

### 3

## Metodologias Analisadas

Neste capítulo, são apresentados alguns modelos de previsão de séries temporais analisados nesta dissertação.

Antes de passar para os modelos propriamente, são introduzidos alguns conceitos relativos a séries temporais e as métricas utilizadas na avaliação dos modelos.

### 3.1

#### Séries Temporais

Uma série temporal é um conjunto de observações de uma dada variável, ordenadas segundo o parâmetro do tempo, geralmente em intervalos equidistantes. Se  $Z_t$  representa o valor da variável aleatória  $Z$  no instante  $t$ , denota-se a série temporal por  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  onde  $N$  é o tamanho da série ou número de observações seriais da variável. Para séries temporais discretas as periodizações de coleta de dados usuais são: dados diários, semanais, trimestrais e anuais. As séries temporais podem ser classificadas em:

- a) Discreta: quando o conjunto de observações for finito ou infinito numerável, isto é,  $N \equiv Z = \{1, 2, \dots, t\}$ . Denota-se por  $Z_t$ .
- b) Contínuas: quando o conjunto for infinito não-numerável, isto é,  $N = \{t: 0 < t < N\}$ . Denota-se por  $Z(t)$ .
- c) Determinísticas: quando uma função matemática pode ser usada para estabelecer exatamente os valores futuros da série.
- d) Estocásticas: quando os valores futuros da série só podem ser estabelecidos em termos probabilísticos, pois o modelo compõe-se também de um fator aleatório.
- e) Multivariadas (discretas ou contínuas): quando a série temporal é representada por um vetor  $\{ \tilde{Z}(t), t \in N \}$  de ordem  $r \times 1$ .
- f) Multidimensional: quando se tem  $\{ \tilde{Z}(t), t \in N \}$  e  $t$  é um vetor de ordem  $p \times 1$ .

A previsão de uma série temporal é o estabelecimento dos valores futuros da série. Uma previsão é uma estimativa quantitativa (ou conjunto de estimativas) acerca da verossimilhança, ou aparência, ou similaridade, de eventos futuros, baseados na informação atual e passada. Desta forma, a previsão quantitativa, elaborada com o uso

de métodos quantitativos, é uma projeção dos modelos para além do período que eles foram estimados.

Maiores detalhes sobre séries temporais e conceitos intrínsecos podem ser consultados na referência [25].

### 3.1.1

#### Conceitos Importantes

Seguem, de forma resumida, alguns conceitos importantes usados ao longo deste trabalho [25]:

- **Horizonte de Previsão:** é o comprimento de tempo contado a partir de uma origem especificada, chamada origem das previsões, no sentido do futuro, para o qual as previsões devem ser determinadas.
- **Passos-à-frente de uma previsão:** é o número de intervalos de tempo (períodos) para frente, a partir da origem das previsões.
- **Processo Estacionário:** é um processo estocástico gerado por uma série estocástica de observações invariante com respeito ao tempo.
- **Correlação:** em teoria da probabilidade e estatística, correlação, também pode ser chamada de coeficiente de correlação, e indica a força e a direção do relacionamento linear entre duas variáveis aleatórias.

### 3.2

#### Métricas de Avaliação dos Modelos

Os resultados foram avaliados através das métricas a seguir: MAPE (*mean absolute percent error*), RMSE (*root mean square error*) e U de Theil [7].

- **MAPE:** indica o valor médio do erro percentual absoluto das previsões sobre um conjunto de dados.

$$MAPE = \frac{\sum_{k=1}^N \left| \frac{a_k - y_k}{a_k} \right|}{N} \cdot 100\%$$

onde:

$N$  = número de previsões realizadas

$a_k$  = saída desejada para o índice “ $k$ ”.

$y_k$  = saída prevista para o índice “ $k$ ”.

- **RMSE:** esta métrica penaliza muito mais os erros maiores. Desta forma, uma técnica que apresente ótimos resultados na maioria das previsões, porém tenha erros elevados em uma previsão específica, irá fornecer um alto RMSE.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (a_k - y_k)^2}{N}}$$

- **Coefficiente U de Theil:** esta métrica mede o quanto os resultados estão melhores que uma previsão ingênua ou trivial (i.e.: “a melhor estimativa do próximo valor é o valor atual”).

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (a_k - y_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (a_k - a_{k-1})^2}}$$

### 3.3

#### Método de Amortecimento Exponencial

Nesses modelos supõe-se que o nível médio das observações pode ser descrito, a cada instante de tempo, por uma função conhecida do tempo.

