

8 BIBLIOGRAFIA

A.M.BEST. (2004). **Understand BCAR: A.M.Best's capital adequacy ratio for property/casualty insurers and its implications for ratings.** Publicação eletrônica (<http://www.ambest.com/ratings/bcar.pdf>) visualizado em setembro, 2007.

ALBRECHER, H.; BOXMA, O. J. (2004). **A Ruin Model whit Dependence Between Clain Sizes and Claim Intervals,** 2003. Insurance: Mathematics and Economics 35, 245-254.

ARTZNER, P. et al. (1999) **Coherent risk measures.** Mathematical Finance n° 9: p 203-228.

ASHER, A. (2004). **Determining capital: messy targets and smoother dividends.** Division of Economic and Financial Studies. Macquarie University. Australia.

BARTH, M. M. (2000). **A comparison of risk-based capital standards under the expected policyholder deficit and the probability of ruin approaches.** Journal of Risk And Insurance.

BERGBAUER, A. et al. (2004). **Back to the future: dynamic financial analysis (dfa) for decision making.** Publicação eletrônica visualizada em junho, 2007 (www.approximity.com/papers/dfa_wp4_en.pdf).

BISIGNANI, R., MASALA, G., MICOCCI, M. (2006). **Economic Capital Management for Insurance companies using conditional value at risk and copula functions.** University of Roma/University of Cagliari: www.gloriamundi.org

CASTRO, P. R. D. (2007). **Risco: vale a pena medi-lo?.** Publicação Eletrônica (www.srating.com.br/downloads/papers/Paper6.pdf) visualizado em junho, 2007.

CAUSALITY ACTUARIAL SOCIETY. (2003). **Overview of enterprise risk management.** Enterprise risk management committee.

COMMITTEE ON LIFE INSURANCE FINANCIAL REPORTING FOR THE LIFE COMMITTEE OF THE ASB (1989). **Actuarial standard board: methods and assumptions for use in stock life insurance company financial statements prepared in accordance with GAAP.**

CUMMINS, J. D. (2000). **Allocation of capital in the insurance industrythe wharton school.** Risk Management And Insurance Review n° 3: p 7-28.

DEHEUVELS, P. (1979). **La fonction de dependance empirique et ses propriétés. Un test non paramétrique d'indépendance.** Acad Roy Belg Bul Cl Sci (5) 65: 274-292.

DENUIT, M.; SCAILLET, O. (2004). **Nonparametric Tests For Positive Quadrant Dependence.** Journal of Financial Econometrics 2 422-450.

ELING, M.; TOPLEK, D. (2007) **Modeling and management of nonlinear dependencies—copulas in dynamic financial analysis.** Working Papers Series in Finance, n° 39. Janeiro, 2007.

EMBRECHTS, P. IN: MAJUMDAR, C. (2007) **Dynamic financial analysis as the untrodden path for company risk measurement under Solvency-II.** Florida: 37th ASTIN, 2007.

EMBRECHTS, P., A. J. MCNEIL, D. STRAUMANN (1999): **Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls.** <http://www.math.ethz.ch/~strauman/preprints/pitfalls.pdf>

ENCYCLOPEDIA OF ACTUARIAL SCIENCE. (2004). **DFA.** John Wiley & Sons, Ltd.

FISHER, N.I. (1997). **Copulas.** In: KOTZ S, JONHSON, N.L. (eds) Encyclopedia of Statistical Science, 1 159-163. Wiley, New York..

GOLDIM, J. R. (1997). **Risco.** Publicação eletrônica (www.ufrgs.br/bioetica/risco.htm) visualizado em junho, 2007. Texto incluído em 28/04/97 e atualizado em 21/09/2001.

GOOVAERTS, M. et al. (2005). **Actuarial theory for dependent risks: measures, orders and models.** John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

GURRERA, M. D. C. (2005). **Construction of bivariate distributions and statistical dependence operations.** Programa de Doctorat. Departament d'Estadística. Universitat de Barcelona.

