

1 Introdução

A teoria clássica da elasticidade linear não pode descrever o comportamento das microestruturas que compõem os materiais linearmente elásticos. A mecânica elástica dos meios contínuos é um caso particular de uma mecânica mais geral dos meios contínuos generalizados.

A primeira apresentação de uma teoria generalizada é atribuída aos irmãos Cosserat [5], cujo trabalho passou praticamente despercebido até 1909, embora a idéia principal já havia sido apresentada nos trabalhos de Bernoulli e Cauchy. Depois de quase 50 anos de ser praticamente ignorado, esse tema foi reaberto na década de 60 com a teoria das fraturas dos meios contínuos. O modelo físico básico está composto de partículas que reproduzem a natureza microestrutural do material.

Quando os efeitos das microestruturas são importantes, o material comporta-se de maneira anisotrópica. Além disso, as tensões num ponto não dependem só da deformação local, mas da distribuição das deformações circundantes ao redor a dito ponto. Quando o efeito escalar é considerado no problema das microestruturas a teoria clássica não é adequada para descrever o comportamento do material e é preciso recorrer a teorias não-clássicas.

Mindlin [2] desenvolveu em 1964 uma teoria linear de elasticidade para microestruturas onde as unidades celulares são interpretadas como moléculas de um polímero, um cristal ou os grãos de um material granular. No trabalho de Mindlin obtém-se uma forma linear da generalização da teoria de Toupin [3] do duplo esforço, eliminando-se as diferenças entre as deformações das unidades celulares e o meio circundante.

Se as partículas, os grãos ou os cristais, fossem considerados numa primeira aproximação como indeformáveis, o campo de deslocamentos do meio no qual estão imersos (chamados *macromeios*) seria afetado apenas dessas partículas e nesse caso a teoria das partículas deformáveis reduz-se ao contínuo de Cosserat.

No trabalho de Fleck e Hutchinson [19] são tratados os efeitos da teoria de elasticidade gradiente, nele se mostra algumas características obtidas da evidência experimental acumulada nesse tipo de enfoque. Primeiramente, quanto menor a geometria do sólido, mais rígida é a resposta plástica. Em partículas reforçadas com matrizes compostas, partículas menores apresentam um acréscimo da tensão permissível do endurecimento do material comparado com outro sólido de igual volume, mas com partículas maiores (Kelly e Nicholson 1963; Ebeling e Ashby, 1966). Foi mostrado em testes de torção em fios cujos diâmetros encontram-se no intervalo de 12-170 μm , que os fios mais delgados têm o comportamento mais rígido que os mais grossos (Fleck et al, 1993).

No presente trabalho de tese apresenta-se a proposta desenvolvida por Elias Aifantis [6] - [8], quem simplifica as equações constitutivas da elasticidade gradiente de Mindlin [2] considerando apenas uma variável para a representação do efeito escala, conhecida como a constante da energia de deformação volumétrica g . Inicia-se o trabalho com uma introdução das teorias de Cosserat, Mindlin e posteriormente a simplificação de Aifantis.

Nos exemplos apresentados expõe-se o caso de uma barra a tensão pura proposta por Beskos et al [1], onde é utilizada uma variável mais proveniente de uma combinação das teorias de Mindlin [2] e Casal [32] que é mostrada no trabalho de Vardoulakis e Sulem [11]. Depois é feita uma comparação desses resultados com a proposta simplificada de Aifantis. É resolvido o problema estático e dinâmico de uma barra a tensão e é avaliada a superposição modal avançada da teoria não clássica respeito à clássica.

No capítulo seguinte apresenta-se a formulação do Método de Elementos de Contorno para Elasticidade Gradiente desenvolvido por Polyzos et al [13][14] e conseqüentemente o método híbrido simplificado desenvolvido por Dumont et al [16] aplicado à teoria de Elasticidade Gradiente.

Em Amanatidou et al [18] foi analisada a implementação das matrizes de rigidez de diversos elementos finitos no âmbito da elasticidade gradiente utilizando para isto soluções fundamentais polinomiais cujas características gerais na avaliação das forças de superfície são mostradas no Capítulo 3.