O objetivo destes modelos é estimar os parâmetros que caracterizam a função  $f(t)$ . Para a série  $Z_t$  será considerado um modelo estocástico da forma:

$$Z_t = \mu(t) + \varepsilon_t$$

onde  $\varepsilon_t$  é o ruído do sistema no instante  $t$  de média nula e variância constante para todo  $t$ .

O modelo passa a ser representado então por:

$$Z_t = f(t) + \varepsilon_t$$

Para séries não-sazonais, a função normalmente adotada para  $f(t)$  é do tipo polinomial  $f(t) = \sum_i a_{i+1}t^i$ , e a estrutura do modelo torna-se:

$$Z_t = \sum_i a_{i+1}t^i + \varepsilon_t$$

Pelo método, os estimadores dos parâmetros são obtidos em função de médias móveis de tamanho  $N$ . De acordo com o número de parâmetros, são efetuadas médias da média anterior para compor as equações desses parâmetros. Essas médias são calculadas pelas expressões:

$$M_T = \alpha Z_T + (1 - \alpha)M_{T-1}$$

$$M_T^{[i]} = \alpha M_T^{[i-1]} + (1 - \alpha)M_{T-1}^{[i]}, \quad i > 1$$

onde:

$$M_T = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} Z_{T-j}$$

$$M_T^{[i]} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} M_{T-j}^{[i-1]}$$

$\alpha$  - constante de amortecimento

As expressões dos estimadores para polinômios de ordem 0, 1 e 2 podem ser conseguidas nas referências [15], [24], [3, págs.3-5]. O procedimento de determinação desses parâmetros constitui o Método de Brown.

Para séries sazonais aplicam-se dois modelos:

Aditivo:  $Z_t = \mu(t) + \rho_t + \varepsilon_t$

Multiplicativo:  $Z_t = \mu(t) \cdot \rho_t \cdot \varepsilon_t$  (ou  $+ \varepsilon_t$ )

Os estimadores são calculados sequencialmente seguindo a mesma idéia de amortecimento exponencial introduzida anteriormente. A diferença é que agora, as expressões de atualização dos parâmetros assumem a existência de duas constantes de amortecimento  $\alpha$  e  $\gamma$  que atualizam, respectivamente, o parâmetro  $\alpha$  e os fatores sazonais  $\rho$ .

O caso em que o nível médio segue um modelo linear é conhecido como Método de Winters ou Holt & Winters, sendo bastante utilizado na prática por sua simplicidade e facilidade de implementação computacional.

### 3.4

#### Modelos Box & Jenkins

Tendo como base a teoria geral de sistemas lineares, esta metodologia supõe que uma série temporal é o resultado da passagem de um processo aleatório (ruído branco) por um filtro ou sistema linear [25] e [3, págs. 43-44]. A figura 7 ilustra este processo:

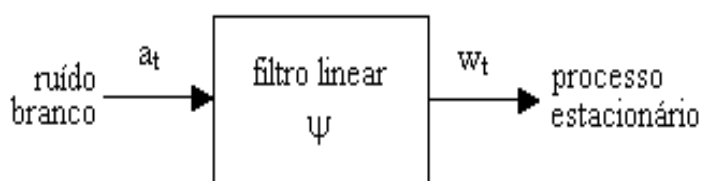


Figura 7 – Geração de uma série temporal

#### 3.4.1

#### Modelos Auto-Regressivos (AR)

O modelo Auto-Regressivo (AR) de ordem  $p$  é descrito pela seguinte equação:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t$$

onde  $\mu$  é uma constante, os termos  $\phi_i$  são coeficientes reais do modelo auto-regressivo e  $\varepsilon_t$  é um ruído branco conforme definido anteriormente.

Definindo-se o operador de retardo B, tal que:

$$B^k Z_t = Z_{t-k}$$

o modelo pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$(1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p) Z_t = \mu + \varepsilon_t$$

O polinômio  $\Phi(B) = (1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p)$  é chamado de operador auto-regressivo e o modelo pode ser resumido, assumindo a forma:

$$\Phi(B) Z_t = \mu + \varepsilon_t$$

### 3.4.2

#### Modelos Médias-Móveis (MA)

O modelo Médias-Móveis (MA) de ordem q é descrito pela seguinte equação:

$$Z_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

onde  $\mu$  é uma constante e os termos  $\theta_i$  são coeficientes reais do modelo de médias-móveis. O operador médias-móveis de ordem q é definido por:

$$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

Assim a equação do modelo pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \Theta(B) \varepsilon_t$$

### 3.4.3

#### Modelos ARMA

Os modelos ARMA possuem termos AR e MA simultaneamente. A equação que define um modelo ARMA(p,q) é:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ou de maneira reduzida:

$$\Phi(B) Z_t = \mu + \Theta(B) \varepsilon_t$$

### 3.4.4

#### Modelos SARIMA

Os processos encontrados na prática, além de raramente serem estacionários [25, 1.6.1 - págs. 17-22], ou seja, se alteram no tempo, apresentam muitas vezes componentes sazonais. Assim, Box & Jenkins formularam seus modelos para séries temporais com componentes sazonais dando origem aos modelos SARIMA.

