2
Estabilidade de Tensão [6]

2.1
Introdução

O objetivo deste capítulo é mostrar a possibilidade de existência de fenômenos que possam assemelhar-se àqueles observados na operação de sistemas elétricos, e associados ao colapso de tensão. Mais precisamente, isto deve ser feito procurando-se situações de fluxo máximo de potência ativa e/ou reativa em ramos de transmissão. O efeito de ações usuais de controle de tensão também deve ser observado, no intuito de verificar a existência de regiões de operação onde o efeito dessas ações é oposto ao esperado.

O sistema é dito seguro, do ponto de vista de tensão, se possui a capacidade de não somente operar de forma estável, mas também de manter esta estabilidade frente a distúrbios e aumentos de seu carregamento. Define-se que um sistema elétrico de potência é estável no ponto de operação se, após uma perturbação, forem mantidos dentro dos limites os estados (tensões, ângulos, etc) do sistema e se for atingido um novo ponto de equilíbrio.

Para a compreensão do fenômeno da estabilidade de tensão, será estudado o comportamento estático de um sistema elétrico com duas barras, composto de um gerador com capacidade infinita de geração, uma carga modelada por potência constante e uma linha de transmissão sem limite térmico.

2.2
Equações de Fluxo de Potência Ativa e Reativa Injetada na Barra de Carga

Utilizando-se o circuito de 2 barras mostrado na Figura 2.1, deduzem-se as equações da potência ativa e reativa "saindo" da barra terminal.

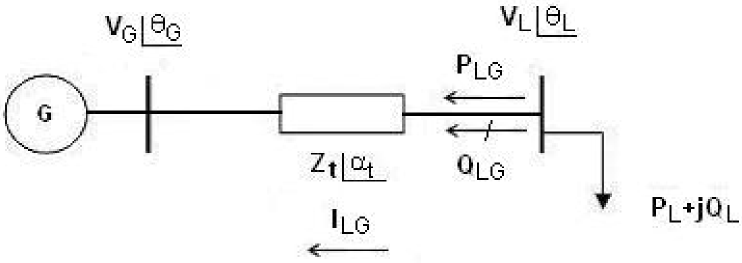

Figura 2.1 - Sistema Série de Duas Barras

$$S_{LG}^{*} = P_{LG} - jQ_{LG} = V_L^{*}.I_{LG} \tag{2.1}$$

$$I_{LG} = \frac{V_L\angle\theta_L - V_G\angle\theta_G}{Z_t\angle\alpha_t} \tag{2.2}$$

$$V_L^{*} = V_L\angle-\theta_L \tag{2.3}$$

Substituindo-se (2.2) e (2.3) em (2.1):

$$S_{LG}^{*} = \frac{V_L^2.\cos(a_t)}{Z_t} - \frac{V_L.V_G.\cos(q_{LG}+a_t)}{Z_t} - j.\left[\frac{V_L^2.sen(a_t)}{Z_t} - \frac{V_L.V_G.sen(q_{LG}+a_t)}{Z_t}\right] \tag{2.4}$$

Separando-se (2.4) em parte real e imaginária:

$$P_{LG} = -P_L = \frac{V_L^2}{Z_t}.\cos\alpha_t - \frac{V_L.V_G.\cos(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t} \tag{2.5}$$

$$Q_{LG} = -Q_L = \frac{V_L^2}{Z_t}.sen\alpha_t - \frac{V_L.V_G.sen(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t} \tag{2.6}$$

Variando-se θ_{LG} em (2.5), pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para P_{LG} constante no plano θV.

Variando-se θ_{LG} em (2.6), pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para Q_{LG} constante no plano θV.

A tangente do ângulo do fator de potência na carga é:

$$\tan\phi = \frac{Q_{LG}}{P_{LG}} = \frac{\frac{V_L^2}{Z_t}.sen\alpha_t - \frac{V_L.V_G.sen(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t}}{\frac{V_L^2}{Z_t}.\cos\alpha_t - \frac{V_L.V_G.\cos(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t}} \tag{2.7}$$

A equação (2.7) relaciona o módulo e o ângulo da tensão na barra de carga num sistema série de duas barras e o ângulo do fator de potência na carga. Para ϕ constante, variando-se θ_{LG} em (2.7), pode-se calcular V_L e, portanto, traçar-se a curva para ϕ constante no plano θV.

2.3 Curvas P, Q e f Constantes

No circuito simples da Figura 2.1 em análise, as equações estáticas de fluxo de carga coincidem com as equações de fluxo de potência ativa e reativa chegando na barra de carga, igualadas com a potência consumida na carga. Conseqüentemente, a variação dos valores de carga está diretamente relacionada com a variação do fluxo de potência na linha de transmissão. Deve-se notar que não houve preocupação quanto aos valores quantitativos das diversas grandezas envolvidas nos gráficos das figuras a seguir. A opção escolhida foi manter a análise qualitativa, tomando-se valores numéricos quaisquer, independente de sua possibilidade física para o problema. A propósito, somente são considerados para análise, casos em que a carga ativa seja maior ou igual a zero. Então não se estuda a possibilidade de ser, na verdade, um gerador.

As equações (2.5), (2.6) e (2.7) podem ser reescritas como:

$$V_L^2.\left[\frac{\cos\alpha_t}{Z_t}\right] - V_L.\left[\frac{V_G.\cos(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t}\right] + [P_L] = 0 \tag{2.8}$$

$$V_L^2.\left[\frac{\text{sen}\alpha_t}{Z_t}\right] - V_L.\left[\frac{V_G.\text{sen}(\theta_{LG}+\alpha_t)}{Z_t}\right] + [Q_L] = 0 \tag{2.9}$$

$$V_L = \frac{V_G.[\text{sen}(\theta_{LG}+\alpha_t) - \tan\phi.\cos(\theta_{LG}+\alpha_t)]}{\text{sen}\alpha_t - \tan\phi.\cos(\alpha_t)} \tag{2.10}$$

Usando-se (2.8), (2.9) e (2.10), as curvas θV na Figura 2.2 para diferentes valores de P, Q e ϕ constantes foram traçadas. Os dados numéricos utilizados foram $\dot{V}_G = 1\angle 0^\circ$ pu e $\dot{Z}_t = 0{,}2\angle 70^\circ$ pu.

