

### 3

## O Método de Partículas MPS

O método MPS foi apresentado inicialmente por Koshizuka e Oka (1996). Este método, de natureza Lagrangeana, foi desenvolvido para resolver escoamentos de fluidos incompressíveis com a presença de superfície livre. O método MPS utiliza somente as propriedades do fluido, sua posição e velocidade inicial. A seguir, está apresentada a metodologia aplicada pelo método MPS para a solução de escoamento de fluidos incompressíveis e não viscosos.

#### 3.1. Função Peso

Uma partícula interage com a sua vizinhança através de uma função peso  $w(r)$ , onde  $r$  é a distância entre as partículas. Desta forma, a influência exercida pelas partículas pertencentes à vizinhança é determinada pela função peso.

A função peso utilizada no método MPS está apresentada na Equação (3.1) e o gráfico da mesma, em função da distância normalizada  $r/r_e$  (onde  $r_e$  é o raio da área de interação) é mostrado na Figura 4.

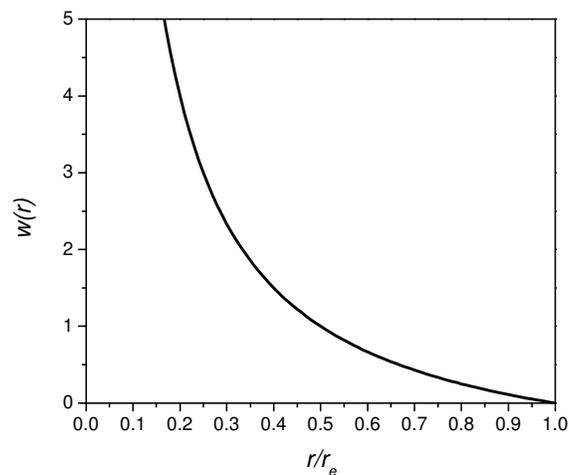


Figura 4 – Função peso utilizada pelo método MPS (Koshizuka e Oka, 1996).

$$w(r) = \begin{cases} \frac{re}{r} - 1 & 0 \leq r < re \\ 0 & r \geq re \end{cases} \quad (3.1)$$

onde:  $r = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|$  e os subscritos  $j$  e  $i$  representam os índices das partículas.

Como a área de atuação da função peso é limitada, uma partícula interage com um número finito de partículas vizinhas. Comparando-se com uma função que cobre uma área infinita, como, por exemplo, a função Gaussiana, a função peso apresentada na Equação (3.1) necessita de menos memória e tempo computacional para o cálculo das interações entre as partículas (Koshizuka e Oka, 1996). A Figura 5 apresenta um esquema da distribuição das partículas em relação a uma partícula  $i$  qualquer.

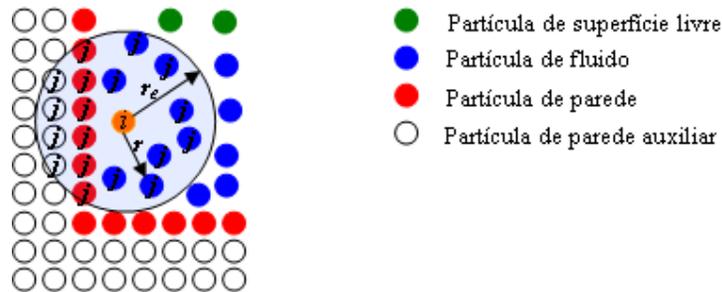


Figura 5 – Representação esquemática da distribuição de partículas (adaptado de Tsukamoto, 2006).

Pode-se notar que a função peso tende ao infinito quando  $r$  tende à zero. Segundo Koshizuka e Oka (1996), esta característica aumenta a estabilidade numérica no modelo de incompressibilidade.

### 3.2. Densidade do Número de Partículas

O método MPS utiliza um conceito denominado de densidade do número de partículas (*particle number density*),  $n$ . Este conceito é usado no lugar da densidade do fluido com a finalidade de garantir a propriedade de incompressibilidade. Assim, para assegurar que a densidade do fluido seja contínua ao longo do tempo, deve-se manter a densidade do número de partículas constante (Koshizuka e Oka, 1996).

A densidade do número de partículas para uma coordenada  $\vec{r}_i$ , onde uma partícula  $i$  está localizada, é definida pela Equação (3.2). Nesta equação, a contribuição da partícula  $i$  sobre ela mesma não é considerada.