Nesse caso, o modelo segue a equação:

$$\phi(B)\Phi(B^S)\nabla_S^D\nabla^d Z_t = \theta(B)\Theta(B^S)a_t$$

onde:

$\phi(B)$ : operador não sazonal auto-regressivo

$\phi_i$ : parâmetros auto-regressivo não-sazonais

$\nabla^d = (1-B)^d$ : operador diferença não sazonal de ordem d

$\Phi(B^S)$ : operador sazonal auto-regressivo

$\Phi_i$ : parâmetros auto-regressivo sazonais

$\nabla_S^D = (1-B^S)^D$ : operador diferença sazonal de ordem D

$\theta(B)$ : operador não sazonal de médias móveis

$\theta_i$  : parâmetros de médias móveis não sazonais

$\Theta(B^s)$ : operador sazonal de médias móveis

$\Theta_i$  : parâmetros de médias móveis sazonais

Um modelo com esta estrutura é denominado:

SARIMA (p, d, q)x(P, D, Q).

### 3.5

#### Modelos de Regressão Dinâmica

Os modelos de regressão dinâmica combinam a dinâmica de séries temporais e o efeito de variáveis explicativas. O termo “regressão dinâmica” não indica que os parâmetros do modelo evoluem no tempo<sup>†</sup>. Ao invés disso, a palavra “dinâmica” significa aqui um modelo de regressão no qual se inclui a estrutura de dependência de uma série temporal.

Modelos de regressão dinâmica devem ser usados quando existe uma estrutura de dependência entre a variável de interesse e possíveis variáveis causais, e, ao mesmo tempo, quando a estrutura de correlação da série dependente indicar que não se pode supor a independência dos erros.

A estimação de parâmetros num modelo de regressão dinâmica é feita através de mínimos quadrados ordinários, a exemplo de modelos de regressão usuais.

Nos modelos de regressão dinâmica, a variável dependente é explicada por seus valores defasados e pelos valores atuais e passados de variáveis causais ou exógenas. Entretanto, a estimação neste tipo de modelo envolve um procedimento iterativo com vários estágios.

#### 3.5.1

##### Estrutura dos Modelos

Os modelos de regressão dinâmica podem ser descritos pela equação:

---

<sup>†</sup> Caso dos modelos de espaço de estados que utilizam o Filtro de Kalman [X]



$$\varphi(B)y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$$

onde:

$y_t$ , variável dependente (endógena) no instante  $t$ ;

$\beta$ , vetor de coeficientes das variáveis causais, que vai ser estimado por mínimos quadrados;

$x_t$ , vetor de variáveis causais (exógenas) no instante  $t$ ;

$\varepsilon_t$ , ruído aleatório associado ao modelo, onde supõe-se que os  $\varepsilon_t$  são independentes e identicamente distribuídos com densidade  $N(0, \sigma_2)$ ;

$\varphi(B)$ , polinômio auto-regressivo de ordem  $p$ , isto é:

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p, \text{ sendo } B \text{ o operador de retardo.}$$

A estrutura do modelo de regressão dinâmica permite considerar como elementos de  $x_t$  variáveis causais e também suas defasagens.

A presença do polinômio  $\varphi(B)$  no modelo traz uma grande flexibilidade desta classe de modelos, mas, ao mesmo tempo, dificulta a procura por um modelo adequado. Observa-se que, se  $\varphi(B) = 1$ , não existem defasagens da variável dependente, e a interpretação do modelo é muito simples, pois as variáveis causais influenciam diretamente a variável endógena. Ao contrário, quando  $\varphi(B) \neq 1$ , o modelo pode ser usado para representar relações bastante complicadas.

O modelo de regressão dinâmica pode ser considerado um caso particular do que é conhecido na literatura como modelos de Cochrane e Orcutt generalizados. Maiores detalhes do modelo e do procedimento de estimação podem ser encontrados em [1].

