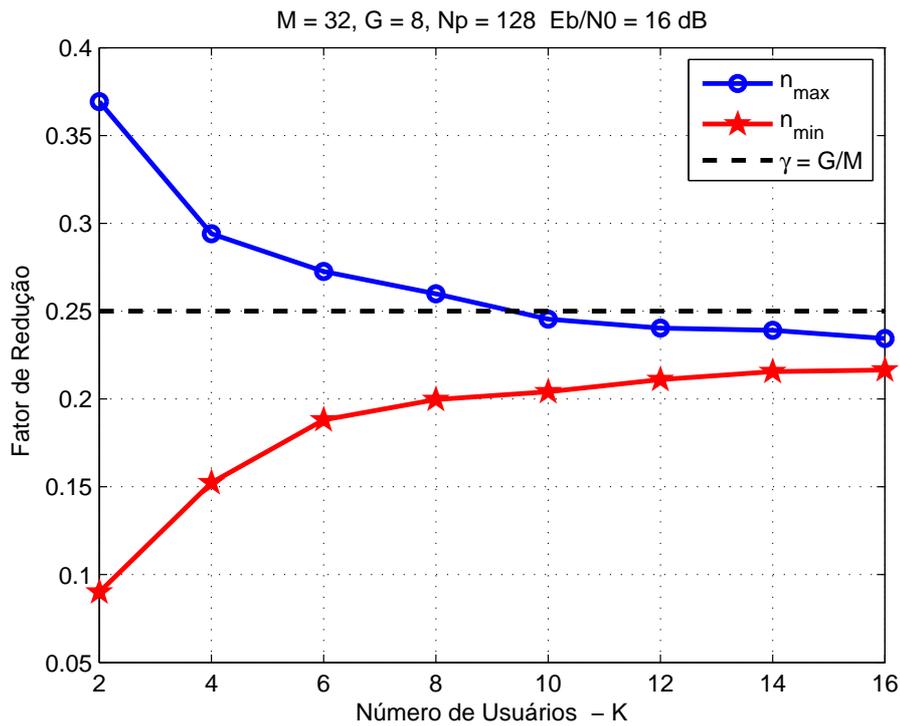


Figura 3.3: Limitantes Inferior e Superior do Fator de Redução da Parcela da IMA e Fator de Redução da Parcela do Ruído *versus* Número de Usuários (K) - MC CDMA CP - Enlace Reverso

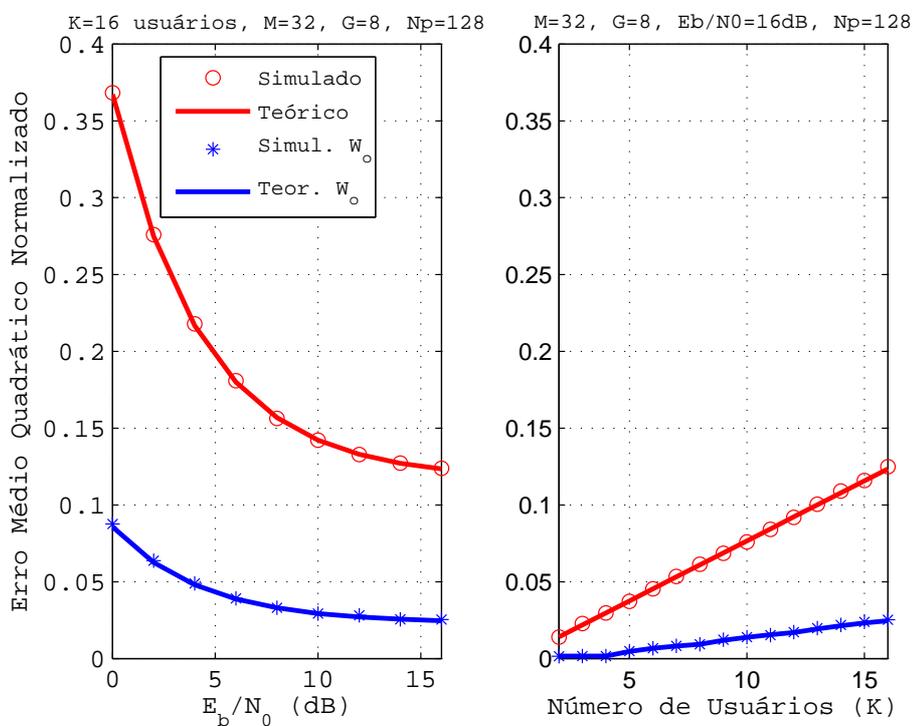


Figura 3.4: Desempenho do Erro Médio Quadrático Normalizado *versus* (a) E_b/N_0 (b) Número de Usuários (K) - MC CDMA CP - Enlace Reverso

