

5. Modelagem Analítica da Conexão de Reparo sem Shear Key – A1

5.1 Introdução

Com o intuito de se obter uma estimativa dos deslocamentos e rigidezes das conexões estudadas por Alves, foi realizada a modelagem analítica dentro do regime linear elástico da conexão lisa (A1).

Inicialmente a geometria da conexão A1 foi dividida em três zonas, conforme destacadas na figura 5.1.

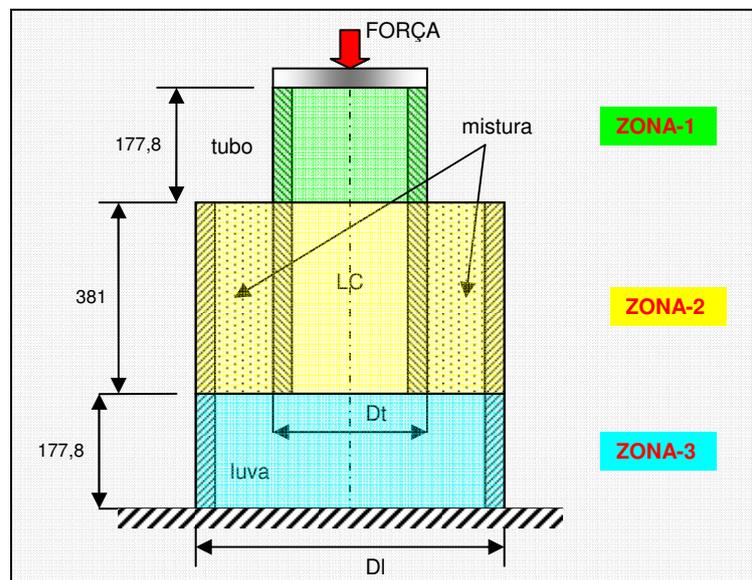


Figura 5.1 – Geometria da conexão A1 dividida em zonas de estudos.

- ✓ **ZONA-1** – parte superior do tubo.
- ✓ **ZONA-2** – compreende o comprimento da conexão. A análise da ZONA-2 foi conduzida em dois passos como discutido no item 5.2.
- ✓ **ZONA-3** – parte inferior da luva.

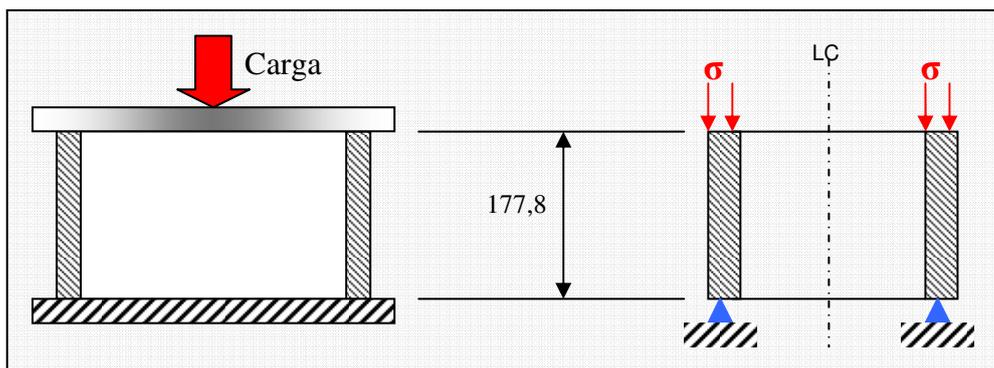


Figura 5.2 – Aplicação do carregamento e do apoio nas ZONA-1 e ZONA-3. Seções foram submetidas a carregamentos axiais no topo e os movimentos restritos na direção axial em sua base.

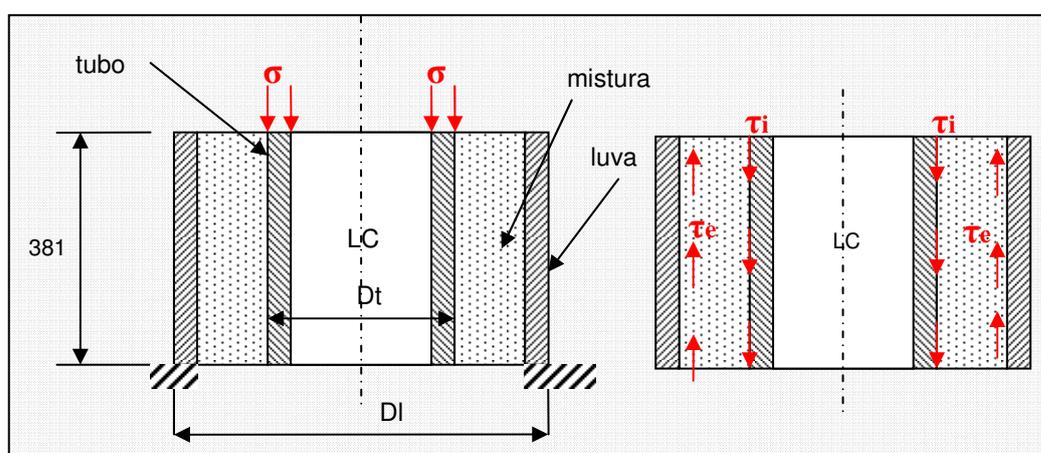


Figura 5.3– Aplicação do carregamento sobre o tubo e do apoio da luva na ZONA-2.

5.2. Construção do Modelo Analítico

Para se analisar o deslocamento do tubo em relação à luva, foi elaborado um modelo analítico considerando que somente o tubo se desloca alinhadamente e paralelamente à luva, avançando gradualmente, sem qualquer inclinação, uma vez que no teste experimental não houve registro de qualquer inclinação.