### 3.5.2

#### Estratégia de modelagem

Aqui será apresentada a estratégia de modelagem de forma bem resumida, e maiores detalhes podem ser obtidos nas referências [1] e [34, capítulo 4].

A estratégia usualmente empregada para construir um modelo de regressão dinâmica considera, inicialmente, um modelo simples para depois melhorá-lo e incluir novas variáveis até encontrar um modelo apropriado. A elaboração de um modelo de

regressão dinâmica é muitas vezes um procedimento difícil, pois é preciso não apenas escolher as variáveis a serem incluídas no modelo, mas também as defasagens destas variáveis.

Na definição do modelo adequado, é necessário levar em conta não só a significância dos parâmetros, mas também certa estrutura “lógica” do modelo. Em síntese, na escolha de um modelo de regressão, não é necessário apenas encontrar um ajuste de parâmetros adequado, mas fundamentalmente verificar se os coeficientes estimados são coerentes. A figura 8 apresenta o fluxo para construção do modelo.

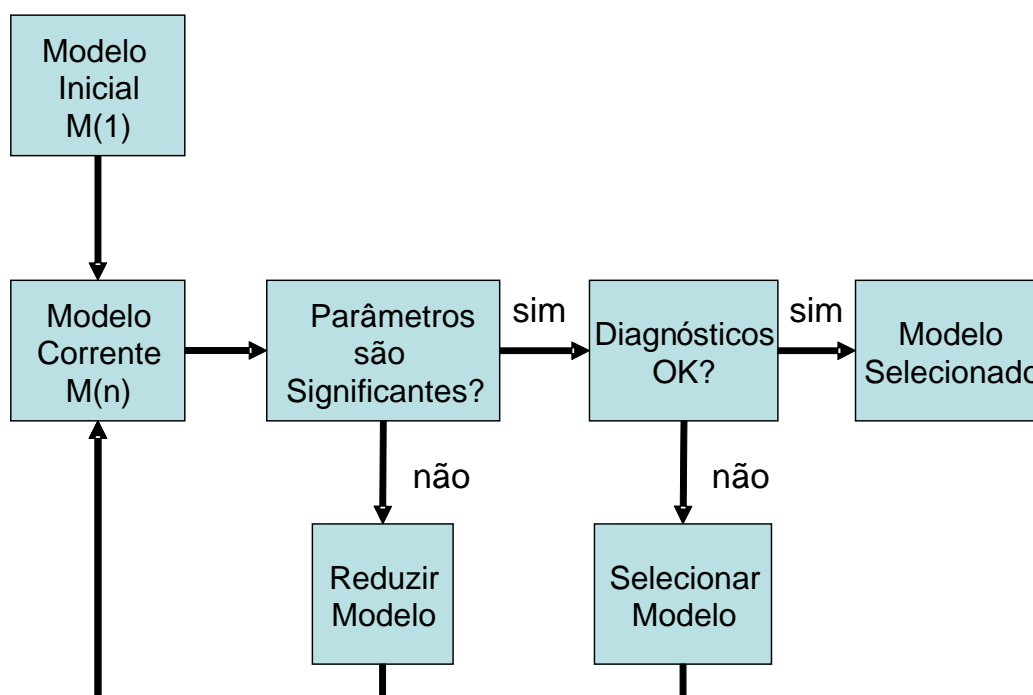


Figura 8 – Fluxograma sobre a Construção de um Modelo de Regressão Dinâmica

As previsões geradas por um modelo de regressão dinâmica dependem não só de valores passados da série, mas também dos valores previstos para as variáveis causais. Logo, para se obter as previsões da série  $y_t$  para  $T+1$ ,  $T+2$ ,  $T+3$ , etc, é necessário fornecer ao modelo os valores futuros do vetor de variáveis causais  $x_t$ . Se as previsões destas variáveis exógenas não forem apropriadas, o modelo de regressão dinâmica irá também gerar previsões inadequadas.

Nos modelos de regressão dinâmica, podem ser usadas variáveis de intervenção com o objetivo considerar situações atípicas, como, por exemplo, para o caso do preço

*spot* de energia elétrica no Brasil, o racionamento ocorrido de Julho de 2001 a Janeiro de 2002.

Os modelos de regressão dinâmica incorporam diretamente a sazonalidade da série ao modelo, ao invés de supor que a série será previamente dessazonalizada. Para isso, existem duas maneiras de tratar a sazonalidade: via variáveis de intervenção sazonais ou diretamente, através de defasagens na variável dependente ou nos erros estruturados.