INTERNATIONAL ACTUARIAL ASSOCIATION. (2004). **A global framework for insurer solvency assessment.** Publicação eletrônica visualizada em junho, 2007 (www.actuaries.org/LIBRARY/Papers/Global_Framework_Insurer_Solvency_Assessment-public.pdf).

INTERNATIONAL ACTUARIAL ASSOCIATION. (2007). **Internal model practices for insurer risk assessment and capital requirements.** Solvency Subcommittee.

JEWELL, W. S. (1980). **Generalized models of the insurance business (life and/or non-life insurance).** IN: JONES, A. W. (2000). Understand Actuarial

Management: the actuarial control cycle. Institute of Actuaries of Australia, p. 153-172.

JOGDEO, K. (1982). **Concepts of dependence**. In: KOTZ S, JONHSON, N.L. (eds) Encyclopedia of Statistical Science, 1 324-334. Wiley, New York.

JÚNIOR, A. M. D. (2007). **Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento**. Publicação Eletrônica (<http://www.risktech.com.br/PDFs/RISCO.pdf>) visualizado em junho, 2007.

KAAS, R. et al. (2001). **Modern Actuarial Risk Theory**. Kluwer Academic Publishers. Boston, 2001.

KAUFMANN, R.; GADMER, A.; KLETT, R. (2001). **Introduction to dynamic financial analysis**. Astin Bulletin, vol. 31, n^o1, 2001, pp. 213-249.

LANCASTER, H.O. (1982) **Measures and indices of dependence**. In: KOTZ S, JONHSON, N.L. (eds) Encyclopedia of Statistical Science, 2 334-339. Wiley, New York.

LEHMANN, E. L. (1966). **Some concepts of dependence** . Annual of Mathematical Statistics, 37 1137-1153.

LIFE INSURANCE ACTUARIAL STANDARDS BOARD (2002). **Valuation of policy liabilities**. Friendly Society 1.02.

LOWE, S. P.; STANARD, J. N. (1997). **An integrated dynamic financial analysis and decision support system for a property catastrophe reinsurer**. Astin Bulletin, vol. 27, n^o2, pp. 339-371.

MAJUMDAR, C. (2007) **Dynamic financial analysis as the untrodden path for company risk measurement under Solvency-II**. Florida: 37th ASTIN, 2007.

MCNEIL, A.; Frey, R.; EMBRECHTS, P. (2005). **Quantitative risk management: concepts, techniques and tools**. Princeton University Press, Princeton, 2005.

MENDES, B. (2004). **Introdução à análise de eventos extremos**. E-papers Serviços Editoriais Ltda, 2004.

MICCOLIS, J. (2002). **Practical ERM applications: Assessing Capital Adequacy**. Tillinghast-Towers Perrin.

NELSEN, R. B. (1992). **On measures of association as measures of positive dependence**. Statistics & Probability Letters, 14 269-274.

NELSEN, R.; FREDRICKS, G. A.(2006). **On the relationship between Spearman's rho and Kendall's tau for continuous random variables**. Department of Mathematical Sciences, Lewis & Clark College, Portland, Oregon, USA. Fevereiro, 2006.

NELSEN, R. B. (2006). **An introduction to copulas**. New York: Springer Series in Statistics.

PATTON, A.J. (2002). **Applications of Copula Theory in Financial Econometrics**, Un-published Ph.D. dissertation, University of California, San Diego.

PATTON, A.J. (2007). **Copula-Based Models for Financial Time Series**. OFRC Working Papers Series, n° 2008fe21. Oxford Financial Research Center.

POON, S.; ROCKINGER, M.; TAWN, J. (2004). **Extreme value dependence in financial markets: Diagnostics, models, and financial implications**. Review of Financial Studies, 17 581-610.

PRADO, R. G. A. et all. **Gerenciamento de Riscos de Crédito em Bancos de Varejo no Brasil**. Publicação Eletrônica visualizada em junho, 2007 (http://www.risktech.com.br/PDFs/unicredit_varejo.pdf).

SCAILLET, O. (2005). **A Kolmogorov-Smirnov type test for positive quadrant dependence**. University of Geneva and FAME.

SCARSINI, M (1984). **On measures of concordance**. Stochastica 8, 201,218.

