4 Estudo de Caso

O estudo de caso, para avaliar o método de estimação de parâmetros tridimensional foi realizado em um modelo de referência de três camadas, e foram realizados os seguintes passos: Descrição do modelo sísmico sintético tridimensional e da estrutura dos dados de referência; processo de estimação de parâmetros, tratamento de resultados, construção dos polígonos das superfícies de interface para cada retângulo da malha, e a quantificação dos erros de estimação.

4.1. Modelo de Referência em Três Dimensões

O modelo sintético tridimensional consta de três camadas homogêneas (propriedades constantes em qualquer ponto da camada) e isotrópicas separadas com superfícies curvas, geradas com curvas senóides e parabólicas. As camadas curvas estão empilhadas como se fossem estratos que formam uma dobra geológica, mostradas na Figura 15. Assume-se que a velocidade da onda nas camadas é proporcional à profundidade.

O cubóide sísmico tem comprimento de 1200 metros no eixo X, 480 no eixo Y. A profundidade de exploração é assumida próxima aos 1000 metros. A Tabela 11 descreve o número de camadas e os intervalos dos parâmetros sísmicos.

	Espessura	Velocidade da	Ângulo de Inclinação			
	[<i>h_{min} h_{max}</i>] m	Onda P (m/s)	(rad) [$\alpha_{min} \alpha_{max}$]			
1 ^ª Camada	[360,0 520,0]	2000	X:[-0,2065 0,2065]			
			Y:[0,0 -0,3218]			
2 ^ª Camada	[122,0 228,0]	2500	<i>X</i> :[-0,0627 0,0627]			
			Y:[0,0 -0,1244]			
3 ^ª Camada	[258,1 311,9]	3000	<i>X</i> :[-4,7x10 ⁻⁴ 4,7x10 ⁻⁴]			
			Y:[0,0 0,0].			

Tabela 11 – Intervalos dos parâmetros Sísmicos da estrutura de camadas curvas e isotrópicas em três dimensões.



Figura 28 – Cubóide Sísmico sintético com a distribuição de três camadas.

Na Figura 28 é mostrado o cubóide sísmico com as três camadas e na Figura 29 é mostrada, para o mesmo cubóide, a posição das superfícies de interface entre camadas usadas como referência, e os pontos onde ficam as menores e maiores espessuras dos intervalos apresentados na Tabela 11.



Figura 29 – Distribuição das superfícies de interface entre camadas, espessuras e pontos onde os ângulos de inclinação são mínimos e máximos.

4.1.1. Geração de Dados de Referência

Para gerar os tempos sintéticos (dados) é usado o simulador descrito no capitulo três. A área da malha é de 480 x 1200 m², dividida em 10 quadrados de 240 x 240 m², onde os deslocamentos máximos em X e Y são iguais a 240 metros. O número de receptores por tiro sísmico (ou lado do quadrado) é de 12, (ver Tabela 10), com distâncias de 20 metros entre receptores e entre fonte e o receptor mais próximo. Para ter um sistema sobredeterminado é necessário de mais receptores que o número de parâmetros por camada (3). Quanto mais equações no sistema a convergência ao valor desejado é mais rápida até determinado número de equações, mas se deve equilibrar com o tempo que demoram as avaliações. Com 12 ou mais receptores é possível obter rapidez para a resolução do sistema de equações (ver Tabela 10).

Se os traços sísmicos fossem de medições reais, então o número deles deve ser calculado usando a Eq.(15), e logo depois de reduzir o número de sinais sísmicos, com o processamento, se constrói a matriz dos tempos de trânsito das ondas refletidas P.

O tamanho da matriz com os tempos de trânsito para tiros sísmicos paralelos ao eixo *X* é de 60 *x* 3 *x* 2; dado que contêm os tempos de 60 receptores, com três eventos para cada receptor e para duas secções sísmica verticais paralelas ao eixo *X*. De forma análoga, o tamanho da matriz com os tempos de trânsito para tiros sísmicos paralelos ao eixo *Y* é de 24 *x* 3 *x* 5; o que significa que contém os tempos de 24 receptores, com três eventos para cada receptor e para cinco secções sísmica verticais paralelas ao eixo *Y*. A Figura 30, gerada pelo simulador, mostra os tiros sísmicos com as trajetórias ou raios que percorrem as ondas sísmicas refletidas nas interfaces entre camadas. Os raios percorrem em linha reta nas camadas mais profundas porque é assumida a união das camadas. Na realidade as trajetórias são curvas porque as ondas atravessam estratos de diferentes densidades.

