2
Subsídios teóricos

2.1. Pensamento Geométrico

No final da década de 50, os educadores holandeses Pierre e Dina van Hiele, preocupados com as dificuldades apresentadas por seus alunos ao lidar com conceitos geométricos principalmente com relação ao processo dedutivo e demonstrações, desenvolveram um modelo para o ensino e o aprendizado nesse campo da matemática, no qual o pensamento geométrico evolui ao longo de uma seqüência de cinco níveis de crescente complexidade. Mais especificamente, Pierre e Dina Van Hiele formularam a teoria dos níveis com base em suas pesquisas de doutorado, finalizadas quase simultaneamente em 1957, na Universidade de Utretch, Holanda. Como Dina faleceu logo após terminar a tese, coube a Pierre aperfeiçoar e divulgar suas idéias.

Em função de o trabalho ter sido documentado na língua holandesa, algumas décadas se passaram até que recebesse reconhecimento internacional. Nasser (1990), por exemplo, comenta que em 1957 Pierre apresentou o artigo "O pensamento da criança e a Geometria" num congresso de Educação Matemática na França e embora tenha despertado a curiosidade de pesquisadores soviéticos e norte-americanos no evento, o texto só foi publicado em francês dois anos mais tarde. Nos anos 60, na União Soviética, o currículo de geometria sofreu mudanças para se adaptar ao modelo de van Hiele. Já nos Estados Unidos, este só começou a ganhar atenção quando Izaak Wirszup (1976) decidiu escrever e falar sobre ele. O livro Mathematics as an Educational Task, de Hans Freudenthal (1973), orientador dos van Hiele em Utrecht, também contribuiu para a disseminação de suas idéias.

Na década de 80, Geddes, Fuys e Tischler (1984) traduziram para o inglês alguns dos principais trabalhos dos van Hiele, propiciando melhores condições para uma série de pesquisas posteriores. Outras referências importantes sobre o uso do citado modelo podem ser encontradas em Clements & Battista (1992), Gutiérrez (1992), Nasser (1992) e Crowley (1996).

Sobre o modelo em questão, dois aspectos positivos devem ser considerados. O primeiro se refere ao fato de ele ter surgido da prática para a teoria, com base em observações feitas em sala de aula. O segundo diz respeito ao seu caráter duplo. Isto porque ele não apenas serve para avaliar as habilidades do aluno e estimar seu nível de pensamento geométrico, mas também aponta um método para orientar sua formação. De fato, além de fornecerem uma compreensão do que há de particular em cada nível, os van Hiele também propõem cinco fases seqüenciais de instrução voltadas para a passagem dos níveis.

Van Hiele (1986) ressalta que quando se presta atenção ao processo de aprendizado da geometria, é possível enxergar as maneiras pelas quais os níveis são conectados numa ciência. No primeiro nível, as figuras geométricas são reconhecidas pela sua forma. No segundo, elas são reconhecidas como portadoras de suas propriedades. Neste caso, são estas que determinam a forma externa. No terceiro nível o aluno é levado a pensar nas conexões entre as propriedades. Um esboço do raciocínio dedutivo leva a pessoa a descobrir novas propriedades a partir de anteriores.

Os níveis são assim classificados:

1 – Visualização ou Reconhecimento
2 – Análise e Descrição
3 – Dedução Informal
4 – Dedução Formal
5 – Rigor

Nível 1 – Visualização ou Reconhecimento

O pensamento, no primeiro nível, desconhece os problemas e se enquadra num estágio de exploração. Ou seja, a pessoa que se encontra nesse nível ainda é livre em suas conexões com relação ao material dado. Os exercícios iniciais devem promover a formação de estruturas que conduzam ao desenvolvimento de símbolos, induzindo os alunos a se orientarem por si mesmos. Assim, as estruturas visuais originais são gradualmente transformadas em estruturas abstratas. Em princípio, os aprendizes são capazes de identificar e operar com as formas de acordo com o que elas aparentam. Por exemplo, um estudante pode reconhecer retângulos a partir de um protótipo visual associado. Se alguma vez lhe foi dito que um retângulo tem o formato de uma porta, ele olha para o retângulo e lembra-se da porta. No entanto, apesar de conseguir apontar o retângulo e dizer seu nome, ele não está consciente de seus elementos e das relações entre estes. Neste nível, a razão é fortemente baseada na percepção. Ele enxerga o todo, mas não identifica suas partes. A linguagem serve apenas para informar sobre as estruturas que podem ser observadas por qualquer um.