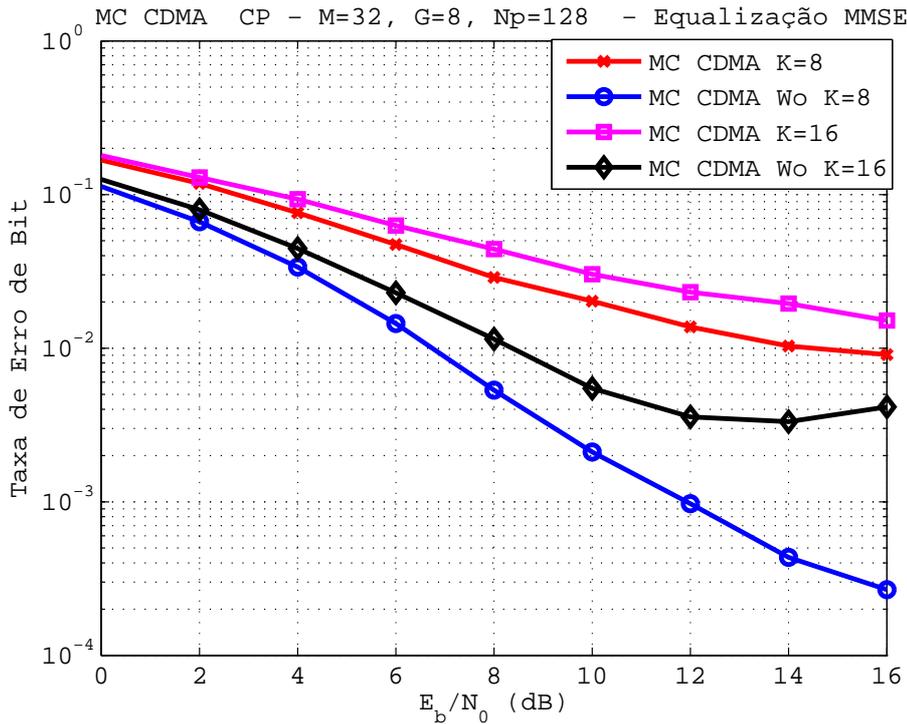


Figura 3.5: Desempenho da Taxa de Erro de Bit versus E_b/N_0 - MC CDMA CP - Enlace Reverso

e razão sinal ruído $E_b/N_0 = 10$ dB. Os K canais associados aos usuários são modelados como filtros FIR, cada um com $L = 4$ coeficientes invariantes no tempo. O intervalo de guarda é $G = 6$ para garantir a detecção livre de IEB. Em cada rodada (*trial*) da simulação um grupo de K assinaturas foi, randomicamente, selecionado de um conjunto de $N = 16$ e $N = 32$ códigos de espalhamento disponíveis (Matrizes de Hadamard), o fator η foi avaliado para cada assinatura no grupo e seu valor médio foi computado. A seguir um novo grupo foi, randomicamente, selecionado e o procedimento foi repetido. Os resultados ilustrados são a média de 100 seleções randomicas de K grupos. Note que, em sistemas com alta carga de usuários, a redução na componente da IMA presente no erro médio quadrático normalizado da estimativa melhorada é mais significativa do que a redução na componente da variância do ruído (que não depende da carga do sistema), $\gamma = \frac{G}{M} = 0,375$ no caso de $M = 16$ subportadoras e $\gamma = \frac{G}{M} = 0,1875$ no caso de $M = 32$ subportadoras.

Considerando o perfil multipercurso dos canais dado por $h_b = p_b \alpha_b$ com pesos $p_i, i = 1...L: p_0 = 0.5957 + j 0.0101, p_1 = -0.3273 - j 0.3472, p_2 = 0.2910 - j 0.0533, p_3 = 0.1285 - j 0.5599$ e onde as flutuações α_{k_i} (dos pesos dos canais) são variáveis aleatórias gaussianas complexas, cujos valores são, aleatoriamente, escolhidos no início de cada rodada e mantidos fixos durante o teste (Canal C Randômico) novas simulações foram realizadas. Assim, na Figura 3.7 es-