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (3.2)$$

Sendo o número de partículas em uma unidade de volume denotado por  $\langle N \rangle_i$ , a relação entre  $\langle n \rangle_i$  e  $\langle N \rangle_i$  é dada por:

$$\langle N \rangle_i = \frac{\langle n \rangle_i}{\int_V w(r) dV} \quad (3.3)$$

O denominador da Equação (3.3) é a integral da função peso  $w(r)$  em toda a região da vizinhança, com exceção da parte central ocupada pela partícula  $i$ . Assumindo que as partículas têm a mesma massa  $m$ , pode-se observar que a densidade do fluido é proporcional à densidade do número de partículas:

$$\langle \rho \rangle_i = m \langle N \rangle_i = \frac{m \langle n \rangle_i}{\int_V w(r) dV} \quad (3.4)$$

Para que a densidade seja constante, a densidade do número de partículas deve ser constante. Este valor constante é denominado  $n^0$  e representa o valor da densidade do número de partículas, na configuração inicial, quando uma região de vizinhança está totalmente ocupada por partículas.

### 3.3. Modelo do Operador Gradiente

O operador gradiente é modelado usando a função peso. Um vetor gradiente é determinado entre duas partículas vizinhas  $i$  e  $j$  nas posições  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_j$  por  $\frac{(\phi_j - \phi_i)(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2}$ , onde  $\phi$  é uma propriedade física qualquer, conforme apresentado na Figura 6. O vetor gradiente entre uma partícula  $i$  e suas partículas

vizinhas  $j$  é calculado determinando o peso de cada partícula  $j$  vizinha, através da função peso, e tirando a sua média (Koshizuka e Oka, 1996):

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (3.5)$$

Na Equação (3.5),  $d$  é o número de dimensões do espaço (dois para casos bidimensionais e três para casos tridimensionais).

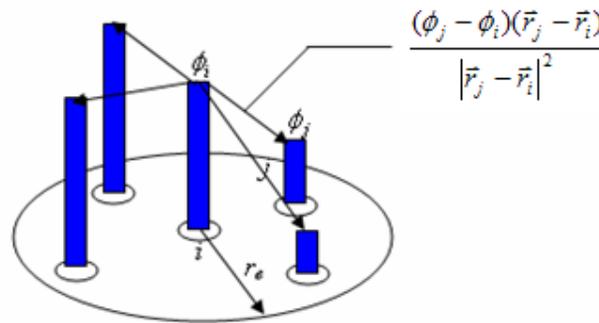


Figura 6 – Conceito do modelo do operador gradiente (adaptado de Koshizuka *et al.*, 1998a).

A Equação (3.5) produz forças de grande magnitude para distâncias pequenas entre partículas. Esta é uma boa propriedade para evitar a sobreposição de partículas.

O modelo apresentado não é capaz de trabalhar com pressões absolutas. Isto é consistente com a propriedade de incompressibilidade dos fluidos, que depende da distribuição de pressão relativa.

Conforme apresentado em Koshizuka e Oka (1996), a estabilidade do método pode ser melhorada substituindo-se  $\phi_i$  por  $\phi'_i$  na Equação (3.5). A grandeza  $\phi'_i$  é determinada da seguinte forma:

$$\phi'_i = \min(\phi_j) \quad (3.6)$$

para qualquer  $j$  satisfazendo:

$$w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \neq 0 \quad (3.7)$$

Assim, o modelo do operador gradiente é determinado pela seguinte equação:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (3.8)$$

### 3.4. Modelo do Operador Laplaciano

Koshizuka e Oka (1996) propuseram o seguinte modelo de interação entre partículas para representar o operador laplaciano:

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (3.9)$$

onde:

$$\lambda = \frac{\int_V w(r) r^2 dV}{\int_V w(r) dV} \quad (3.10)$$

O modelo do operador laplaciano é conservativo, pois a quantidade perdida por uma partícula  $i$  é distribuída para suas partículas vizinhas  $j$ , conforme ilustrado na Figura 7. O parâmetro  $\lambda$  é introduzido para assegurar que o aumento da variância da distribuição seja igual ao da solução analítica do problema de difusão (Koshizuka e Oka, 1996).

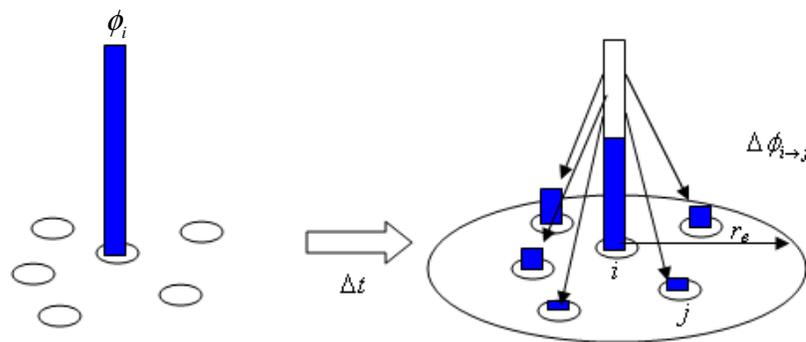


Figura 7 – Conceito do modelo do operador laplaciano (adaptado de Koshizuka *et al.*, 1998a).