Nível 2 – Análise e Descrição

Este é o nível da análise dos conceitos geométricos. Pela observação e experimentação, os alunos passam a discernir as características das figuras que conduzem às partes. As formas já podem ser reconhecidas por seus elementos e propriedades, contudo os aprendizes ainda não estão preparados para explicar suas relações, não enxergam inter-relações entre as figuras e nem entendem definições. Certas formas se enquadram num determinado grupo de propriedades, porém outras não. Por exemplo: os retângulos têm lados paralelos dois a dois e suas diagonais possuem o mesmo comprimento. Por isso, quadriláteros com diagonais de comprimentos diferentes não podem ser considerados retângulos. Se o aluno sabe que as diagonais de um losango são perpendiculares, após ter alcançado este nível, deve estar habilitado a concluir que se dois círculos de mesmo raio possuírem dois pontos em comum, o segmento que liga tais pontos de interseção e o segmento que liga os centros dos círculos se interceptam perpendicularmente. Mesmo que ele não enxergue o losango na figura prontamente, no final deverá se dar conta de sua presença. Sabe-se que o nível foi atingido quando o aluno é capaz de aplicar propriedades operativas de uma figura bem conhecida. Todavia, a inclusão de classes ainda é prematura. Quadrados são quadrados, retângulos são retângulos e losangos são losangos. Para o iniciante, é inaceitável pensar que um quadrado possa ser um retângulo e um losango simultaneamente.

Nível 3 – Dedução Informal

Neste nível, os estudantes já conseguem estabelecer relações entre as propriedades internas de determinadas figuras e também entre figuras distintas. Eles podem, por exemplo, deduzir que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero equivale a 360º, uma vez decomposto em dois triângulos. Como em qualquer triângulo a soma dos ângulos internos é igual a 180º, a resposta é correta e válida para todo quadrilátero. À medida que os alunos vão descobrindo as propriedades de várias formas, surge também a necessidade de categorizálas em conjuntos. De acordo com Clements & Battista (1992), essa organização lógica de idéias pressupõe a primeira manifestação da autêntica dedução, muito embora ela ainda não seja compreendida como um método de estabelecer verdades geométricas. As definições têm significado e a inclusão de classes é compreendida. Um quadrado é um losango, pois conserva (todas) as propriedades de um losango.

Nível 4 – Dedução Formal

O maior ganho na passagem do nível de dedução informal para o nível de dedução formal se refere à capacidade de os estudantes construírem provas, o que pressupõe não apenas um domínio maior da aplicação das regras da lógica, como, também, o uso cada vez mais elaborado das convenções símbólicas da linguagem matemática. No nível anterior, os alunos podiam acompanhar demonstrações formais, contudo não compreendiam como construir novas provas quando começavam por premissas não familiares (Crowley, 1996). O aluno que alcança o nível de dedução formal enxerga a teoria geométrica como um sistema que pressupõe axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações. Isso conduz ao estabelecimento de uma segunda ordem de relações - as relações entre as relações - expressas em termos de cadeias lógicas de raciocínio (van Hiele, 1986; Clements & Battista, 1992).

Nível 5 – Rigor

Nesse último estágio, a geometria é vista no plano abstrato, não permanecendo restrita à geometria euclidiana. Quem alcança este estágio deve ser capaz de trabalhar com diferentes sistemas axiomáticos e compará-los. Todavia, embora tenham sido previstos os níveis 4 e 5, eles se caracterizam mais como hipóteses. Isto porque não apenas os van Hiele, mas também outros pesquisadores, se concentraram apenas em experimentos baseados nos três primeiros níveis (van Hiele, 1986; Clements & Battista, 1992; Nasser, 1992; Crowley, 1996).

Com vistas a orientar a tomada de decisões quanto ao ensino, os van Hiele apontaram algumas generalidades do modelo que servem de apoio para os educadores (Crowley, 1996; Nasser, 1992). As propriedades indicadas são as seguintes:

Hierarquia – Os níveis aparecem em uma seqüência linear progressiva. Com excessão do primeiro nível, os outros só podem ser alcançados após a passagem pelos anteriores. Segundo van Hiele (1986), a propriedade mais aparente dos níveis de pensamento é a descontinuidade - a falta de coerência entre suas redes ou relações (estruturas) - e a transição de um nível para o próximo não é resultado de um processo natural. Ela ocorre sobre a influência de um programa de ensino-aprendizagem.

