2
Referencial Teórico

A literatura sobre avaliação de projetos está em constante evolução. Cada vez mais novas ferramentas de avaliação ou identificação de riscos e mitigação tornam-se disponíveis, permitindo que organizações possam melhor gerenciar as incertezas em suas tomadas de decisões.

Gestores normalmente avaliam de forma quantitativa o retorno esperado em cada decisão de investimento, e, para isso, utilizam os modelos de avaliação de projetos mais tradicionais como o VPL (Valor Presente Líquido) e a TIR (Taxa Interna de Retorno).

Ao incluir flexibilidade e incertezas nos projetos, os modelos tradicionais de avaliação não apresentam resultados eficientes, pois são incapazes de capturar benefícios da flexibilidade operacional ou gerencial e outros fatores estratégicos.

A Teoria das Opções Reais surgiu como um novo conceito de avaliação de ativos, identificando valor em ativos antes não avaliados eficientemente. Este capítulo tem por objetivo fazer uma revisão no modelo de avaliação de investimentos e a teoria das opções reais.

2.1.
Modelagem Financeira Tradicional

Segundo Dixit & Pindyck (1994), investimento pode ser definido como o ato de incorrer em custo imediato na expectativa de recompensas futuras. A tomada de decisão de uma corporação em investir se baseia no retorno financeiro futuro pois, conforme Copeland, Koller & Murrin (2002), o valor de uma empresa é movido por sua capacidade de geração de fluxo de caixa no longo prazo. Neste contexto, a avaliação de um investimento de capital se dará pela quantificação do capital adicional a ser gerado.

A Teoria Financeira apresenta várias técnicas para realização de análises para fundamentar tomadas de decisão de investimento. Duas delas são as mais aceitas e utilizadas: o Valor Presente Líquido (VPL) e a Taxa Interna de Retorno (TIR).

O VPL é uma ferramenta largamente utilizada por empresas para avaliar investimento em projetos. O conceito desta técnica é comparar o desembolso de capital a ser efetuado pela empresa com os subseqüentes fluxos futuros de capital atrelados a este investimento. Em tempo discreto, tem-se:

$$VPL = \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1+k)^t} - I \tag{2.1}$$

onde, FC_t, k e I são o fluxo de caixa do projeto no período t, o custo de capital da empresa e o investimento inicial demandado pelo projeto, respectivamente.

O VPL considera que o dinheiro tem valor no tempo e por isso os fluxos de caixa são descontados a uma taxa de custo de capital. Esta taxa, também chamada de taxa de desconto, reflete o quanto se espera de retorno para o capital total da empresa.

A decisão de investimento é tomada em função do cálculo do VPL. Caso o resultado obtido for maior do que zero, o projeto deverá ser implementado, pois os valores dos fluxos de caixa serão superiores ao do investimento, gerando valor adicional à empresa. Por outro lado, caso o resultado for menor do que ou igual a zero, o projeto gera prejuízo ou não gera valor.

2.1.1. Fluxo de Caixa Descontado

Segundo Brigham, Gapenski & Ehrhardt (2001) o valor de uma empresa depende de seus fluxos de caixa livres. O fluxo de caixa livre pode ser definido como o fluxo de caixa efetivamente disponível para distribuição aos investidores, após a empresa ter feito todos os investimentos em ativos fixos e capital de giro necessários para manter em andamento as operações.

O modelo de fluxo de caixa descontado (FCD) determina o valor acionário de uma empresa como sendo o valor de suas operações (Copeland, Koller & Murrin, 2002). Análogo ao VPL, o FCD procura quantificar em tempo discreto os subseqüentes fluxos futuros de capital de uma empresa, utilizando taxas de desconto corretamente selecionadas para refletir o risco do negócio. Desta maneira é possível identificar o valor da empresa, o qual servirá como base de negociação para ofertas de fusões e aquisições.

Brandão, Dyer & Hahn (2005) comentam que a principal limitação da metodologia FCD é o fato da mesma não incluir o valor de flexibilidades gerenciais inerentes a diversos tipos de projetos. Futuras decisões da organização não afetam os fluxos gerados pelo projeto na metodologia, não levando em consideração valores gerados pela flexibilidade gerencial.

O potencial de aumento de valor com a interação entre irreversibilidade, incerteza e timing não são levados em consideração pela metodologia tradicional do FCD segundo Dixit & Pindyck (1994). Dizem ainda que a tomada de decisão de investimento é muito mais sensível à volatilidade e incerteza do que às mudanças na taxa de desconto.