### 3.5. Incompressibilidade

No caso de escoamentos incompressíveis, segundo o método MPS, a densidade do número de partículas deve ser constante e igual a  $n^0$ . Quando a densidade do número de partículas  $n^*$  é diferente de  $n^0$ ,  $n^*$  é implicitamente corrigido para  $n^0$  pela Equação (3.11).

$$n^* + n' = n^0 \quad (3.11)$$

Na Equação (3.11),  $n'$  é o valor de correção da densidade do número de partículas, que está relacionado com a correção da velocidade  $\vec{v}'$  através da equação de conservação de massa:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{n'}{n^0} = -\nabla \cdot \vec{v}' \quad (3.12)$$

A velocidade de uma partícula  $\vec{v}$  é determinada pela soma da correção de velocidade  $\vec{v}'$  com a velocidade temporal  $\vec{v}^*$ . Como o valor da velocidade temporal é obtido diretamente pela aplicação das forças de corpo, o valor da correção de velocidade é determinado pelo termo implícito do gradiente de pressão da Equação (3.13):

$$\vec{v}' = -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} \quad (3.13)$$

Com as Equações (3.11), (3.12) e (3.13), obtém-se a equação de Poisson de pressão. Primeiro, substitui-se a Equação (3.13) na Equação (3.12):

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{n'}{n^0} = \frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i \quad (3.14)$$

Em seguida, substituindo a Equação (3.11) na Equação (3.14), obtém-se:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{n^0 - \langle n^* \rangle_i}{n^0} = \frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i \quad (3.15)$$

Finalmente, rearranjando a Equação (3.15), tem-se:

$$\langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (3.16)$$

O lado direito da Equação (3.16) representa o desvio da densidade do número de partículas em relação ao valor constante  $n^0$ . O lado esquerdo da Equação (3.16) é discretizado pelo modelo do laplaciano apresentado na Equação (3.9). Desta forma, obtém-se um sistema linear simétrico e esparsos de equações. Este sistema linear é resolvido pelo método de gradiente conjugado incompleto de Cholesky (ICCG) (Hirsch, 1988).

Aplicando-se o modelo do operador laplaciano na Equação (3.16), obtém-se:

$$\frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} (P_j^{n+1} - P_i^{n+1}) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (3.17)$$

Rearranjando a Equação (3.17), tem-se:

$$\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) (P_i^{n+1} - P_j^{n+1}) = \frac{\rho \lambda (\langle n^* \rangle_i - n^0)}{2d \Delta t^2} \quad (3.18)$$

A Equação (3.18) forma um sistema de equações do tipo  $A\vec{x} = \vec{b}$ . Esse sistema é da ordem do número total de partículas e os coeficientes da matriz  $A$  são resultado do cálculo da função peso. O vetor  $\vec{x}$  é formado pelas incógnitas  $P_i^{n+1}$  e o vetor  $\vec{b}$  é formado pelo lado direito da Equação (3.18).

O termo do gradiente de pressão da Equação (3.13) é determinado pelo modelo do gradiente apresentado na Equação (3.8). Assim, a correção de velocidade pode ser determinada pela Equação (3.19).

$$\vec{v}'_i = -\frac{d\Delta t}{n^0 \rho} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{P_j^{n+1} - P_i^{n+1}}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (3.19)$$

### 3.6. Superfície Livre

Segundo Koshizuka e Oka (1996), são consideradas partículas de superfície livre as partículas que satisfazem o seguinte critério:

$$\langle n^* \rangle_i < \beta n^0, \quad (3.20)$$

onde  $\beta$  é um parâmetro com valor menor que 1.

O valor da pressão das partículas de superfície livre é igual a zero devido à condição de contorno necessária para a resolução da equação de Poisson. Segundo Koshizuka e Oka (1996), o valor do parâmetro  $\beta$  pode variar de 0,8 a 0,99. No presente trabalho, o valor de  $\beta$  utilizado foi de 0,97, conforme recomendado em Koshizuka e Oka (1996).

### 3.7. Implementação do Método MPS

Nesta seção, serão abordados os aspectos de maior relevância na implementação do método MPS.

#### 3.7.1. Tipos de Partículas

No método MPS, tanto os sólidos como os fluidos são tratados como partículas. No programa computacional desenvolvido durante o estudo, foram utilizados três tipos diferentes de partículas: fluido, parede com pressão e parede auxiliar.