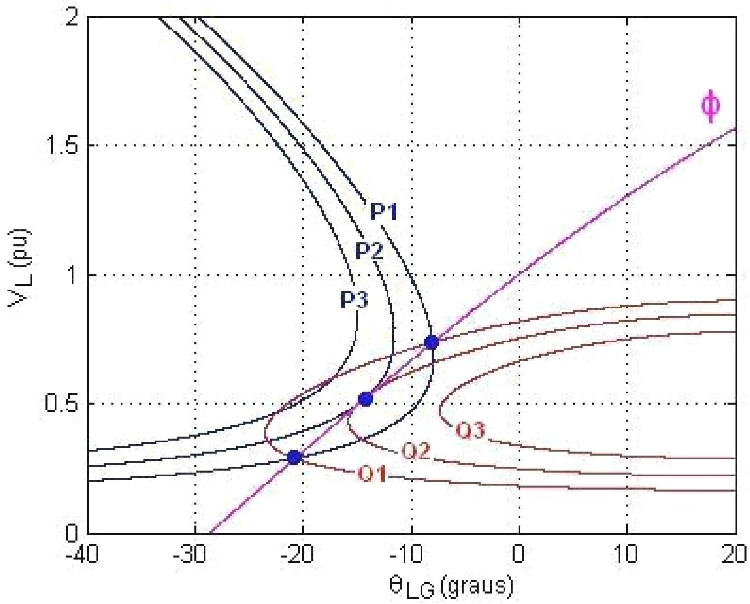

Figura 2.2 - Três Possibilidades de Solução para a Tensão na Carga com Mesmo fator de Potência

Na Figura 2.2 é ilustrado um exemplo para ϕ=41,19˚ indutivo. Para P_1=0,80 pu e Q_1=0,70 pu, duas soluções para a tensão de carga se apresentam em V_L=0,741 pu e V_L=0,287 pu (curva P_1 e Q_1 se tocam em dois pontos). À medida que P e Q crescem, mantendo ϕ constante, as duas soluções se aproximam até que em P_2=1,00 pu e Q_2=0,88 pu a solução é única em V_L= 0,516 pu (curva P_2 e Q_2 se tocam num único ponto). Para cargas maiores do que essa, por exemplo P_3=1,20 pu e Q_3=1,05 pu, não existe solução para a tensão (curva P_3 e Q_3 não se tocam em nenhum ponto). Conclui-se graficamente que existe um limite máximo para cada fator de potência de carga.

Na Tabela 2.1 são mostradas as três possibilidades de solução para tensão na carga, mantendo o mesmo fator de potência, quando as curvas P, Q e ϕ da Figura 2.2 se tocam em dois, um e nenhum ponto (sempre com P≥0).

Tabela 2.1 - Três Possibilidades de Solução para a Tensão na Carga com Mesmo Fator de Potência

N˚	P (pu)	Q (pu)	ϕ (graus)	V_L (pu)	*θ_{LG} (graus)*
1	0,80	0,70	41,19	0,741 e 0,287	*-7,92 e -20,89*
2	1,00	0,88	41,19	0,516	*-14,41*
3	*1,20*	*1,05*	*41,19*	-	-

Na Figura 2.3 foi traçada a curva para ϕ = 41,19º no plano SV para a barra de carga da Figura 2.1. Deve-se notar que o ponto de máximo P, assinalado na Figura 2.3, corresponde aos dados da segunda linha da Tabela 2.1, e que foram tiradas da Figura 2.2, onde as curvas P_2 = 1,00 pu e Q_2 = 0,88 pu se tocam num único ponto. Neste ponto de máximo se satisfaz a condição de que a impedância de carga é igual em módulo à impedância da linha de transmissão, e então Z_c = 0,2 pu.

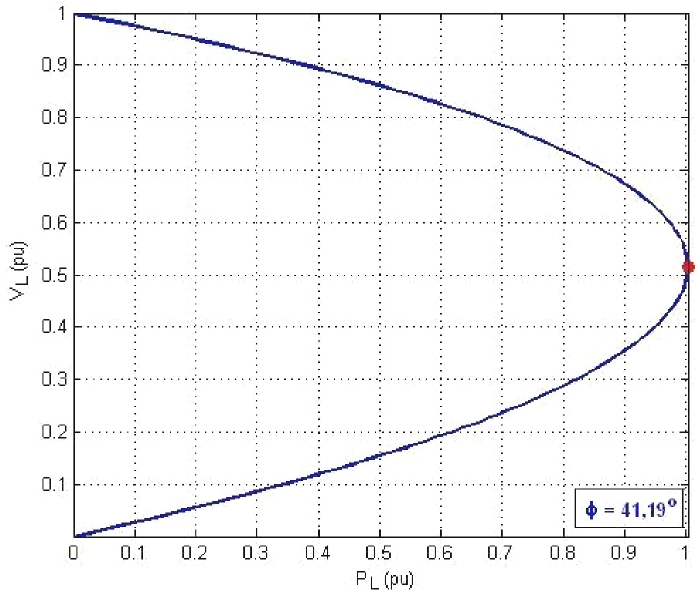

Figura 2.3 - Curva para Fator de Potência Constante na Barra de Carga no Plano SV

2.4 O Limite de Estabilidade de Tensão (LET)

A corrente que flui no circuito mostrado na Figura 2.4, correspondente ao diagrama unifilar da Figura 2.1, é:

$$\dot{I}_{GL} = \frac{\dot{V}_G}{Z_t\angle\alpha_t + Z_c\angle\phi} \tag{2.11}$$

$$I_{GL} = \frac{V_G}{\sqrt{(Z_t.\cos\alpha_t + Z_c.\cos\phi)^2 + (Z_t.\mathrm{sen}\,\alpha_t + Z_c.\mathrm{sen}\,\phi)^2}} \tag{2.12}$$