No modelo analítico foram consideradas duas metodologias:

a) O conjunto foi considerado como uma associação de molas em série e em paralelo. Os resultados desse modelo não puderam ser utilizados, pois os mesmos não expressam os esforços cisalhantes, tornando a conexão mais rígida.

b) A estrutura foi considerada estaticamente determinada, sendo simulado o carregamento axial na ZONA-1 e o cisalhante na ZONA-2.

5.2.1. Modelagem Analítica ZONA-1 e ZONA-3

Para o cálculo das tensões (regime elástico linear) foi usada a Lei de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (5.1)$$

a qual pode ser reescrita como:

$$F/A = E \cdot \delta/L \quad (5.2)$$

onde,

$$\delta = (F \cdot L) / (A \cdot E) \quad (5.3)$$

A tabela 5.1 apresenta as tensões e deslocamentos relativos para a ZONA-1 e ZONA-3

Carga	ZONA-1 (tubo)		ZONA-3 (luva)	
	σ normal	δ deslocamento	σ normal	δ Deslocamento
(kN)	(MPa)	(mm)	(MPa)	(mm)
5	2,676	0,002304	0,001904	0,001904
20	10,704	0,009216	0,007616	0,007616
40	21,410	0,018432	0,015231	0,015231
50	26,760	0,023041	0,019039	0,019039
70	37,464	0,032257	0,026655	0,026655
95	50,843	0,043777	0,036174	0,036174

Tabela 5.1 – Resultados do modelo analítico para as ZONA-1 e ZONA-3.

5.2.2. Modelagem Analítica para ZONA-2

a. Análise do Deslocamento na Mistura

Com a aplicação da carga axial no topo do tubo é gerada a tensão cisalhante, τ_i , na interface tubo/mistura. Essa tensão é transmitida à luva através da mistura. Estando a luva apoiada na sua base e para que se mantenha o equilíbrio do sistema ocorrem tensões de cisalhamento na interface mistura/luva, τ_e , conforme indicado na figura 5.3.

A simulação do volume do espaço anular de espessura L , mostrado na figura 5.4, considerou as seguintes dimensões:

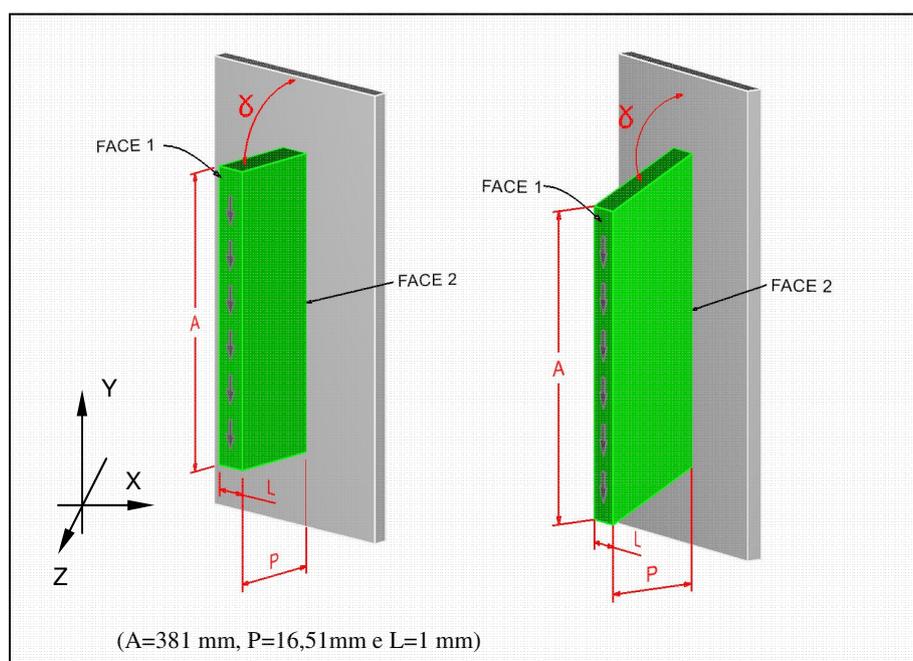


Figura 5.4 – Volume de um espaço anular de espessura L simulando o estado plano de tensões

A aplicação da carga cisalhante na face-1 (área interna mistura/tubo), foi no sentido negativo do eixo (Y). A carga foi aplicada como força igualmente distribuída em cada ponto dessa superfície. Foram restringidos todos os graus de liberdade na face-2 (área externa mistura/luva).

Adotado o estado plano de tensões e usando o comprimento (L) como a unidade, a força (F) aplicada na área da face-1 ($A \times L = 381 \times 1$) é transformada na tensão cisalhante distribuída. Entretanto para se considerar que a carga esteja

aplicada em uma área radial, essa área ($A \times L = A_r$) deve ser multiplicada pelo perímetro da face-1 ($3,1416 \times Dt$), onde Dt é o diâmetro interno do espaço anular.

