

1.Introdução

Os derivados de petróleo são umas das principais fontes de energia e de matéria-prima para indústria petroquímica e química no mundo. Este recurso natural é um dos pilares fundamentais da economia, como mostrado nos últimos anos, com o preço do barril de petróleo subindo e influenciando a economia mundial.

Analisando o processo de produção, o petróleo é encontrado em uma rocha reservatório porosa e permeável. Um dos métodos usados para a sua extração consiste na inserção de água no reservatório por um poço injetor. Com a entrada de água, o petróleo escoar para o poço produtor, sendo produzido. Para se obter melhores resultados na produção, por vezes são adicionados na água produtos químicos que modificam o comportamento do seu escoamento. Esta modificação do comportamento pode se enquadrar em um fluido não newtoniano, além disso, alguns óleos já possuem este comportamento.

O completo entendimento das propriedades da rocha, do óleo e dos fluidos por ventura utilizados para a extração do óleo são de extrema importância para a otimização e maximização da produção petrolífera. Atualmente, é conhecido que menos de 50% do volume de óleo existente no reservatório é extraído, mostrando um elevado potencial para descobertas neste setor.

Um escoamento em um meio poroso pode ser modelado como um escoamento através de uma região com variação da seção transversal variando de um valor máximo, representando o poro e um valor mínimo representando o canal entre dois poros vizinhos. Neste contexto, o estudo de escoamentos não newtonianos em uma geometria de expansão-contração mostra-se atualizada com a necessidade de maior produção mundial de petróleo.

1.1.Motivação

A escolha da geometria complexa de expansão e contração abrupta 1:4:1 foi motivada como citado pela existência de geometrias semelhantemente complexas na natureza e nos processos industriais. Nestes meios existem diversos escoamentos de líquidos viscoplásticos em passagens com variação abrupta da seção transversal, como tintas, pasta de dente, chocolate derretido,

argila e lama, passando em processos tais como extrusão, preenchimento de moldes e escoamentos em meios porosos. Nestas geometrias, o material viscoplástico, devido a sua natureza, possui regiões de escoamento (*yielded*) e de estagnação, ou quasi-estagnação (*unyielded*).

Apesar dos diversos estudos acerca destes materiais, alguns escoamentos complexos ainda não são completamente compreendidos. Um exemplo é o escoamento de *carbopol* ao passar por um duto com uma expansão-contracção, analisado por Souza Mendes et al. [1] em testes experimentais na PUC-Rio.

O fluido utilizado nestes testes foi uma solução aquosa de *carbopol* e o aparato para os testes é mostrado na figura 1.1. O *carbopol* é um copolímero ácido poliacrílico capaz de estabilizar, suspender ou espessar formulações aquosas, sendo bastante utilizado nas indústrias de cuidados pessoais em géis, cremes e loções [23].

O esquema da figura 1.1 mostra um tanque da solução aquosa de *carbopol*, uma bomba para gerar o escoamento e a geometria de testes. O *carbopol* era impulsionado pela bomba, escoando do tanque para região de testes e retornando ao tanque. Os testes foram realizados com número de Reynolds muito baixos ($Re < 0,1$), para que as hipóteses de escoamento laminar e efeitos de inércia desprezíveis fossem cumpridos. O tanque era grande suficiente para garantir que o escoamento lento dos testes passasse apenas uma única vez pela região de testes, eliminando efeitos de memória do fluido.

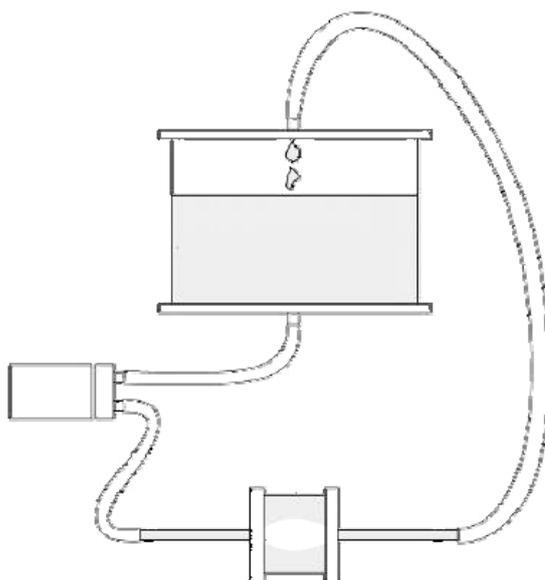


Figura 1.1: Experimento para visualização do escoamento

Os testes foram realizados mantendo-se sempre o diâmetro e o comprimento das tubulações de entrada e saída da região de testes fixos, enquanto se variava o comprimento e diâmetro da geometria de testes.