### 3.6

#### Rede Neural

Uma Rede Neural Artificial (RNA) é um sistema computacional baseado no funcionamento do cérebro humano. A RNA é, na verdade, um modelo matemático, inspirado em uma simplificação do sistema neural biológico, com capacidade de aprendizado, generalização, associação e abstração.

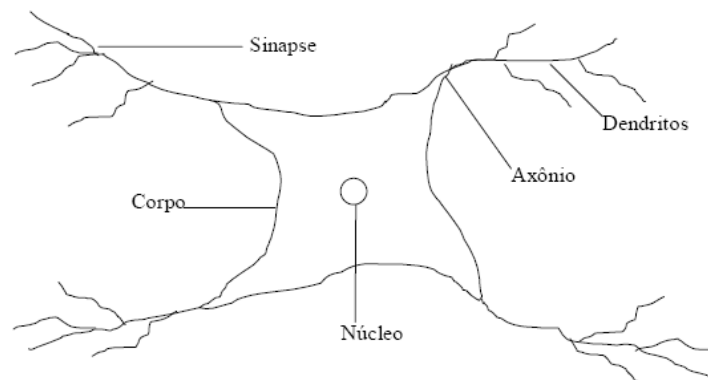


Figura 9 – Representação de um Neurônio Biológico

O neurônio biológico representado na figura 9 é uma célula que, estimulada por uma ou mais entradas, gera uma saída que é enviada a outros neurônios. Esta saída depende da força de cada uma das entradas e da magnitude da conexão associada a cada entrada (sinapse). Uma sinapse pode excitar um neurônio, aumentando sua saída, ou inibi-lo, diminuindo sua saída.

A RNA é formada por elementos processadores (neurônios artificiais) altamente interconectados. O neurônio artificial, como se pode observar na figura 10, é uma representação matemática simplificada do neurônio biológico.

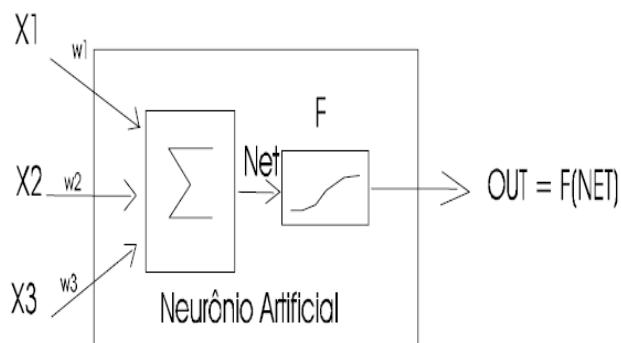


Figura 10 – Representação de um Neurônio Artificial

Este neurônio artificial é composto por dois módulos de processamento. O primeiro módulo, denominado regra de propagação, executa uma soma ponderada das entradas  $X_i$  multiplicadas pelos pesos sinápticos associados a cada entrada,  $W_i$ . O segundo módulo de processamento, denominado função de ativação, aplica uma função  $F$  ao resultado da regra de propagação. A potencialidade das redes neurais deriva justamente da escolha desta função  $F$ .

Normalmente, são escolhidas funções não-lineares, o que transforma as redes neurais em um sistema computacional não-linear, capaz de representar problemas mais complexos. O resultado da função de ativação é a saída do neurônio artificial.

Das funções de ativação possíveis, a mais utilizada é a função sigmóide, cujo gráfico tem a forma de um **s**. Esta função é definida como uma função estritamente crescente que exibe um balanceamento adequado entre o comportamento linear e não-linear. Um exemplo de função sigmóide é função logística, definida por:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{(-av)}}$$

O parâmetro de inclinação da função sigmóide acima é o **a**. Variando-se este parâmetro obtêm-se funções sigmóides com diferentes inclinações, conforme ilustrado na figura 11. Na verdade, sua inclinação na origem é igual **a/4**. A função sigmóide assume um intervalo contínuo de valores entre 0 e 1, e é diferenciável [10, cap. 4].