Lingüística – Cada nível possui uma linguagem própria, seu conjunto de símbolos e relações, e a transição de um nível para o outro não é possível sem o aprendizado de uma nova linguagem. Em princípio, é compreensível não se estabelecer uma diferenciação nítida entre o modelo concreto e o objeto geométrico abstrato. No nível 1, por exemplo, os estudantes podem identificar os ângulos como ‘cantos’ ou ‘quinas’.

Intrínseco e Extrínseco – O que está implícito em um nível torna-se explícito no próximo. Por exemplo, no primeiro nível a razão é baseada na percepção da forma como um todo. Embora a figura seja determinada por suas propriedades, elas são descobertas apenas no segundo nível. Analogamente, as relações só aparecem no terceiro nível.

Avanço – A passagem de um nível inferior para outro superior depende mais da instrução recebida do que da idade ou maturidade do aluno. Van Hiele condena a prática daquilo que ele denomina redução de nível. Uma redução de nível ocorre quando o professor força os alunos a pular de um nível para o próximo sem passar pelo primeiro. Por exemplo, se o aprendiz solicita ao professor uma explicação e este lhe entrega uma resposta pronta, ocorre uma redução de nível. Os alunos acabam memorizando passos, procedimentos, fórmulas ou definições porque o professor não cria oportunidades para eles descobrirem por si mesmos os objetos de estudo.

Desnível – Se a instrução for dada num nível acima daquele em que o estudante se encontra, o aprendizado pode não se concretizar. Tanto a abordagem do professor, quanto o material didático, o conteúdo e o vocabulário devem ser apropriados ao nível dos alunos.

Conforme já foi dito aqui, para os van Hiele o progresso ao longo dos níveis depende mais dos fatores de instrução do que da maturidade dos estudantes. Portanto, o material usado, o conteúdo e a organização do curso são de capital importância para viabilizar essa passagem. Conseqüentemente, além de caracterizar os níveis e ressaltar suas propriedades, o casal de pesquisadores propõe um método de instrução composto por 5 fases.

As fases têm a seguinte classificação:

1 – Interrogação / Informação
2 – Orientação Dirigida
3 – Explicitação
4 – Orientação Livre
5 – Integração

Interrogação / Informação – O contexto no qual os símbolos da linguagem devem ser desenvolvidos define a ciência a ser estudada. Cabe ao professor tentar ajudar os alunos a desenvolverem esses símbolos, sem ultrapassar o domínio da ciência correspondente. Assim, a primeira fase do processo de aprendizado começa pela informação. Ao manter uma conversa inicial com a turma, o professor dá uma orientação de como usar um vocabulário preciso e adequado. Com a formulação de questões iniciais e o incentivo ao diálogo, os alunos expressam suas opiniões e revelam seus conhecimentos prévios. Crowley (1996) diz que o propósito dessa fase é duplo. Se por um lado o professor fica sabendo quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema, por outro os alunos descobrem a direção que os estudos irão tomar.

Orientação Dirigida – Na segunda fase, o uso do material é importante e decisivo. Embora os estudantes já sejam capazes de enxergar por conta própria as relações entre os símbolos da estrutura total, o professor precisa ajudá-los a traçar essas relações. Em virtude de os objetos de estudo se revelarem por meio das atividades desenvolvidas, tanto o material quanto o método devem ser bem planejados. Conforme aponta Freudenthal (1973), dobrar papéis, recortar, colar, pintar, medir, pavimentar e encaixar são bons exemplos de atividades que podem contribuir para o aprendizado da geometria no nível inicial.

> O mais importante é como o material é usado. Além disso, ele não deve se resumir à mera brincadeira. De acordo com a formulação de Dina van Hiele, o objetivo do material concreto é a ação do pensamento da criança. Mão e cérebro trabalham juntos na tarefa de determinar como algo específico é feito. (...) O desenvolvimento lógico posterior deve ter raízes no material concreto. (Freudenthal, 1973, p. 408)

> Nos processos de aprendizagem da geometria, dobrar figuras é a base da simetria, encher uma caixa com cubos de 1 cm^3 é a base do conceito de volume, e dobrar um pedaço de papel duas vezes seguidas é a base do ângulo reto. (van Hiele, 1986, p.97)

Explicitação – Após a realização das atividades anteriores, os alunos devem tornar explícitas as estruturas trabalhadas. Inicia-se uma nova discussão em sala de aula e, sob a supervisão de um professor, eles apresentam suas opiniões sobre as experiências que vivenciaram. Novamente, cabe ao mestre chamar a atenção para que a linguagem correta seja utilizada. É evidente que, ao dialogarem entre si, os alunos precisam nomear os objetos e verbalizar as ações. Não por acaso, como a linguagem representa um papel fundamental nessa troca, espera-se ao menos que a necessidade de dominá-la seja percebida de forma mais direta e espontânea.