Para se verificar como o escoamento ocorria foram colocadas micro esferas no *carbopol*, de forma que ao se tirar uma foto com elevado tempo de exposição do teste, poder-se-ia verificar as regiões onde ocorria o escoamento (riscos brancos) e regiões com fluido parado (pontos brancos representando as micro-esferas paradas).

Resultados dos testes realizados mostram que o perfil de escoamento tem uma elevada relação com os parâmetros geométricos. Na figura 1.2 se verifica como o escoamento varia quando a relação L_0/R_0 é respectivamente 1, 1,5 e 2.

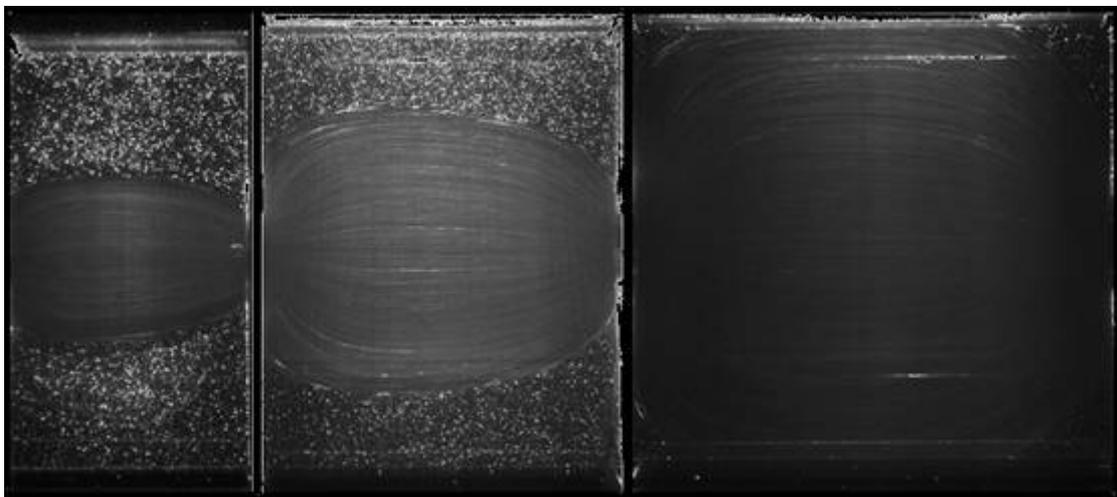


Figura 1.2: Visualização dos experimentos

Nas fotos obtidas verifica-se com nitidez a diferença entre o fluido em escoamento e o fluido parado e a superfície de escoamento entre as duas regiões. Na figura 1.2, por exemplo, percebe-se que à medida que se aumenta o comprimento da região de teste em relação ao seu raio ($L_0/R_0 \uparrow$), a região *yielded* aumenta. Outros testes mostram que esta mesma região reduz à medida que se aumenta a razão R_0/R .

O teste experimental apresentou assimetria na região *yielded*, enquanto nos testes numéricos, com o modelo SMD [7], esta assimetria não aparece. O modelo SMD é um modelo viscoplástico que será detalhado posteriormente no texto. Como os experimentos práticos foram realizados com baixos Re ($Re < 0,1$), isso sugere que o escoamento torna-se assimétrico devido à elasticidade deste fluido, não contemplada na equação SMD.

Com base nestes resultados, esta dissertação tem como objetivo estudar o comportamento de um novo modelo elasto-viscoplástico através de uma expansão-contração 1:4:1. A principal motivação que leva à introdução deste novo modelo é a compatibilização de um modelo teórico com os resultados experimentais da assimetria, mantendo-se ainda as características viscoplásticas apresentadas.

Para uma melhor compreensão deste modelo será realizada uma explicação prévia de viscoplasticidade e viscoelasticidade que são os tipos de fluidos não newtonianos com comportamento mais próximo do elasto-viscoplástico analisado.

1.2. Líquidos Não Newtonianos *Shear-Thinning*

Os materiais *shear-thinning* são líquidos não-newtonianos que apresentam uma grande variação de sua viscosidade em função da variação da tensão em que o líquido é submetido. Alguns possuem uma queda gradual da viscosidade com o aumento da tensão a que são submetidos, chamados de pseudoplásticos (figura 1.3a), enquanto outros (figura 1.3d) apresentam uma queda abrupta da viscosidade quando a tensão atinge a chamada tensão de escoamento, chamados de viscoplásticos.