As coordenadas dos pontos de reflexão sobre as superfícies não estão sobre retas, por isso o simulador faz linearização dos parâmetros sísmicos para calcular os tempos usados como pesos da V_{rms} e assim achar os tempos de referência. Primeiro com a média das coordenadas e dos ângulos de tangência são calculados os parâmetros geométricos do modelo sísmico: os ângulos de inclinação e as distâncias mais curtas que percorre a onda P nas camadas. Com estes valores mais as velocidades intervalares são calculadas as velocidades

 V_{rms} e finalmente com este último valor são calculados os tempos de trânsito das ondas refletidas P usando a Eq.(26).



Figura 30 – Distribuição de receptores e trajetórias que percorrem as frentes das ondas (raios) para cada tiro sísmico.

4.2. Estimação dos Parâmetros da estrutura Tridimensional

Para a estimação dos parâmetros dos modelos sísmicos paralelos ao eixo X, primeiro se divide a matriz de dados, com os tiros sísmicos paralelos ao eixo X, em 10 submatrizes que é número de retângulos da malha. Para cada uma das 10 submatrizes são estimados os três parâmetros sísmicos de cada uma das três camadas usando AGHs. Os procedimentos são iguais para estimar os parâmetros dos modelos sísmicos paralelos ao eixo Y.

Com as matrizes solução, formadas com os parâmetros sísmicos estimados para cada tiro sísmico paralelos aos eixos $X \in Y$, é construída uma estrutura composta de estruturas mais simples, para cada retângulo da malha, mostradas nas Tabelas 12 e 13.

	412,9	2 000,0	0,2026	462,2	2 000,0	-0,0111	435,2	2 000,0	-0,2008	390,2	2 000,0	-0,0853	386,0	2 000,0	0,0920
2	201,4	2 500,0	0,0611	157,8	2 500,0	-0,0020	182,7	2 500,0	-0,0614	209,5	2 500,0	-0,0301	213,5	2 500,0	0,0325
	294,5	3 000,0	0,0004	280,1	3 000,0	0,0000	291,1	3 000,0	-0,0004	301,8	3 000,0	-0,0003	302,2	3 000,0	0,0003
	393,8	2 000,0	0,2030	442,2	2 000,0	-0,0108	415,7	2 000,0	-0,2013	370,3	2 000,0	-0,0865	366,3	2 000,0	0,0932
1	213,0	2 500,0	0,0611	170,4	2 500,0	-0,0020	194,6	2 500,0	-0,0614	221,9	2 500,0	-0,0302	225,7	2 500,0	0,0325
	301,8	3 000,0	0,0004	287,6	3 000,0	0,0000	298,4	3 000,0	-0,0004	309,2	3 000,0	-0,0003	309,7	3 000,0	0,0003
Posição Y/X	ção I		2		3		4			5					

Tabela 12 – Estrutura com os resultados da estimação para os tiros sísmicos paralelos ao eixo *X*. A ordem das matrizes está invertida em *Y*, para encaixar na posição dos tiros sísmicos da Figura 30. Por exemplo, a matriz (3; 1) contém os parâmetros do modelo paralelo ao eixo *X* do quadrado da malha (3;1).

	417,2	2 000,0	0,1614	454,2	2 000,0	0,1583	440,1	2 000,0	0,1595	394,4	2 000,0	0,1633	380,3	2 000,0	0,1645
2	194,5	2 500,0	0,0683	168,8	2 500,0	0,0681	178,6	2 500,0	0,0682	210,3	2 500,0	0,0684	220,0	2 500,0	0,0685
	294,2	3 000,0	0,0000	283,1	3 000,0	0,0000	287,4	3 000,0	0,0000	301,0	3 000,0	0,0000	305,3	3 000,0	0,0000
	403,0	2 000,0	0,0349	440,9	2 000,0	0,0342	426,5	2 000,0	0,0345	379,6	2 000,0	0,0353	365,2	2 000,0	0,0356
1	198,5	2 500,0	0,0146	172,0	2 500,0	0,0146	182,2	2 500,0	0,0146	214,9	2 500,0	0,0146	225,0	2 500,0	0,0146
	298,7	3 000,0	0,0000	287,4	3 000,0	0,0000	291,7	3 000,0	0,0000	305,7	3 000,0	0,0000	310,0	3 000,0	0,0000
Posição Y / X	1			2		3		4			5				