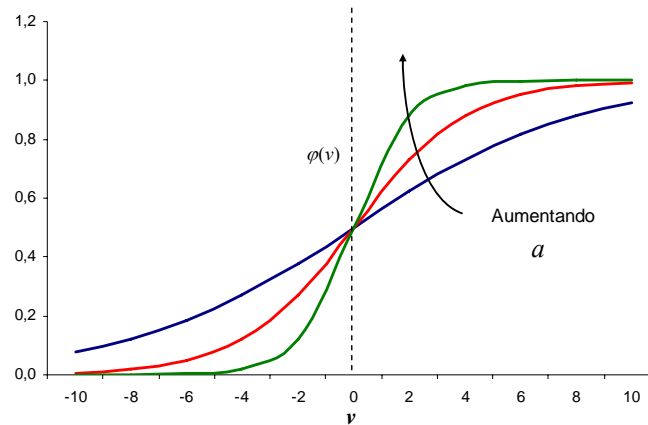


Figura 11 – Gráfico da Função de Ativação Sigmoidal

Outra função de ativação utilizada é a tangente hiperbólica, cuja forma é similar à função sigmóide. Porém, a tangente hiperbólica fornece como resultados tanto valores positivos como valores negativos. Esta função é definida da seguinte forma:

$$\varphi(v) = \tanh(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}}$$

O fato de se permitir que a função tipo sigmóide assuma valores negativos como descrito pela equação acima traz benefícios analíticos, o que pode ser observado em [10, cap. 4].

A arquitetura ou topologia da rede neural é organizada em camadas, como pode ser visto na figura 12. Normalmente, elas são compostas por uma camada de entrada, uma camada de saída e uma ou mais camadas escondidas. A escolha do número de camadas escondidas e da quantidade de elementos processadores na camada escondida é dependente do tipo de problema ao qual vai se aplicar a rede neural.

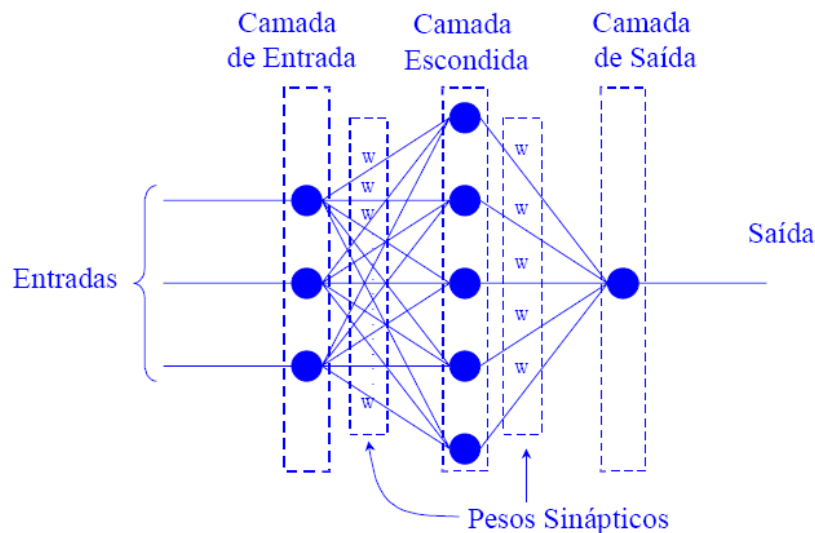


Figura 12 – Arquitetura de uma Rede Neural Artificial

Ao se apresentar um conjunto de padrões à entrada de uma rede neural, a informação segue através das camadas até a saída, onde é gerada uma resposta. Normalmente a informação passa somente em um sentido (“forward”), no entanto existem redes onde a informação de saída é realimentada para a entrada, formando as redes dinâmicas.

As redes neurais têm entre suas características a capacidade de aprendizado e generalização. Assim como o ser humano, uma rede neural possui a capacidade de aprender através de exemplos, sendo este processo denominado treinamento da rede. Uma vez treinada, a rede é capaz de generalizar, ou seja, de responder de maneira adequada a entradas semelhantes, mas não necessariamente idênticas, àquelas com as quais foi treinada.

Uma rede neural pode ser treinada de maneira que se faça um mapeamento entre um conjunto de vetores de entrada e um conjunto de vetores de saída. Durante o treinamento, os pesos sinápticos são atualizados de modo que a rede possa convergir para uma situação onde cada vetor de entrada produza na saída o vetor desejado. Dois modos de treinamento são utilizados para as redes neurais: supervisionado e não-supervisionado. O treinamento supervisionado exige a apresentação de um conjunto de treinamento formado pelos vetores de entrada e pelos vetores de saída desejados. No treinamento não-supervisionado não existe o vetor de saída desejado, o algoritmo de treinamento modifica os pesos da rede procurando formar classes compostas por vetores de entrada semelhantes.

Maiores detalhes sobre redes neurais pode ser consultado nas seguintes referências: [10], [21] e [22].