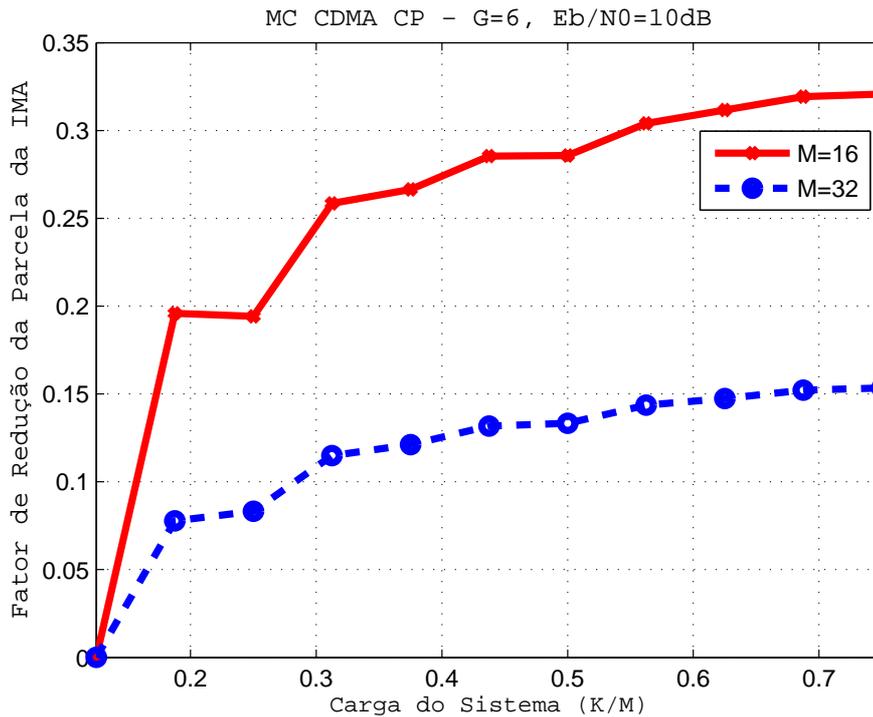


Figura 3.6: Fator de Redução da Parcela da IMA *versus* Carga do Sistema (K/M) - MC CDMA CP - Enlace Reverso

tão ilustradas as curvas dos desempenhos simulados do erro médio quadrático normalizado dos estimadores apresentados as quais são comparadas com as respectivas expressões teóricas dadas em (3-45) e (3-58). Pode ser observado que os resultados teóricos coincidem com os simulados e que os valores apresentados pela estimativa de canal melhorada é menos sensível ao aumento da carga do sistema.

Na Figura 3.8 estão ilustradas as curvas de desempenho da taxa de erro de bit *versus* a razão sinal ruído em dois cenários distintos do sistema MC CDMA CP operando com carga máxima. No primeiro cenário $K = M = 16$ e no segundo cenário $K = M = 32$, em ambos foram utilizados 128 símbolos piloto, intervalo de guarda $G = 6$ e o canal C randômico acima descrito e equalização MMSE. Observa-se que o desempenho do sistema, com carga máxima, utilizando a estimativa de canal melhorada apresenta significativa redução na taxa de erro de bit, principalmente, em ambientes de alta razão sinal ruído.