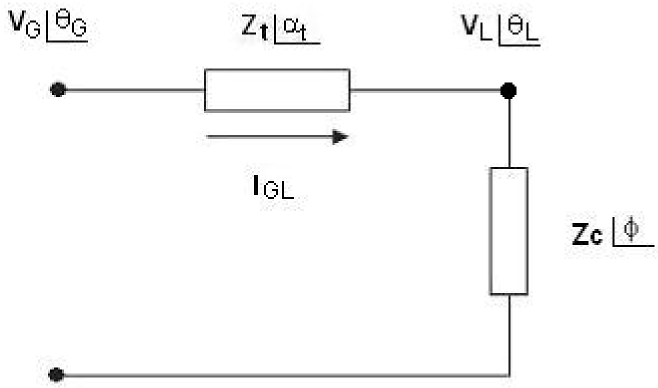

Figura 2.4 - Circuito com as Impedâncias da Transmissão e da Carga

A potência ativa que "sai" da barra de carga, e que é igual ao negativo da potência consumida na carga é:

$$P_{LG} = -P_L = -I_{GL}{}^2.Z_c.\cos\phi \tag{2.13}$$

Substituindo (2.12) em (2.13):

$$P_{LG} = -\frac{V_G{}^2.Z_c.\cos\phi}{Z_t^2.\cos^2\alpha_t + 2.Z_t.Z_c.\cos\alpha_t.\cos\phi + Z_c^2.\cos^2\phi + b} \tag{2.14}$$

onde:

$$b = Z_t^2.\text{sen}^2\alpha_t + 2.Z_t.Z_c.\text{sen}\,\alpha_t.\text{sen}\,\phi + Z_c^2.\text{sen}^2\phi \tag{2.15}$$

Reescrevendo:

$$P_{LG} = -P_L = -\frac{V_G^2.Z_c.\cos\phi}{Z_t^2 + Z_c^2 + 2.Z_t.Z_c.\cos(\phi - \alpha_t)} \tag{2.16}$$

De (2.16), calcula-se o valor de Z_c que maximiza a potência ativa que chega na barra de carga através da primeira derivada de P_L:

$$\frac{\partial P_L}{\partial Z_c} = \frac{V_G{}^2.\cos f.[Z_t^2 + Z_c^2 + 2.Z_t.Z_c.\cos(a_t - f)]}{[Z_t^2 + Z_c^2 + 2.Z_t.Z_c.\cos(a_t - f)]^2} \frac{-Z_C.V_G^2.\cos f.[2.Z_c + 2.Z_t.\cos(a_t - f)]}{[Z_t^2 + Z_c^2 + 2.Z_t.Z_c.\cos(a_t - f)]^2} = 0 \tag{2.17}$$

Logo:

$$V_G^2.Z_t^2.\cos f + V_G^2.Z_c^2.\cos f + 2.V_G^2.Z_t.Z_c.\cos f.\cos(a_t - f) - 2V_G^2.Z_c^2.\cos f - 2V_G^2.Z_c.Z_t.\cos f.\cos(a_t - f) = 0 \tag{2.18}$$

que é reduzido a:

$$V_G^2.Z_t^2.\cos\phi = V_G^2.Z_c^2.\cos\phi \Rightarrow Z_c = Z_t \qquad (2.19)$$

Calcula-se a segunda derivada de P_L em relação à Z_c para conferir se é efetivamente um máximo:

$$\frac{\partial^2 P_L}{\partial Z_c^2} /_{Z_c = Z_t} < 0 \qquad (2.20)$$

De (2.19) e (2.20), conclui-se que P_L é máximo quando:

$$\boxed{Z_c = Z_t} \qquad (2.21)$$

Substituindo-se (2.21) em (2.16) e chamando de P_L^C à máxima carga que pode ser alimentada no ponto de operação, tem-se:

$$P_L^C = \frac{V_G^2.Z_c.\cos\phi}{2.Z_c^2.[1+\cos(\phi-\alpha_t)]} \qquad (2.22)$$

que é reduzido a:

$$\boxed{P_L^C = \frac{V_G^2.\cos\phi}{4.Z_c.\cos^2\left(\frac{\phi-\alpha_t}{2}\right)}} \qquad (2.23)$$

Para P_L^C e uma dada impedância de carga Z_c com fator de potência ϕ:

$$V_L = Z_c.I_{GL} \Rightarrow V_L = \frac{V_G.Z_c}{\sqrt{2.Z_t^2.(1+\cos(\phi-\alpha_t))}} \qquad (2.24)$$

Usando-se (2.21):

$$V_L = \frac{V_G}{\sqrt{4.\cos^2\left(\frac{\phi-\alpha_t}{2}\right)}} \qquad (2.25)$$

Chamando de V_L^C o módulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$\boxed{V_L^C = \frac{V_G}{2.\cos\left(\frac{\phi-\alpha_t}{2}\right)}} \qquad (2.26)$$

Por outro lado:

$$\dot{V}_L = \dot{Z}_c.\dot{I}_{GL} \quad \text{logo} \quad V_L\angle\theta_L = Z_c\angle\phi\frac{\dot{V}_G}{Z_t\angle\alpha_t + Z_c\angle\phi} \qquad (2.27)$$

Considerando só a parte real e usando (2.21):

$$V_L \cos\theta_L = \frac{V_G.(\cos\alpha_t.\cos\phi + \cos^2\phi + \operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + \operatorname{sen}^2\phi)}{d} \qquad (2.28)$$

onde:

$$d = [\cos^2\alpha_t + 2.\cos\alpha_t.\cos\phi + \cos^2\phi + \operatorname{sen}^2\alpha_t + 2.\operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + \operatorname{sen}^2\phi] \qquad (2.29)$$

Operando (2.28) e (2.29):

$$V_L\cos\theta_L = \frac{V_G.\left(\cos\alpha_t.\cos\phi + \operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + 1\right)}{2.\cos\alpha_t.\cos\phi + 2.\operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + 2} = \frac{V_G.(\cos\alpha_t.\cos\phi + \operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + 1)}{2.(\cos\alpha_t.\cos\phi + \operatorname{sen}\alpha_t.\operatorname{sen}\phi + 1)} \qquad (2.30)$$

que é reduzido a:

$$V_L = \frac{V_G}{2.\cos\theta_L} \qquad (2.31)$$

Igualando-se (2.26) a (2.31), obtém-se:

$$\frac{V_G}{2.\cos\theta_L} = \frac{V_G}{2.\cos\left[\frac{\phi-\alpha_t}{2}\right]} \qquad (2.32)$$

Chamando de θ_L^C o ângulo da tensão na barra terminal no ponto de operação correspondente à máxima carga que pode ser alimentada:

$$\boxed{\theta_L^C = \frac{\phi-\alpha_t}{2}} \qquad (2.33)$$

O LET é o lugar geométrico das tensões em módulo e ângulo (V_L^C e θ_L^C), onde o módulo da impedância equivalente da carga é igual ao módulo da impedância da linha de transmissão série. O LET representa os pontos da máxima transmissão de potência à carga, uma para cada fator de potência (o que depende da parte reativa e/ou eventual compensação reativa da carga). Em outras palavras, variando-se ϕ e usando-se (2.5), (2.31) e (2.33) traça-se o LET no plano SV, como mostrado na Figura 2.5.