2.1.2.
Custo de Capital

O VPL ou o FCD pode ser utilizado tanto descontando os fluxos de caixa futuros esperados à taxa de desconto ajustada ao risco, como ajustar ao risco os fluxos de caixa e descontá-los à taxa livre de risco (Copeland & Antikarov, 2003).

A abordagem tradicional utiliza a taxa de desconto ajustada ao risco para avaliar ativos ou também o custo médio ponderado de capital (CMPC, ou *WACC – weighted average cost of capital*). O retorno esperado de um ativo pode ser estimado a partir do CAPM (*Capital Asset Pricing Model* – ou Modelo de Precificação de Ativos de Capital), que descreve sua relação com o risco sistemático do ativo (Gitman, 2004). A equação básica do CAPM é dada por:

$$k = r + \beta\left(E\left[\tilde{R}_m\right] - r\right) \quad (2.2)$$

onde, r: é a taxa livre de risco;

β: é o coeficiente dado pela covariância entre o retorno de mercado e o retorno do ativo dividido pela variância do retorno do mercado;

$E\left[\tilde{R}_m\right]$: é o valor esperado do retorno de mercado (sobre uma carteira de ativos representativa de todo o mercado).

A taxa *k* é dita taxa ajustada ao risco, pois considera que o retorno exigido é composto por duas parcelas: a taxa livre de risco r mais um prêmio de risco dado por $\beta\left(E\left[\tilde{R}_m\right]-r\right)$, recompensando o risco não diversificável associado ao um ativo.

A maioria das empresas emprega mais do que um tipo de capital com diferentes taxas de retorno requeridas, devido às diferenças no risco. O *WACC* leva em consideração que parte do capital utilizado pela empresa não é de origem dos acionistas, e portanto, há uma alavancagem do custo deste capital em função a utilização de recursos de terceiros como o financiamento. O *WACC* pode ser estimado pela equação:

$$WACC = k_d\left(1-\tau\right)\frac{D}{D+E} + k_e\frac{E}{D+E} \qquad (2.3)$$

Sendo uma média ponderada entre o custo de capital de terceiros (k_d) e o custo de capital próprio (k_e). O fator $1-\tau$, calculado com base na alíquota de imposto τ , corrige o custo de capital de terceiros considerando o benefício fiscal por conta do pagamento de juros, quando este ainda não estiver corrigido. A proporção para ponderação é feita a partir da estrutura de capital do projeto, onde D é a dívida e E o capital próprio (Gitman, 2004).

2.2. Teoria das Opções Reais

Opções reais é normalmente definida como qualquer decisão que cria um direito, e não uma obrigação (Janney & Dess, 2004). Utilizando-as eficientemente, estas opções podem minimizar perdas e preservar potenciais ganhos.

Modelos tradicionais de avaliação podem não ser muito adequados para casos de tomada de decisões sobre incerteza e flexibilidade. Identificar valor nestas flexibilidades permite que alguns investimentos sejam feitos com maior previsibilidade quanto aos ganhos futuros.

A flexibilidade poderá resultar em uma adição de valor a um projeto ou empresa, dependendo se as incertezas forem favoráveis ou não no futuro. O valor de um projeto será dado por:

Valor do Projeto = VPL + Valor Presente das Opções

O valor presente das opções, chamado também de prêmio da opção, é a diferença entre o valor do projeto estimado pela metodologia do FCD e o valor do projeto aplicando-se a metodologia das opções reais.

Segundo Janney & Dess (2004), uma opção real pode ser dividida em pelo menos duas partes, na qual uma decisão inicial cria a oportunidade, permitindo que uma outra decisão posterior seja tomada após obtenção de novas informações, reduzindo, desta forma, incertezas. Em diversos aspectos uma opção real é similar a uma opção financeira, pois em um caso temos a decisão inicial, quando é identificada a opção real, e no outro a emissão de uma opção de venda ou compra de uma ação, e nos dois casos temos, conseqüentemente, a decisão de exercermos ou não a opção.

2.2.1.
Opções Financeiras

O mercado de opções de ações cresceu significativamente desde 1973 quando ocorreu a primeira negociação em bolsa. Hoje os ativos objetos das opções incluem ações, índices de ações, moedas, instrumentos de dívida, commodities e contratos futuros.