Os resultados da relação da tensão pela taxa de deformação dos fluidos supracitados são mostrados na figura 1.3b e 1.3e, respectivamente. Particularmente para o último fluido, o viscoplástico, seu comportamento é caracterizado por uma nítida divisão entre a região que possui elevada viscosidade e baixíssimas velocidades (região *unyielded* ou não deformada) e a outra região com menor viscosidade e a presença do fluido escoando (região *yielded* ou deformada). O fluido pseudoplástico, que não possui um patamar de tensão de escoamento, apresenta uma região de transição entre as regiões *yielded* e *unyielded*.

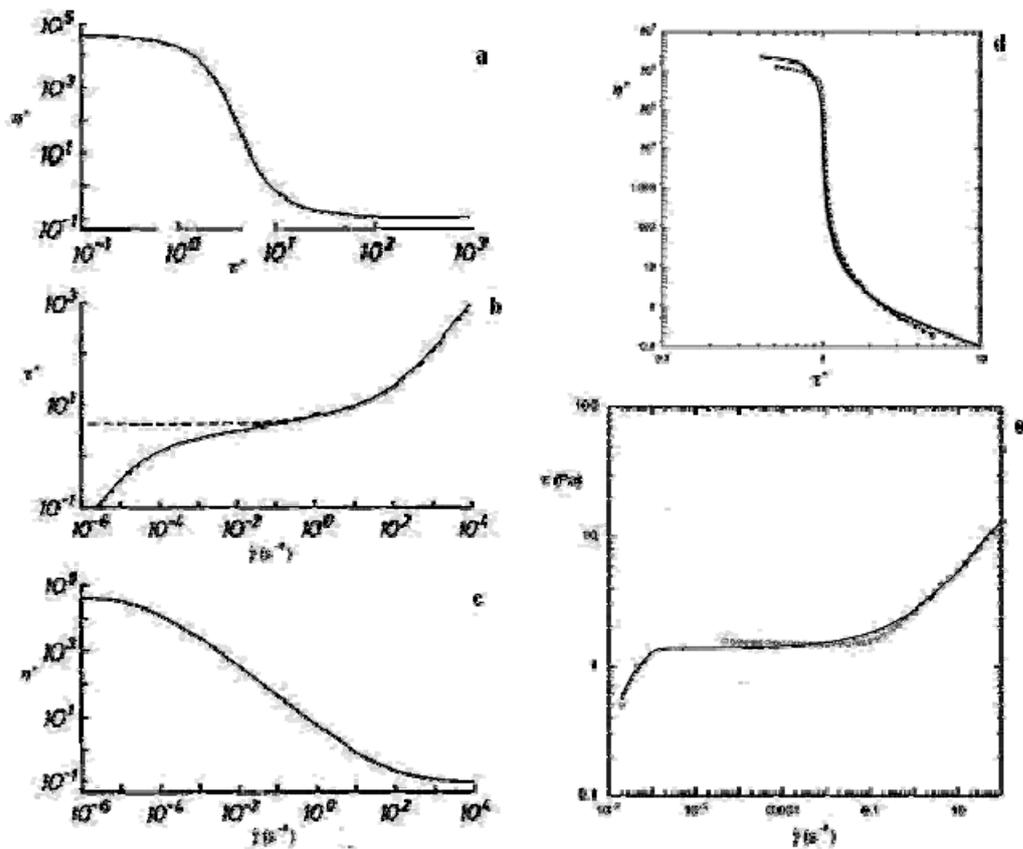


Figura 1.3: Comportamento de um fluido *shear-thinning*

Outra forma de ser apresentado o fluido *shear-thinning* é como mostrado na figura 1.3c. Nesta figura, o líquido possui uma elevada viscosidade constante quando submetido a baixas taxas de deformação. O mesmo se verifica quando ele é submetido a elevadas taxas de deformação, porém o patamar da viscosidade é bem inferior. Entre estes dois patamares existe uma região de transição caracterizada por uma queda suave.

Em geral, a equação constitutiva que descreve um fluido viscoplástico é dada por:

$$\eta = F(\dot{\gamma}) \quad (1.1)$$

Nesta equação η é a viscosidade e $F(\dot{\gamma})$ é uma função variável com a taxa de deformação $\dot{\gamma}$, ou seja, a viscosidade é dependente da taxa de deformação.