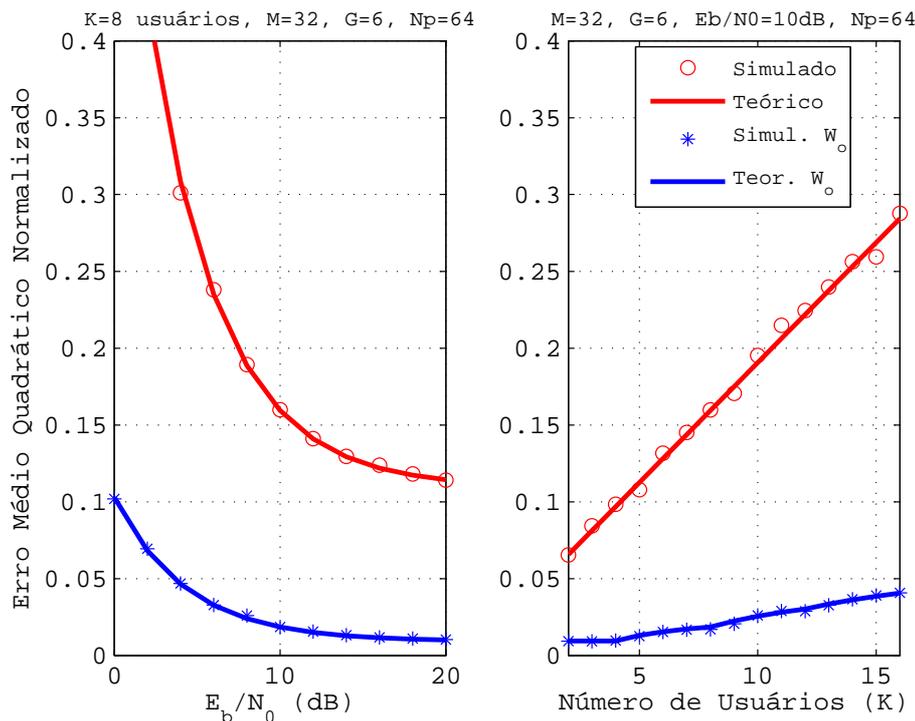


Figura 3.7: Desempenho do NMSE versus (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K) - MC CDMA CP - Enlace Reverso

3.6 Considerações Finais

Como foi visto, um procedimento simples para melhorar a estimativa da resposta em frequência do canal foi apresentado para o sistema MC CDMA CP. A melhoria foi obtida por meio de uma matriz, pré-computada, que projeta a estimativa convencional MSE no subespaço onde a verdadeira resposta em frequência do canal está contida. Usando a formulação da matriz de projeção expressões analíticas e limitantes, inferiores e superiores, foram derivados para o erro médio quadrático normalizado de cada um dos estimadores de canal (convencional e melhorado). Ressalta-se que tais limitantes são independentes das características do canal. Os resultados numéricos mostraram uma redução, significativa, em ambas as componentes da IMA e do ruído presentes no erro médio quadrático normalizado dos estimadores. Os resultados obtidos por simulação, para um receptor MMSE, indicaram ganho considerável no desempenho BER que foi obtido pela melhoria de projetar a estimativa convencional MSE do canal. Por fim, é importante observar que as expressões analíticas derivadas podem, também, ser usadas no projeto de um sistema para selecionar, a partir de um determinado conjunto de códigos de espalhamento, o subconjunto ótimo para ser designado aos diversos usuários do sistema.

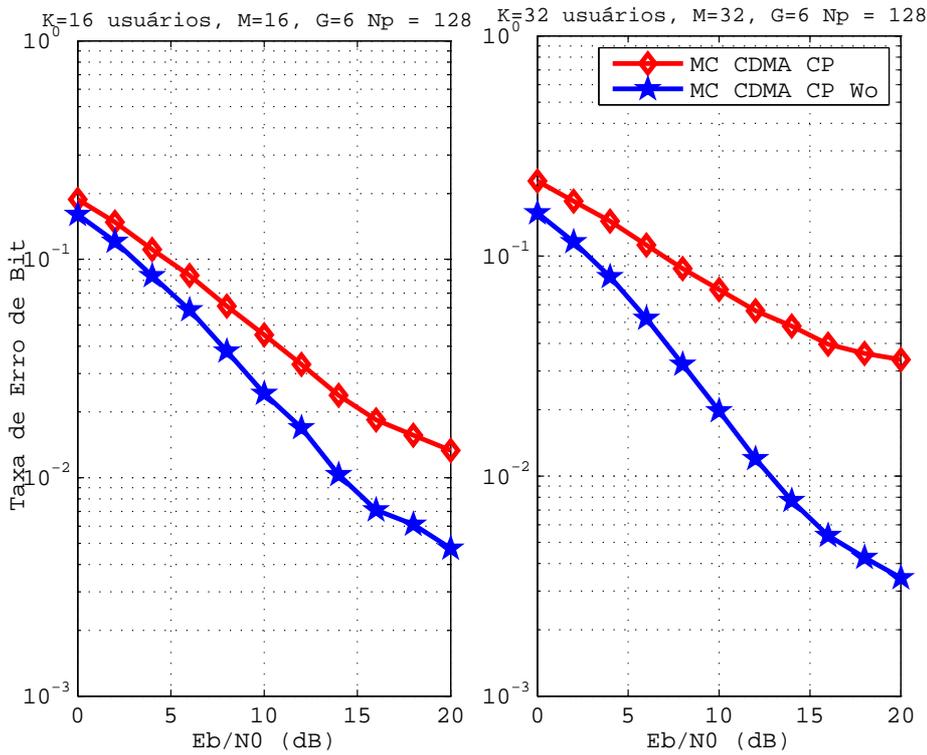


Figura 3.8: Desempenho da Taxa de Erro de Bit *versus* E_b/N_o (dB) - Equalização MMSE - MC CDMA CP - Enlace Reverso

3.7 Modelagem Matemática - Enlace Direto

No enlace direto todos os usuários ativos experimentam as mesmas condições de um único canal, portanto, $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 = \dots = \mathbf{q}_k = \mathbf{q}$.