Tabela 13 - Estrutura com os resultados da estimação para os tiros sísmicos paralelos ao eixo *Y*. A ordem das matrizes está invertida em *Y*, para encaixar na posição dos tiros sísmicos da Figura 30. Por exemplo, a matriz (3 ; 2) contém os parâmetros do modelo paralelo ao eixo *Y* do quadrado da malha (3 ; 2).

Fica clara a qualidade dos resultados da estimação das velocidades intervalares (as segundas colunas das submatrizes), nas Tabelas 12 e 13. Para avaliar os outros dois parâmetros é necessário transformá-los em coordenadas, e assim, compará-los como pontos da superfície original.

4.3. Geração das Superfícies Estimadas

Com as distâncias h_i , (para calcular às distâncias H_i) e os ângulos de inclinação α_i (ver seção 3.1.2), estimados para cada modelo sísmico e mostradas nas Tabelas 12 e 13, determinam-se as equações das retas das interfaces entre camadas com a Eq.(34):

$$Z_r = \tan \alpha_i X_r + H_i \cos \alpha_i - (X_o + H_i \operatorname{sen} \alpha_i) \tan \alpha_i, \qquad \text{Eq.(34)}$$

onde X_o é o deslocamento da fonte em relação á origem das coordenadas, X_r e Z_r são as coordenadas dos pontos sobre a reta para interface da camada '*i*.

Estudo de Caso

A seguir se intersectam as retas dos modelos sísmicos vizinhos, que representam à interface de uma determinada camada, para obter os vértices dos polígonos das superfícies de interfaces entre camadas, justo embaixo dos quadrados vizinhos da malha de receptores da superfície.

Os vértices do primeiro conjunto de superfícies são os pontos de interseção das retas paralelas ao eixo X, Se o número de tiros sísmicos de uma seção vertical paralela a um eixo é NTX, então o número de pontos de interseção por interface será de NTX-1 e o número de vértices por interface será de NTX+1. O número de vértices para a seção vertical paralela será o produto de NTX+1 pelo número de camadas. Se o número de tiros sísmicos em Y é NTY, então o número de secções paralelas será igual à NTY+1, Finalmente o número de vértices por superfície de interface será o produto do número de vértices por superfície de interface será o produto de NTX+1, e o número total de vértices será o produto do número de vértices por superfície de interface será o produto de vértices por superfície de interface será o produto de vértices por superfície de interface será o produto de vértices por superfície de interface será o produto de vértices por superfície de interface será o produto de vértices por superfície de camadas.

A primeira seção paralela ao eixo *X*, composta pelos modelos sísmicos 1 até 5 da Tabela 12, tem 6 vértices por interface e 18 por seção (ver Figura 31). O número de secções paralelas é de três. A seção paralela e deslocada 240 metros em *Y* possui igual número de vértices. Para a última seção paralela ao eixo *X* (*NTY+1*), deslocada a 480 metros não há informação obtida por receptores, então para completar os vértices, (pontos sobre as retas) localizados a 480 metros, são usados os vértices da seção paralela (*NTY*), localizada a 240 m, e os ângulos de inclinação das camadas dos modelos sísmicos paralelos ao eixo *Y* nessa região. Para determinar os vértices (com índices *NTY+1* e *NTX+1*) com coordenadas *X* = 1200 metros e *Y* = 480 metros, se usam os vértices da seção anterior, com coordenadas *X* = 1200 metros e *Y* = 240 metros, e os ângulos de inclinação do modelo sísmico paralelo ao eixo *Y*, de essa região.

Para determinar os vértices dos polígonos do segundo conjunto de superfícies de interface se executam os mesmo procedimentos do primeiro conjunto, mas com os parâmetros estimados dos modelos sísmicos paralelos ao eixo *Y*. Um ponto de interseção e três (3) vértices por cada camada e nove (9) por seção sísmica paralela ao eixo *Y*. Para completar as coordenadas dos vértices localizados a 1200 metros se usam os vértices da seção sísmica anterior e os ângulos de inclinação das camadas dos modelos sísmicos paralelos ao eixo *X* da região.