SOCIETY OF ACTUARIES. (2004) **Special guide on economic capital**. Versão 1.5. Publicação eletrônica (rmtf.soa.org/specialty-guide-ecv1.5.pdf) visualizado em Setembro, 2007.

SOLVENCY II- WORKING GROUP (2006). **Best estimate provisions for general insurance**. Publicação eletrônica visualizada em junho, 2007 (www.actuaries.org.uk/files/pdf/general_insurance/best_estimates_paper.pdf).

SUSEP.(2005) **Circular n° 253**. Diário Oficial da União. Publicação eletrônica (<http://www.susep.gov.br/menubiblioteca/biblioteca.asp>) visualizado em fevereiro, 2007.

TOWERS PERRIN (2008). **Economic Capital for Life Insurance Companies**. Society of Actuaries.

TILLINGHAST-TOWERS PERRIN. (2005). **Economic Capital: A Key Tool On The Fast Track For Risk-Based Decisions**. Publicação eletrônica (jobfunctions.bnet.com/whitepaper.aspx?&docid=159663&promo=110000) visualizado em Setembro, 2007.

TILLINGHAST-TOWERS PERRIN. **Risk Value Insights**. Creating value through enterprise risk management – A practical approach for the insurance industry. Publicação eletrônica visualizada em junho, 2007

(<http://www.towersperrin.com/tp/getwebcachedoc?webc=TILL/USA/2001/200106/2002051306.pdf>).

VALDEZ, E. A.; TANG A. (2006). **Economic Capital and the Aggregation of Risks using Copulas**. The 8th International Congress of Actuaries, Paris. Publicação eletrônica visualizada em dezembro, 2007 (<http://www.ica2006.com/Papiers/282/282.pdf>)

VENTER, G. et al. (2007). **Enterprise Risk analysis for property & casualty insurance companies** - a practical guide to standard models and emerging solutions. New York: Guy Carpenter & Company.

WAN, L. M. ; YUEN, K. C.; LI, W. K. (2005). **Ultimate Ruin Probabilities for a Time-Series Risk Model with Dependent Classes of Insurance**. Journal of Actuarial Practice, vol 12, 2005.

WOLFF, E. F.; SCHWEIZER, B. (1981). **On nonparametric measures of dependence for radom variables**. The Annual of Statistics vol 9 n° 4 879-885, 1981.

YUEN, K. C.; GUO, J.; WU, X. (2002) **On a Correlated Aggregate Claims Model whit Poisson and Erlang Risk Processes**. 2002. Insurance: Mathematics and Economics 31, 205-214.

APÊNDICE I INVERSA GENERALIZADA

Seja T uma função estritamente crescente, ou seja, para $y > x \Rightarrow T(y) > T(x)$.

Então, os seguintes lemas são válidos:

- (i) Se X é uma variável aleatória e T é crescente, tem-se:

$$\{X \leq x\} \Rightarrow \{T(X) \leq T(x)\}$$

e,

$$\begin{aligned} \Pr(T(X) \leq T(x)) &= \Pr(t^{-1}(T(X)) \leq t^{-1}(T(x))) \\ &= \Pr(X \leq x) + \Pr(T(X) = T(x), X > x) \end{aligned}$$

- (ii) Se F é a função de distribuição da variável aleatória X , tem-se:

$$\Pr(F(X) \leq F(x)) = \Pr(X \leq x)$$

A função inversa generalizada de uma função crescente T , tal que $T : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, é definida por:

$$T^{\leftarrow}(y) := \inf \{x \in \mathfrak{R} : T(x) \geq y\}$$

em que se usa a convenção do $\inf \emptyset = \infty$. A inversa generalizada possui as seguintes propriedades:

- (i) T^{\leftarrow} é uma função crescente contínua a esquerda
- (ii) T é contínua $\Leftrightarrow T^{\leftarrow}$ é estritamente crescente
- (iii) T estritamente crescente $\Leftrightarrow T^{\leftarrow}$ é contínua

Assumindo que $T^{\leftarrow}(y) < \infty$, as propriedades a seguir também são válidas:

- (iv) Se T é contínua a direita, $T(x) \geq y \Leftrightarrow T^{\leftarrow}(y) \leq x$
- (v) $T^{\leftarrow} \circ T(x) \leq x$
- (vi) $T \circ T^{\leftarrow}(y) \geq y$
- (vii) T é estritamente crescente $\Rightarrow T^{\leftarrow} \circ T(x) = x$
- (viii) T é contínua $\Rightarrow T \circ T^{\leftarrow}(y) = y$

APÊNDICE II TESTES DE ESTACIONARIEDADE

A análise de estacionariedade das séries pode ser investigada a partir do gráfico da série no tempo, dos correlogramas e dos testes de raiz unitária.

No gráfico da série no tempo é possível observar se a série varia em torno de um valor de equilíbrio, o que indicaria sua estacionariedade, mas, esta inspeção visual pode ser enganosa devido a problemas de escala.

No correlogramas dos resíduos pode-se observar se a série apresenta um decaimento exponencial tendendo rapidamente para zero com o aumento de k (número de lags), ou se é estatisticamente nulo para todo k . Entretanto os correlogramas de algumas séries podem ter um decaimento não muito lento e ainda assim serem não estacionárias.

Os testes de raiz unitária são procedimentos formais para testar a estacionariedade de séries temporais. Dentre uma enorme variedade de testes deste gênero, os usualmente aplicados são *Augmented Dickey-Fuller – ADF* e *Phillips-Perron – PP*. Neste trabalho optou-se por utilizar o teste *PP* por este teste apresentar correção da heterocedasticidade e autocorrelação nos resíduos. O teste possui as seguintes hipóteses:

H_0 : a série temporal possui raiz unitária

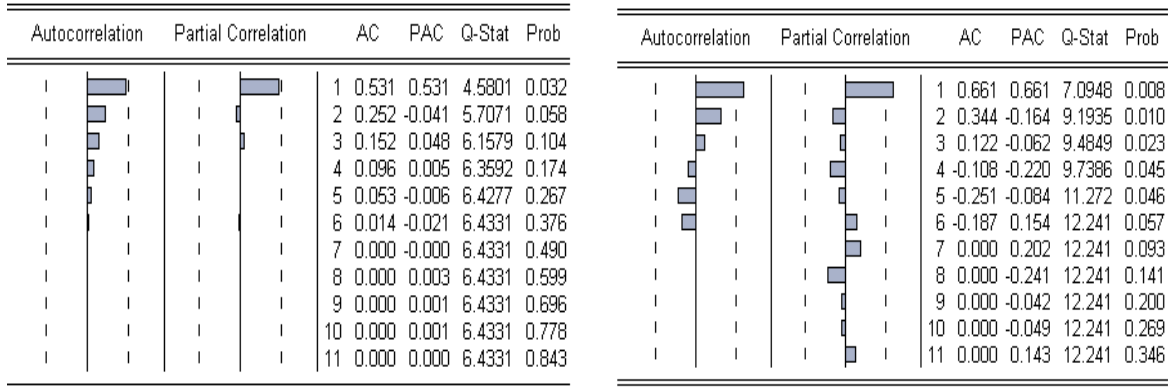
H_a : a série é estacionária

As estatísticas de *PP* para as classes de seguros estudadas estão dispostas na tabela 8. Os correlogramas estão dispostos na figura 16. Deve-se enfatizar que os p-valores e os valores críticos são calculados para no mínimo vinte observações. Como estamos trabalhando apenas com 13 observações os resultados podem não ser muito precisos.

Pela análise das estatísticas de teste e dos correlogramas constata-se que somente a classe 2 é estacionária. Entretanto, devido ao curto período de tempo das séries estudadas, não é possível dar credibilidade aos resultados deste teste.

