Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Wilson Reis de Souza Neto

O Teorema de Paris-Harrington

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC–Rio

Orientador: Prof. Nicolau C. Saldanha

Rio de Janeiro
julho de 2007

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Wilson Reis de Souza Neto

O Teorema de Paris-Harrington

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC–Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Nicolau C. Saldanha
Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Yoshiharu Kohayakawa
Instituto de Matemática e Estatística — USP

Prof. Carlos Frederico Borges Palmeira
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Luís Carlos Pinheiro Dias Pereira
Departamento de Filosofia — PUC–Rio

Prof. George Svetlichny
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 11 de julho de 2007

Wilson Reis de Souza Neto

Graduação em Matemática Pura, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (junho/1997 – dezembro/2004). Mestrado em Matemática Pura, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (março/2005 – junho/2007).

Ficha Catalográfica

Reis, Wilson

O Teorema de Paris-Harrington / Wilson Reis de Souza Neto; orientador: Nicolau C. Saldanha. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2007.

v., 36 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Tese. 2. Teoria de Ramsey. 3. Aritmética de Peano. I. Saldanha, Nicolau C.. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Resumo

Reis, Wilson; Saldanha, Nicolau C.. **O Teorema de Paris-Harrington**. Rio de Janeiro, 2007. 36p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Sabemos pelo Teorema da Incompletude de Gödel que existem afirmações verdadeiras sobre números naturais que não podem ser demonstradas na aritmética de Peano. Paris e Harrington deram um exemplo de uma variação do Teorema de Ramsey finito que não pode ser demonstrada em aritmética de Peano apesar de ser facilmente demonstrável na Teoria de Conjuntos usual. Este é geralmente considerado o primeiro exemplo matematicamente natural de uma sentença indecidível. Além da demonstração original, apresentamos nessa dissertação outra usando Teoria de Modelos.

Palavras–chave

Teoria de Ramsey. Aritmética de Peano.

Abstract

Reis, Wilson; Saldanha, Nicolau C.. **The Paris-Harrington Theorem** . Rio de Janeiro, 2007. 36p. MsC Thesis — Department of Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

From Gödel's Incompleteness Theorem we know that there are true sentences about natural numbers which can not be proved in Peano Arithmetic. Paris and Harrington gave an example of a variation of the finite Ramsey Theorem which can not be proved in Peano Arithmetic although it can be easily proved in usual Set Theory. This is usually considered the first example of a mathematically natural undecidable sentence. Besides the original proof, another one, using Model Theory, is presented in this dissertation.

Keywords

Ramsey Theory. Peano Arithmetic.

Sumário