Há dois tipos básicos de opções: a opção de compra e a opção de venda. Na opção de compra [*call*] o titular do contrato possui o direito de compra do ativo objeto em uma certa data, por um preço determinado. Na opção de venda [*put*] o titular possui o direito de venda do ativo objeto em uma certa data, por determinado preço. Nos dois casos o lançador vende o direito de compra ou venda do ativo objeto ao titular, ou detentor, da opção. Assim como o titular possui os direitos de compra ou venda do ativo o lançador possui a obrigação de venda ou compra, respectivamente.

A data de vencimento da opção, quando o direito do titular poderá ser exercido, dependerá do tipo de opção lançada. Dois tipos mais comuns de opção são as opções americanas e as opções européias. As opções americanas podem ser exercidas a qualquer momento, até a data de vencimento. Já as opções européias podem ser exercidas somente na data de vencimento. A maioria das opções negociadas em bolsa é americana, porém as européias são mais fáceis de serem analisadas.

O preço do contrato é conhecido como preço de exercício, pelo qual o ativo deverá ser negociado. Para o titular obter o direito de opção deverá pagar ao lançador um preço pela aquisição do contrato de opção.

Há seis fatores que afetam o preço de uma opção de ação (Hull, 2006):

S_t: o preço da ação no instante t;

X: o preço de exercício;

T: o tempo para o vencimento;

σ: a volatilidade do preço da ação;

r: a taxa de juros livre de risco;

δ: os dividendos esperados durante a vida da opção.

De forma geral, no mercado de ações, o valor de uma opção F_t lançada sobre a ação S_t será em função de:

$$F_t = u(S_t, r, X, T, \sigma, \delta) \qquad (2.4)$$

Por analogia, uma oportunidade de investimento em um projeto pode ser considerada uma opção real e ser comparada à opção financeira, dada a seguinte correspondência entre as variáveis:

Opção Financeira	Opção Real
Preço da ação	Valor do projeto
Preço de exercício	Valor do investimento no projeto
Taxa de dividendos da ação	Fluxo de caixa gerado pelo projeto
Taxa livre de risco	Taxa livre de risco
Volatilidade dos retornos da ação	Volatilidade do valor do projeto
Tempo de expiração da opção	Tempo de expiração da oportunidade de investimento

Tabela 1 – Comparação Opção Financeira x Opção Real

2.2.2.
Tipos de Opções Reais

Empresas nem sempre preferem gastar um pouco mais agora, com o direto de gastar menos no futuro. Diferentes tipos de opções reais estão disponíveis, sendo diferenciadas em termos de decisão de entrada ou saída, bem como em termos de momento certo de serem exercidas.

Janney & Dess (2004) identificaram quatro tipos de opções, separando-as em ações imediatas ou ações postergadas, e em decisões de entrada ou saída.

	Ação imediata	Ação postergada
Decisão de entrar	Entrada imediata: Os benefícios do envolvimento imediato	Entrada postergada: Os benefícios de evitar incertezas irreversíveis
Decisão de sair	Saída imediata: Os benefícios de fazer um comprometimento firme reversível	Saída postergada: Os benefícios de não ter que reverter um comprometivento firme

Figura 1 – Quatro Tipos de Opções Reais

- Entrada Imediata:

Opção de entrada imediata permite que a empresa gaste uma relativamente pequena soma de dinheiro inicialmente para criar ou comprar um direito de exercer um comprometimento firme mais tarde. Estas opções são valiosas quando empresas podem adquirir direitos de benefícios baseados em timing e exclusividade.

- Saída imediata:

  No segundo tipo de opção a empresa toma uma decisão de comprometimento firme inicialmente, mas adquire o direito de reverte-la rapidamente mais tarde.

- Entrada postergada:

  O terceiro tipo de opção permite uma entrada postergada. Estas opções ocorrem quando a empresa compra direitos inicialmente, e não obrigações, para tomar a decisão de comprometimento mais tarde. Entrada postergada é uma manobra defensiva, protegendo a empresa da desvantagem de ser uma "*late mover*". Utilizada também em decisões com altos custos de abandono.

- Saída postergada:

  O último tipo de opção, assim como a opção de entrada postergada, permite que a empresa "compre" tempo para melhor avaliar a decisão irreversível de abandono. Saída postergada diferencia da opção de saída imediata devido aos altos custos de abandono.