Inicialmente foi determinada a tensão de cisalhamento, τ_i , na interface tubo/mistura, distribuída igualmente, pelo comprimento ($L=381$ mm) usando os parâmetros de geometria e do material da tabela 4.2 do capítulo anterior, onde A_r é a área radial ($Dt \times L \times 3,1416$):

$$\tau_i = F / A_r \quad (5.4)$$

Posteriormente, foi determinada a deformação de cisalhamento (γ) usando a Lei de Hooke para o cisalhamento, onde G é o módulo de elasticidade cisalhante:

$$\gamma = \tau / G \quad (5.5)$$

Finalmente, o deslocamento máximo, causado pela aplicação da força, é determinado por meio da equação 5.6, onde t é a espessura da parede do anular:

$$\delta r = t \cdot \text{TAN}(\gamma) \quad (5.6)$$

Os resultados obtidos utilizando as fórmulas acima são apresentados na tabela 5.2:

mistura (ZONA-2)		
Carga (kN)	τ (tensão cisalhante) (MPa)	δ (deslocamento) (mm)
05	0,021928	0,000201
10	0,043856	0,000402
20	0,087712	0,000804
30	0,131568	0,001206
40	0,175424	0,001608
50	0,219281	0,002010
60	0,263137	0,002411
70	0,306993	0,002813

Tabela 5.2 – Resultados das análises para tensões cisalhantes e deslocamento (mistura) Os deslocamentos relativos obtidos foram comparados com os reportados no programa experimental de Alves.

A suposição aqui é que somente o deslocamento da mistura já refletisse todo o deslocamento registrado no programa experimental:

Deslocamentos das ZONAS considerando <u>apenas</u> a mistura na ZONA-2					
Carga (kN)	tubo ZONA-1	mistura ZONA-2	luva ZONA-3	TOTAL Analítico A	Experimental Conexão A1
5	0,002304	0,000201	0,001904	0,004409	0,00
10	0,004608	0,000402	0,003808	0,008818	0,03
20	0,009216	0,000804	0,007616	0,017636	0,06
30	0,013824	0,001206	0,011423	0,026453	0,07
40	0,018432	0,001608	0,015231	0,035271	0,09
50	0,023041	0,002010	0,019039	0,044090	0,10
60	0,027649	0,002411	0,022847	0,052907	0,10
70	0,032257	0,002813	0,026655	0,061725	0,11
80	-	-	-	-	-

Tabela 5.3 – Comparativa entre os deslocamentos relativos calculados (Analítico A) e os deslocamentos relativos do programa experimental de Alves (considerando apenas a mistura na ZONA-2).

Conforme os diagramas abaixo de comparação entre os deslocamentos calculados e do programa experimental, observa-se pelos resultados que não foi possível uma aproximação entre os valores de rigidez axial das curvas.

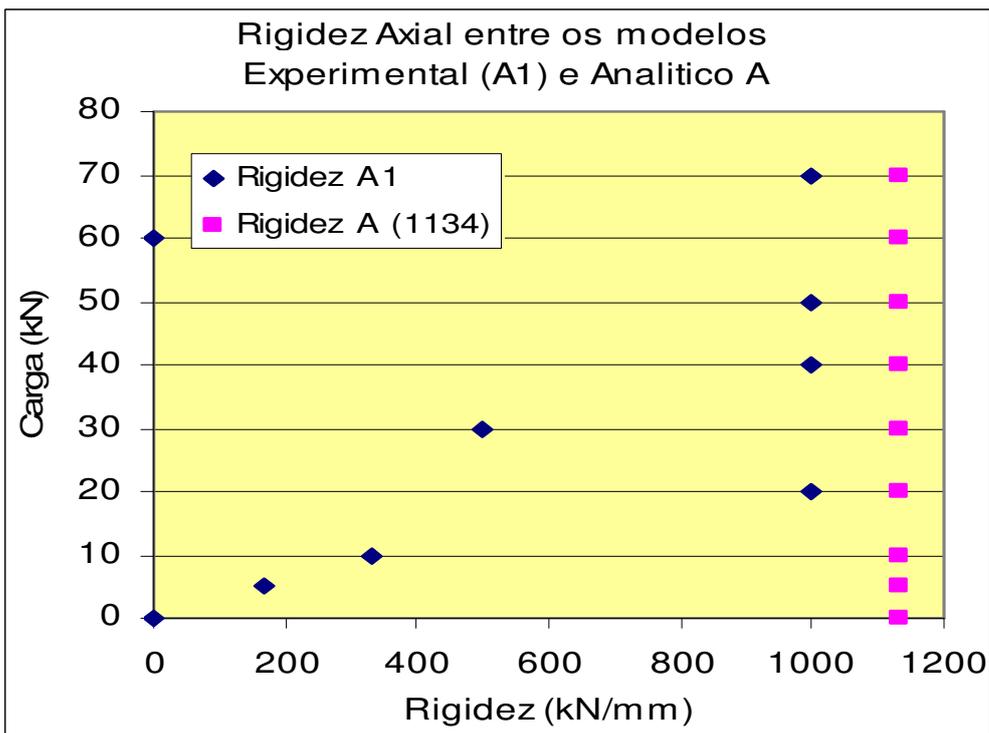
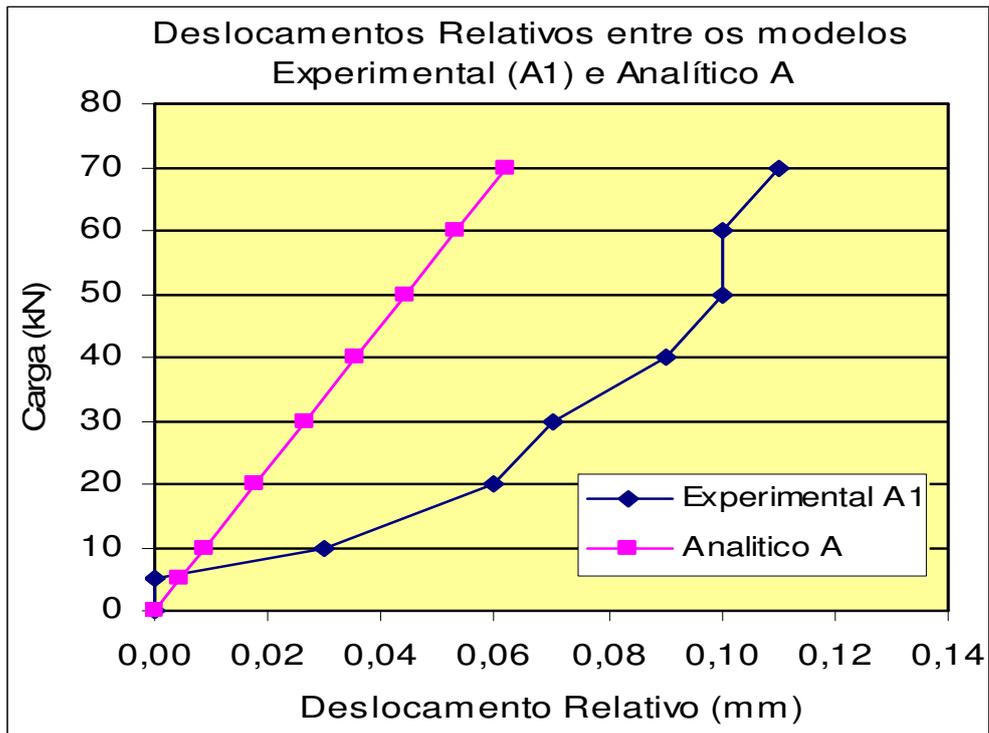