### 3.7

#### Lógica Nebulosa

A lógica é a ciência que tem por objetivo estudar as leis do raciocínio. A Lógica nebulosa (ou *fuzzy*, em inglês) é a ciência que se preocupa com os princípios formais do raciocínio aproximado, procurando modelar o modo impreciso do raciocínio humano, e permitindo o desenvolvimento de sistemas que imitem a habilidade do homem em tomar decisões em um ambiente de incertezas e imprecisões. Deste modo, a lógica nebulosa é uma ferramenta capaz de capturar informações imprecisas, em linguagem natural, e convertê-las em uma forma numérica.

Lógica nebulosa trata, portanto, das formas de imprecisão que é “uma necessidade quando a informação disponível é muito imprecisa para justificar o uso de números, e quando há uma tolerância por imprecisão que pode ser explorada para alcançar tratabilidade, robustez, solução de baixo custo, e concordância melhor com a realidade” [33]. A figura 13 mostra o diagrama de um sistema nebuloso, que é composto por quatro módulos:

1. Fuzzificador - este módulo mapeia valores numéricos em conjuntos nebulosos. Sua função é ativar as regras que estão relacionadas às variáveis lingüísticas, as quais possuem conjuntos nebulosos associados;
2. Banco de Regras - é formado por um grupo de regras do tipo SE - ENTÃO, que podem ser criadas a partir do conhecimento de especialistas ou extraídas dos dados numéricos;
3. Módulo de inferência - mapeia conjuntos nebulosos de entrada em um conjunto nebuloso de saída. Ele determina como as regras são ativadas e combinadas para gerar a saída nebulosa;
4. Defuzificador - faz o mapeamento do conjunto nebuloso de saída em um valor numérico preciso.

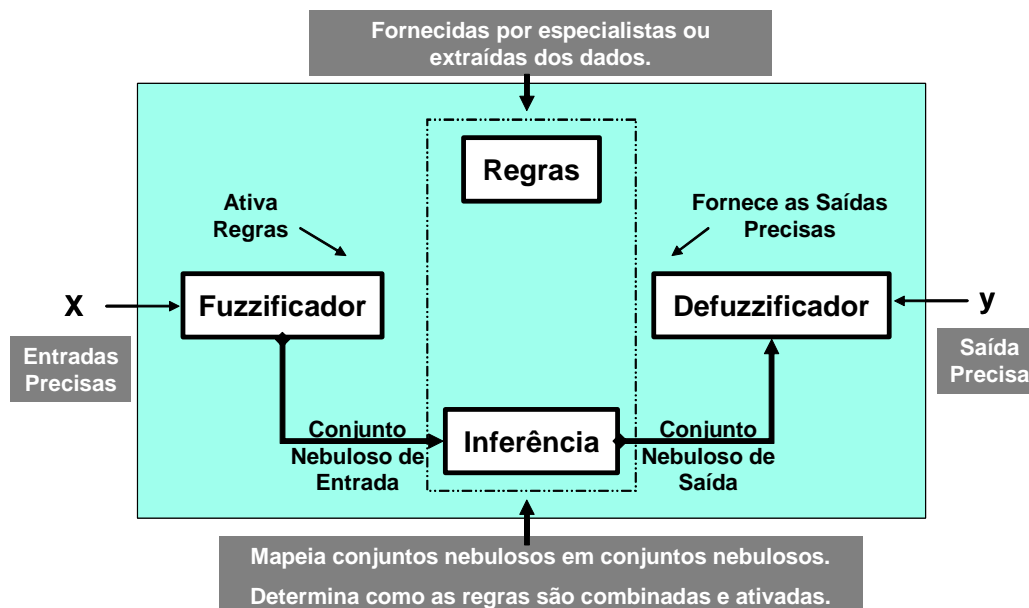


Figura 13 – Diagrama de um Sistema Nebuloso

Os sistemas nebulosos trabalham com a teoria dos conjuntos nebulosos [33] e [32], onde um elemento “x” de um universo de discurso U pertence a um conjunto nebuloso com um grau de pertinência no intervalo [0,1]. Por exemplo, o universo de discurso U de uma variável altura pode estar no intervalo [1,00 2,50]m. Neste universo U, podem estar representados dois conjuntos nebulosos, o baixo e o alto. Conforme pode ser visto na figura 14, tem-se que um indivíduo “x”, com 1,60 m de altura, pertence ao conjunto dos altos com grau de pertinência,  $\mu(x) = 0,6$  e pertence também ao conjunto dos baixos com  $\mu(x) = 0,8$ .