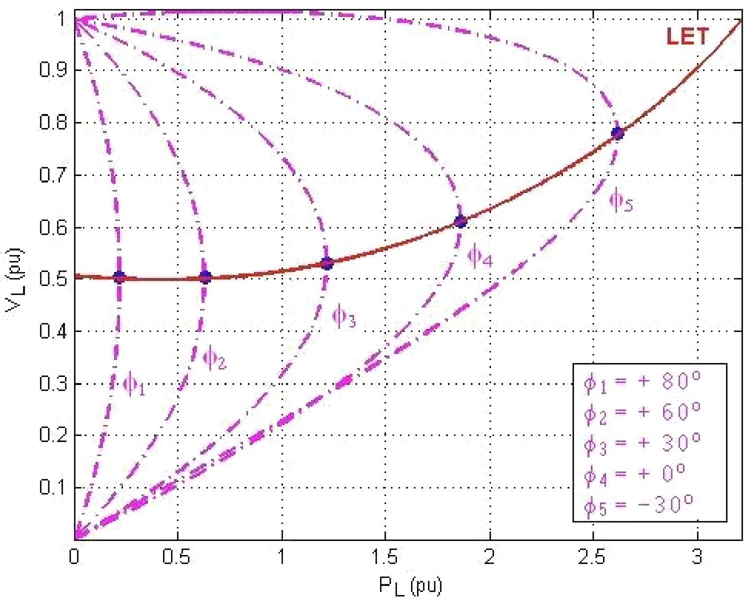

Figura 2.5 - Limite de Estabilidade de Tensão no Plano SV

Como as curvas são traçadas para ϕ constante, usar par de eixos SV, PV ou QV é indiferente.

2.5
A Existência da Potência Transmitida "Maximum Maximorum"

São mostradas na Figura 2.6 várias curvas para P constante, entre 0,00 e 3,65 pu. Quanto mais interna a curva, maior a potência ativa transmitida para a carga. A curva vai diminuindo o perímetro até que se reduz a um único ponto e que, portanto, corresponde à carga "maximum maximorum" que pode ser atendida.

Mostra-se também na Figura 2.6 seis diferentes níveis de carga reativa constante a partir de Q=1,29 pu indutiva até Q=-10,04 pu capacitiva. É interessante notar a mudança na forma das curvas à medida que a carga reativa vai diminuindo (tornando-se mais capacitivo), e que as curvas não são fechadas. Não existe um fluxo máximo de potência reativa que pode chegar na barra de carga (com P≥0).

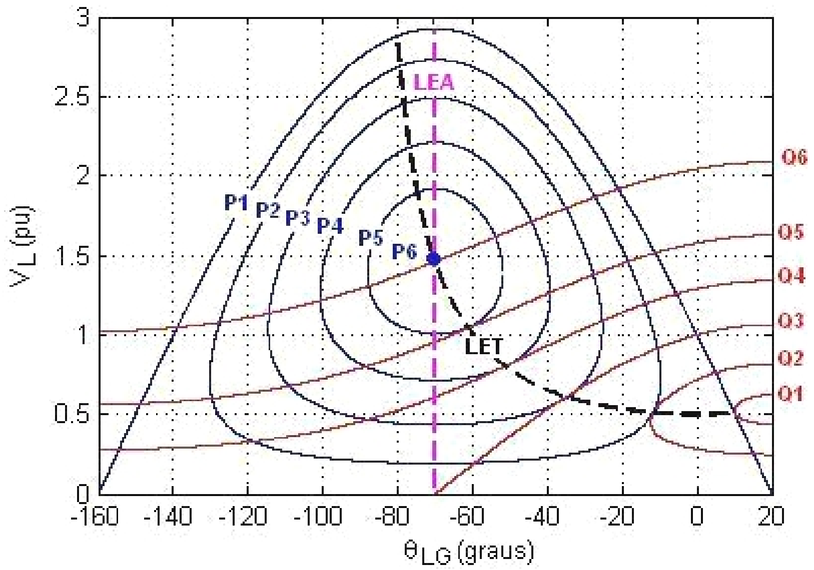

Figura 2.6 - Lugar Geométrico da Tensão na Carga para Todos os Possíveis Diferentes Níveis de Potência Ativa Constante e Para Alguns Níveis de Potência Reativa Constante

Na Figura 2.6, no ponto onde P_6=3,65 pu é o máximo fluxo de potência ativa, a carga reativa é Q_6=-10,04 pu (capacitiva). Estes valores representam um ângulo de fator de potência de -70˚. Isso é um resultado conhecido que diz que a máxima absorção de potência ativa por uma impedância de carga ocorre quando esta impedância é igual em módulo e conjugada em ângulo, em relação à impedância série da linha de transmissão. No exemplo o módulo da impedância de carga seria $\frac{1,462^2}{\sqrt{3,65^2+10,04^2}}$ que é igual a 0,2 pu. O ângulo da impedância de carga seria arctg(-10,04/3,65) que é igual a -70˚, como se queria obter.

O LET passa por todos os pontos onde as curvas P e Q constantes se tocam num único ponto no plano θV, isto é, une todos os pontos de máximo carregamento. Esse valor máximo é dependente do ângulo do fator de potência (na Figura 2.6, foi traçado para -90˚ ≤ ϕ ≤ 90˚ utilizando (2.31) e (2.33)).

