

6

Análise e Resultados do Experimento em 2006

Neste capítulo acompanhamos a aprendizagem dos alunos da turma 604 em 2006, realizado por meio das respostas às questões propostas nas provas aplicadas durante o ano. A forma como os alunos respondem às questões é analisada em busca de indicações de como se processa a aprendizagem. O capítulo está dividido em seções, que tratam de cada um dos trimestres do ano letivo.

6.1. Primeiro trimestre de 2006

Dentro deste período, o 1º teste individual foi realizado em 12/05. Este teste constou de sete questões subdivididas em um total de dez itens. Ocorreram 61,8% das notas abaixo de 5, como indicado no quadro abaixo.

Quadro 6.1 Desempenho dos alunos – 1º Teste Individual- 12/05/2006

Nota do 1º teste individual (1º trimestre)	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	21	61,8%
$5 \leq \text{Nota} < 7$	8	23,5%
Nota ≥ 7	5	14,7%
	Total: 34	Total: 100%

Da 1ª questão, que apresentou elevada taxa de respostas insatisfatórias, destacamos as respostas abaixo. É importante observar que os alunos, de um modo geral, não recorreram à forma procedimental, isto é, efetuar o produto e comparar os resultados. Preferiram utilizar a reta numérica para a resolução da questão, como destacamos em alguns dos exemplos a seguir.

Ana Carolina

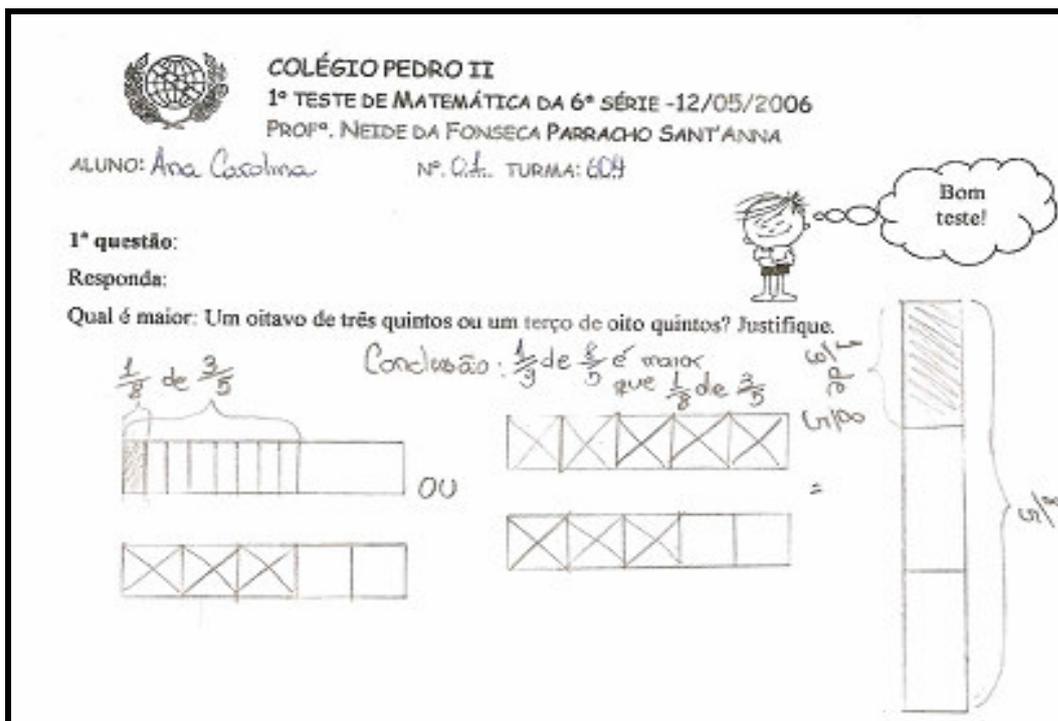


Figura 6.35 - 1ª questão-teste individual de 12/05 - ANA CAROLINA (1)