As partículas do tipo **fluido** são utilizadas para descrever o movimento dos fluidos. Já as partículas do tipo **parede com pressão** delimitam o espaço onde o fluido se movimenta, sendo que essas partículas participam do cálculo de pressão. As partículas do tipo **parede auxiliar** são utilizadas para manter a densidade do número de partículas de parede com pressão próxima ao valor constante  $n^0$ . As partículas do tipo parede auxiliar não participam do cálculo de pressão. No presente estudo, as partículas do tipo parede com pressão e do tipo parede auxiliar

possuem velocidade zero durante toda a simulação, isto é, permanecem sempre na mesma posição. A Tabela 1 apresenta os atributos associados às partículas.

Posição ( $\vec{r}$ )
Velocidade ( $\vec{v}$ )
Densidade do número de partículas ( $n$ )
Densidade ( $\rho$ )
Pressão ( $p$ )
Lista de partículas vizinhas

Tabela 1 – Principais atributos associados às partículas no método MPS.

### 3.7.2. Determinação do Raio de Vizinhança

O raio de vizinhança é um parâmetro numérico na interação entre as partículas que determina o tamanho da região de influência ao redor de uma partícula. Se o raio é muito grande, muitas partículas formarão a vizinhança, o que pode gerar um aumento significativo do tempo computacional. Além disso, um raio muito grande ou muito pequeno pode diminuir a acurácia dos operadores diferenciais. Assim, o raio de vizinhança deve ser determinado com bastante critério. A Tabela 2 apresenta os valores de raio de vizinhança propostos por Koshizuka e Oka (1996) e Shibata e Koshizuka (2007) para os casos bi e tridimensionais, respectivamente.

Raio de vizinhança ( $r_e$ )	Duas dimensões	Três dimensões
$r_e$ para o cálculo de $n$	$2,1 l_0$	$2,1 l_0$
$r_e$ para o cálculo do gradiente	$2,1 l_0$	$2,1 l_0$
$r_e$ para o cálculo do laplaciano	$4,0 l_0$	$3,1 l_0$

Tabela 2 - Determinação do raio de vizinhança ( $l_0$  é a distância média entre as partículas na configuração inicial).

### 3.7.3. Determinação do Passo de Tempo

Para a determinação do passo de tempo, foi usada a condição de Courant adaptada ao método MPS. Esse critério deve ser seguido para evitar a

sobreposição de partículas e garantir a convergência dos resultados. O critério de Courant adaptado para o método MPS é dado pela Equação (3.21).

$$\frac{v_{\max} \Delta t}{l_0} \leq 0,2 \quad (3.21)$$

Na Equação (3.21),  $\Delta t$  é o passo de tempo,  $l_0$  é a distância média entre as partículas na configuração inicial e  $v_{\max}$  é a velocidade mais alta de todas as partículas no instante de tempo atual. Esta equação é a mesma utilizada por Koshizuka e Oka (1996).

### 3.7.4. Determinação do Parâmetro $\lambda$

A fórmula utilizada para obter o valor do parâmetro  $\lambda$ , que é utilizado no cálculo do laplaciano, foi apresentada na Equação (3.10). Sabendo-se que  $V = \pi r^2$  e  $dV = 2\pi r dr$ , temos:

$$\int_V w(r) r^2 dV = 2\pi \int_0^{r_e} \left( \frac{r_e}{r} - 1 \right) r^3 dr = 2\pi \frac{r_e^4}{12} \quad (3.22)$$

$$\int_V w(r) dV = 2\pi \int_0^{r_e} \left( \frac{r_e}{r} - 1 \right) r dr = 2\pi r_e^2 \quad (3.23)$$

Dividindo-se a Equação (3.22) pela (3.23), obtém-se:

$$\lambda = \frac{r_e^2}{12} \quad (3.24)$$

### 3.7.5. Tratamento de Colisões

Com a finalidade de evitar a sobreposição de partículas, é realizada uma verificação da distância entre as partículas. Se as partículas estão muito próximas, é realizada uma correção de velocidade e posição por meio de colisão entre as partículas. Nesta colisão, o primeiro passo é determinar a velocidade relativa de colisão. Esta velocidade é calculada da seguinte forma:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_i - \vec{v}_{Cj} \quad (3.25)$$

onde  $\vec{v}_r$  é a velocidade relativa,  $\vec{v}_i$  é a velocidade da partícula  $i$  e  $\vec{v}_{CI}$  é a velocidade calculada por colisão inelástica.

A velocidade  $\vec{v}_{CI}$  é determinada por:

$$\vec{v}_{CI} = \frac{\rho_i \vec{v}_i + \rho_j \vec{v}_j}{\rho_i + \rho_j} \quad (3.26)$$

Em seguida, determina-se uma velocidade absoluta da seguinte maneira:

$$v_{abs} = \left( \vec{v}_r \cdot \vec{r}_{ji} \right) \frac{1}{r_{ji}} \quad (3.27)$$

onde  $\vec{r}_{ji}$  é o vetor de diferença entre as coordenadas das partículas  $j$  e  $i$  e  $r_{ji}$  é a distância entre as partículas.