O sinal recebido na estação móvel é dado por:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q} b_k(i) + \mathbf{n}(i) \quad (3-66)$$

onde $\mathbf{C}_k = \text{diag}(\mathbf{c}_k)$ é uma matriz diagonal contendo os *chips* da seqüência de espalhamento do usuário k . Seja m o índice de um determinado usuário. Da mesma forma ao descrito para o enlace reverso, a estimativa MSE do canal é baseado em [70]:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{h}} \mathbf{E} [\|\mathbf{r}(i) - \mathbf{C}_m \mathbf{q} b_m(i)\|^2] \quad (3-67)$$

Cuja solução resulta em uma estimativa despolarizada, dada por:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{C}_m^{-1} \mathbf{E} [\mathbf{r}(i)b_m^*(i)] = \mathbf{q} \quad (3-68)$$

Da mesma forma descrita, anteriormente, aproximando o valor esperado pela média dos N_p pilotos transmitidos tem-se a estimativa despolarizada dada por:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i)b_m^*(i) \quad (3-69)$$

3.8

Estimação de Canal Melhorada

Com base na aplicação da matriz de projeção descrita na seção anterior, a estimativa de canal melhorada e despolarizada, para o enlace direto, $\hat{\mathbf{q}}^w$ é expressa por:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{W}_o \mathbf{C}_m^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i)b_m^*(i) \quad (3-70)$$

3.9

Análise de Desempenho do Erro Médio Quadrático da Estimativa de Canal

Partindo da equação (3-20) e adaptando-a para o único canal direto existente obtém-se a seguinte expressão:

$$\hat{\mathbf{q}} = \mathbf{q} + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{k=1, k \neq m}^K \mathbf{C}_k \mathbf{q} \mathbf{b}_m^H \mathbf{b}_k + \mathbf{A}_m \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_m^* \quad (3-71)$$

Observando (3-71) percebe-se que existem possibilidades na escolha dos símbolos e sequências piloto capazes de, ou permitir o cancelamento do segundo termo (parcela referente a IMA) ou utilizá-lo em benefício da melhoria da qualidade da estimativa. Esse fato motiva as análises descritas a seguir.

3.10

Estimação com Símbolos e Códigos Pilotos Iguais nos Sinais Piloto

Uma vez que no enlace direto os sinais piloto, para a estimação do canal, são enviados em *broadcasting* para todos os usuários é possível usar símbolos e códigos iguais nos sinais piloto e, assim, a equação do sinal recebido dada em (3-66) torna-se:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \mathbf{C}_p \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) = (K \mathbf{C}_p) \mathbf{q} b_p(i) + \mathbf{n}(i) \quad (3-72)$$

O que conduz a seguinte função custo a ser minimizada:

$$\hat{\mathbf{q}} = \arg \min_{\mathbf{q}} \mathbf{E} [\|\mathbf{r}(i) - K \mathbf{C}_p \mathbf{q} b_p(i)\|^2] \quad (3-73)$$

A solução da expressão acima resulta na estimativa despolarizada:

$$\hat{\mathbf{q}} = (K \mathbf{C}_p)^{-1} \mathbf{E} [\mathbf{r}(i) b_p^*(i)] = \mathbf{q} \quad (3-74)$$

Aproximando o valor esperado pela média dos N_p símbolos piloto transmitidos, obtém-se:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{q}} &= \frac{1}{K} \mathbf{C}_p^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_p^*(i) \\ &= \mathbf{q} + \underbrace{\frac{\mathbf{C}_p^{-1}}{K N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{n}(i) b_p^*(i)}_{\text{ruído}}\end{aligned}\quad (3-75)$$

Neste caso, é possível observar que a parcela da IMA foi usada em benefício da melhoria da estimativa, o que resultou na redução da componente do ruído de um fator K , igual ao número de usuários ativos do sistema. Uma vez que, a energia dos sinais transmitidos para cada um dos K usuários ativos pode ser usada, conjuntamente, para melhorar a qualidade do estimador do canal direto. A expressão do erro médio quadrático normalizado, torna-se:

$$e_{iguais}^2 = \frac{\sigma^2 M}{K^2 N_p} \quad (3-76)$$

Dessa forma, dado o número K de usuários ativos do sistema o erro médio quadrático normalizado é reduzido de uma fator quadrático K^2 .