Figura 5.5 – Diagramas comparativos de deslocamento relativo e rigidez axial entre programa experimental e o modelo calculado considerando apenas com a mistura para a ZONA-2.

b. Análise do Deslocamento do Conjunto tubo-mistura-luva

Analisando os resultados anteriores, mostrando o modelo calculado como mais rígido que os modelos experimentais, foi observado que o estudo da ZONA-2 não pode considerar apenas o cisalhamento da mistura. Buscando uma aproximação com os resultados obtidos no programa experimental, o modelo agora foi calculado considerando também os deslocamentos nos trechos do tubo e na luva na ZONA-2.

A análise teórica considerou as seguintes premissas para os cálculos, além das características especificadas na tabela 4.2:

a) tensões cisalhantes no tubo (τ_T) são maiores que as na luva (τ_L) devido à área de contacto da mistura com o tubo ser menor que da luva;

b) as tensões cisalhantes que ocorrem na face externa do tubo e na face interna da mistura (τ_T) são iguais em módulo devido à consideração no cálculo de aderência perfeita. O mesmo ocorre na face externa da mistura e na face interna da luva (τ_L);

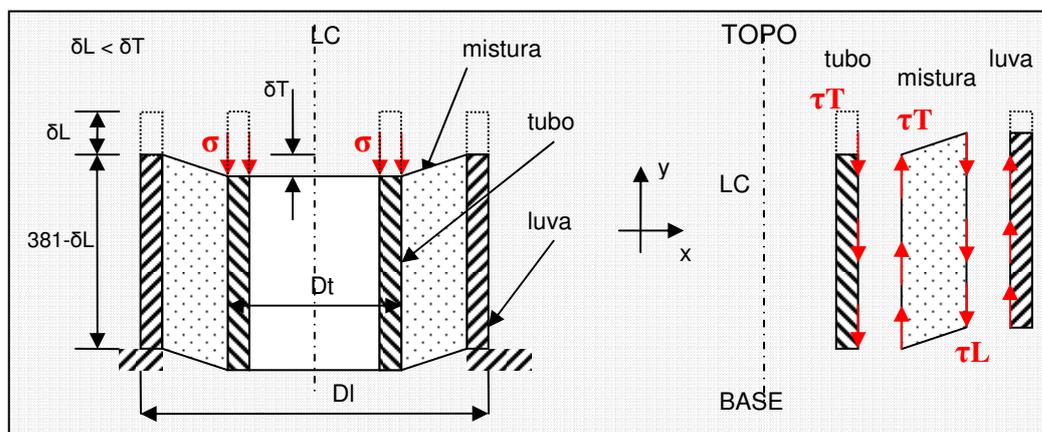


Figura 5.6 – Simulação do comportamento a ser considerado nas análises da ZONA-2.

Considerando a observação (b) acima, tem-se a partir da Equação 5.1 que:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \cdot \left\{1 - \left(\frac{y}{L}\right)\right\} \quad (5.7)$$

Desenvolvendo a equação por zonas consideradas para deformação:

$$\delta = \delta_{\text{TUBO}} + \delta_{\text{MISTURA}} + \delta_{\text{LUVA}} \quad (5.8)$$

$$\delta = (\delta_{\text{TUBO-ZONA1}} + \delta_{\text{TUBO-ZONA2}}) + \delta_{\text{MISTURA-ZONA2}} + \delta_{\text{LUVA-ZONA2}} \quad (5.9)$$

Realizando a integral do deslocamento na ZONA-2 ao longo do comprimento L do tubo e da luva no sentido inverso do eixo y temos:

$$\delta_{\text{ZONA2}} = \int_0^L \varepsilon \, dy \quad (5.10)$$

Desenvolvida em:

$$\delta_{\text{ZONA2}} = \frac{\sigma}{E} \cdot \int_0^L \left\{1 - \left(\frac{y}{L}\right)\right\} \, dy \quad (5.11)$$

Resolvendo a integral:

$$\delta_{\text{ZONA2}} = \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{L}{2} \quad (5.12)$$