Na Figura 6.35, observamos que a aluna empregou a forma icônica para resolver a questão. Primeiro mostrou o comprimento de $\frac{1}{8}$ de $\frac{3}{5}$. A seguir, em outro desenho, representou $\frac{8}{5}$. Utilizando uma outra representação, a partir do comprimento de $\frac{8}{5}$, indicou, também nesta nova representação, o comprimento de $\frac{1}{3}$ de $\frac{8}{5}$. A partir daí concluiu que $\frac{1}{3}$ de $\frac{8}{5} > \frac{1}{8}$ de $\frac{3}{5}$. Dessa forma, sem recorrer ao cálculo, conseguiu, utilizando a representação na reta numérica, comparar corretamente os produtos finais.

Ana Paula

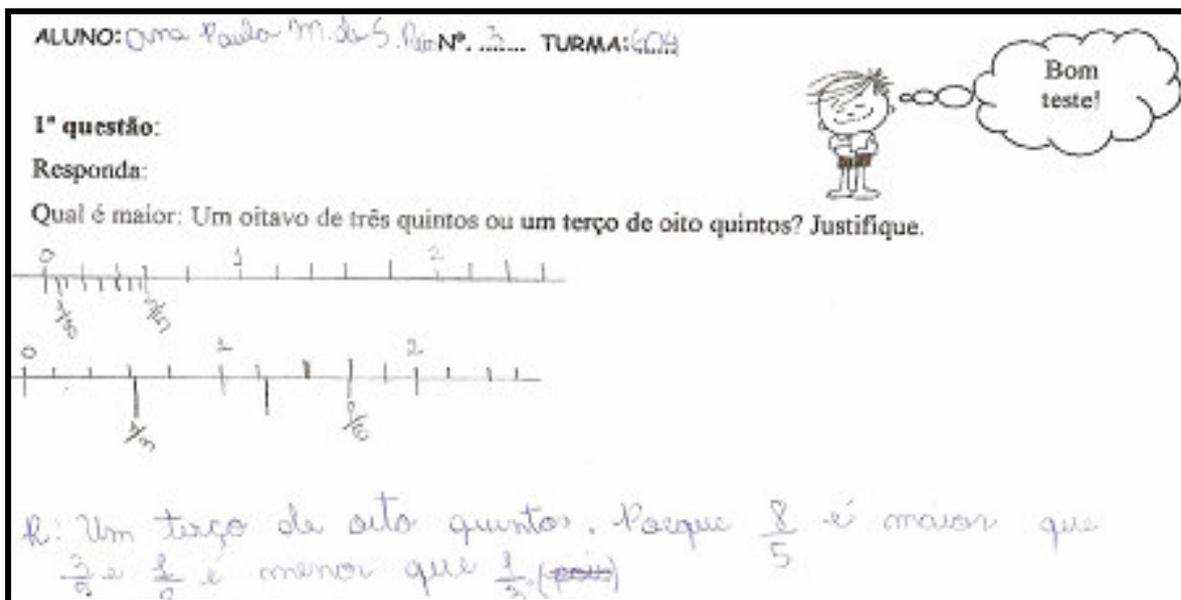


Figura 6.36 - 1ª questão-teste individual de 12/05 - ANA PAULA (1)

Esta aluna, usando a representação na reta numérica, como se vê na Figura 6.36, justifica sua resposta comparando por etapas:

$$\text{Se } \frac{8}{5} \text{ é maior que } \frac{3}{5} \text{ e, } \frac{1}{8} \text{ menor que } \frac{1}{3}, \text{ então } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{8}{5} > \frac{1}{8} \text{ de } \frac{3}{5}.$$