A matriz de projeção pode ser utilizada para refinar a estimativa em (3-75), resultando em:

$$\hat{\mathbf{q}}_w = \mathbf{q}_w + \mathbf{W}_o \frac{1}{K} \mathbf{C}_p^{-1} \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{r}(i) b_p^*(i) \quad (3-77)$$

onde $\mathbf{q}_w = \mathbf{W}_o \mathbf{q} = \mathbf{q}$.

Com um conseqüente fator de redução no ruído de $\gamma = \frac{G}{M}$, levando ao erro médio quadrático normalizado melhorado dado por:

$$e_{wiguais}^2 = \frac{\sigma^2 G}{K^2 N_p} \quad (3-78)$$

Outra possibilidade de escolha de símbolos piloto é utilizar blocos de símbolos piloto ortogonais, assim, a componente da IMA na estimativa do canal direto é cancelada e a parcela do ruído aditivo não é reduzida do fator K . Para este caso, o erro médio quadrático normalizado é dado por:

$$e_{orto}^2 = \frac{\sigma^2 M}{N_p} \quad (3-79)$$

Após a aplicação da matriz de projeção o erro médio quadrático normalizado

Tabela 3.2: MC CDMA CP Enlace Direto - Erro Médio Quadrático Normalizado dos Estimadores Assistidos de Canal

| | MC CDMA CP - Enlace Direto | |
|-------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| | Pilotos Iguais | Pilotos Ortogonais |
| NMSE Convencional | $e_c^2 = \frac{M\sigma^2}{K^2N_p}$ | $e_c^2 = \frac{M\sigma^2}{N_p}$ |
| NMSE Melhorado 1 | $e_w^2 = \frac{G\sigma^2}{K^2N_p}$ | $e_w^2 = \frac{G\sigma^2}{N_p}$ |

melhorado é expresso por:

$$e_{w_{orto}}^2 = \frac{\sigma^2 G}{N_p} \quad (3-80)$$

A Tabela 3.2 apresenta os erros médios quadráticos dos estimadores de canal assistidos para o enlace direto do sistema MC CDMA CP.

3.11 Equalização e Detecção

Utilizando o estimador de canal obtido na seção anterior, a equalização de (3-66) seguida da detecção do símbolo pode ser realizada. Uma possibilidade é aplicar o equalizador ZF (*Zero Forcing*) [51]:

$$\mathbf{G}_{zf} = \hat{\mathbf{Q}}^{-1} \quad (3-81)$$

Outra possibilidade é aplicar o equalizador MMSE (*Minimum Mean Square Error*):

$$\mathbf{G}_{mmse} = \hat{\mathbf{Q}}^H (\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{Q}}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M)^{-1} \quad (3-82)$$

onde $\hat{\mathbf{Q}} = \text{diag}(\hat{\mathbf{q}})$. O sinal equalizado é da forma $\mathbf{z}(i) = \mathbf{G}^H \mathbf{r}(i)$ e uma estimativa do símbolo $b_m(i)$ transmitido para o m -ésimo usuário pode ser obtida através de:

$$\hat{b}_m(i) = \text{sgn}[\text{Re}(\mathbf{c}_m^H \mathbf{z}(i))] \quad (3-83)$$

no caso de modulação BPSK.

3.12 Resultados Numéricos - MC CDMA CP - Enlace Direto

Nesta seção são apresentados os resultados numéricos obtidos por simulação para as transmissões no enlace direto. No cenário considera-se K usuários ativos que experimentam as mesmas condições do canal direto com rígido controle de

potência. Os códigos de espalhamento são ortogonais de comprimento N igual ao número de subportadoras $M = 32$. O canal escolhido nas simulações é o canal B randômico que apresenta $L = 6$ coeficientes. O intervalo de guarda é $G = 8$ para garantir a recepção de dados livre de IEB. Na obtenção da estimativa foram utilizados $N_p = 64$ símbolos piloto.