Desenvolvendo as equações para o tubo e a luva sujeitos ao carregamento axial, nas zonas consideradas para deformação, vem:

$$\delta_{\text{TUBO}} = \frac{\sigma_{\text{TUBO-ZONA1}} \cdot L_{\text{TUBO-ZONA1}}}{E_{\text{aço}}} + \frac{\sigma_{\text{TUBO-ZONA2}} \cdot L_{\text{TUBO-ZONA2}}}{E_{\text{aço}} \cdot 2} \quad (5.13)$$

$$\delta_{\text{LUVA}} = \frac{\sigma_{\text{LUVA-ZONA2}} \cdot L_{\text{LUVA-ZONA2}}}{E_{\text{aço}} \cdot 2} \quad (5.14)$$

Desenvolvendo a equação para a mistura sujeita ao carregamento cisalhante, conforme a equação 5.5 e 5.6, vem:

$$\delta_{\text{MISTURA-ZONA2}} = \text{TAN} \frac{(F/\text{ÁREA RADIAL})}{(E_{\text{MISTURA}} / 2 \cdot (1 + \nu))} \cdot L_{\text{MISTURA-ZONA2}} =$$

$$\delta_{\text{MISTURA-ZONA2}} = \text{TAN} \frac{\tau_{\text{MISTURA-ZONA2}} \cdot L_{\text{MISTURA-ZONA2}}}{G_{\text{MISTURA}}} \quad (5.15)$$

A tabela abaixo mostra os valores de deslocamento total da ZONA-2 com os deslocamentos calculados do tubo e da luva e mantendo o deslocamento da mistura:

Deslocamentos Totais na ZONA-2				
<i>Carga (kN)</i>	<i>tubo</i>	<i>mistura</i>	<i>luva</i>	<i>TOTAL ZONA-2</i>
5	0,002470	0,000201	0,002041	0,004712
10	0,004939	0,000402	0,004081	0,009422
20	0,009878	0,000804	0,008163	0,018845
30	0,014817	0,001206	0,012224	0,028247
40	0,019756	0,001608	0,016325	0,037689
50	0,024695	0,002010	0,020406	0,047111
60	0,029634	0,002411	0,024488	0,056533
70	0,034573	0,002813	0,028569	0,065955

Tabela 5.4 – Resultados dos deslocamentos calculados da ZONA-2 considerando os trechos do tubo e da luva

Substituindo os valores da ZONA-2 na Tabela 5.5 a seguir, vem:

Deslocamentos Relativos considerando todos os componentes da ZONA-2					
Carga (kN)	ZONA-1	ZONA-2	ZONA-3	TOTAL Analítico B	Experimental Conexão A1
5	0,002304	0,004712	0,001904	0,008920	0,00
10	0,004608	0,009422	0,003808	0,017835	0,03
20	0,009216	0,018845	0,007616	0,035677	0,06
30	0,013824	0,028247	0,011423	0,053494	0,07
40	0,018432	0,037689	0,015231	0,071352	0,09
50	0,023041	0,047111	0,019039	0,089191	0,10
60	0,027649	0,056533	0,022847	0,107029	0,10
70	0,032257	0,065955	0,026655	0,124867	0,11

Tabela 5.5 – Comparativa entre os deslocamentos relativos calculados (Analítico B) e os deslocamentos relativos do programa experimental (considerando tubo+mistura+luva na ZONA-2).

Conforme o diagrama de comparação entre os deslocamentos relativos calculados pelo novo modelo e do modelo do programa experimental, ocorreu aproximação dos resultados. O diagrama de rigidez axial calculadas para os modelos, experimental e Analítico B, mostra que o novo modelo é mais rígido que o modelo experimental.