Laleska

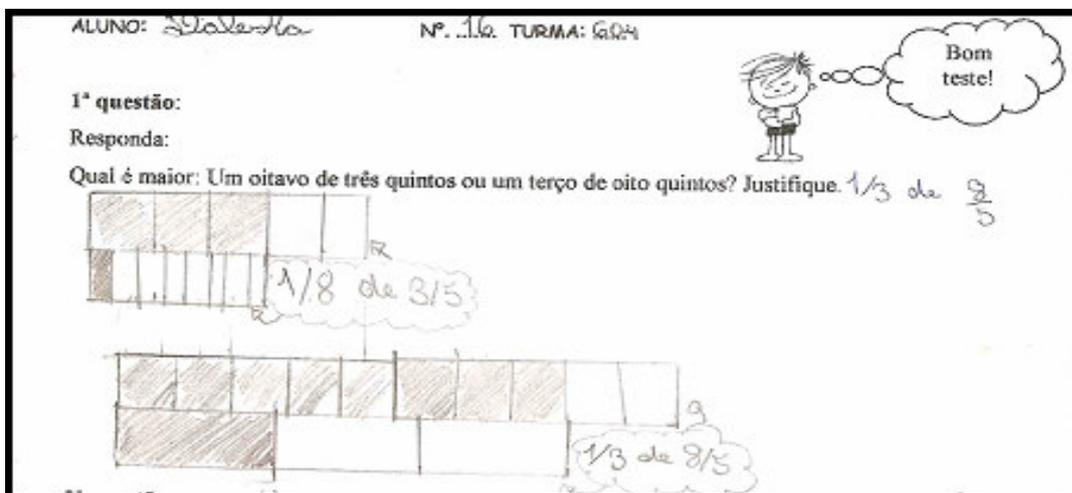


Figura 6.37 - 1ª questão teste individual de 12/05 – LALESKA (1)

Para justificar sua resposta, Figura 6.37, a aluna utilizou a forma icônica indicando a representação de $\frac{1}{8} \text{ de } \frac{3}{5}$. Depois, usando uma outra representação, mostra o comprimento de $\frac{1}{3} \text{ de } \frac{8}{5}$. Conclui daí, que $\frac{1}{3} \text{ de } \frac{8}{5}$ é maior.

Mayra

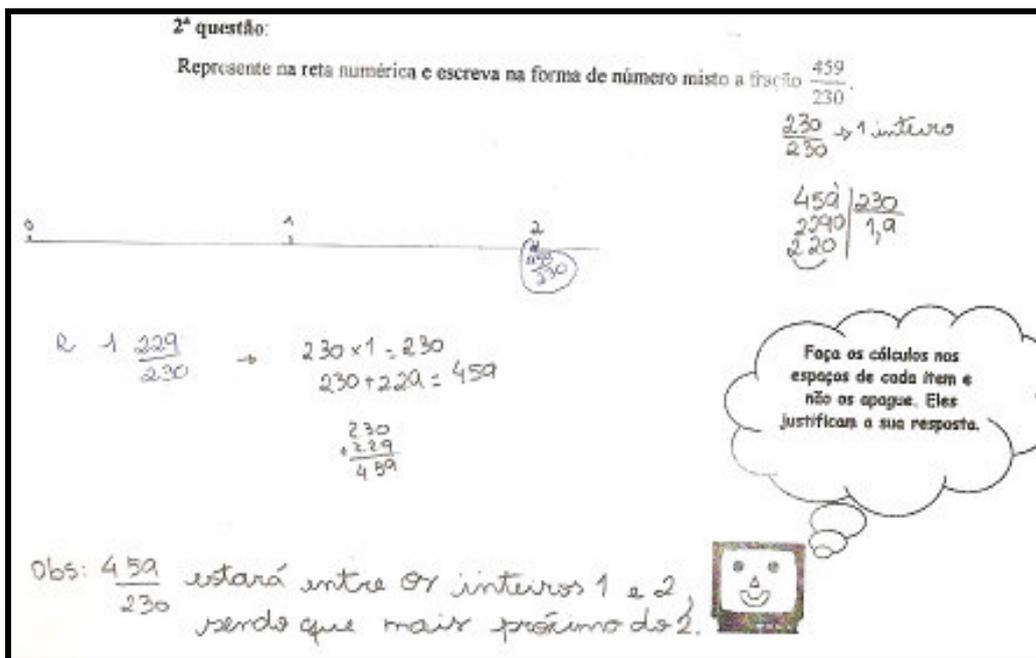


Figura 6.39 – 2ª questão-teste individual de 12/05 – MAYRA (2)

Pela explicação da aluna e pela colocação da fração na reta numérica podemos perceber que identifica fração como um número. (Figura 6.39).