Existem diversos modelos bem aceitos na literatura que modelam o comportamento destes fluidos. Um dos mais simples destes é o *power-law* (equação 1.2) que modela apenas a queda da viscosidade entre os dois patamares de viscosidade constante (figura 1.3c).

$$\eta(\dot{\gamma}) = m\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1.2)$$

Na equação 1.2, m é chamado de índice de consistência (dimensão $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$) e n é o expoente *power-law* (adimensional). Os fluidos mostrados na figura 1.3 possuem $n < 1$. quando $n = 1$ e $m = \mu$ a equação recai para um fluido newtoniano.

1.3. Líquidos Não Newtonianos Viscoelásticos

O termo viscoelástico indica a presença de propriedades elásticas e viscosas no material. Diferentemente dos líquidos *shear-thinning*, o viscoelástico pode apresentar viscosidade constante ou variável com a taxa de deformação. Porém, além do comportamento viscoso dos fluidos newtonianos, ele também apresenta características elásticas dos sólidos *hookeanos*. Para os fluidos newtonianos a tensão τ se relaciona com a taxa de deformação $\dot{\gamma}$ através da viscosidade μ como mostrado na equação 1.3a. Com os sólidos, em esforços de cisalhamento, a tensão τ se relaciona com a deformação γ através do módulo de cisalhamento G , como mostrado na equação 1.3b.

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \quad (1.3a)$$

$$\tau = G\gamma \quad (1.3b)$$

Derivando a equação 1.3b com relação ao tempo obtém-se:

$$\dot{\tau} = G\dot{\gamma} \quad (1.3c)$$

Como o fluido é um só com as duas características, levando-se em consideração a ligação em série dos módulos elástico e viscoso, a taxa de deformação será dada pela soma da taxa de deformação decorrente tanto da viscosidade do líquido newtoniano e quanto da elasticidade do sólido *hookeano*. Assim, somando-se as taxas de deformação de 1.3a e 1.3c como sendo $\dot{\gamma}$ do fluido e rearranjando a equação obtém-se a conhecida equação de Maxwell:

$$\tau + \lambda\dot{\tau} = \mu\dot{\gamma} \quad (1.4a)$$

com

$$\lambda = \frac{\mu}{G} \quad (1.4b)$$

Na equação 1.4b, λ tem dimensão de tempo sendo chamado de tempo de relaxação. Este parâmetro caracteriza a influência da viscosidade e da elasticidade no fluido. Quanto menor λ , menor será a elasticidade e mais próximo de um líquido newtoniano será o fluido. E quanto maior λ mais parecido com um sólido *hookeano* será.

Com esta equação definida pode-se verificar a diferença do comportamento deste fluido com de um fluido newtoniano. Por exemplo, considere que uma taxa de deformação $\dot{\gamma}$ que estava aplicada no fluido seja cessada exatamente no tempo $t = 0$. Para um fluido newtoniano (equação 1.3a) a tensão cessa imediatamente, assim $\tau = 0$ em $t = 0$.

Para saber o comportamento do fluido viscoelástico basta calcular baseado na equação 1.4a [6], que é dado pela equação 1.5.