Somente se  $v_{abs}$  for maior do que zero, é determinada uma velocidade média de colisão pela seguinte equação:

$$\vec{v}_m = \frac{f_c v_{abs}}{r_{ji}} \vec{r}_{ji} \quad (3.28)$$

onde  $f_c$  é um fator de colisão.

Finalmente, as velocidades e posições das partículas são corrigidas da seguinte forma:

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i - \vec{v}_m \quad (3.29)$$

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i - \Delta t \vec{v}_m \quad (3.30)$$

$$\vec{v}_j = \vec{v}_j + \frac{\rho_i}{\rho_j} \vec{v}_m \quad (3.31)$$

$$\vec{r}_j = \vec{r}_j + \frac{\rho_i}{\rho_j} \Delta t \vec{v}_m \quad (3.32)$$

O critério utilizado para verificar se o cálculo de colisão é necessário está apresentado na Equação (3.33).

$$r_{ji} < 0.5l_0 \quad (3.33)$$

Na Equação (3.33),  $r_{ji}$  é a distância entre as partículas  $j$  e  $i$  e  $l_0$  é o espaçamento inicial entre as partículas.

A metodologia apresentada para a resposta à colisão entre as partículas é a mesma implementada no código original do método MPS, que foi desenvolvido por Koshizuka, da Universidade de Tóquio, cujo o texto original está em japonês.

### 3.7.6. O algoritmo MPS

A forma geral do algoritmo MPS implementado no presente trabalho está apresentada na Figura 8. É importante salientar que, nas simulações envolvendo o algoritmo MPS, foram resolvidas de forma a satisfazer as equações de Euler e de conservação de massa.

Em cada passo de tempo, as velocidades temporais  $\vec{v}_i^*$  são obtidas considerando-se apenas as forças de corpo. Em seguida, o movimento das partículas é determinado, e as coordenadas temporais  $\vec{r}_i^*$  são calculadas. Com os valores das coordenadas temporais, a densidade do número de partículas  $n_i^*$  é determinada. Então, a equação de Poisson de pressão é resolvida, obtendo-se o valor das pressões para cada partícula. Com os valores das pressões, determina-se as correções de velocidades. Finalmente, a velocidade e a posição de cada partícula são corrigidas. Após a determinação das velocidades e posições, avalia-se se a simulação chegou ao fim. Caso a simulação não tenha chegado ao final, o algoritmo é reiniciado utilizando-se as velocidades e posições determinadas no passo anterior.

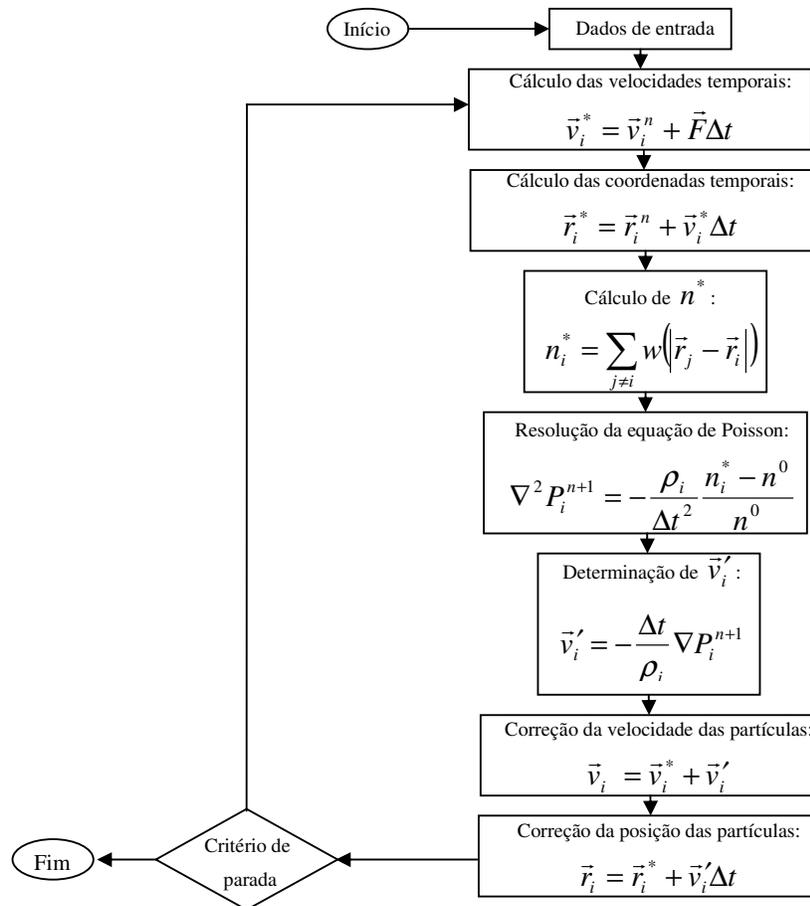


Figura 8 – Representação esquemática do algoritmo básico do método MPS (adaptado de Tovar *et al*, 2005).