A Figura 3.9 ilustra as curvas de desempenho do erro médio quadrático normalizado, utilizando símbolos pilotos ortogonais e sinais pilotos iguais. Observa-se que a utilização de símbolos piloto ortogonais permite realizar a estimação do canal livre da IMA e, assim, o estimador do canal direto é insensível ao aumento da carga de usuários no sistema. Por outro lado, a utilização de símbolos piloto iguais na estimativa de canal, permite utilizar a parcela da IMA em benefício do aumento da qualidade da estimativa. Por isso, observa-se uma redução no NMSE de cerca de $E_b/N_0 = 18(dB) = 64$ o que corresponde a um fator de 64 ($K^2 = 8^2$); uma vez que as energias dos sinais transmitidos para cada um dos K usuários ativos podem ser utilizadas, conjuntamente, para reduzir o erro médio quadrático normalizado da estimativa do canal direto. Entretanto, nota-se que existe um compromisso entre o aumento dos usuários ativos e essa redução.

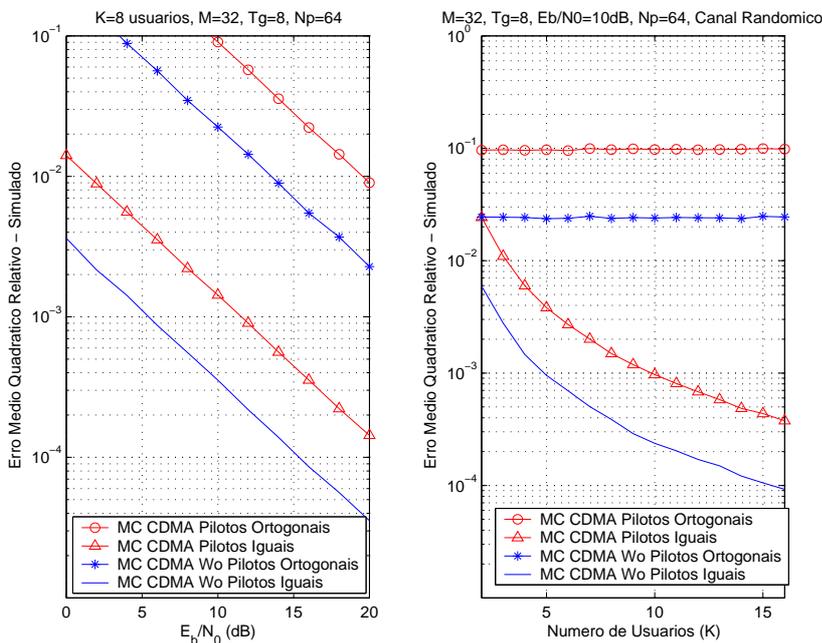


Figura 3.9: Desempenho Erro Médio Quadrático Normalizado *versus* (a) E_b/N_0 (dB) (b) Número de Usuários (K) - Pilotos Ortogonais e Pilotos Iguais - MC CDMA CP - Canal B Randômico - Enlace Direto

A Figura 3.10 ilustra as curvas do desempenho da taxa de erro de bit *versus* Razão Sinal Ruído confrontando os desempenhos do sistema utilizando símbolos piloto ortogonais e não ortogonais. O objetivo é observar se a aplicação da matriz de projeção permite obter melhoria no desempenho do sistema quando se utilizam sím-

bolos piloto não ortogonais. Pode ser observado que o desempenho do sistema com estimativas utilizando símbolos piloto ortogonais é superior em relação ao desempenho do sistema utilizando símbolos piloto não-ortogonais. Quando é considerada a estimativa de canal melhorada pela matriz de projeção observa-se que os desempenhos do sistema, com os respectivos estimadores, analisados são praticamente similares. Dessa forma, pode ser concluído que utilizando-se a estimativa melhorada pela aplicação da matriz de projeção a ortogonalidade dos símbolos piloto é irrelevante, isto porque foi possível reduzir a correlação cruzada entre os códigos de espalhamento associados aos distintos usuários.