Orientação Livre – Os alunos se deparam com tarefas mais complexas, que admitem várias soluções. Agora, eles têm noção do assunto tratado porque captaram as relações das situações concretas e foram apresentados aos símbolos relevantes da linguagem nas fases anteriores. Para um certo número de tarefas, que podem ser executadas de diferentes maneiras, é preciso encontrar um caminho próprio no campo indicado (Van Hiele, 1986). O professor seleciona os materiais apropriados e os problemas geométricos, fornece instruções e encoraja os estudantes a refletir sobre as soluções encontradas (Clements & Battista, 1992). Assinala Hoffer (apud Crowley, 1983, p.7) que o estudante "ganha experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver as tarefas".

Integração – Nesta fase os estudantes revisam tudo que aprenderam nas atividades anteriores com o intuito de formar uma visão abrangente da nova rede de objetos e relações (Crowley, 1983; van Hiele, 1986; Clements & Battista, 1992; Gomez, 2003). Cabe ao professor encorajá-los a pensar sobre as experiências vivenciadas, auxiliando na síntese. Ao término dessa fase, um novo nível de pensamento deverá ter sido atingido.

Nasser (1990) afirma que, com exceção da última fase, as outras podem ocorrer em diferente ordem, inclusive simultaneamente. Em princípio, no modelo de van Hiele, pressupõe-se que a passagem de um nível para o próximo leve em consideração cada uma dessas etapas, ou seja, quando um novo domínio de raciocínio é alcançado, os alunos devem estar prontos para a repetição das fases de aprendizado no nível seguinte (Crowley, 1983). Um determinado conteúdo é, assim, repetido muitas vezes e a cada iteração é considerado um novo ponto de partida. De acordo com van Hiele:

> Quanto maior for a dificuldade para se superar um nível, mais vezes é discutido o tema. Se um aluno alcança um nível, ele ganha confiança pois sua tarefa se torna fácil; mas em caso contrário, ele não é colocado numa posição desconfortável. Este método de trabalho é chamado de re-ensino telescópico. (van Hiele, 1986: 45)

Para funcionar conforme o esperado, o modelo de van Hiele não deve se restringir às atitudes isoladas do professor em sala de aula. Ele depende da escolha criteriosa dos conteúdos e também dos recursos didáticos disponíveis. Mais do que isso, para a realização do “re-ensino telescópico”, deve haver o planejamento e a comunicação de uma série para a outra desde o ensino fundamental até o nível superior. Por conseguinte, embora a presente pesquisa tenha sofrido a influência da teoria dos níveis de pensamento geométrico dos van Hiele, logo descartou-se a hipótese de uma aplicação rigorosa do modelo.

Conforme poderá ser verificado nas atividades descritas nos próximos capítulos, as resoluções dos desafios praticamente dependem dos processos de visualização, análise e dedução informal, muito embora não se possa precisar uma ordem específica, tal como ocorre nos níveis de van Hiele.

2.2. Pensamento Produtivo

A visão do todo percebido como a mera soma de seus elementos constituintes na psicologia foi inicialmente confrontada pelo filósofo von Ehrenfels, em 1890. Em seu trabalho sobre as qualidades da forma, Ehrenfels procurou demonstrar que um grande número de impressões perceptivas possui características que não podem ser explicadas por meio da análise isolada de suas componentes primárias, das sensações. Por exemplo, apesar de uma melodia ser composta de sons, não há como explicá-la pela sensação isolada de cada um deles. A troca de um instrumento por outro, ou mesmo a mudança de tom, não basta para substituir a melodia. Sua integridade depende mais do conjunto de relações envolvidas do que das características individuais dos elementos que a compõem, imperando portanto a estrutura.