$$\tau = \mu \dot{\gamma} e^{-\frac{t}{\lambda}} \quad (1.5)$$

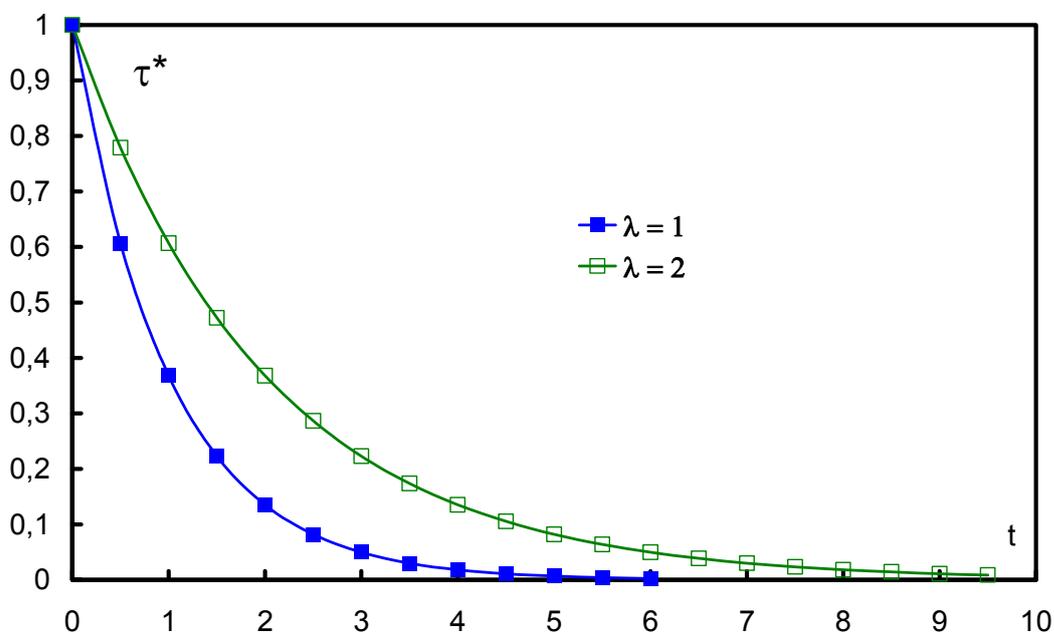


Figura 1.4: Tensão x Tempo ao cessar a taxa de deformação $\dot{\gamma}$ em um fluido viscoelástico

Na equação 1.5 e figura 1.4 verifica-se que há um atraso de resposta do fluido viscoelástico quando se cessa a taxa de deformação $\dot{\gamma}$, mostrando o efeito da elasticidade do fluido.

Outra característica de materiais viscoelásticos é a existência das tensões normais diferentes entre si em escoamentos de cisalhamento simples, o que não existe nos fluidos newtonianos. A equação 1.6 mostra a modelagem deste parâmetro.

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\Psi_1 \dot{\gamma}_{xy}^2 \quad (1.6)$$

Na equação 1.6, Ψ_1 é chamado de primeiro coeficiente da tensão normal. Esta diferença entre as tensões normais está associada à efeitos de não linearidades e, normalmente, surgem apenas em elevadas taxas de cisalhamento $\dot{\gamma}_{xy}$. A ocorrência deste efeito é justificada na teoria molecular dos líquidos viscoelásticos. Estes fluidos, na sua grande parte, são líquidos poliméricos. Quando em repouso, as cadeias de moléculas destes fluidos encontram-se sobre a forma de esferas devido às forças entrópicas. Quando em um escoamento estas cadeias deformam e seu conjunto muda sua forma para elipsóides. Assim, forças restauradoras começam a atuar para que a cadeia volte a seu estado esférico. Isto é ilustrado na figura 1.5.

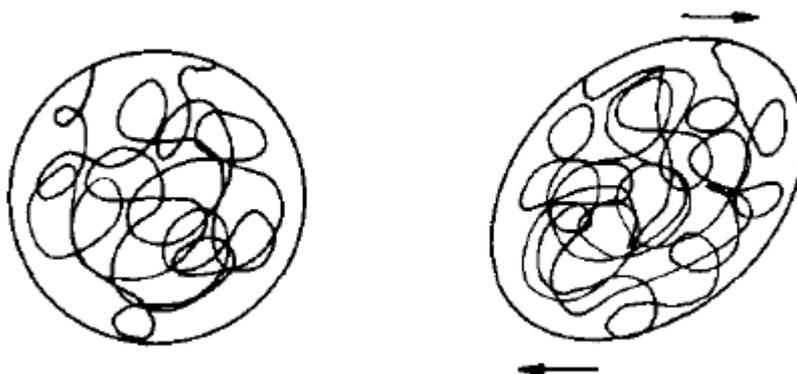


Figura 1.5: Estrutura polimérica em repouso (esquerda) e sob efeito de tensões cisalhantes.

Em relação ao modelo a ser apresentado neste trabalho, ele é decorrente da modificação do modelo SMD, um modelo viscoplástico, pela introdução da elasticidade quando as tensões são menores do que a tensão limite de

escoamento. Isto permite que se analise a reologia do fluido considerando tanto a plasticidade quanto a elasticidade, surgindo assim o modelo reológico: elasto-viscoplástico.

1.4. Justificativas

A equação constitutiva utilizada visa introduzir uma nova abordagem reológica dos fluidos, não vislumbrada até então, que represente com maior proximidade o comportamento real dos fluidos não-newtonianos com comportamento viscoplástico, considerando também o comportamento elástico do fluido.

A adequação do modelo numérico ao comportamento real dos fluidos é essencial para a análise dos processos industriais que utilizam estes fluidos, já que terão maior confiabilidade no modelo numérico, passando a realizar menos testes de bancada, que consomem mais recursos (espaço físico, mão de obra, tempo e/ou custos). Por fim, os resultados fornecidos, mais precisos, afetarão na produtividade e no faturamento das indústrias.

1.5. Revisão da Literatura

O escoamento não-newtoniano tem sido analisado por diversos autores na literatura, com ênfase nos mais diversos campos. No presente trabalho foi enfatizado o estudo nos escoamentos em geometrias mais complexas, como o deste trabalho e líquidos viscoplásticos e viscoelásticos.