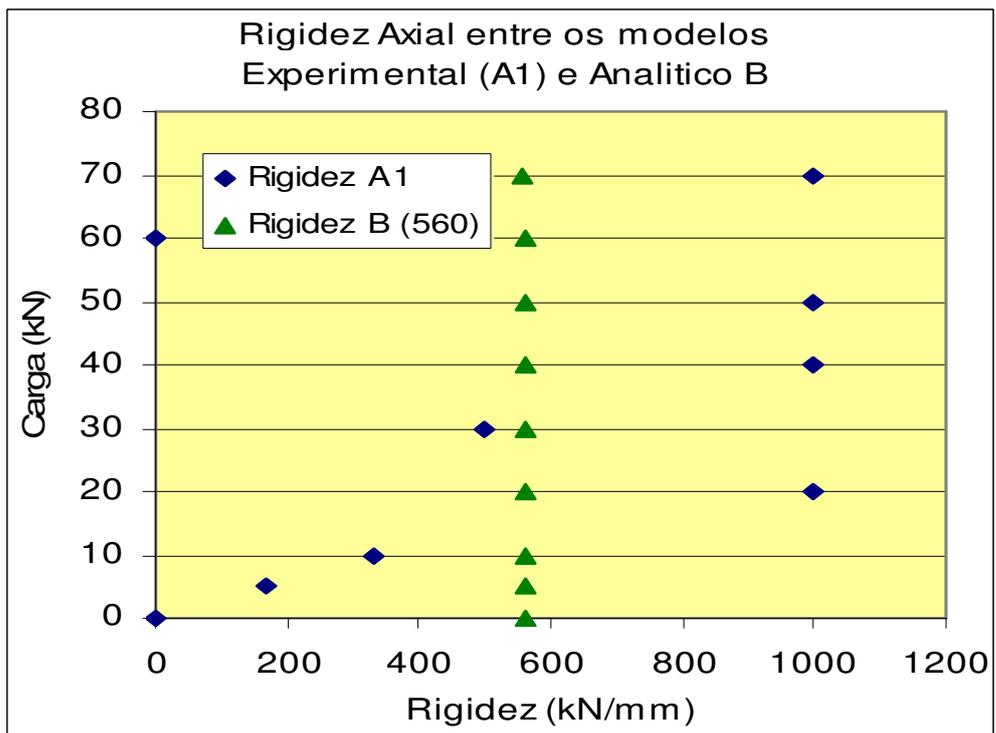
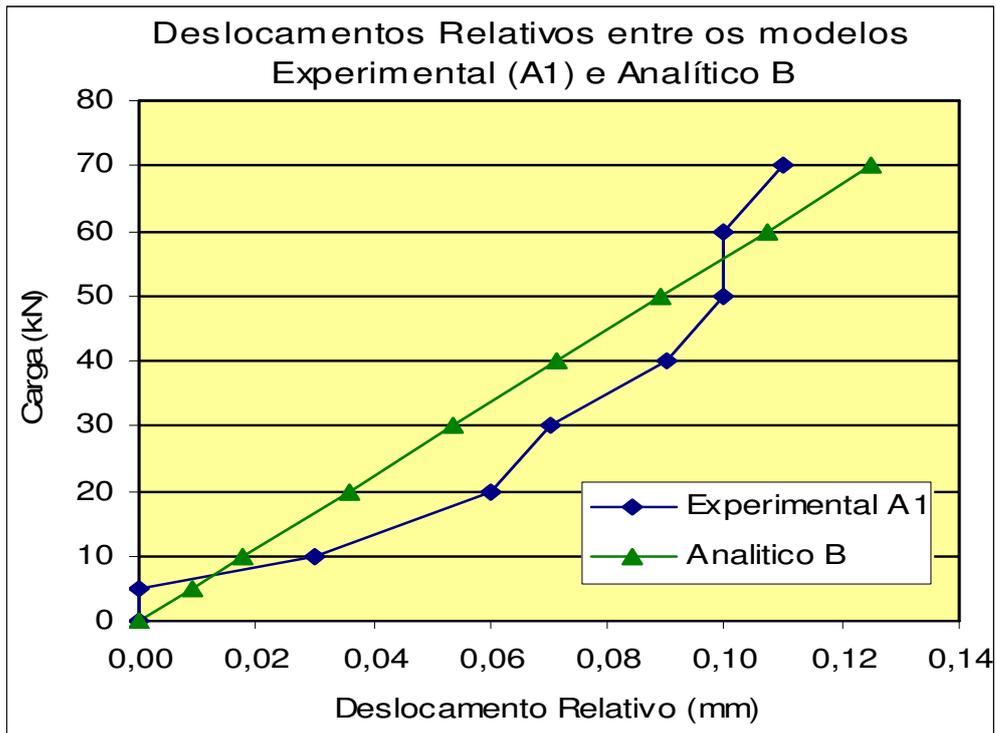


Figura 5.7 – Comparativos entre os deslocamentos e rigidez calculados e os do programa experimental acrescentando a análise teórica de todos os componentes da ZONA-2.

c. Ajuste do Modelo Analítico com os Resultados Experimentais

Como já havia sido observada na análise dos resultados dos deslocamentos relativos e pelo posicionamento do relógio comparador (deflectômetro) do programa experimental de Alves, mostrado na figura 4.1, a medição levou em consideração a deformação do tubo e pequena parte da luva.

Buscando uma aproximação dos deslocamentos relativos e da rigidez axial dos modelos do programa experimental, foram feitos modelos analíticos considerando pontos de referência na luva que fornecessem a melhor aproximação dos resultados de deslocamentos relativos e rigidez axial. O modelo Analítico C (ponto de referência distante de 381 mm do topo da luva) e o Analítico D (ponto de referência distante de 190,5 mm do topo da luva), ambos na ZONA-2, forneceram uma melhor aproximação dos resultados, mas não o suficiente.

Por fim, foi gerado o modelo analítico Analítico E, onde foi considerada na ZONA-2 uma distância entre o topo do tubo e um ponto estimado na luva conforme figura 4.1 do programa experimental de Alves (a distância foi estimada em 15,0 mm, a partir do topo da luva, pois há registro no relatório do programa experimental que mostra que o strain gauge junto ao topo da luva encontravam-se na distância de 370 mm a partir da base do tubo). O desenho esquemático abaixo exhibe a posição da distância estimada.