O LET separa as duas regiões de trabalho: região A ou região superior da curva, onde se tem controle sobre a tensão, e a região B ou região inferior da curva, onde ações de controle de tensão podem ter efeitos opostos ao esperado [7]. Na Figura 2.7 está mostrada a curva para ϕ constante no plano SV antes e após a conexão de um capacitor na barra de carga. Observa-se que se o ponto de operação fosse a ponto A, a introdução do capacitor aumentaria a tensão para o ponto A', como esperado (supondo o consumo de potência na carga constante). Por outro lado, observa-se que se o ponto de operação fosse a ponto B, a introdução do capacitor diminuiria a tensão para o ponto B', contrariamente ao esperado. Isso será demonstrado na seção 2.9.

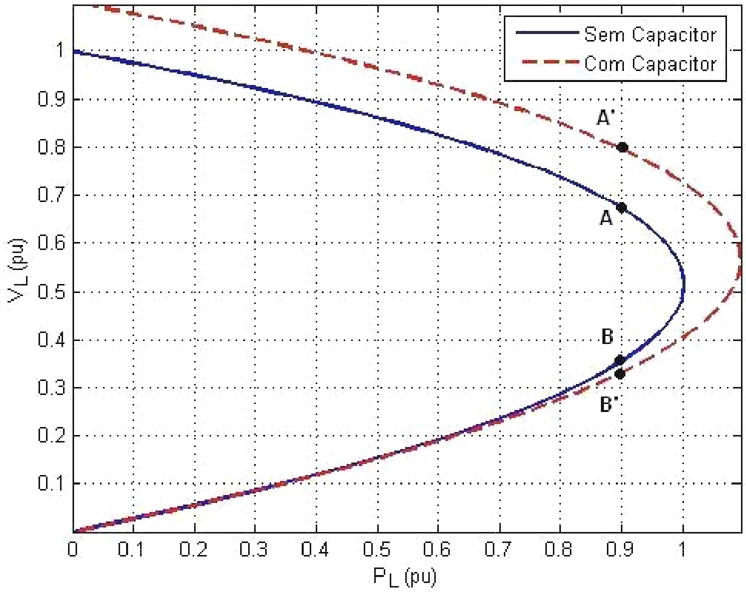

Figura 2.7 - Aumento e Diminuição da Tensão Respectivamente na Região Superior e Inferior da Curva com a Introdução de um Capacitor

Observa-se na Figura 2.6 que as curvas para P constante têm a sua derivada, em relação à defasagem do ângulo da tensão, com valor nulo sempre no mesmo valor de ângulo (θ_{LG}=-70˚). Então, uma reta paralela ao eixo V e cortando (perpendicularmente) o eixo θ em θ_{LG}=-70˚ define a fronteira LEA - Limite de Estabilidade Estática Angular. Do ponto de vista angular, os lugares geométricos onde o sistema é estaticamente estável são para ângulos entre 20˚ e -70˚, e onde o sistema é estaticamente instável são para ângulos de tensão entre -70˚ e -160˚. Neste máximo defasamento angular de tensões, a carga ativa P pode adquirir qualquer valor entre zero e um certo máximo (na Figura 2.6 o máximo é P_6=3,65 pu).

É importante notar que os dois limites LET e LEA acima descritos só coincidem em um único ponto: P_6=3,65 pu e Q_6=-10,04 pu com θ_{LG}=-70˚ e V_L = 1,462 pu.

Os valores correspondentes à potência "maximum maximorum" podem ser calculados analiticamente. O valor da defasagem angular na barra L que maximiza a potência elétrica transmitida é calculado através da primeira derivada de (2.5):

$$\frac{\partial P_L}{\partial \theta_L} = -\frac{V_L.V_G}{Z_t}.\text{sen}(\theta_L - \theta_G + \alpha_t) = 0 \text{ , onde } \theta_G = 0° \tag{2.34}$$

que é reduzido a:

$$\theta_L = -\alpha_t \text{ e } \theta_L = -\alpha_t + \pi \tag{2.35}$$

A derivada segunda de (2.34) é negativa em $\theta_L = -\alpha_t$ obtida de (2.35) :

$$\frac{\partial^2 P_L}{\partial \theta_L^2} < 0 \tag{2.36}$$

$$-\frac{V_L.V_G}{Z_t}.\cos(-\alpha_t - 0^\circ + \alpha_t) < 0 \tag{2.37}$$

e então, o ângulo corresponde a P_L "maximum maximorum" é:

$$\boxed{\theta_L^C = -\alpha_t} \tag{2.38}$$

O valor da tensão V_L na barra L que corresponde a P_L "maximum maximorum" é obtido através da primeira derivada de (2.5):

$$\frac{\partial P_L}{\partial V_L}(\theta_L^C) = 0 \tag{2.39}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial V_L} = -2.\frac{V_L}{Z_t}.\cos(\alpha_t) + \frac{V_G}{Z_t}.\cos(\theta_L - \theta_G + \alpha_t) \tag{2.40}$$

$$\boxed{V_L^C = \frac{V_G}{2.\cos(\theta_L)}} \tag{2.41}$$

A derivada segunda de (2.5) é negativa, garantindo que trata-se de um ponto de máximo:

$$\frac{\partial^2 P_L}{\partial V_L^2}(\theta_L^C) < 0 \tag{2.42}$$

$$-2.\frac{\cos(\alpha_t)}{Z_t} < 0 \tag{2.43}$$

Com θ_L=-70° em (2.41) obtém-se V_L=1,4619 pu. Substituindo θ_L=-70° e V_L=1,4619 pu em (2.5) obtém-se o valor do "maximum maximorum" da potência elétrica possível de ser transmitida à carga: P_L=3,6547 pu, valor que confere com o encontrado quando da construção das curvas mostradas na Figura 2.6.

2.6
O Porquê da Potência Transmitida Máxima para a Carga

Nas Seções 2.3 e 2.4, determinou-se a existência de uma máxima potência ativa e reativa que pode chegar à barra de carga. O valor desta potência depende do fator de potência e atinge um "maximum maximorum" como determinado na seção 2.5. Partindo-se de carga nula, sistema em vazio ou impedância equivalente de carga infinita, a potência consumida na carga é nula. À medida que a impedância equivalente de carga diminui, a potência consumida na carga aumenta. Entretanto, a partir de um certo ponto, mesmo com o contínuo decréscimo da impedância da carga, a potência consumida na carga passa a diminuir. Esta seção explica o porquê deste acontecimento.