As principais referências para se iniciar um estudo no campo dos fluidos não-newtonianos são os textos de Barnes [8] e Bird [5]. Barnes apresenta estes fluidos com enfoque mais no texto, com menos equações e exemplos numéricos, porém com mais analogias práticas e de fácil compreensão. Assim como o título do livro incita, esta referência é uma introdução a reologia, com apresentação de conceitos essenciais. São mostradas e comentadas as diferentes formas que a viscosidade pode ser dependente da taxa de cisalhamento e como medi-la nos diversos tipos de viscosímetros existentes. Em seguida, o autor descreve a viscoelasticidade, iniciando com uma análise linear, passando para a análise das tensões normais existente em materiais viscoelásticos. Com esta base pronta Barnes apresenta de forma geral a reologia de materiais poliméricos.

Bird diferentemente de Barnes, escreveu um texto mais aprofundado, focado em líquidos poliméricos, com inúmeros exemplos numéricos e equações

constitutivas que modelam estes fluidos. O texto analisa o fluido newtoniano generalizado, cuja dependência da viscosidade com a taxa de cisalhamento é modelada com equações que não possuem efeitos de tensão normal nem dependência temporal. Neste mesmo capítulo é indicado o uso do método dos elementos finitos para resolução de problema com geometrias complexas. Ao fim do capítulo o autor relata que este modelo newtoniano generalizado representa com eficácia a relação de pressão x vazão, por exemplo, em condutos uniformes e retilíneos em escoamentos permanentes. Porém, se houver escoamentos que não sejam puramente cisalhantes e/ou permanente este modelo não retrata a realidade.

Bird descreve também os fluidos viscoelásticos, iniciando com fluido viscoelástico linear deduzido a partir de escoamentos com gradientes de deslocamento infinitesimalmente pequenos. Posteriormente, o autor passa para modelos viscoelásticos não lineares, onde é introduzida a derivada convectada, permitindo que o modelo torne-se independente de rotações de eixo, o que não era previsto no modelo linear. Por fim, Bird substitui todas as derivadas temporais (tanto da tensão quanto de $\dot{\gamma}$) em derivadas convectadas. Desta forma, a derivada temporal da tensão também se torna independente de rotações de eixos. Estes modelos foram definidos como quasi-lineares. Por fim, Bird cita os modelos não lineares que são basicamente os modelos quasi-lineares com introdução de não linearidades como viscosidade dependente de $\dot{\gamma}$ e não linearidade nos termos de tensão. A grande vantagem destes modelos é a simplicidade que permite por vezes uma solução analítica para determinados tipos de escoamentos. Porém a simplicidade destas equações vai de encontro com tentativas de aproximações com algumas funções materiais.

Continuando na análise dos fluidos não-newtonianos, Barnes revê em [14] os materiais com tensão de escoamento. Neste artigo, o autor expõe que adotar uma tensão de escoamento para um fluido viscoplástico não representa o que ocorre na realidade. Ele demonstra isso aplicando nestes líquidos uma tensão abaixo da tensão de escoamento e medindo escoamentos com velocidades e deformações extremamente baixas. Ainda, a viscosidade apresentaria um comportamento semelhante a um modelo bi-viscoso, com valores elevados em baixos $\dot{\gamma}$ e bem menores para $\dot{\gamma}$ maiores. Mesmo assim, a tensão de escoamento pode ser descrita matematicamente para determinada faixa de aplicação, ou alguns escoamentos como forma de facilitar a análise numérica.

Al Khatib et al. [15] analisa o escoamento bidimensional permanente com inércia desprezível de um fluido viscoplástico através de um canal reto semi-infinito em uma região suficientemente longe da entrada para que o escoamento seja considerado paralelo à parede. No artigo é mostrado que se o modelo usado é o do fluido de Bingham, surgem inconsistências reológicas. Para resolver este problema, o autor usou o modelo bi-viscoso e para alcançar o escoamento paralelo fez uso de autofunções (através de pequenos distúrbios na velocidade do escoamento). Obtidas as funções, ele verifica que ao aproximar o modelo bi-viscoso para o modelo de Bingham, o escoamento aproxima-se do escoamento paralelo, mas apenas é alcançado no infinito. Por fim o autor conclui que a geometria idealizada “semi-infinita” vai de encontro com a idealização reológica do fluido de Bingham.