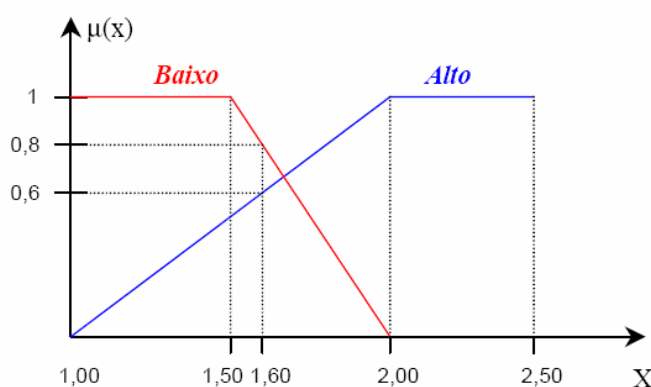


Figura 14 – Exemplo de Conjunto Nebuloso

A figura 14 apresentou como conjuntos nebulosos são capazes de atribuir a cada elemento no universo um valor que representa o seu grau de pertinência em cada conjunto. Isto é a ponte que liga o conceito impreciso à sua modelagem numérica. Dessa



forma, tem-se que o conjunto  $A$  de elementos no universo de discurso  $U$  pode ser definido através da lista de TODOS os seus membros com a respectiva pertinência.

$U$  = conjunto dos valores possíveis para a variável  $x$

$A = [x, \mu(x)]$

As regras de um sistema nebuloso, definidas através da implicação SE-ENTÃO, envolvem variáveis lingüísticas, às quais são atribuídos conjuntos nebulosos. As diversas variáveis lingüísticas de uma regra são agregadas utilizando conectores lógicos (E\OU). Um exemplo de regra pode ser:

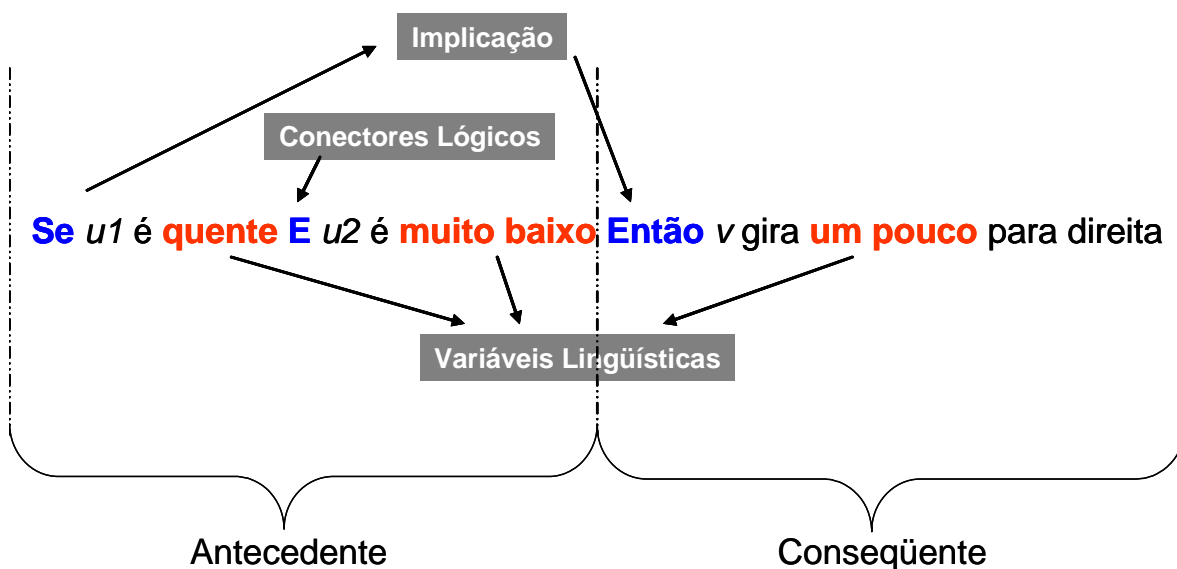


Figura 15 – Estrutura de Composição das Regras de Inferência

Várias regras podem ser ativadas ao mesmo tempo, e o módulo de inferência é responsável pela combinação destas regras para compor uma saída nebulosa como resposta às entradas.

A saída do módulo de inferência é, portanto, um conjunto nebuloso. Entretanto, quando o objetivo do sistema é fornecer uma saída precisa, faz-se necessário o uso do defuzificador, que através de técnicas como, por exemplo, cálculo do centróide, determina o valor preciso resultante do conjunto nebuloso de saída. Para maiores detalhes sobre os conjuntos nebulosos, os operadores utilizados, como e quando aplicar a lógica nebulosa vide às referências [33], [32] e [30].