A 3ª questão apresentou, também, um alto índice de acerto, o que pode ser atribuído ao seu caráter concreto, que facilita a identificação da unidade de medida. Seguem-se alguns exemplos de resolução desta questão pelos alunos.

Ana Paula

No item (a) calculou o número de páginas de cada capítulo, a seguir o número total de páginas do livro. No item (b) descobriu primeiro o número de páginas por capítulo, depois por subtrações sucessivas, foi estabelecendo a correspondência entre a quantidade de páginas e cada capítulo, concluindo daí o número de capítulos lidos. Verificou que ao multiplicar 82 por 3, obteve como resultado 246, que correspondia exatamente a metade do número de páginas do livro, chegando, dessa forma, ao resultado correto (Figura 6.40).

3ª questão:
Eu estou lendo um livro que tem vários capítulos, todos com o mesmo número de páginas. Ao terminar um capítulo verifico que acabara de ler a página 246.

a) Supondo que o capítulo que eu acabei de ler seja o sexto e que o livro tem 10 capítulos, quantas páginas teria o livro?

$$\begin{array}{r} 246 \overline{) 6} \\ \underline{0} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ \times 10 \\ \hline 410 \end{array}$$

R: O livro teria 410 páginas

b) Supondo que o livro tenha 492 páginas e 6 capítulos, quantos capítulos ainda não li?

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 6} \\ \underline{12} \\ 82 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1246 \\ - 82 \rightarrow 1 \\ \hline 0164 \\ - 82 \rightarrow 2 \\ \hline 082 \rightarrow 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 82 \\ \times 3 \\ \hline 246 \end{array} \quad \begin{array}{r} 492 \overline{) 2} \\ \underline{0} \\ 92 \\ \underline{12} \\ 246 \end{array}$$

R: Você ainda não leu 3 capítulos.

Faça os cálculos em espaços de cada uma das questões. Não os apague. Justifique a sua resposta.

Figura 6.40 – 3ª questão-teste individual de 12/05 – ANA PAULA (3)

Antonio

3ª questão:
Eu estou lendo um livro que tem vários capítulos, todos com o mesmo número de páginas. Ao terminar um capítulo verifico que acabara de ler a página 246.

a) Supondo que o capítulo que eu acabei de ler seja o sexto e que o livro tem 10 capítulos, quantas páginas teria o livro?

Resposta: O livro teria 410 páginas.

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 10 \\ \hline 410 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 246 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 06 \\ \underline{06} \\ 00 \end{array}$$

b) Supondo que o livro tenha 492 páginas e 6 capítulos, quantos capítulos ainda não li?

$$\begin{array}{r} 8 \\ 492 \\ - 246 \\ \hline 246 \end{array}$$

Resposta: Se que o livro tem 6 capítulos e já li a metade, faltam 3 capítulos.

Figura 6.41 – 3ª questão-teste individual de 12/05 – ANTONIO (3)

No item (a), descobriu quantas páginas tinha em cada capítulo. No item(b) subtraiu o total de páginas do livro e percebeu ter lido exatamente a metade do número de páginas. Daí concluiu que se o livro todo possui 492 e tendo lido a metade faltavam exatamente 3 capítulos para concluir a leitura (Figura 6.41).

Na 4ª questão, o índice de acerto foi bastante inferior. Esta questão apresenta dificuldade tanto para o aluno que tenta uma abordagem conceitual quanto para aquele que recorre aos recursos operacionais.

O desempenho dos alunos nesta questão confirma as constatações de Kieran (1981, 1999) sobre a dificuldade dos alunos em representar métodos formais matemáticos e explicitar os procedimentos que usam para resolver problemas. Mostraremos alguns exemplos do desenvolvimento desta questão, onde vários alunos, embora tenham conseguido encontrar o resultado procurado, neste período do ano tiveram comportamento similar ao descrito por Kieran.

