

1

Introdução

1.1

Colocação do problema

Muitos problemas da engenharia, ao serem formulados matematicamente, conduzem a ter que resolver equações diferenciais que envolvem uma ou mais funções incógnitas sob certas condições iniciais e de contorno. Com o advento da computação diversos métodos numéricos têm sido desenvolvidos. São de nosso interesse particular dois métodos:

Método de superposição modal avançada

Uma poderosa técnica desenvolvida para resolver inúmeros problemas na engenharia é o *método dos elementos finitos*. Esse método, baseia-se em dividir o corpo ou estrutura em elementos menores (discretização) numa malha com nós, ficando a geometria da estrutura bem mais simples, possibilitando assim resolver diversos problemas mediante cálculos numéricos aproximados. Entre os diferentes métodos de elementos finitos, destacamos o método formulado por Theodore H. H. Pian e Pin Tong , (Pian,Tong-1969), baseado em *princípios variacionais*. Por outro lado, uma outra técnica bem sucedida na solução das equações diferenciais é o método dos *elementos de contorno*, para detalhes veja o livro de C. A. Brebbia, (Brebbia-1978), esse método consiste essencialmente em discretizar o contorno (fronteira ou bordo) da estrutura, permitindo tratar com sucesso os mesmos problemas que trata o método dos elementos finitos. Há vantagens em se considerar o contorno de uma estrutura, entretanto, na sua forma clássica esse método não possui uma base variacional. Foi portanto, nesse sentido, com o intuito de dar essa base variacional ao método de elementos de contorno, que em 1987 —inspirado particularmente nos trabalhos de Hellinger (Hellinger-1914), Reissner (Reissner-1950), Przemieniecki (Przemieniecki-1968) e Pian (Pian-1983)— Dumont formula o *método híbrido dos elementos de contorno* (Dumont-1987). A partir desse trabalho, Dumont e colaboradores, desenvolvem diversas ferramentas matemáticas e generalizações para resolver problemas de dinâmica, considerando sempre elementos de contorno, (Dumont-1989), Dumont e de Oliveira (1993a, 1993b, 1995, 1997, 1998,

1999a, 1999b, 2001), Dumont e Chaves (2003a, 2003b, 2004), dando origem a novas abordagens na solução de problemas de elasticidade e potencial.

Em 2005 Dumont e Prazeres levam, essas ferramentas desenvolvidas para o método híbrido de elementos de contorno, ao mundo dos elementos finitos. Essa nova abordagem é agora chamada: *Método Híbrido dos Elementos Finitos*. Para maiores detalhes e aplicações a respeito desse método veja: (Prazeres-2005), (Oliveira-2006), (Dumont-2006), (Dumont-2007).

Dentre as ferramentas matemáticas desenvolvidas por Dumont e colaboradores, destaca a *técnica de superposição modal avançada* (Dumont-2005). Essa técnica tem permitido resolver, com sucesso, diversos problemas em termos de elementos finitos híbridos e de contorno. Por exemplo: problemas de dinâmica (com ou sem amortecimento) para materiais homogêneos e problemas de potencial dependentes do tempo.

Método de transformada inversa de Laplace

Uma outra ferramenta amplamente conhecida para encontrar soluções das equações diferenciais é a técnica da transformada de Laplace. O nome é uma homenagem ao matemático francês P. S. Laplace (1749-1827), que a estudou em 1782. As técnicas utilizadas hoje em dia foram desenvolvidas quase um século depois pelo engenheiro inglês O. Heaviside (1850-1925). A técnica resume-se no seguinte: dada uma equação diferencial com incognita $f(t)$, esta equação é transformada, por meio da transformada de Laplace \mathcal{L} , numa outra equação algebricamente bem mais simples, \mathcal{L} transforma a incognita $f(t)$ numa nova incognita $F(s)$ (ou seja $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$). Finalmente, após obter a solução $F(s)$ desse novo sistema, é necessário fazer o caminho inverso à da transformação de Laplace para assim obter a solução $f(t)$ da equação original, isto é $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$. Existem diferentes métodos para aplicar o método da transformada de Laplace. Com o advento dos computadores as possibilidades têm sido ampliadas e diversos métodos tem sido propostos na tentativa de calcular numericamente a inversa da transformada de Laplace. Alguns desses métodos são de nosso interesse e serão desenvolvidos nesta dissertação.

1.2

Objetivos

Frente a esses dois métodos bem sucedidos, o da transformada de Laplace e o de superposição modal avançada, é natural nos questionar se é possível fazer uma comparação desses dois métodos, pelo menos para alguns casos concretos, de tal forma que seja possível quantificar os seus desempenhos computacionais. Responder essa questão é justamente o intuito desta dissertação. Nesse sentido,

o objetivo deste trabalho é a comparação da eficiência computacional da técnica de superposição modal avançada, desenvolvida no contexto da grupo de pesquisa liderado pelo Prof. Dumont e já devidamente implementada, com as técnicas da transformada inversa numérica de Laplace.

1.3

Organização do texto

A dissertação está dividida em seis capítulos. O capítulo 2 faz uma breve descrição da transformada de Laplace e transformada inversa de Laplace, dando ênfase à transformada numérica inversa de Laplace, em particular aos métodos propostos por: Bellman-Kalaba-Lockett, Piessens, Dubner-Abate, Gaves-Stehfest, Kenny Krump e de Hoog. O capítulo 3 desenvolve o embasamento teórico do método híbrido dos elementos finitos, utilizando a técnica de superposição modal avançada e a técnica da transformada de Laplace. No capítulo 4, a partir da análise teórica feita no capítulo 3, para ambos métodos, formula-se a matriz de rigidez efetiva de alguns elementos unidimensionais. No capítulo 5, aplica-se a teoria desenvolvida nos capítulos anteriores a três exemplos concretos. Inicialmente, foi utilizado o programa Maple, posteriormente, implementou-se os algoritmos em linguagem Fortran para ambas técnicas de tal forma a serem comparados quanto ao seu desempenho computacional. Finalmente, no último capítulo algumas conclusões do trabalho.