Dentre estes quatro tipos de opções reais é possível identificar diversos exemplos de aplicações, que variam em função das flexibilidades operacionais, estratégicas e incertezas. Algumas destas opções demandam custos adicionais iniciais ou podem ser simplesmente planejadas. Podem ser destacadas as seguintes opções reais, com especial ênfase nas de maior interesse nos casos de projetos de mineração:

- Opções de adiar um investimento:

  Empresas podem aguardar a melhora do mercado para realização de algumas oportunidades de investimentos. Incertezas quanto a algumas premissas utilizadas para avaliar os investimentos podem ser minimizadas com a realização de estudos mais detalhados ou a obtenção de mais informações sobre o projeto.

O exercício desta opção ocorrerá quando mais informações sobre o projeto ou a melhora do mercado não tragam valor adicional ao retorno do projeto, identificando, assim, o momento de exercício.

Esta opção é análoga a uma *call* americana, sendo especialmente valiosa em casos de alta incerteza e de projetos de longo prazo (Trigeorgis, 1996).

- Opções de *default* durante as etapas de um investimento:

Alguns investimentos de capital são divididos em uma série de etapas, permitindo que a decisão de dar continuidade aos investimentos subseqüentes seja avaliada ao final da conclusão de cada etapa. Desta maneira, a empresa tem a opção de abandonar o projeto, evitando incorrer em mais investimentos.

Trigeorgis (1996) destaca que este tipo de opção é especialmente valiosa em indústrias de alta incerteza, desenvolvimento longo e intensivas em capital. Um projeto pode ser implementado etapa a etapa, permitindo que a empresa controle melhor os custos de implantação e os riscos de mercado, evitando com isso dar um passo em falso.

Podemos exemplificar o caso de um projeto de siderurgia, onde é possível implementar processos metalúrgicos adicionais para produzir diferentes tipos de produtos. Uma vez que a empresa decidiu produzir o produto base, tem a opção de investir ou não em processos adicionais, que permitem produzir produtos mais elaborados. A decisão de seguir em frente, de acordo com o projeto inicial, dependerá das condições de mercado e das melhores estimativas de premissas do projeto.

- Opção de expansão:

A opção de expansão se resume na capacidade de aumentar a produção da empresa através de investimentos adicionais. Naturalmente podemos imaginar que qualquer indústria ou empresa pode ser expandida com investimentos adicionais, porém devemos considerar que existem condições precedentes que permitam a expansão. Em uma fábrica as condições de expansão estão relacionadas à disponibilidade de espaço físico, mão-de-obra, licenças e principalmente às condições de mercado.

No caso de um projeto de mineração a opção de expansão só existirá se a empresa: identificar recursos minerais suficientes que permitam o aumento da capacidade de extração e a manutenção da vida útil da mina; possuir meios ou projetos logísticos os quais permitam o aumento do fluxo de produto a ser transportado; e, por último, obter ou ter capacidade de obter outorgas de direitos de exploração mineral e as licenças relacionadas à atividade, incluindo licenças ambientais.

- Opção de abandono:

  Oposta à opção de investimento, a opção de abandono ocorre quando uma empresa tem a possibilidade de interromper suas operações e fazer a liquidação de seus ativos. O exercício desta opção ocorrerá quando as condições de mercado forem desfavoráveis, permitindo que os gestores do projeto interrompam os fluxos de prejuízos futuro com o abandono do projeto. Esta decisão é considerada uma ação irreversível, pois haverá a venda dos ativos da empresa de forma a minimizar os prejuízos do projeto.

Outras opções também podem ser citadas: como opções de parada temporária, opções de contrair, opções de troca de tecnologia, opções compostas etc.

2.2.3. Movimento Geométrico Browniano

Segundo Hull (2006), uma variável cujo valor mude de maneira incerta com o tempo segue algum processo estocástico. O processo de Markov é um tipo de processo estocástico em que apenas o valor corrente de uma variável é relevante para prever o futuro. Assume-se que preços de ativos em geral, como ações e commodities seguem o processo de Markov.

Um tipo específico do processo estocástico de Markov, largamente utilizado para prever o comportamento dos preços de ativos, é o processo de Wiener, também denominado de movimento browniano.

O movimento geométrico browniano (MGB) é um processo de Weiner onde o retorno e a volatilidade proporcional do ativo são constantes, resultando em uma lognormal. A evolução do MGB é a combinação de duas parcelas: o crescimento proporcional, à taxa α; e um crescimento aleatório proporcional, com distribuição normal e com desvio padrão σ.

O MGB pode ser apresentado em tempo contínuo como:

$$dV = V\alpha dt + V\sigma dz \tag{2.5}$$

onde V é o valor do ativo e $dz = \varepsilon\sqrt{dt}$ é o processo de Weiner padrão.