Na Figura 32, no lado esquerdo, localizam-se as superfícies geradas com os vértices das retas dos modelos sísmicos paralelos ao eixo *X*, e no lado direito as superfícies com os vértices dos modelos sísmicos paralelos ao eixo *Y*.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0621341/CA



Figura 31 – Interpolação com retas das interfaces das camadas da seção paralela ao eixo X localizada em Y = 0. À esquerda as retas estimadas e à direita os pontos de interseção



Figura 32 – Três Superfícies Estimadas das interfaces entre camadas para cada conjunto de superfícies geradas uma com os modelos X (esquerda) e a outra como os modelos Y (direita).

4.4. Avaliação de Resultados

Os resultados, da estimação de parâmetros, são avaliados usando duas métricas do erro: erro percentual absoluto e erro percentual absoluto médio, MAPE, calculado de acordo com a Eq.(35).

$$MAPE = \frac{\sum_{s=1}^{j} \left| \frac{\hat{y} - y_s}{y_s} \right|}{j}$$
 Eq.(35)

Graficamente os resultados podem ser observados na Figura 33, onde estão os dois conjuntos de superfícies estimadas e superpostas às superfícies originais.

Os erros das velocidades e os parâmetros geométricos (as distâncias e os ângulo) estimados são avaliados separadamente. Os parâmetros geométricos do modelo estimado são representados pelas coordenadas dos vértices das superfícies, e assim, são calculados os erros em relação com as coordenadas das superfícies originais.



Figura 33 - Superposição das superfícies estimadas (linha azul para secções paralelas ao eixo X e linha vermelha para secções paralelas ao eixo Y) superfícies originais.

Na Tabela 14 são apresentados os erros de estimação das velocidades intervalares, MAPE, para os modelos sísmicos paralelos ao eixo *X* e ao eixo *Y*. A posição indica o valor do erro para um modelo sísmico da malha (ver Tabelas 12 e 13).

Posição X; Y	MAPE modelo X	MAPE modelo Y
1;1	0 %	0,0997x10 ⁻⁵ %
2;1	0,179 x10⁻⁵ %	0,1207x10 ⁻⁵ %
3;1	0,068 x10 ⁻⁵ %	0,1602x10 ⁻⁵ %
4;1	0,2306 x10⁻⁵ %	0,1179x10 ⁻⁵ %
5;1	0,1275 x10 ⁻⁵ %	0,1754x10 ⁻⁵ %
1;2	0,0928x10 ⁻⁵ %	0,2051x10 ⁻⁵ %
2;2	0,0513 x10⁻⁵ %	0,1877x10 ⁻⁵ %
3;2	0,1233 x10 ⁻⁵ %	0,2584x10 ⁻⁵ %
4;2	0,0431 x10⁻⁵ %	0,2164x10 ⁻⁵ %
5;2	0,1456 x10 ⁻⁵ %	0,1009x10 ⁻⁵ %

Tabela 14 – Erros de estimação das velocidades intervalares, MAPE, para cada modelo sísmico segundo a posição na malha de receptores.

A topografia usa métodos e técnicas para quantificar as deformações das superfícies terrestres. Uma característica que influencia na estimação de parâmetros do estudo de caso proposto é a rugosidade. Existem múltiplas expressões para calcular a rugosidade, dependendo da área do conhecimento humano (Thomas, 1999), mas neste trabalho se usa uma expressão simples de entender e calcular.



Figura 34 – Representação da cadeia *A* e da corda *B* para calcular a Rugosidade.

A rugosidade é calculada através de uma corda de comprimento conhecido esticada acima do substrato (superfície) como mostrado na Figura 34. Uma cadeia que está ligada a um extremo da corda é apoiada em todo o contorno do substrato. A rugosidade é a razão entre o comprimento da cadeia (A) e o comprimento da corda (B) da Eq.36. (Shumway, 2008; Luckhurst et al., 1978)

$$Rugosidade = \frac{A}{B}$$
 Eq.(36)

O valor da rugosidade foi, então, normalizado pelo cálculo da taxa z usando a equação $z = x - \mu / \delta$ onde x = valor da rugosidade, $\mu = a$ rugosidade

média e δ = *desvio padrão*. A taxa *z* diz quantos desvios padrão é o valor da média. (Shumway, 2008; Luckhurst et al., 1978)

Nas Tabelas 14 e 15 são apresentados os erros percentuais absolutos para as coordenadas em Z de cada vértice dos polígonos que formam as superfícies de interface e os erros MAPE, para cada superfície estimada. Além disso, são calculados os erros máximos das coordenadas em Z, de cada superfície para mostrar a relação com a deformação, linear ou orogênica, das camadas. A deformação é quantificada com a Eq.(36).