Ana Paula

4ª questão:
Helena está a $\frac{3}{4}$ do caminho de casa para a escola depois de ter andado $2\frac{2}{5}$ milhas.
a) Qual a distância, em milhas, entre sua casa e a escola?

$$\frac{3}{4} = 2\frac{2}{5}$$
$$\frac{1}{4} = 2\frac{2}{5} \div 3 = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$$

R: A distância entre sua casa e a escola é de $3\frac{1}{5}$ milhas.

b) Se uma milha são 1600 metros, quantos metros Helena ainda tem de caminhar, do ponto em que está até a escola?

1 milha = 1600 metros
 $\frac{4}{5}$ milhas = $1600 \div 5 \times 4 = ? = 1280$ metros

$$\begin{array}{r} 1600 \overline{) 15} \\ \underline{10} \\ 600 \\ \underline{500} \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 320 \\ \times 4 \\ \hline 1280 \end{array}$$

R: Helena ainda tem de caminhar 1280 metros.

Faça as contas nos

Figura 6.42 – 4ª questão-teste individual de 12/05 – ANA PAULA (4)

Esta aluna, apesar de ter tido um bom desempenho nesta avaliação, apresentou dificuldades em representar métodos formais matemáticos para expor seu raciocínio de forma concisa. Comportamento similar ao descrito por Kieran, como comentado acima.

A aluna utilizou a seguinte representação matemática:

$$\frac{1}{4} = 2 \frac{2}{5} \div 3 = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = 3 \frac{1}{5}. \text{ Chegou à conclusão:}$$

Se $\frac{12}{5}$ “equivale” a $\frac{3}{4}$, então $\frac{1}{4}$ “equivale” a $2 \frac{2}{5} \div 3$, ou seja, $\frac{4}{5}$.

Por sua vez no item (b) colocou: $\frac{4}{5}$ milhas = $1600 \div 5 \times 4 = ? = 1280$

metros. Tanto no item (a) como no (b) utilizou linguagem matemática imprecisa, embora tenha concluído corretamente (Figura 6.42).

Ingrid Rani

4ª questão:
Helena está a $\frac{3}{4}$ do caminho de casa para a escola depois de ter andado $2 \frac{2}{5}$ milhas.

a) Qual a distância, em milhas, entre sua casa e a escola?

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{15} \quad \frac{3}{4} \div 3 = \frac{1}{4} \quad \frac{12}{15} \div 3 = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{12}{48}$$

$$\frac{12}{15} \times 4 = \frac{48}{15}$$

R: $\frac{48}{15}$ milhas ou $3 \frac{2}{5}$

b) Se uma milha são 1600 metros, quantos metros Helena ainda tem de caminhar, do ponto em que está até a escola?

$$\frac{1280}{1600} = 0,8$$

R: 1280 metros.

Figura 6.43 – 4ª questão-teste individual de 12/05 – INGRID RANI (4)

Esta aluna raciocinou corretamente, embora sua representação não seja precisa, indo mais uma vez ao encontro do que foi exposto por Kieran (Figura 6.43).

Mayra

4ª questão:
Helena está a $\frac{3}{4}$ do caminho de casa para a escola depois de ter andado $2\frac{2}{5}$ milhas.

a) Qual a distância, em milhas, entre sua casa e a escola?

$\frac{3}{4} = \frac{12}{5} + 4 = \frac{16}{5}$ $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$

$\frac{12}{0} \frac{3}{4}$ $\frac{16}{1} \frac{5}{3} = 3\frac{1}{3}$ R: $\frac{16}{5}$ ou $3\frac{1}{5}$ milhas

b) Se uma milha são 1600 metros, quantos metros Helena ainda tem de caminhar, do ponto em que está até a escola?

1 mi = 1600 m R: 1280 metros

$\frac{1}{4} = \frac{4}{5}$ (milhas)

$\frac{1600}{10} \frac{5}{320}$

$\frac{320}{320} + \frac{320}{320} + \frac{320}{320} + \frac{320}{320}$

$\frac{320}{\times 4}$
1280

Faça os cálculos nos espaços de cada item e não os apague. Eles justificam a sua resposta.