Define-se a potência elétrica consumida na carga em um ponto “k” e em outro ponto “k+1” como sendo:

$$P_L^k = V_L^k.I_L^k.\cos\phi \tag{2.44}$$

$$P_L^{k+1} = V_L^{k+1}.I_L^{k+1}.\cos\phi \tag{2.45}$$

onde:

i. V_L^k e I_L^k são os módulos da tensão e corrente na carga num ponto “k”

ii. V_L^{k+1} e I_L^{k+1} são os módulos da tensão e corrente na carga num ponto “k+1”

Através de (2.44) e (2.45) pode-se calcular as variações de potência entre os dois pontos, dadas por:

$$\Delta P_L^{k+1} = P_L^{k+1} - P_L^k \tag{2.46}$$

$$\Delta P_L^{k+1} = V_L^{k+1}.I_L^{k+1}.\cos\phi - V_L^k.I_L^k.\cos\phi \tag{2.47}$$

A equação (2.47), e sem perda de generalidade, pode ser expressa através das variações de tensão e corrente como mostrado em (2.48) e (2.49):

$$\Delta P_L^{k+1} = (V_L^k + \Delta V_L^{k+1})(I_L^k + \Delta I_L^{k+1}).\cos\phi - (V_L^k.I_L^k).\cos\phi \tag{2.48}$$

$$\boxed{\Delta P_L^{k+1} = \cos\phi.[(V_L^k.\Delta I_L^{k+1}) + (I_L^k.\Delta V_L^{k+1} + \Delta V_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1})]} \tag{2.49}$$

Para todo k+1, à medida que se aumenta a carga:

$\Delta V_L^{k+1} < 0$, as variações da tensão são negativas (2.50)

$\Delta I_L^{k+1} > 0$, as variações da corrente são positivas (2.51)

Na Tabela 2.2 são mostrados pontos de operação da curva ϕ constante, sendo que os primeiros pertencem à parte superior da curva SV, enquanto que os últimos pertencem à parte inferior. Para exemplificar como funciona (2.49), consideram-se dois pontos de operação da Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Variações de Tensão, Corrente e Potência na Barra de Carga

k	P_L^k (pu)	V_L^k (pu)	θ_L^k (graus)	I_L^k (pu)	ΔV_L^{k+1} (pu)	ΔI_L^{k+1} (pu)	ΔP_L^{k+1} (pu)
1	0,00000	1,00000	0,00	0,00000			
2	0,19459	0,95206	-1,50	0,27160	-0,04794	0,27160	0,19459
3	0,36919	0,90347	-3,00	0,54301	-0,04859	0,27141	0,17460
4	0,52332	0,85426	-4,50	0,81405	-0,04921	0,27104	0,15413
5	0,65656	0,80446	-6,00	1,08453	-0,04980	0,27048	0,13324
6	0,76854	0,75412	-7,50	1,35427	-0,05035	0,26974	0,11199
7	0,85896	0,70325	-9,00	1,62308	-0,05086	0,26881	0,09042
8	0,92758	0,65191	-10,50	1,89078	-0,05135	0,26770	0,06861
9	0,97419	0,60011	-12,00	2,15718	-0,05179	0,26640	0,04661
10	0,99868	0,54791	-13,50	2,42210	-0,05220	0,26492	0,02449
11	1,00097	0,49533	-15,00	2,68537	-0,05258	0,26326	0,00229
12	0,98107	0,44241	-16,50	2,94679	-0,05292	0,26142	-0,01990
13	0,93902	0,38919	-18,00	3,20619	-0,05322	0,25940	-0,04205
14	0,87494	0,33570	-19,50	3,46340	-0,05349	0,25721	-0,06408
15	0,78901	0,28198	-21,00	3,71823	-0,05372	0,25483	-0,08593
16	0,68145	0,22807	-22,50	3,97051	-0,05391	0,25228	-0,10755
17	0,55258	0,17400	-24,00	4,22008	-0,05407	0,24956	-0,12888
18	0,40273	0,11981	-25,50	4,46675	-0,05419	0,24667	-0,14985
19	0,23233	0,06554	-27,00	4,71036	-0,05427	0,24361	-0,17041
20	0,04183	0,01123	-28,50	4,95074	-0,05432	0,24038	-0,19050

2.7 Ponto de operação na parte superior da curva

Considerando os valores de k=8 na Tabela 2.2:

$$\Delta P_L^{k+1} = \cos\phi.[\overset{+}{\boxed{(V_L^k.\Delta I_L^{k+1})}} + \overset{-}{\boxed{(I_L^k.\Delta V_L^{k+1} + \Delta V_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1})}}] = +0{,}04661 \text{ pu}$$

onde os sinais + e - sobre a fórmula indicam se o termo é, respectivamente, positivo ou negativo.

A potência transmitida aumenta ($\Delta P_L^{k+1} > 0$) até um certo máximo carregamento enquanto o efeito de variações positivas do módulo da corrente $\Delta I_L^{k+1} > 0$ predominarem sobre as variações negativas do módulo da tensão $\Delta V_L^{k+1} < 0$ e de tal forma que: $[V_L^k.\Delta I_L^{k+1}] > \left|[I_L^k.\Delta V_L^{k+1} + \Delta V_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]\right|$.

Então, no ponto k+1=9, $P_L^9 = P_L^8 + \Delta P_L^9$=+0,97419 pu, o que confere com o valor mostrado para k=9 na Tabela 2.2.

2.8
Ponto de operação na parte inferior da curva

Considerando os valores para k=14 na Tabela 2.2:

$$\Delta P_L^{k+1} = \cos\phi.[\overset{+}{\boxed{(V_L^k.\Delta I_L^{k+1})}} + \overset{-}{\boxed{(I_L^k.\Delta V_L^{k+1} + \Delta V_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1})}}] = \text{-0,08593 pu}$$

A potência transmitida diminui ($\Delta P_L^{k+1} < 0$) a partir de um certo máximo carregamento devido ao efeito das variações negativas do módulo da tensão $\Delta V_L^{k+1} < 0$ predominarem sobre as variações positivas da corrente $\Delta I_L^{k+1} > 0$ e de tal forma que: $[V_L^k.\Delta I_L^{k+1}] < \left|[I_L^k.\Delta V_L^{k+1} + \Delta V_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]\right|$.