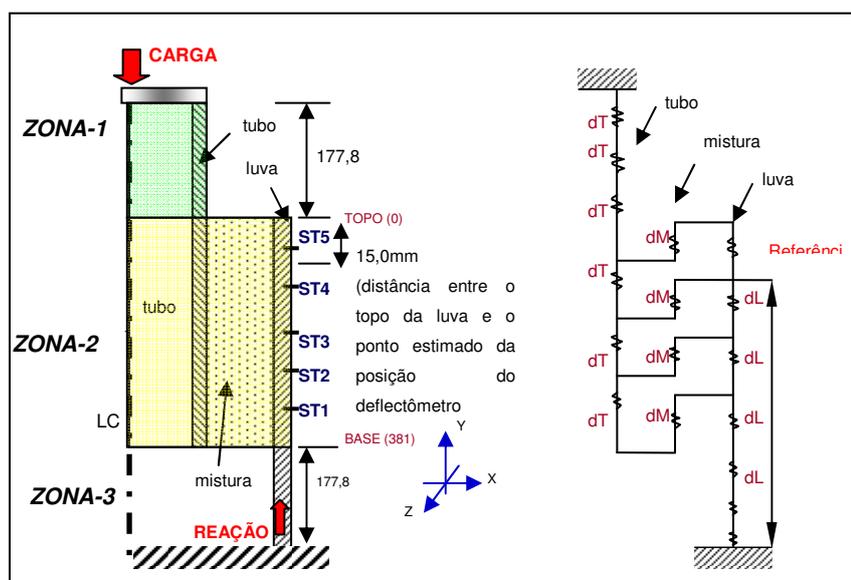


Figura 5.8 – Desenhos esquemáticos da distância coberta pelo relógio comparador (deflectômetro) para o modelo Analítico E, conforme a figura 4.1 e do esquemático de distribuição de molas. Referência - Para a referência marcada, esta parte da luva é rígida, porém todas as molas dT e dM trabalham.

Conforme mostrado na Figura 5.8 no desenho esquemático de distribuição de molas, o cálculo dos modelos analítico C, D e E levou em consideração o trabalho de todas as molas do tubo (dT), todas da mistura (dM) e na luva (dL), onde L é igual a 15 mm, foram consideradas apenas as molas entre o topo da luva e o ponto de referência. As molas na luva situadas abaixo do ponto de referência foram consideradas rígidas.

A estrutura foi considerada estaticamente determinada e simulou o carregamento axial no topo da ZONA-1 e o carregamento cisalhante atuando na ZONA-2. Também foi desprezada a influência de toda a ZONA-3 sobre os resultados.

Nas tabelas abaixo são mostrados os valores obtidos nos cálculos pelas equações de 5.13 à 5.15 para as considerações acima.

Deslocamentos Totais na ZONA-2				
<i>Carga kN)</i>	<i>tubo</i>	<i>mistura</i>	<i>luva</i>	<i>TOTAL ZONA-2</i>
5	0,002469	0,000201	0,000080	0,002750
10	0,004937	0,000402	0,000161	0,005500
20	0,009875	0,000804	0,000321	0,011000
30	0,014812	0,001206	0,000482	0,016499
40	0,019749	0,001608	0,000642	0,021999
50	0,024686	0,002010	0,000803	0,027499
60	0,029624	0,002411	0,000964	0,032999
70	0,034561	0,002813	0,001124	0,038498

Tabela 5.4 – Resultados dos deslocamentos calculados da ZONA-2 considerando o recálculo da luva

Deslocamentos Relativos considerando todos os componentes da ZONA-2					
Carga (kN)	ZONA-1	ZONA-2	ZONA-3	TOTAL Analítico E	Experimental Conexão A1
5	0,002304	0,002750	0,0	0,005054	0,00
10	0,004608	0,005500	0,0	0,010108	0,03
20	0,009216	0,011000	0,0	0,020216	0,06
30	0,013824	0,016499	0,0	0,030324	0,07
40	0,018432	0,021999	0,0	0,040432	0,09
50	0,023041	0,027499	0,0	0,050539	0,10
60	0,027649	0,032999	0,0	0,060647	0,10
70	0,032257	0,038498	0,0	0,070755	0,11

Tabela 5.5 – Comparativa entre os deslocamentos relativos calculados (Analítico E) e os deslocamentos relativos do programa experimental (considerando tubo+mistura+lufa na ZONA-2).

Os valores de rigidez axial calculados pela equação 5.16, considerando a distância de 15 mm entre o topo da luva e a base do deflectômetro (relógio comparador) foram colocados na tabela 5.9 abaixo.

$$\text{Rigidez}_{\text{AXIAL}} = \frac{\Delta \text{ carga}}{\Delta \delta} \quad (5.16)$$

Rigidez Axial dos Modelos Experimentais e do Modelo Analítico		
Variação da Carga (kN)	Conexão A1 (LISA) Experimental	Modelo Analítico E
5	166,6667	989,3154
10	333,3333	989,3154
10	1000,0000	989,3154
10	500,0000	989,3154
10	1000,0000	989,4133
10	0,0000	989,3154
10	1000,0000	989,3154
-70	636,3636	989,3294

Tabela 5.9 – Rigidez axial dos modelos experimental e analítico (Analítico E) para conexão lisa (A1)

Com os novos dados gerados para a distância de 15 mm foram gerados os diagramas de Deslocamento Relativo e Rigidez Axial, mostrados na figura 5.9 a seguir.