### 3.7.7. Visualização dos Resultados

Para visualização dos resultados, foi desenvolvido um aplicativo computacional baseado em OpenGL<sup>®</sup>. Neste aplicativo, os diferentes tipos de partículas são mostrados com cores diferentes. Este aplicativo pode ser utilizado para visualizar os resultados obtidos pelos métodos MPS e SPH.

### 3.8. Apresentação dos Resultados

Nesta seção, estão apresentados os resultados obtidos utilizando-se o método de partículas MPS na simulação de alguns casos conhecidos na literatura.

### 3.8.1. Escoamento de Fluido Incompressível e Não Viscoso

O método MPS implementado neste estudo é capaz de simular apenas escoamentos de fluido incompressível e não viscoso. A seguir, estão apresentados dois problemas clássicos da literatura que foram simulados com o método MPS.

#### 3.8.1.1. O Problema de Quebra de Barragem

A quebra de barragem (*dam collapse*), onde uma comporta que limita uma coluna de fluido é retirada rapidamente, é um importante problema prático na engenharia civil e a simulação desse problema é necessária para o projeto de uma barragem e do ambiente à sua volta (Ashtiani e Farhadi, 2006). O problema idealizado de quebra de barragem em duas dimensões vem sendo utilizado como teste para validar métodos que tratam escoamentos incompressíveis com a presença de superfície livre. Desta forma, esse problema foi utilizado como teste para verificar a capacidade do método MPS na simulação deste tipo de escoamento. Adicionalmente, foi colocada uma parede vertical no lado direito do modelo, apresentado na Figura 9, para verificar se o método MPS é capaz de simular a fragmentação do fluido.

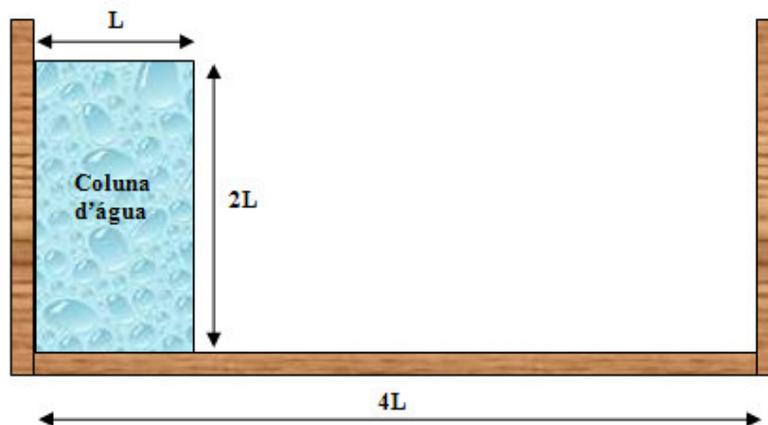


Figura 9 – Modelo do problema de quebra de barragem (adaptado de Koshizuka e Oka, 1996).

O resultado visual da simulação utilizando o método MPS está apresentado na Figura 10.