Considerando tempo contínuo, assume-se que a variável pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo de tempo. Na prática, a maioria dos problemas é modelada utilizando-se processos estocásticos de tempo contínuo, porém é possível modelar uma aproximação dos processos estocásticos de tempo contínuo através de processos discretos.

2.2.4.
Princípios da Neutralidade ao Risco

Em seu trabalho pioneiro, Fischer Black & Myron Scholes (1973) conseguiram resolver sua equação diferencial para obter fórmulas exatas para os preços de opções européias de compra e venda. Eles partiram do pressuposto que a distribuição probabilística dos preços do ativo é uma lognormal, processo estocástico Movimento Geométrico Browniano, e, sendo assim, a distribuição probabilística das taxas de retorno entre duas datas é normal.

As principais premissas do modelo de Black & Scholes são:

1. o preço do ativo acompanha a distribuição lognormal, com retorno α e volatilidade σ constantes;
2. vendas a descoberto são permitidas;
3. não há custos de transação nem impostos e todos os ativos são perfeitamente divisíveis;
4. não há distribuição de dividendos durante a vida do ativo;

5. não há oportunidade de arbitragem sem risco;
6. negociações dos ativos são contínuas;
7. a taxa livre de risco r é constante.

Utilizando as premissas acima Black & Scholes derivaram a equação diferencial, alcançando o seguinte resultado:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+rS\frac{\partial f}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}=rf\ , \tag{2.6}$$

onde S é o valor do ativo;

t é o período;

r é a taxa livre de risco;

σ é o desvio padrão do valor do ativo; e

f é o preço da opção, que varia em função de S e t.

De forma análoga, no caso do ativo pagar dividendos a uma taxa δ, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+(r-\delta)S\frac{\partial f}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}=rf \tag{2.7}$$

A equação diferencial de Black & Scholes, assume que nenhuma variável seja afetada pela preferência de risco dos investidores.

A avaliação neutra ao risco é apenas um artifício para obter o valor de um derivativo, porém as soluções também são válidas nas situações do mundo real, onde os investidores não são neutros ao risco (Hull, 2006).

Cox, Ross e Rubinstein (1979) desenvolveram um modelo binomial para o cálculo do valor de opções onde é aplicado o princípio de neutralidade ao risco, facilitando na prática a precificação de opções.

2.2.5. Modelo Binomial

Uma técnica útil e muito popular de precificar opções envolve a construção de uma árvore binomial, que representa deferentes trajetórias que poderão ser seguidas pelo preço do ativo objeto durante sua vida. O modelo binomial, desenvolvido por Cox, Ross & Rubinstein (1979), é o modelo visualmente mais simples e intuitivo, sendo a única hipótese necessária a não existência de oportunidades de arbitragem para o investidor.

Segundo Brandão, Dyer & Hahn (2005), uma das principais vantagens da utilização das árvores binomiais para avaliar opções é a possibilidade de se calcular o valor de uma opção americana, enquanto o modelo de Black & Scholes é capaz de avaliar somente opções européias.

A premissa básica do modelo binomial é o fato do preço do ativo seguir um caminho aleatório (*random walk*). O modelo prevê que o preço atual do ativo S terá um aumento ou uma queda no período seguinte. Sendo u e d duas variáveis aleatórias ($u>1$; $d<1$), o preço do ativo no período seguinte será Su ou Sd. Da mesma forma o valor da opção deste ativo, representado por f, também sofrerá um aumento ou uma queda, valendo f_u ou f_d no período seguinte. A probabilidade de aumento ou diminuição do valor do ativo é dada por p e 1-p. A figura abaixo ilustra o modelo binomial:

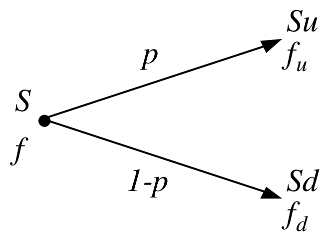

Figura 2 – Modelo Binomial

Hull (2006) generaliza o modelo considerando uma carteira de Δ ativos, que o torne livre de risco. Portanto, os movimentos de alta ou de baixa no preço do ativo, valor da carteira, serão iguais conforme equação (2.8).

$$Su\Delta - f_u = Sd\Delta - f_d \tag{2.8}$$

ou

$$\Delta = \frac{f_u - f_d}{Su - Sd} \tag{2.9}$$

Neste caso, a carteira não tem risco, devendo render a taxa de juro livre de risco, e o retorno esperado no período t é definido conforme equação (2.10).

$$E(S_t) = pSu + (1 - p)Sd \tag{2.10}$$

sendo,

$$p = \frac{e^{rt} - d}{u - d} \tag{2.11}$$

Estabelecendo p como a probabilidade de aumento e 1-p como a de queda, é suposto que o retorno sobre o ativo seja igual à taxa livre de risco. Esta é a aplicação do princípio da neutralidade ao risco no modelo binomial.