Por volta de 1910, Wertheimer, Kohler e Koffka se ocuparam das questões colocadas por Ehrenfels e lançaram a teoria da Gestalt. Nas palavras de Kohler:

> A prisão era a psicologia como era ensinada nas universidades, quando ainda éramos estudantes. Naquela época, ficamos chocados com a tese, segundo a qual todos os fatos psicológicos (não apenas os relativos à percepção) consistem de átomos inertes não-relacionados, e segundo a qual os fatores quase únicos que combinam esses átomos, introduzindo assim a ação, são as associações formadas sob a influência da mera contigüidade. (Kohler, 1978, p.148)

Quanto ao domínio de aplicação da teoria, Kohler afirma que o conceito 'Gestalt' não se limita à experiência sensorial. Ainda segundo o pesquisador:

> De fato, o conceito 'Gestalt' pode ser aplicado muito além da experiência sensorial. De acordo com a definição funcional mais geral da expressão, os processos de aprendizagem, de reestruturação, de esforço, de atitude emocional, de raciocínio, atuação, etc podem ter de ser incluídos. Isto torna ainda mais claro que 'Gestalt' no sentido de forma já não é o centro de atenção da Psicologia da Gestalt. (Kohler, 1980, p.105)

Dedicado a investigar o que leva o pensamento a trabalhar produtivamente, Max Wertheimer (1959) convida o leitor, logo nas primeiras páginas de sua obra Productive Thinking, a refletir sobre o que ocorre naquele processo, endereçando-lhe perguntas e estimulando-o a acompanhar suas idéias ao longo do texto.

> O que acontece quando alguém efetivamente pensa e pensa produtivamente? Quais podem ser as decisivas feições e etapas deste processo? Como estas surgem? Quais são as condições, as atitudes, favoráveis ou desfavoráveis a esses notáveis eventos? Qual é a real diferença entre o bom e o mau pensamento? (Wertheimer, 1959, p. 2)

Sua preocupação em estudar o pensamento produtivo foi a de trazer tal tema ao conhecimento no campo da pesquisa social, sob o olhar da Gestalt. Analisando criticamente a situação pedagógica nas escolas em termos de como os professores agem e ensinam e de que forma os livros didáticos são escritos, conclui que há duas visões dominantes sobre a natureza do pensamento, nestas atitudes: a lógica tradicional e a teoria associacionista. Embora reconheça méritos em ambas, o autor propõe uma nova interpretação para o pensamento, revestida de características e operações ignoradas nas concepções anteriores.

Antes de construir sua teoria, Wertheimer enuncia algumas características das duas visões mencionadas. São, então, apontadas como operações mentais referentes à lógica tradicional: "definição, comparação e discriminação; análise; abstração; generalização; formação de classes; formação de conceitos; subordinação e inclusão; formação de proposições; formação de inferências; formação de silogismos etc" (Wertheimer, 1959, p. 6). Segundo o autor, essas potencialidades serviram de base para diversos experimentos realizados por psicólogos, com o delineamento de conclusões. Nestas pesquisas se utilizava como critério tudo aquilo que pudesse garantir "exatidão, validade, consistência de conceitos gerais, proposições, inferências e silogismos".

Para a visão associacionista, afirma Wertheimer (1959, p. 8), "o pensamento é uma corrente de idéias (ou em termos mais modernos, uma corrente de estímulos e respostas, ou uma corrente de elementos comportamentais)". Nesta concepção, para entender o pensamento há que se debruçar sobre "as leis que regem a sucessão de idéias". As operações mentais destacadas por essa teoria são as seguintes: "associação, aquisição de conexões; recorrência à experiência passada; tentativa e erro com chance de sucesso; aprendizagem com base na repetição do sucesso; ação alinhada com respostas condicionadas, e com hábito" (Wertheimer, 1959, p. 9).

As principais dificuldades citadas por Wertheimer (1959) em relação ao uso da lógica tradicional como guia do pensamento se referem à sua rigidez, monotonia e falta de vida, em comparação com os processos produtivos conscientes. Isso significa que se alguém quiser valer-se da lógica formal para descrever o pensamento genuíno, é quase certo que não logrará resultados satisfatórios. A despeito de estar trabalhando com operações corretas, poderá ser surpreendido pelo desvanecimento daquilo que é essencial, criativo e rico no processo. Mesmo que uma corrente de operações lógicas tenha cada um de seus elos perfeitamente correto, isso não significa necessariamente que se consiga formar uma linha de pensamento consciente. Obstáculos semelhantes surgem em relação à teoria das associações: "o fato de que precisamos distinguir entre o pensamento consciente e as combinações sem sentido e a dificuldade de lidar com o lado produtivo do pensamento" (Wertheimer, 1959, p. 11).