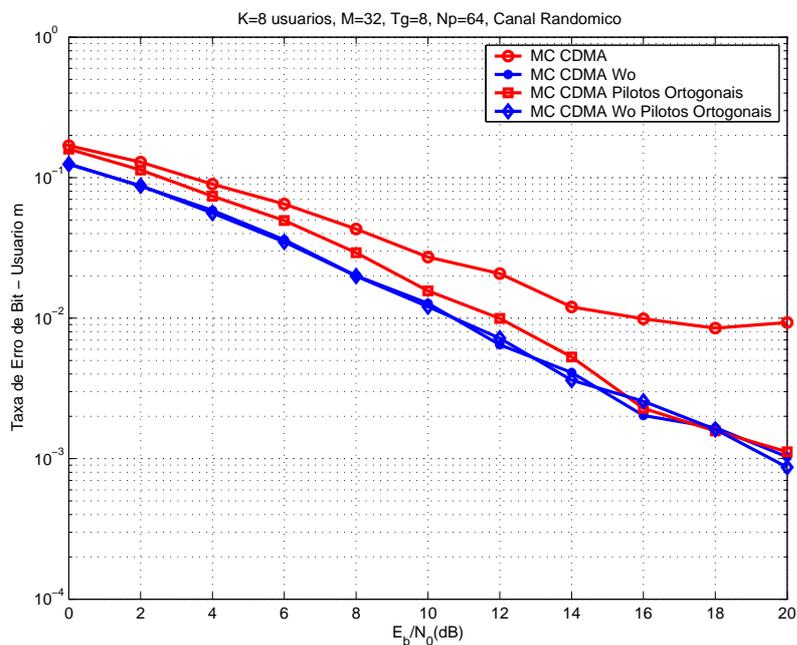


Figura 3.10: Desempenho BER *versus* E_b/N_0 (dB) - Símbolos Pilotos Ortogonais e Não-Ortogonais - MC CDMA CP - Canal B Randômico - Enlace Direto

Para um cenário de $K = 8$ usuários, $M = 32$ subportadoras, intervalo de guarda CP com $G = 8$, $N_p = 64$ símbolos piloto iguais e símbolos piloto ortogonais e equalização ZF. É possível observar que o desempenho BER do receptor utilizando os estimadores de canal convencionais, seja com pilotos ortogonais ou iguais, é similar; e que o mesmo é superado pelo desempenho BER do receptor usando os estimadores melhorados pela aplicação da matriz de projeção W_o tanto com a utilização de símbolos piloto ortogonais e com símbolos piloto iguais.

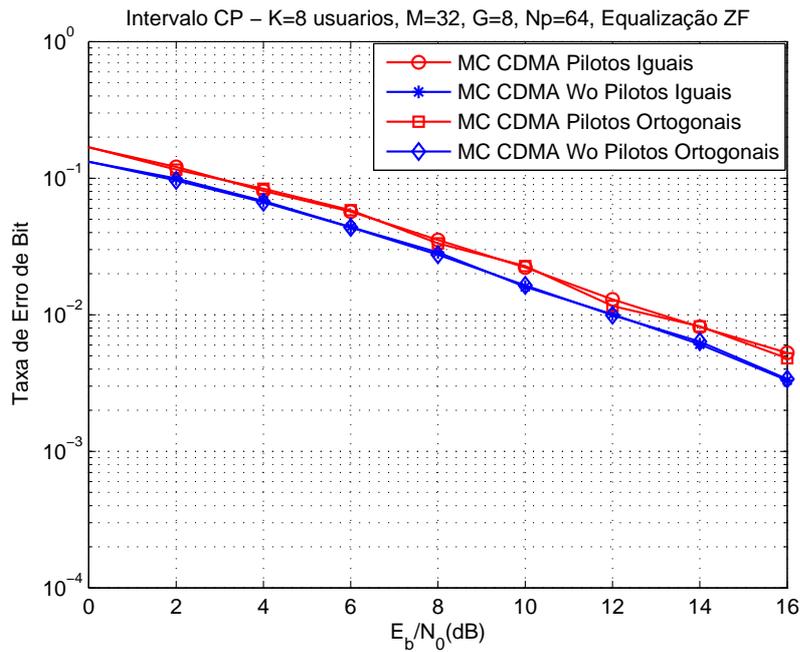


Figura 3.11: Desempenho BER versus E_b/N_0 (dB) - Símbolos Piloto Ortogonais e Piloto Iguais - MC CDMA CP - Canal B Randômico - Enlace Direto

3.13 Considerações Finais

Nas análises envolvendo o enlace direto do sistema MC CDMA CP é possível considerar a transmissão simultânea de sinais, para todos os usuários ativos, na etapa de obtenção da estimativa do canal. Assim, dois tipos de símbolos piloto podem ser utilizados: ortogonais ou sinais piloto iguais (símbolos e códigos iguais). A primeira escolha permite eliminar a componente da IMA presente no erro da estimativa, melhorando a sua qualidade. A segunda escolha permite utilizar a componente da IMA em benefício de uma maior melhoria na qualidade do estimador do canal direto.