Segundo Hull (2006), as variáveis u e d são definidas em função da volatilidade do preço do ativo (σ), e se definirmos Δt como a extensão de um intervalo de tempo temos:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \tag{2.12}$$

$$d = \frac{1}{u} \tag{2.13}$$

Uma abordagem alternativa à probabilidade neutra ao risco é a do portfólio replicante, onde se torna necessário determinar as taxas de desconto para cada passo da árvore. Esta abordagem passa a ser muito complexa para modelagens com um número grande de períodos. Copeland e Antikarov (2001) provaram que as duas abordagens geram os mesmos resultados.

2.2.6.
Preço de Mercado do Risco

O preço de mercado do risco é a diferença entre o retorno esperado de uma variável e a taxa livre de risco. Este conceito será importante mais a diante, para avaliação de um projeto de mineração, onde a variável de risco é o preço do minério de ferro.

Segundo Brandão & Saraiva (2007) as receitas de um projeto podem, ou não, estar relacionadas a um ativo de mercado. Caso esta variável da receita não seja um ativo financeiro, não é possível determinar diretamente qual é o prêmio de risco apropriado para esta fonte de incerteza.

Alguns autores (Irwin, 2003; Dixit & Pindyck, 1994) sugerem uma solução exógena, escolhendo-se um valor arbitrário para o prêmio de risco das receitas. Este valor, no entanto, pode ser estimado a partir dos processos estocásticos dos fluxos de caixa e do valor do projeto.

No projeto de mineração a receita é uma função do volume de vendas e do preço do minério. Assumindo que o volume de vendas será a capacidade total de produção de minério e que está será constante ao longo do tempo, a receita dependerá somente do preço do minério. No trabalho de Caporal (2006) o preço da energia é considerado a única incerteza da receita de um projeto de geração de energia.

O processo neutro ao risco do preço do minério utilizando um modelo estocástico de acordo com o movimento geométrico browniano, será dado por:

$$dP_t = (\alpha_t - \lambda\sigma_P)P_t dt + \sigma_P P_t dz \qquad (2.14)$$

onde $\lambda\sigma_P$ é o prêmio de risco do preço e P_t, α_t, $\lambda = \beta_S\left(\frac{E[R_m]-r}{\sigma_S}\right)$ e σ_P são respectivamente o preço do minério no período t, a taxa de crescimento do preço, o preço de mercado do risco do projeto e a volatilidade do preço do minério. Uma análise mais detalhada pode ser encontrada em Brandão & Saraiva (2007), onde foi utilizado o CAPM para obter o prêmio de risco do projeto. O prêmio de risco do preço do minério será:

$$\lambda\sigma_P = \beta_S\left(E[R_m]-r\right)\frac{\sigma_P}{\sigma_S} \tag{2.15}$$

Com a equação (2.5) podemos determinar o valor do projeto de mineração através do processo neutro ao risco, sendo a taxa de crescimento do preço do minério $\alpha_t - \lambda\sigma_P$ em vez de α_t.

Ativos para os quais o mercado é incompleto ou que não são negociáveis livremente, como pode ser o caso do minério de ferro por não ser uma *commodity*, torna-se necessário recorrer a métodos indiretos para a determinação de seu prêmio de risco.

Freitas & Brandão (2008) utilizaram em seu estudo um método indireto para estimarem o prêmio de risco da demanda de alunos em um projeto de *e-learning*.

O método indireto para determinar o prêmio de risco da receita, ou do preço do minério, utiliza o fato de que o valor esperado do projeto na avaliação neutra ao risco deve ser idêntico ao valor esperado na avaliação tradicional onde os fluxos de caixa são descontados à taxa de risco. Dessa forma temos:

$$E\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{f(P)}{(1+\alpha)}\right] = E\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{f(P_R)}{(1+\alpha-\lambda\sigma_P)}\right], \tag{2.16}$$

onde $f(P)$ é o fluxo de caixa do projeto em função do preço do minério com risco, e $f(P_R)$ é o fluxo de caixa em função do preço do minério livre de risco. Considerando que as demais variáveis da equação (2.4) são conhecidas, através de uma planilha é possível utilizar a ferramenta "Atingir Meta" (ou "*Goal Seek*") para determinar o valor de $\lambda\sigma_P$ que resulte em um valor esperado da avaliação neutra ao risco equivalente ao do valor esperado descontado à taxa de risco.