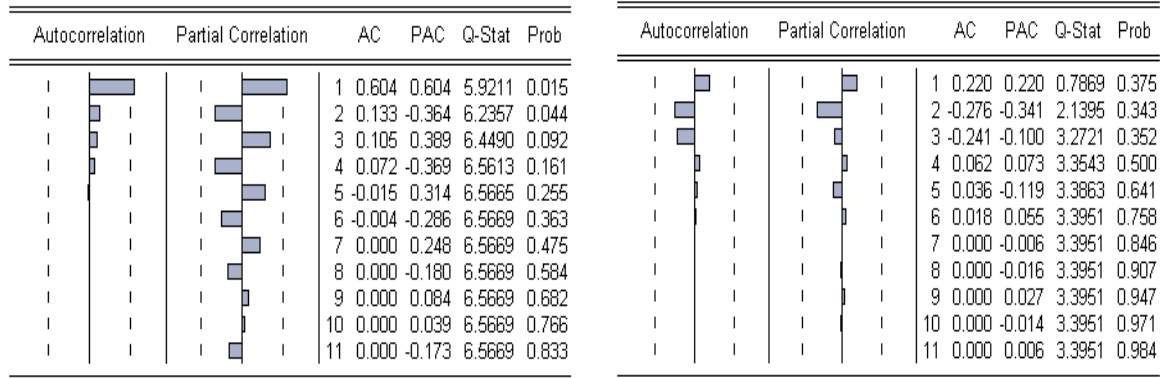
As séries temporais de sinistralidades não costumam apresentar este tipo de comportamento. Assim, devido à falta de credibilidade dos testes e da prática que

tem sido adotada no mercado, serão utilizados os dados originais para todos os fins, sem correção da estacionariedade.



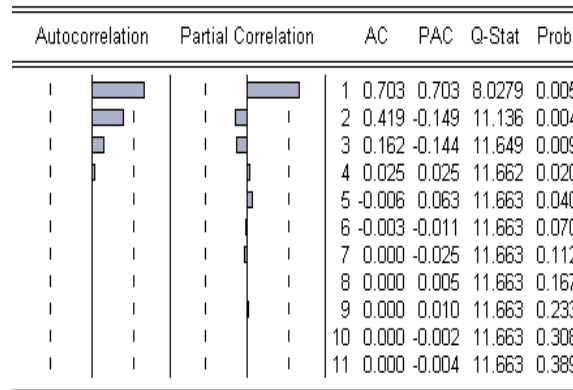
Classe 1

Classe 2



Classe 3

Classe 4



Classe 5

Figura 16: Correlogramas das classes de seguros

Tabela 8: Estatísticas de teste PP

	Estatística de teste	p-valor
Classe 1	2,6533	0,9998
Classe 2	-3,2687	0,0409
Classe 3	-0,5594	0,8458
Classe 4	-0,9371	0,7386
Classe 5	-0,0926	0,9295

APÊNDICE III

ALGORITMO DE GERAÇÃO DE NÚMEROS A PARTIR DE CÓPULAS EM R

Bisignani (2006) propôs os seguintes algoritmos para a geração de números a partir das cópulas Gaussiana e t-Student.

➤ Cópula Gaussiana

- ❑ Passo 1 – Decomposição de Cholesky A da matriz de correlação R
Obs: Esta decomposição transforma a matriz de correlação em uma matriz triangular.
- ❑ Passo 2 – Simular de I variáveis aleatórias independentes da distribuição normal padrão $z = (z_1, \dots, z_I)$.
Obs: I é o número de classes de seguro, na simulação apresentada em 6.2 temos 5 classes e, portanto, $I = 5$.
- ❑ Passo 3 – Determinar o vetor $X = z x A$
- ❑ Passo 4 – Determinar os componentes $u_i = \Phi(x_i)$

O vetor resultante será a cópula: $(u_1, \dots, u_n)^T \sim C_{Gauss}(u_1, \dots, u_n)$

Este procedimento deve ser repetido N vezes. Na simulação apresentada em 6.2 geramos $N=1000$ cenários. Logo chegamos a uma matriz com 1000 linhas e 5 colunas. Estes números $u_i \in [0,1]$. Cada coluna representa uma das 5 classes de seguros estudada. Para gerar as sinistralidades de cada classe a partir da cópula, aplica-se a inversa generalizada da função de distribuição acumulada de cada classe j na coluna j desta matriz.