Grande parte do livro de Max Wertheimer é dedicada a exemplos colhidos em suas observações quanto a maneiras de ensinar, a rotinas já instaladas e a diferentes reações dos alunos diante dos problemas propostos. Seu foco de interesse, nessas visitas às salas de aula, era saber como as classes se comportavam na situação de aprendizagem. Com tal propósito, pelo que pode ser visto nas descrições textuais desses momentos, nada lhe escapava. Não por acaso, vale reproduzir aqui uma de suas análises críticas, referindo-se à conduta dos alunos:

> Com frequência eles seguem obedientemente o bastante os passos da prova que o professor lhes está mostrando. Estes, eles repetem, aprendem. Tem-se a impressão de que "aprender" é seguir adiante–sim; pensar–talvez um pouco; mas verdadeira compreensão–não. (Wertheimer, 1959, p. 24).

Explorando um exemplo mostrado por Wertheimer, percebe-se como distinguir as soluções em que as respostas dos alunos são conscientes, classificadas como sendo de tipo A, isto é, quando há uma clara compreensão do que se passa ali, e cegas (tipo B), quando os estudantes se deixam guiar por uma '"receita" ou fórmula apenas memorizada pela repetição.

O professor havia ensinado como encontrar a área de um retângulo no dia anterior e, naquele momento, desenhava um paralelogramo e explicava como deveria ser calculada sua área. Os passos mostrados aos alunos[1] são ilustrados na figura 1.

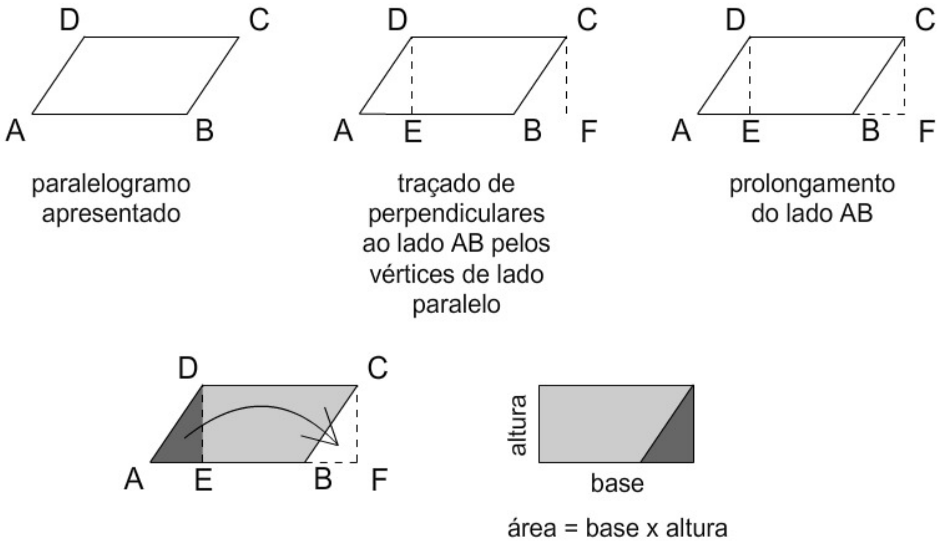

Figura 1 - Determinação da área de um paralelogramo

1 Os dois últimos passos foram acrescentados por mim, a fim de informar de modo imediato a congruência dos triângulos.

O exercício foi repetido várias vezes, com paralelogramos de diferentes dimensões. A figura 2 ilustra prováveis configurações para este tipo de proposta.