Uma vez definindo o processo estocástico da incerteza, a volatilidade do valor do projeto pode ser estimada através da Simulação de Monte Carlo aplicada ao fluxo de caixa estocástico, conforme proposto por Copeland &

Antikarov (2001) e adotando-se a modificação proposta por Brandão, Dyer & Hahn (2005), considerando-se que o valor do projeto também segue um MGB.

2.2.7. Modelo de Avaliação de Opções Reais

O modelo de avaliação de opções reais proposto por Copeland & Antikarov (2001) é baseado em duas premissas. A primeira, conhecida como Market Asset Disclaimer (MAD), diz que o valor presente do projeto sem flexibilidade é o melhor estimador não tendencioso do seu valor de mercado. A segunda premissa é que as variações no valor do projeto seguem um caminho aleatório, permitindo que o projeto seja modelado através de um movimento geométrico browniano.

Copeland & Antikarov (2001) pressupõem, baseados no teorema de Samuelson (1965), que as opções associadas a um projeto somente podem ser avaliadas utilizando o princípio da neutralidade ao risco se o valor do projeto variar seguindo um MGB. Este teorema demonstrou que em um mercado eficiente, onde há informações completas sobre os fluxos de caixa esperados de um ativo, os preços deste ativo já refletem as informações disponíveis. O teorema conclui que possíveis variações da taxa de retorno deste ativo são aleatórias, e têm distribuição normal.

O modelo de avaliação de opções reais consiste em quatro passos, resumidos na Figura 3. O primeiro passo é calcular o valor presente determinístico do projeto através da metodologia tradicional do FCD, sem considerar a flexibilidade gerencial, ou seja, as opções reais. O valor presente é obtido projetando os fluxos de caixa e descontando-os pelo custo do capital que represente o risco do projeto.

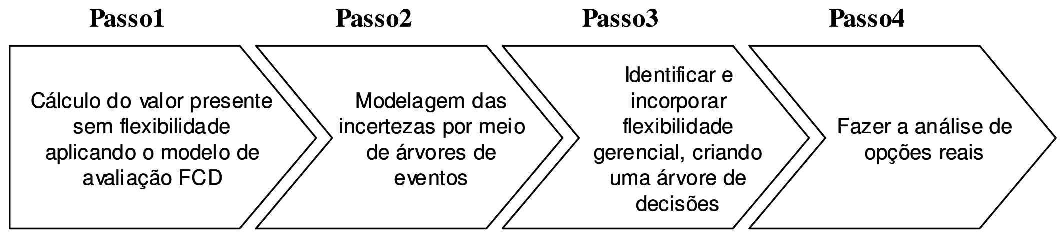

Figura 3 – Resumo do Modelo da Copeland & Antikarov

O próximo passo é adicionar as incertezas combinadas que influenciam a volatilidade do projeto na construção de uma árvore de eventos. Copeland & Antikarov ressaltam que a árvore não incorpora decisões, e tem como objetivo modelar as incertezas que influenciam o valor do ativo subjacente sujeito ao risco ao longo do tempo. A combinação destas incertezas resultará em uma única incerteza, que é o retorno do projeto. Neste passo é obtida a volatilidade do projeto através da distribuição do retorno do projeto, que será utilizada para definir o valor da flexibilidade. O método de obtenção da volatilidade será discutido mais adiante.

O terceiro passo do modelo é a determinação das decisões gerencias que serão tomadas na árvore de eventos, transformando-a em uma árvore de decisão. A árvore de decisão não só modela o conjunto de valores que o ativo ou projeto pode assumir ao longo do tempo, mas também demonstra os retornos das decisões gerenciais ótimas.

O último passo resume-se na avaliação dos resultados obtidos com a árvore de decisão. O valor do projeto alcançado na árvore de decisão será constituído por duas parcelas, sendo a primeira o valor do projeto sem opção e a segunda parcela o prêmio da opção ou o valor da flexibilidade. Quanto maiores forem as incertezas e a flexibilidade do projeto, maior será o prêmio da opção.