$j \backslash i$	Classe1	Classe2	Classe3	Classe4	Classe5
1	$u_{1,classe1}$	$u_{1,classe2}$	$u_{1,classe3}$	$u_{1,classe4}$	$u_{1,classe5}$
2
3
...
1000	$u_{1000,classe1}$	$u_{1000,classe2}$	$u_{1000,classe3}$	$u_{1000,classe4}$	$u_{1000,classe5}$

\Downarrow	\Downarrow	\Downarrow	\Downarrow	\Downarrow
$F \leftarrow_{(Classe1)}$	$F \leftarrow_{(Classe2)}$	$F \leftarrow_{(Classe3)}$	$F \leftarrow_{(Classe4)}$	$F \leftarrow_{(Classe5)}$

Depois de aplicar as inversas generalizadas de cada classe obtém-se uma matriz com 1000 linhas e 5 colunas das sinistralidades de cada classe $\tilde{L}R_{i,j}$. As sinistralidades agregadas são obtidas da soma ponderada das sinistralidades das classes, da seguinte forma: $\tilde{L}R_j = \sum_{i=1}^I w_i * \tilde{L}R_{i,j}$ em que w_i representa o peso da classe i .

O código em R usado para gerar a cópula gaussiana foi o seguinte:

```
## Código - Cópula Gaussiana

N<- 1000 # número de realizações
u_g<- matrix(data=0,ncol=5,nrow=N)
  for ( j in 1:N)
  {
    z<-as.matrix(rnorm(5,0,1))
    x<-(1%*%z)
    u_g[j,]<- pnorm(t(x))
  }
u<-u_g

##Calculando LRji

LRji<-matrix(data=0,ncol=5,nrow=N)
```

```

for(j in 1:N)
{
  LRji[j,1]<-invlogistic(u[j,1],0.573594,0.015817)
  LRji[j,2]<-invvextr(u[j,2],0.40372,0.014776)
  LRji[j,3]<-invlogistic(u[j,3],0.56832,0.068737)
  LRji[j,4]<-invvextr(u[j,4],0.565779,0.062659)
  LRji[j,5]<-invvextr(u[j,5],0.854038,0.072183)
}

##Calculando LRj

LRj<-matrix(data=0,ncol=1,nrow=N)
for(j in 1:N)
{
  LRj[j,]<-0.2*(LRji[j,1]+LRji[j,2]+LRji[j,3]+LRji[j,4]+LRji[j,5])
}

```

➤ Cópula t-Student

- ❑ Passo 1 – Decomposição de Cholesky A da matriz de correlação R
Obs: Esta decomposição transforma a matriz de correlação em uma matriz triangular.
- ❑ Passo 2 – Simular de I variáveis aleatórias independentes da distribuição normal padrão $z = (z_1, \dots, z_I)$.
Obs: I é o número de classes de seguro, na simulação apresentada em 6.2 temos 5 classes e, portanto, $I = 5$.
- ❑ Passo 3 – Determinar o vetor $X = z \times A$
- ❑ Passo 4 – Determinar a variável aleatória s distribuição X^2 , independente de z .

- Passo 5 – Determinar o vetor abaixo em que v é o número de graus de liberdade da cópula t_v :

$$y = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{s}} x$$

- Passo 6 – Determinar os componentes $u_i = t_v(y_i)$

O vetor resultante será a cópula: $(u_1, \dots, u_n)^T \sim C_{t\text{-Student}_v}(u_1, \dots, u_n)$

O procedimento para obter as sinistralidades agregadas a partir da cópula é o mesmo descrito para a cópula Gaussiana. O código em R usado para gerar a cópula $t\text{-student}_v$ foi o seguinte:

```
##Código Cópula t-student

N<- 1000 # número de realizações
v<- 10 # graus de liberdade
u_t<- matrix(data=0,ncol=5,nrow=N)

for ( j in 1:N)
{
  z<-as.matrix(rnorm(5))
  y<-1%*%z
  s<-rchisq(1,v)
  x<-(sqrt(v/s))*y
  u_t[j,]<-pt(t(x),v)
}
u<-u_t
```

Os códigos para gerar LR_{ji} e LR_j são os mesmos apresentados para a cópula gaussiana.