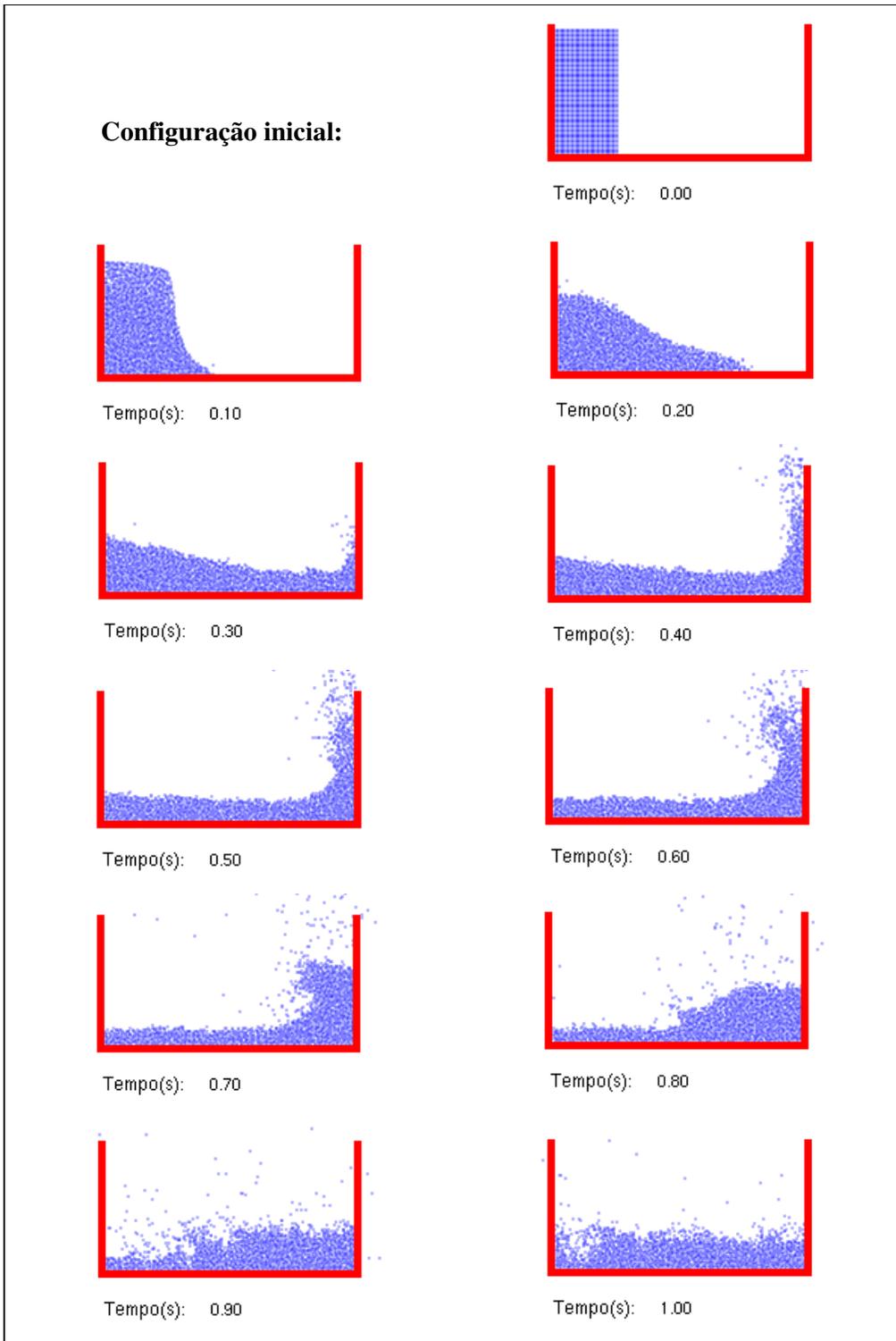


Figura 10 – Resultado da simulação do problema de quebra de barragem utilizando o método MPS.

A simulação do problema de quebra de barragem foi realizada considerando-se os seguintes valores de espaçamento inicial entre as partículas:

0,5, 0,6, 0,7 e 0,8 cm. A simulação mais realista (Figura 10) foi obtida para  $l_0$  igual a 0,5 cm, o que resultou num total de 1682 partículas de fluido e 725 partículas de parede. A distância  $L$  usada na simulação foi de 14,6 cm, a mesma utilizada em Koshizuka e Oka (1996), e o passo de tempo usado na simulação foi de  $10^{-4}$  segundos. O fluido simulado foi a água com densidade igual a  $1000 \text{ kg/m}^3$ . As partículas de parede foram modeladas com densidade igual a  $3000 \text{ kg/m}^3$ .

O resultado apresentado está de acordo com os resultados experimental e numérico obtidos por Koshizuka e Oka (1996) e com o resultado numérico apresentado em Ashtiani e Farhadi (2006). De fato, na Figura 10, pode-se perceber a fragmentação do fluido quando o mesmo colide com a parede vertical da direita. No capítulo 5, será realizada uma comparação entre os resultados obtidos pelo método MPS e os resultados obtidos pelos métodos SPH e VOF.

### 3.8.1.2. O Problema de Descarga de Água

Este problema consiste de um tanque com uma determinada coluna hidrostática. A água contida na barragem escoa por uma abertura, que possui 11% da altura da coluna de água, localizada na parte inferior da comporta. Desta forma, as partículas de água próximas da abertura são expelidas para fora da barragem devido à força de pressão exercida pelo fluido. A Figura 11 apresenta o modelo usado neste problema.