Souza Mendes e Dutra [7] em seu artigo apresenta um novo modelo viscoplástico, definido como SMD. Os modelos viscoplásticos existentes utilizados para adequação de dados de viscosidade, como o Herschel-Bulkley ou Bingham prevêm uma viscosidade infinita quando $\dot{\gamma}$ tende a zero, o que é incompatível com a equação de conservação que governa diversos fluidos. Para contornar este problema, a equação SMD foi desenvolvida prevendo patamar de viscosidade constante quando $\dot{\gamma}$ tende a zero e decaimento *power-law* a partir da tensão de escoamento. Resultados de testes com *carbopol*, lama e maionese foram ajustados para a equação e a adequação foi positiva. Além disso, a equação SMD é contínua o que facilita a implementação de simulações numéricas com este modelo.

Com relação às geometrias simuladas ou testadas experimentalmente a que mais é citada na literatura é apenas contração ou apenas expansão do escoamento. Entre os artigos existentes, um exemplo é o de Oliveira et. al.[3] que analisa o comportamento de um fluido modelado por volumes finitos pela equação de Oldroyd-B, com relação a razão de contração (CR) e os valores de Deborah. Os resultados obtidos são analisados e comparados com os obtidos na literatura. Entre estes se verifica que à medida que se aumenta a relação De/CR a região com vórtice aumenta.

Manica e De Bortoli [16] analisam o escoamento laminar de fluidos *power-law* ($n=0,5$ e $n=1,5$) e um fluido newtoniano ao passar por uma expansão 1:3. O escoamento é analisado com relação a variação de Re e são obtidos três tipos de escoamentos em todos os fluidos:

- Simétrico para baixos Re , com as regiões de vórtice próximas às quinas da expansão;
- Para Re médios começa a aparecer uma assimetria com a região do vórtice superior se tornando maior enquanto a região de vórtice inferior diminui um pouco o seu tamanho;
- Para elevados Re , a situação anterior se mantém com o aparecimento de uma terceira região de vórtice na parte inferior do duto, após o término do vórtice superior.

Os autores constataram que após um Re crítico o escoamento torna-se dependente do tempo. Com os três fluidos simulados, apenas com a situação assimétrica de três vórtices existe uma grande diferença entre os resultados. Para o fluido *shear-thickening*, o surgimento da terceira região de recirculação é constatado com Re menores do que no caso newtoniano. O inverso é verificado com fluido *shear-thinning*.

Mitsoulisa e Huilgolb [17] estudaram o comportamento de fluido de Bingham ao passar por uma expansão 1:2 tanto planar quanto axissimétrica. Por motivos numéricos, eles utilizaram a modificação de Papanastasiou da equação de Bingham. Uma análise detalhada foi realizada tratando-se do tamanho e formato das regiões *yielded/unyielded* e também com relação ao tamanho e formato da região de vórtice. As simulações foram realizadas para uma ampla faixa de Bi , e de Re entre 0 e 200. Entre os resultados, os autores confirmaram o resultado clássico que quanto maior Bi menor será a região de vórtice, mesmo com elevados Re , o que é decorrente da estagnação desta região. Os autores ainda desenvolveram uma fórmula de aplicação prática com base nos resultados e nas faixas simuladas de Re e Bi . A fórmula relaciona o excesso de perda de carga devido a expansão 1:2 simulada. Segundo os resultados e a fórmula se evidencia que quanto maior a tensão de escoamento (ou com o aumento de Bi) maior será o excesso de perda de carga.

Alexandrou et al. [18] analisaram a expansão 3-D de um fluido Herschel-Bulkley. Assim como Mitsoulisa e Huilgolb, Alexandrou usou a equação modificada de Papanastasiou para considerar diminuição da viscosidade em elevadas taxas de deformação. Estudos detalhados foram feitos observando-se o comportamento do fluido e da perda de carga com relação a Re e Bi . As geometrias simuladas foram expansão 1:2 e 1:4, ambas com seção transversal quadrada. Nos resultados obtidos foi verificada uma interdependência entre Re e Bi nas regiões *unyielded* nas quinas da expansão.

Jay et al. [19] analisaram o escoamento em uma expansão 1:4 com os modelos bi-viscosos a partir das equações de Herschel-Bulkley e Bingham. Em suas análises eles verificaram o comportamento do fluido e da perda de carga em função da tensão de escoamento, viscoplasticidade do material e efeitos de inércia. Entre os resultados, os autores concluíram que a tensão de escoamento e os efeitos de inércia atuam de forma inversa no comportamento do fluido. Ainda, em conformidade com outros autores citados anteriormente, Jay et al. verificam que a viscoplasticidade reduz a região de vórtice.