		Erros P	ercentuais A Modelos p	MAPE	Erro Máximo	Rugosidade			
	0,008	0,0157	0,0181	0,0222	0,0132	0,0304	3,15%	32,77 m	1,0109
Interface	0,027	0,0179	0,0496	0,0159	0,0258	0,0645			
1	0,038	0,0319	0,0589	0,027	0,0345	0,0683			
	0,003	0,0078	0,0028	0,0047	0,0029	0,0034	0,54%	7,75 m	1,0010
Interface	0,007	0,0016	0,012	0,0049	0,0067	0,0128			
2	0,004	0,0012	0,0088	0,0016	0,0032	0,0092			
	0	0,5e-4	0,28e-4	0,13e-4	0,02e-4	0,19e-4	0,00%	0,05 m	1,0000
Interface	0	0,5e-4	0,28e-4	0,13e-4	0,02e-4	0,19e-4			
3	0	0,5e-4	0,28e-4	0,13e-4	0,02e-4	0,19e-4			

Tabela 15 – Erros percentuais absolutos para as componentes em Z de cada vértice das superfícies estimadas, MAPEs, erros máximos e rugosidades para cada superfície de interface construída a partir de modelos sísmicos paralelos ao eixo X.

		Erros Pe	rcentuais Modelos	MAPE	Erro Máximo	Rugosidade			
	0,005	0,0191	0,0136	0,007	0,0044	0,0242	2,24%	30,135 m	1, 0044
Interface	0,004	0,0176	0,0128	0,0066	0,0042	0,0244			
1	0,040	0,0266	0,0303	0,0511	0,0494	0,0628			
	0,007	0,0074	0,0031	0,001	0,0008	0,001	0,46%	6,6801 m	1, 0006
Interface	0,006	0,0072	0,003	0,001	0,0007	0,001			
2	0,004	0,0026	0,0066	0,0107	0,0105	0,0105			
	6,33e-5	6,16e-5	1,46e-5	2,44e-6	3,32e-6	2,00e-5	0,00%	0,057 m	1,0000
Interface	6,34e-5	6,16e-5	1,46e-5	2,44e-6	3,32e-6	2,00e-5			
3	6,34e-5	6,16e-5	1,46e-5	2,44e-6	3,32e-6	2,00e-5			

Tabela 16 - Erros percentuais absolutos para as componentes em *Z* de cada vértice das superfícies estimadas, MAPEs, erros máximos e rugosidades para cada superfície de interface construída a partir de modelos sísmicos paralelos ao eixo *Y*.

Os resultados dos erros indicam uma relação proporcional entre rugosidade e os erros de estimação dos parâmetros sísmicos. As superfícies das

dobras com maior raio de curvatura (mais rugosas) produzem maiores erros de estimação de parâmetros. Por exemplo, a superfície de interface entre a primeira e a segunda camada apresenta maior rugosidade, consequentemente maiores erros. Os erros da estimação dos polígonos são maiores para o lado das superfícies convexas para cima (anticlinal), visto em sentido oposto ao deslocamento fonte - receptor, como pode ser visto na sexta coluna de cada interface da Tabela 15 e na terceira fila de cada interface da Tabela 16.

O tempo de execução para estimar os parâmetros e gerar as superfícies do cubóide sísmico foi de 40 minutos, aproximadamente, com os seguintes recursos computacionais: processador de 64 bits, 1,81 GHz e 1 GB de RAM. Os resultados são do experimento mais rápido de um conjunto de cinco (5) experimentos com tempos execução de 40 até 55 minutos. Considerou-se mais relevante a escolha do experimento mais rápido do que as diferenças dos erros de estimação entre experimentos (diferenças de alguns décimos).