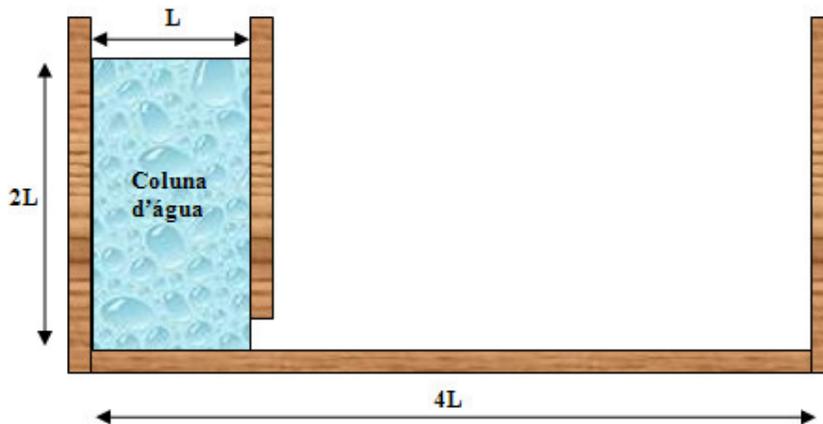


Figura 11 – Modelo do problema de descarga de água.

A simulação do problema de descarga de água foi realizada considerando-se os seguintes valores de espaçamento inicial entre as partículas: 0,6, 0,7 e 0,8 cm. A simulação mais realista (Figura 12) foi obtida para  $l_0$  igual a 0,6 cm, o que resultou num total de 1152 partículas de fluido e 750 partículas de parede. A distância  $L$  e o passo de tempo usados neste problema foram 14,6 cm e  $10^{-4}$  segundos, respectivamente. A densidade da água na simulação foi igual a  $1000 \text{ kg/m}^3$  e as partículas de parede apresentavam densidade igual a  $3000 \text{ kg/m}^3$ .

O resultado da simulação do problema de descarga de água utilizando o método MPS está apresentado na Figura 12. Analisando-se o resultado obtido, pode-se perceber que o método MPS foi capaz de simular o efeito de alta pressão exercido sobre as partículas expelidas. As partículas, quando expelidas, sobem e depois caem devido à ação da gravidade.

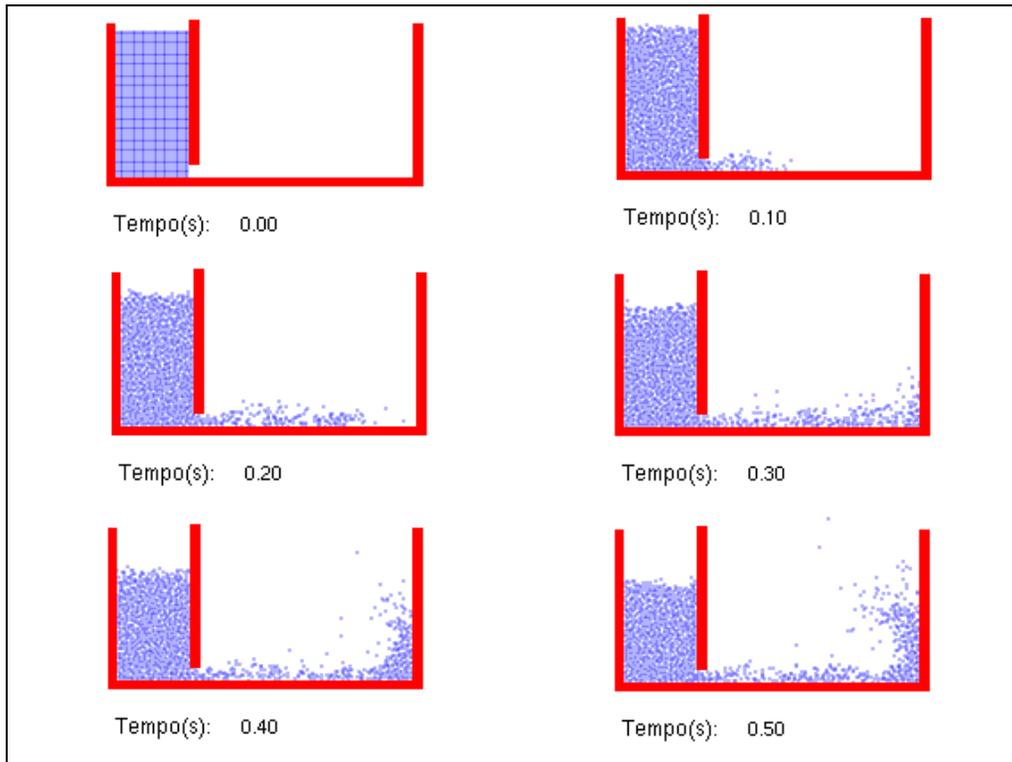


Figura 12 – Resultado da simulação do problema de descarga de água utilizando o método MPS.

No capítulo 5, o resultado obtido neste exemplo pelo método MPS também será comparado com os resultados obtidos pelos métodos SPH e VOF.