Figura 6.44– 4ª questão-teste individual de 12/05 – MAYRA (4)

Observando a Figura 6.44, verificamos que a aluna mostra dificuldade em representar corretamente o que está “pensando”.

Fez a seguinte indicação: $\frac{12}{5} + 4 = \frac{16}{5}$

(embora estivesse pensando em $\frac{12}{5} + \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$)

Conhecendo $\frac{3}{4}$ e sabendo que “corresponde” a $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$, deseja calcular $\frac{1}{4}$, pois,

o caminho todo equivale a $\frac{4}{4}$. Simplesmente divide 12 por 3, encontra 4, resto 0.

(Quando o que deveria estar indicado é $\frac{12}{5} : 3 = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{5}$)

Logo a seguir, divide 16 por 5, resto 1. Daí conclui que o resultado é $\frac{16}{5}$ ou $3\frac{1}{5}$.

Ou seja: Quando escreveu $\frac{12}{5} + 4 = \frac{16}{5}$, estava pensando que: $\frac{12}{5} + \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$.

Esta interpretação “4 no lugar de $\frac{4}{5}$ ” se “justifica”, pois no item (b), logo a seguir,

coloca $\frac{1}{4} = \frac{4}{5}$.

A 5ª questão já havia sido incluída no 1º teste diagnóstico e veio, mais tarde, a fazer parte do 2º, com o mesmo enunciado. A dificuldade neste momento ficou por conta da parte final da pergunta, acrescida nesta avaliação: **Se a sua resposta é afirmativa, determine precisamente em que casos isso pode acontecer.** Conforme analisado no Capítulo 4, a maioria dos alunos conseguiu responder corretamente, inclusive explicando, por meio de exemplos numéricos, o porquê de João poder voltar para casa com mais dinheiro que Maria.

A 6ª questão foi adaptada do trabalho de Wu (2002 p.19,20). Ele cita que a mesma foi aplicada em um teste de psicologia, onde o autor menciona a dificuldade que as pessoas têm em reconhecer se as figuras estão ou não divididas em três partes iguais. No nosso teste, apenas dois alunos conseguiram comparar corretamente e visualizar que a primeira figura estava dividida em três partes iguais, enquanto que a segunda figura não está dividida em três partes iguais.

A 7ª questão apresentou um grau de dificuldade elevado. Mostraremos a seguir alguns exemplos relevantes do desenvolvimento dessa questão. É importante ressaltar que em cada um dos exemplos que seguem os alunos transformaram a unidade dada, utilizando formas diferentes, segundo sua observação.

Ana Cristina

7ª questão:
Suponha que a unidade, 1, é a área da região hachurada da figura.

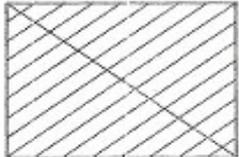


Que frações representam a área hachurada de cada figura, levando em conta a unidade acima? Dê uma breve explicação de sua resposta.

(a) Figura (1)



(b) Figura (2)



Resposta: $\frac{4}{5}$. Porque vai dividirmos de mesma medida do outro, e colocarmos a parte pintada, dando $\frac{4}{5}$.



Resposta: 4 unidades. Porque a unidade de medida contém apenas 5 partes da figura, portanto nesse caso, juntando as figuras temos 4 unidades.

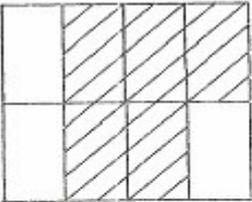


Figura 6.45 – 7ª questão-teste individual de 12/05 – ANA CRISTINA (7)

Como vemos na Figura 45, a aluna em princípio transformou a unidade dada de tal maneira que fosse possível fazer a comparação entre a **figura a ser avaliada** e a **unidade dada**. Concluiu o item (a) corretamente. Usou o mesmo raciocínio para o item (b).