Poole et al. [20] analisaram o escoamento em uma expansão 1:3 de três modelos viscoelásticos (Maxwell com derivada convectada superior (UCM), Oldroyd-B e PTT). Para as simulações com UCM e Oldroyd-B, o valor máximo de De alcançado foi 1. Pelos resultados, os autores concluíram que em $De = 1$, o comprimento máximo da região de recirculação cai cerca de 17% em relação a um fluido newtoniano, porém com relação a intensidade da região de recirculação foi observado uma redução de 60%.

Missirlis et al. [21] analisam o escoamento em uma expansão 1:4 do modelo UCM, alcançando números de Deborah igual a três. Nos resultados os autores analisaram o comportamento do fluido com relação à elasticidade (De e primeira diferença das tensões normais – N_1) e com relação ao tamanho do vórtice. Os resultados de N_1 foram plotados em função da distância axial. Nota-se que N_1 é nulo no duto de menor raio, começa a aumentar de valor ao entrar na região de expansão e, após uma determinada distância, volta a se anular. Nestes gráficos ainda, N_1 alcança valores maiores e permanece não nulo por uma distância maior quanto maior é De do escoamento. Com relação à região de vórtice, os resultados são compatíveis com Poole et al. [20], porém para $De=3$ esta região se anula, não apresentando recirculação.

Pierre Saramito [22] descreve em seu artigo um novo modelo elasto-viscoplástico. O modelo foi desenvolvido a partir do modelo viscoplástico de Bingham e do modelo viscoelástico de Oldroyd-B. A vantagem citada pelo autor é a continuidade na transição entre um modelo de sólido viscoelástico e o modelo viscoelástico de Oldroyd-B, respectivamente antes e depois da tensão igualar a tensão de escoamento. O modelo mecânico apresentado pelo autor é apresentado na figura 1.6 e pela equação 1.7.

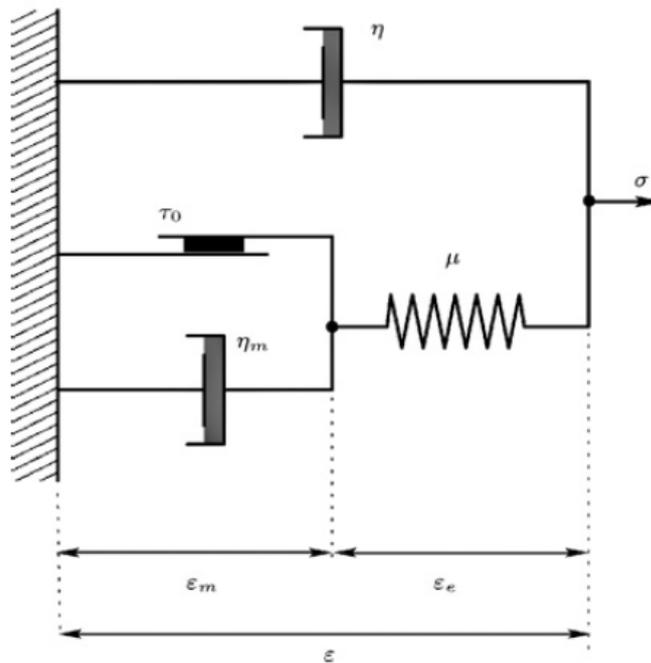


Figura 1.6: modelo elasto-viscoplástico de Pierre Saramito

$$\lambda \dot{\tau} + \max\left(\frac{|\tau_d| - \tau_0}{|\tau_d|}\right) \tau - 2\eta_m D(v) = 0 \quad (1.7)$$

onde $D(v)/2$ é a taxa de deformação e τ_d é denominado como a parte deviatória de τ [22].

Pela figura, um elemento de fricção foi τ_0 foi introduzido no modelo Oldroyd. Em tensões abaixo da tensão de escoamento, o elemento de fricção se mantém rígido. A energia necessária para romper este elemento é determinada pelo critério de escoamento de Von Mises. Desta forma, antes de escoar, o sistema reage pela deformação viscoelástica de Kelvin-Voigt que consiste da mola e do elemento viscoso η em paralelo. Quando a energia imposta ao sistema é suficiente para romper o elemento de fricção, o sistema passa a responder como o modelo de Oldroyd-B. No seu artigo, são estudados os escoamentos: cisalhamento simples, alongação uniaxial e cisalhamento oscilatório de grande amplitude. Os resultados do modelo coincidem com testes realizados com os fluidos apresentados pelo autor (espumas, emulsões e sangue).

Dos artigos estudados, os que mais influenciaram neste trabalho foram o de Souza Mendes et al. [1] e [2]. Devido a maior importância destes artigos eles foram descritos em maiores detalhes no transcrito do texto.