2.2.7.1.
Estimando a Volatilidade

A determinação correta da volatilidade do projeto é fundamental para o valor da opção relacionada ao ativo básico. Como é possível resumir em uma única variável o conjunto de incertezas que afetam o seu fluxo de caixa? Esta variável é o retorno do projeto, onde seu desvio padrão, ou volatilidade do projeto, reflete todas as incertezas atreladas ao projeto. Copeland e Antikarov (2001) propõem um método para apurar a volatilidade vinculada ao ativo subjacente da opção utilizando a Simulação de Monte Carlo.

A Simulação de Monte Carlo permite gerar n conjuntos de fluxos de caixa futuros do projeto em função de suas incertezas. Cada interação da simulação fornece um conjunto de fluxos de caixa a partir do qual se determina o valor do projeto ao final do primeiro período (V_1), que é dado por:

$$\tilde{V}_1 = \tilde{C}_1 + \sum_{i=2}^{n} \frac{\tilde{C}_i}{(1+\mu)^{i-1}} \tag{2.17}$$

onde, C_i é o fluxo de caixa para cada período e μ a taxa de desconto.

Portanto, o retorno de um projeto v, entre os períodos 0 e 1, será então:

$$\tilde{v} = \ln\left(\frac{\tilde{V}_1}{\overline{V}_0}\right) \tag{2.18}$$

onde $\overline{V}_0$ é o valor presente do projeto obtido no cenário determinístico.

A simulação gera um conjunto de amostras dos retornos da variável aleatória v a partir do qual é computada a volatilidade do projeto σ, que é definido como o desvio padrão anualizado dos retornos z.

$$\sigma = \sqrt{\frac{n\sum v_i^2 - \left(\sum v_i\right)^2}{n^2}} \tag{2.19}$$

Dessa forma, podemos considerar que se o retorno do projeto tem distribuição normal, logo, o processo estocástico do valor do projeto segue um MGB, ou seja, o valor do projeto tem uma distribuição lognormal.

O processo estocástico do projeto será:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz \tag{2.20}$$

onde,

$$\mu = v + \frac{1}{2}\sigma^2 \tag{2.21}$$

2.2.7.2. Método Brandão, Dyer e Hahn (BDH)

Brandão, Dyer & Hahn (2005) propuseram algumas mudanças no modelo de Copeland & Antikarov (2001). A diferença entre os dois métodos se restringe à modelagem do valor presente do projeto ao final do primeiro período.

Brandão, Dyer & Hahn (2005) argumentaram que o método de Copeland & Antikarov (2001) sistematicamente superavaliava a volatilidade de um projeto, levando a valores de opção acima do real. O modelo assumia que as variações nos fluxos de caixa são independentes, entretanto, a variância aumenta com o número de períodos do projeto uma vez que o termo de covariância será zero.

Para resolver este problema, Brandão, Dyer & Hahn (2005) apresentaram uma fórmula mais adequada de definição do retorno do projeto, que abranja apenas as incertezas do primeiro período do fluxo de caixa. O modelo sugerido define que apenas o fluxo de caixa do primeiro ano (C_1) será estocástico, especificando períodos subseqüentes ($C_2, C_3, ..., C_n$) pelo valor esperado no instante 1 condicionado à realização observada de C_1.

$$v = \ln\left(\frac{V_1}{\overline{V}_0}\right) = \ln\left(\frac{C_1 + V_1\left(E_1(C_2),...,E_1(C_n)\middle|C_1\right)}{\overline{V}_0}\right) \tag{2.22}$$

2.2.8. Simulação de Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo é uma técnica de análise de risco onde se utiliza um software para simular prováveis eventos futuros (Brigham, Gapenski e Ehrhardt, 2001).

Sua aplicação é interessante, pois descarta a necessidade de escrever equações diferenciais e permite a simulação direta dos processos estocásticos de várias fontes de incerteza simultaneamente – o que se torna ainda mais útil em problemas de maior complexidade. A Simulação de Monte Carlo é baseada na geração de números aleatórios, os quais são utilizados como parâmetros de entrada para se extrair valores de uma distribuição acumulada de uma variável qualquer, como receitas, custos, investimentos, vida útil etc.

Com a aplicação de um software de Simulação de Monte Carlo é possível obter, através de várias interações, resultados esperados para cada cenário do processo estocástico e montar uma distribuição destes resultados, indicando a média e desvio padrão. Com estes valores podemos obter a volatilidade do projeto, que é um dado importante para determinar o valor da opção real.

Pode-se realizar a Simulação de Monte Carlo através de softwares específicos como o @RISK®, da Palisade, e o Crystal Ball 2000®, da Decisioneering.