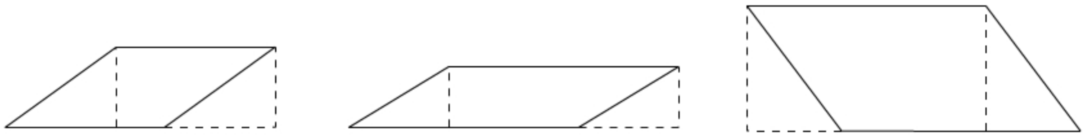

Figura 2 - Opções para a repetição do exercício de cálculo da área

Wertheimer comenta que, ao final da aula, observando que todos os estudantes haviam realizado corretamente as operações ensinadas, o professor se mostrara satisfeito com o sucesso da turma como se, de fato, a classe tivesse compreendido qual a razão de usar tais procedimentos. No próximo encontro, também ali presente, Wertheimer (1959, p.15) propôs um desafio aos alunos, com a intenção de averiguar se eles haviam reconstruído conscientemente aquele conhecimento. Desta vez, embora o paralelogramo fosse congruente com o primeiro trabalhado (figura 1), sua disposição no quadro-de-giz era diferente da anterior[2]. A pronta reação de um estudante foi um indício de que a compreensão sobre o que vem a ser a área de um paralelogramo provavelmente não tinha sido alcançada: “Professor, isso nós não tivemos ainda”. Alguns, entretanto, chegaram a fazer as operações corretas, mas ainda guiados pela receita - “a área é igual à base vezes a altura” – que escreveram abaixo de seus respectivos desenhos como lembrete. Entretanto, não se pode afirmar que a solução encontrada seja do tipo A, uma vez que, inquiridos sobre o porquê dos traçados auxiliares, não foram capazes de explicar; era então uma resposta cega – tipo B (figura 3).

2 Gravina (1996) faz uma crítica aos livros didáticos que normalmente apresentam as figuras geométricas em posições particulares – desenhos prototípicos – como por exemplo: quadrados com os lados paralelos às margens da folha de papel, retângulos com lados de diferentes comprimentos, triângulos sempre acutângulos etc. Esse modo de dispor os desenhos tem a desvantagem de interferir negativamente no reconhecimento das figuras quando estas se encontram em posição diferente e, o que é mais grave, impede que os aprendizes as identifiquem por suas propriedades.

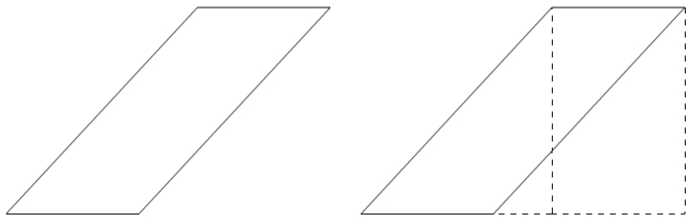

Figura 3 - Ilustração do desafio

A figura 4 mostra como é possível, a partir dos conhecimentos construídos nas experiências anteriores, fazer transferências de modo a encontrar diferentes meios para calcular a área de um trapézio. Os desenhos reproduzem algumas das ilustrações apresentadas por Wertheimer (1959, p.18) referentes a soluções encontradas por estudantes.

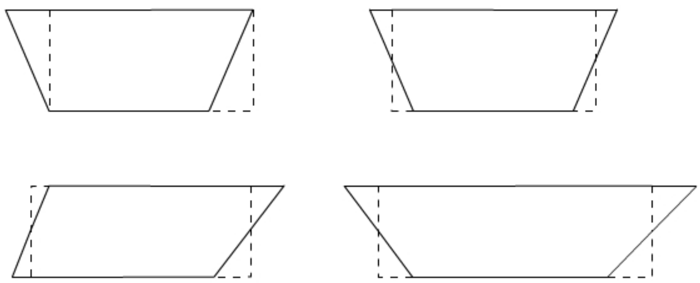

Figura 4 - Respostas conscientes (tipo A)

Na figura 5, podem ser vistas algumas tentativas cegas para resolver as mesmas questões:

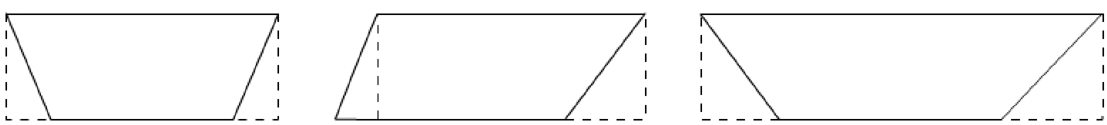

Figura 5 - Respostas cegas (tipo B)

“O que decide, na mente do aluno, entre os procedimentos A e B?” - pergunta-se Wertheimer (1959, p.23) e, logo após, imagina possíveis argumentos que seriam dados, analisando-os criticamente:

> Primeiro: alguém poderia dizer, “A diferença é bem clara. As respostas B não conduzem a soluções corretas, enquanto as do tipo A sim”. Mas esta afirmativa confirma o problema; não o resolve.
> Segundo: “O grau de similaridade ao problema original é decisivo”. Não. Similaridade desempenha um papel aí, mas que espécie de similaridade? Visto de um modo bem fácil os casos do tipo B são frequentemente mais similares do que os casos A.
> Terceiro: o assunto é explicado por “generalização”? Não. É certo que a generalização está envolvida em todos esses casos, mas uma tola resposta B, como dito previamente, pode envolver tanta generalização quanto uma resposta A. E mesmo assim generalização por si mesma não ajuda. Certamente ajudaria se alguém falasse de “generalização apropriadamente selecionada”. Mas o que deveríamos entender por esta qualificação? Que ela leva à solução? Isso seria novamente como na primeira proposta.
> Quarto: a situação se mantém inalterada se alguém declara (corretamente) que os diversos casos A são caracterizados por captar o que é relevante. Mas o que é captar? O que é essencial? O que determina o que é ou não essencial? Somente o resultado?
> (Wertheimer, 1959, p. 23)

Wertheimer não se contenta com explicações que ainda podem ser questionadas devido à superficialidade em sua argumentação e conclui que nenhuma das quatro assertivas esclarece psicologicamente a questão.

Reportando-se à análise comparativa que fez, quando observou os comportamentos de professores ao conduzir suas aulas e a reação dos estudantes na busca de solução para os problemas, o pesquisador extrai algumas características e operações da abordagem produtiva que não foram consideradas pela lógica tradicional e pelo associacionismo. A visão do todo é das mais importantes e mesmo havendo sub-todos na estrutura a ser estudada, estes são examinados em função das qualidades da figura na sua totalidade; isso exige que se perceba verdadeiramente a série de relações essenciais entre as partes e o todo nas ações de agrupar, reorganizar e estruturar. Pensar produtivamente é também saber interpretar o significado funcional das partes que compõem o todo; não há qualquer arbitrariedade nos passos que são dados para tal; ao contrário, cada um deles é compreendido em sua função, é tomado examinando-se a situação estrutural completa. “O processo inteiro é uma consistente linha de pensamento”. (Wertheimer, 1959, p.42)

Embora as atividades descritas nos próximos capítulos apresentem várias características presentes nas visões da lógica tradicional e da teoria associacionista, a integração entre os desafios e quebra-cabeças foi planejada tomando-se por base a teoria da Gestalt. Os itens não foram interligados tais como vagões que se conectam a uma locomotiva, em uma coleção encadeada de partes. Pelo contrário, na medida em que os problemas foram explorados, tanto pelo pesquisador quanto pelos participantes, várias estruturas e relações essenciais foram surgindo de modo a caracterizar o conjunto como um todo organizado.

Como não poderia deixar de ser, notou-se a presença do autêntico pensamento produtivo em diversos domínios, seja na escolha dos desafios, no design dos materiais didáticos, na seleção das tarefas, na resolução dos problemas e na representação das soluções. Além disto, na descrição e análise das atividades, deu-se ouvido às vozes de mais dois pesquisadores: o psicólogo Rudolf Arnheim e o matemático George Polya, apresentado-se aqui uma breve justificativa para tal.

Baseado na teoria da Gestalt, em seu livro entitulado Visual Thinking, Arnheim procurou defender a idéia da inexistência de uma fronteira entre a percepção e a razão, conforme indica o trecho apresentado a seguir:

> Uma revisão do conhecimento existente sobre percepção, e especialmente a respeito da visão, fez-me constatar que os mecanismos extraordinários pelos quais os sentidos entendem o meio são tão somente idênticos às operações descritas pela psicologia do pensamento. Contrariamente, havia muita evidência de que o pensamento realmente produtivo em qualquer área da cognição ocorre no campo da imaginação. Esta similaridade do que a mente faz no terreno das artes e em qualquer outro campo levou à revisão de uma antiga queixa relacionada com a ausência e não utilização das artes na sociedade e na educação. (Arnheim, 1997, p.v)

Após dar valiosas contribuições em diversos setores da matemática, George Polya decidiu, no final de sua carreira, dedicar-se ao ensino de métodos para a resolução de problemas, beneficiando professores e alunos. As informações colhidas em seus livros How to Solve It e Mathematics and Plausible Reasoning – Volume I, Induction and Analogy in Mathematics, foram essenciais para o planejamento e encaminhamento da maioria dos desafios trabalhados nesta tese.