Então, no ponto k+1=15, $P_L^{15} = P_L^{14} + \Delta P_L^{15}$ =+0,78901 pu, que confere com o valor mostrado para k=15 na Tabela 2.2.

Mostrou-se analítica e numericamente que a potência ativa consumida na carga aumenta, atinge um máximo e passa a diminuir. Na Figura 2.8 esse fato é mostrado graficamente.

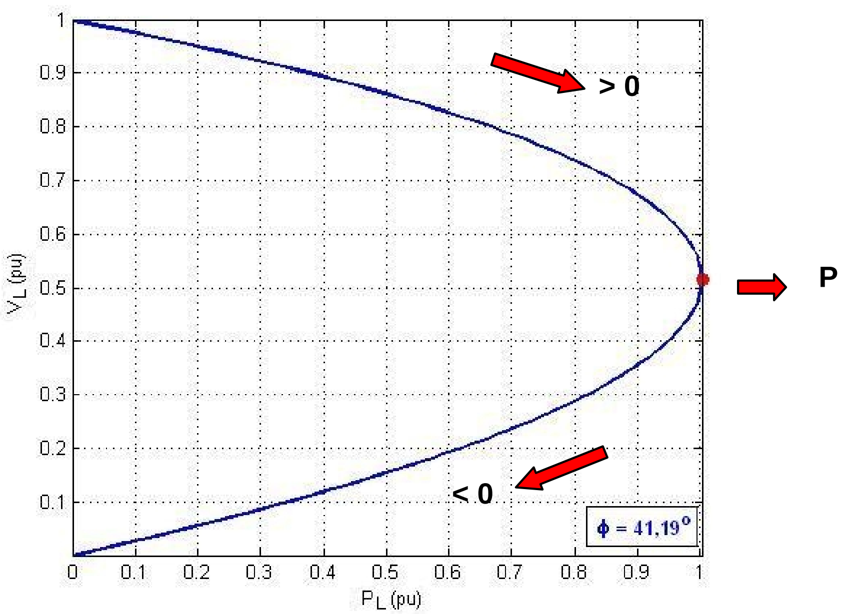

Figura 2.8 - Potência Ativa Consumida na Carga com Fator de Potência Constante

2.9
O Porquê da Introdução de um Capacitor Diminui a Tensão

Analisa-se porque, quando se conecta um capacitor de 50 Mvar em paralelo com a carga, a tensão aumenta quando o ponto de operação está na região superior da curva para ϕ constante, enquanto que a tensão diminui quando o ponto de operação está na região inferior da curva. Na Figura 2.9 e na Figura 2.10 são mostrados os circuitos sem e com capacitor respectivamente, que serão utilizados nesta análise.

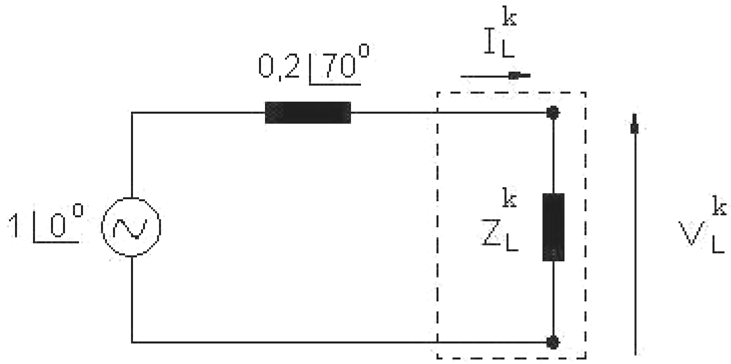

Figura 2.9 - Circuito sem Capacitor

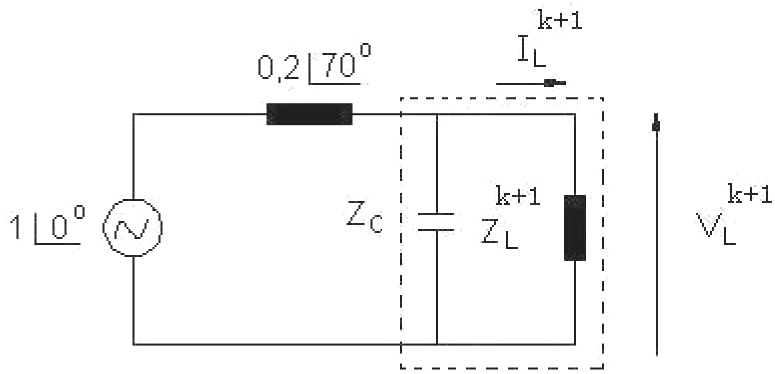

Figura 2.10 - Circuito com Capacitor

Na região superior da curva quando se passa do ponto A da curva sem capacitor para o ponto A' com capacitor, a tensão aumenta (Figura 2.7) e para manter constante a potência, a corrente que flui pela carga tem que diminuir: $P_L = -V_L . {}^{-}I_L . \cos \phi$. Na região inferior da curva acontece o efeito contrário quando se passa do ponto B da curva sem capacitor para o ponto B' com capacitor, isto é, a tensão diminui (Figura 2.7) e para manter a potência constante, a corrente que flui pela carga tem que aumentar: $P_L = {}^{-}V_L . -I_L . \cos \phi$.

O objetivo agora é explicar esse comportamento de forma analítica. Define-se a potência elétrica consumida na carga em um ponto "k" e em outro ponto "k+1" que representam pontos de operação em curvas SV diferentes.

O modelo de carga é potência constante e, portanto, de (2.44) e (2.45) tem-se:

$$P_L^k = P_L^{k+1} \tag{2.52}$$

$$(Z_L^k).(I_L^k)^2.\cos\phi = (Z_L^k + \Delta Z_L^{K+1}).(I_L^k + \Delta I_L^{k+1})^2.\cos\phi \tag{2.53}$$

Há uma diferença entre a impedância equivalente da carga sem e com capacitor (ΔZ_L^{k+1}) porque a carga deve consumir a mesma quantidade de potência ativa sem e com capacitor.