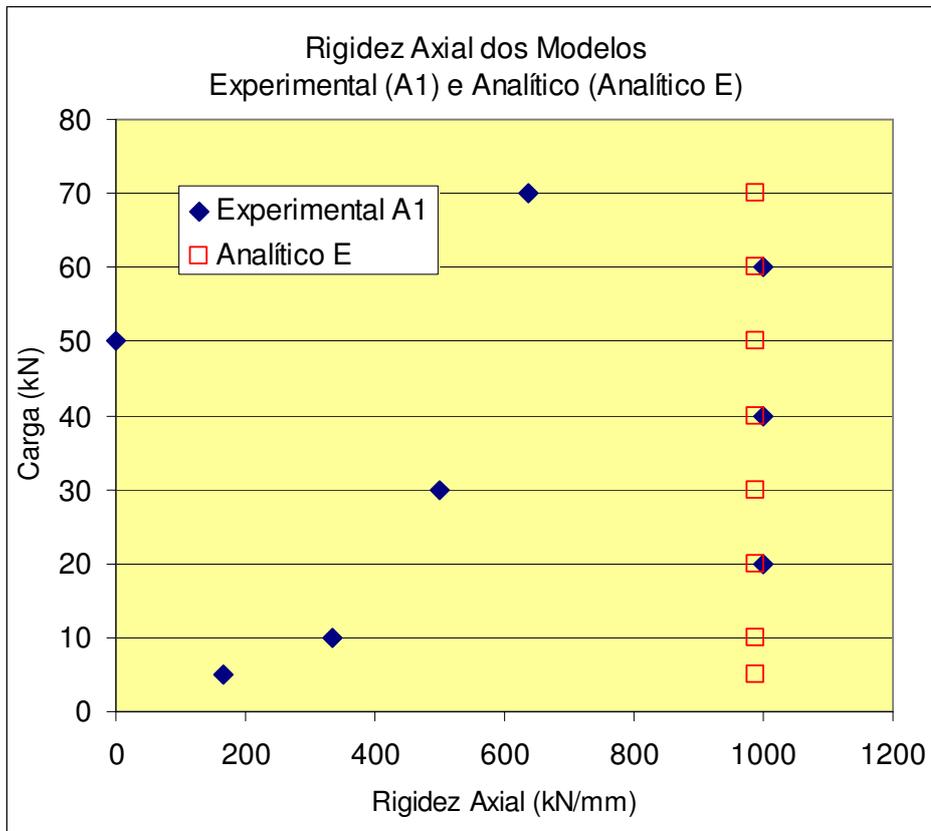
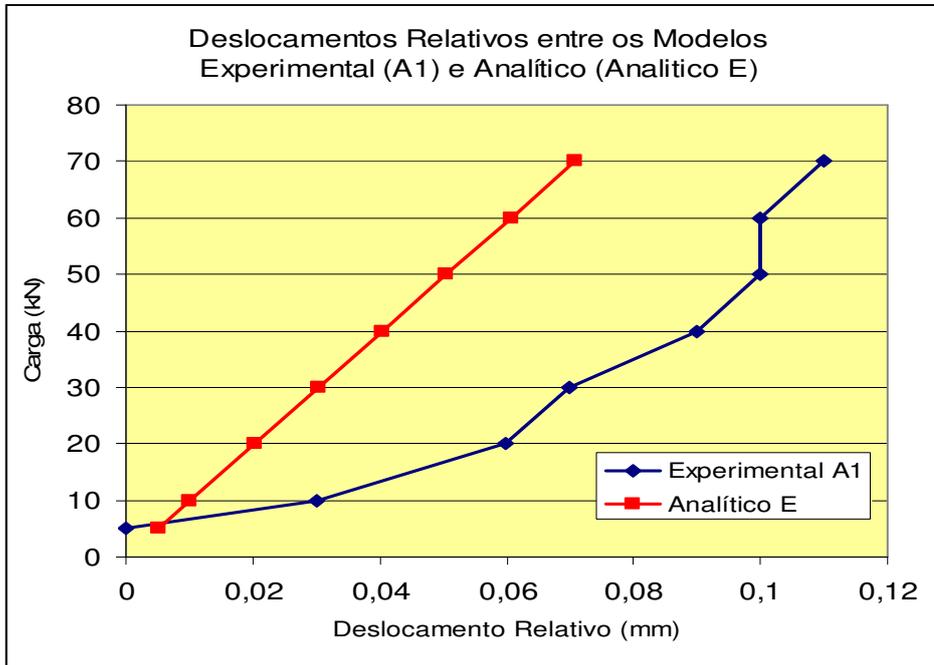


Figura 5.9 – Diagramas comparativos entre os deslocamentos relativos e rigidez axial calculados dos modelos experimental (A1) e analítico (Analítico E).

Como observado nos diagramas acima, os desvios não-lineares de deslocamentos relativos do modelo experimental não puderam ser previstos pelo modelo analítico e podem ser decorrentes de um comportamento não-linear da mistura ou da geometria do modelo, contudo, o ajuste da distância entre o topo e a base do relógio comparador (15mm) tornou a rigidez axial calculada do modelo analítico (Analítico E) mais próxima da do modelo experimental (A1).

d. Resultado do Modelo Analítico

O modelo analítico calibrado forneceu uma ordem de grandeza dos deslocamentos relativos e uma estimativa dos valores de rigidez axial que pode ser esperada para a conexão lisa (A1).

Os valores calculados para rigidez axial da conexão lisa (A1) dependeram diretamente da distância considerada desde o ponto sobre a superfície da luva utilizado como base para o relógio comparador (deflectômetro) no programa experimental até o topo da luva. Os valores de rigidez axial calculados no modelo analítico podem conter diferenças em relação aos calculados para o modelo experimental pois a distância aqui estimada (15 mm) foi baseada em uma imagem do relatório do programa experimental que mostrava a base do relógio comparador abaixo do *strain gauge* mais próximo do topo da luva. Segundo os diagramas do relatório do programa experimental, esse *strain gauge* foi colocado a 11 mm do topo da luva.

Sabe-se desse modelo que a tensão de cisalhamento do tubo é maior que a da luva. Nessa fase do trabalho não se procurou modelar as falhas da conexão pois envolveriam cálculos mais rebuscados, passíveis de serem resolvidos por modelos numéricos computacionais utilizando os Métodos dos Elementos Finitos.

Vale ressaltar que o modelo analítico criado dentro do regime linear elástico serviu apenas para estimar o comportamento de deslocamento relativo entre o tubo e a luva assim como os valores de rigidez axial que pode ser esperado enquanto não ocorrer falhas de aderência ou escorregamento nas interfaces dos membros tubulares concêntricos (tubo/mistura e mistura/luva).