As tensões na carga em um ponto "k" e em outro ponto "k+1", onde os termos Z_L^k, I_L^k, ΔZ_L^{k+1} e ΔI_L^{k+1} satisfazem (2.53), podem ser escritas como:

$$V_L^k = Z_L^k.I_L^k \tag{2.54}$$

$$V_L^{k+1} = (Z_L^k + \Delta Z_L^{k+1}).(I_L^k + \Delta I_L^{k+1}) \tag{2.55}$$

A variação do módulo da tensão na carga pode ser calculada subtraindo a tensão entre os pontos "k+1" e "k":

$$\Delta V_L^{k+1} = V_L^{k+1} - V_L^k \tag{2.56}$$

$$\boxed{\Delta V_L^{k+1} = [I_L^k.\Delta Z_L^{k+1}] + [Z_L^k.\Delta I_L^{k+1} + \Delta Z_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]} \tag{2.57}$$

Para exemplificar como funciona (2.57) e poder explicar o aumento ou decréscimo da tensão na carga, com a introdução de um capacitor, consideram-se dois pontos de operação da Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Pontos de Operação para Avaliar o Aumento ou Decréscimo da Tensão com a Introdução de um Capacitor

Na Região Superior da Curva									
P_L^k (pu)	Curva sem Capacitor			Curva com capacitor			ΔZ_L^{k+1} (pu)	ΔI_L^{k+1} (pu)	ΔV_L^{k+1} *(pu)*
	V_L^k (pu)	Z_L^k (pu)	I_L^k (pu)	V_L^{k+1} (pu)	Z_L^{k+1} (pu)	I_L^{k+1} (pu)			
0,2	0,9505	3,3912	0,2803	1,0530	4,1822	0,2518	0,7910	-0,0285	*+0,1025*
0,5	0,8626	1,1223	0,7685	0,9657	1,4084	0,6856	0,2861	-0,0829	*+0,1031*
0,9	0,6750	0,3811	1,7710	0,7969	0,5309	1,5010	0,1498	-0,2700	*+0,1219*
Na Região Inferior da Curva									
P_L^k (pu)	Curva sem Capacitor			Curva com capacitor			ΔZ_L^{k+1} (pu)	ΔI_L^{k+1} (pu)	ΔV_L^{k+1} *(pu)*
	V_L^k (pu)	Z_L^k (pu)	I_L^k (pu)	V_L^{k+1} (pu)	Z_L^{k+1} (pu)	I_L^{k+1} (pu)			
0,2	0,0564	0,0119	4,7510	0,0560	0,0117	4,7716	-0,0002	0,0206	*-0,0004*
0,5	0,1541	0,0357	4,3112	0,1518	0,0347	4,3756	-0,0010	0,0644	*-0,0023*
0,9	*0,3546*	*0,1051*	*3,3731*	*0,3316*	*0,0918*	*3,6107*	*-0,0133*	*0,2376*	*-0,0230*

2.9.1 Ponto de operação na parte superior da curva

Considerando os valores para P_L^k =+0,9 pu da Tabela 2.3:

$$\Delta V_L^{k+1} = \overset{+}{\boxed{[I_L^k.\Delta Z_L^{k+1}]}} + \overset{-}{\boxed{[Z_L^k.\Delta I_L^{k+1} + \Delta Z_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]}} = +0{,}12195 \text{ pu}$$

onde os sinais + e - sobre a fórmula indicam se o termo é, respectivamente, positivo ou negativo.

A elevação da tensão (ΔV_L^{k+1}>0) acontece enquanto o efeito de variações positivas do módulo da impedância de carga ΔZ_L^{k+1}>0 predominarem sobre as variações negativas do módulo da corrente de carga $\Delta I_L^{k+1} < 0$ e de tal forma que: $[I_L^k.\Delta Z_L^{k+1}] > \left|[Z_L^k.\Delta I_L^{k+1} + \Delta Z_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]\right|$.

Então, no ponto k+1, $V_L^{k+1} = V_L^k + \Delta V_L^{k+1}$=+0,7969 pu, o que confere com o valor mostrado na Tabela 2.3. Portanto, a tensão aumenta quando se chaveia um capacitor.

2.9.2
Ponto de operação na parte inferior da curva

Considerando os valores para P_L^k =+0,9 pu da Tabela 2.3:

$$\Delta V_L^{k+1} = \overset{+}{\boxed{[Z_L^k.\Delta I_L^{k+1}]}} + \overset{-}{\boxed{[I_L^k.\Delta Z_L^{k+1} + \Delta Z_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]}} = -0{,}02305 \text{ pu}$$

A redução da tensão (ΔV_L^{k+1}<0) acontece enquanto o efeito de variações negativas do módulo da impedância de carga ΔZ_L^{k+1}<0 predominarem sobre as variações positivas do módulo da corrente de carga $\Delta I_L^{k+1} > 0$ e de tal forma que: $[Z_L^k.\Delta I_L^{k+1}] < \left|[I_L^k.\Delta Z_L^{k+1} + \Delta Z_L^{k+1}.\Delta I_L^{k+1}]\right|$.

Então, no ponto k+1, $V_L^{k+1} = V_L^k + \Delta V_L^{k+1}$=+0,3316 pu, o que confere com o valor mostrado na Tabela 2.3. Portanto, a tensão diminui quando se chaveia um capacitor.

Mostrou-se analítica, gráfica e numericamente que a tensão pode aumentar ou diminuir quando chavea-se um capacitor.

2.10
Análise dos resultados

Neste capítulo foi introduzida a teoria básica sobre estabilidade de tensão. Conceitos como curva PV (ou SV), região normal e anormal serão explorados durante este trabalho.

Foram ainda apresentadas situações em que a inserção de um capacitor reduz a tensão do sistema, produzindo um efeito oposto ao usual. No próximo capítulo, este conceito será estendido para um dos objetivos do trabalho, que é o estudo do efeito do controle de tensão em transformadores com tapes variáveis.