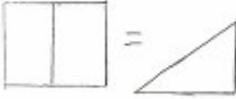
Ana Paula

7ª questão:
Suponha que a unidade, 1, é a área da região hachurada da figura.



Que frações representam a área hachurada de cada figura, levando em conta a unidade acima? Dê uma breve explicação de sua resposta.

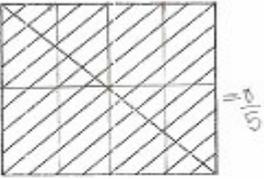
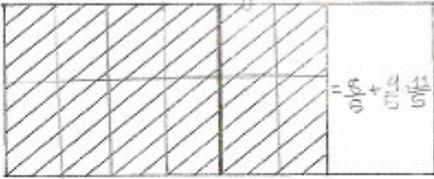
(a) Figura (1)

$$\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$$

Resposta: $\frac{4}{5}$. Dois retângulos iguais a um triângulo e cada retângulo = $\frac{1}{5}$, então $\frac{1}{5} \times 2 \times 2 = \frac{4}{5}$.

(b) Figura (2)

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{8}{5} \div 2 = \frac{4}{5}$$

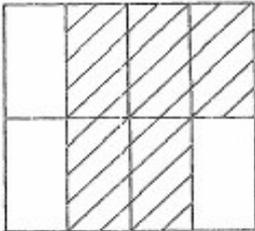
Resposta: $\frac{20}{5}$. Um quadrado inteiro hachurado equivale a $\frac{8}{5}$ que dividido por 2 dá $\frac{4}{5}$ e $\frac{4}{5} \times 2 \times 2 = \frac{20}{5}$.

Figura 6.46 – 7ª questão-teste individual de 12/05 – ANA PAULA (7)

Esta aluna também transformou a **figura a ser avaliada** de tal forma que pudesse comparar a **unidade dada**. Usou outra forma de transformar a unidade dada diferente da que mostramos anteriormente. A partir de então concluiu o valor da figura do item (a). Utilizou o mesmo raciocínio para resolver o item (b). (Figura 6.46)

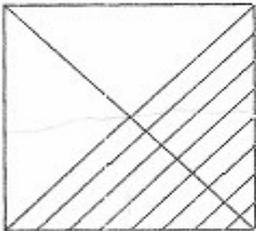
Daniel

7ª questão:
Suponha que a unidade, 1, é a área da região hachurada da figura.



Que frações representam a área hachurada de cada figura, levando em conta a unidade acima? Dê uma breve explicação de sua resposta.

(a) Figura (1)



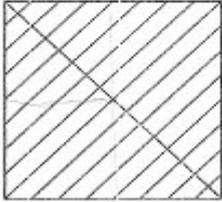
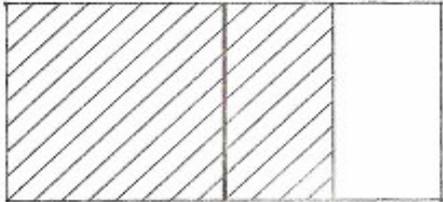

representa



fazem-se dois quadrados e uma metade = 1 inteiro;
e na figura dois temos "dois quadrados" = 4 metades =
temos na unidade 4, 5 metades então a resposta
é $\frac{4}{5}$.

Resposta: $\frac{4}{5}$ 4 de 5 é igual a $\frac{4}{5}$

(b) Figura (2)

Resposta: 3 metades mais 3 mais 4 = 20
Logo a resposta será $\frac{20}{5}$

Figura 6.47 – 7ª questão-teste individual de 12/05 – DANIEL (7)

Este aluno conseguiu visualizar de uma maneira diferente (Figura 6.47). Primeiro transformando a unidade dada numa forma tal que pudesse comparar e, a seguir concluir o que foi pedido, tanto no item (a) como no item (b).

Este primeiro trimestre teve o seu desenvolvimento afetado porque o corpo docente do Colégio Pedro II iniciou no final de maio uma greve que durou até 3 de julho. Logo após o retorno, fizemos uma revisão de frações, padrões numéricos. Nas aulas subsequentes trabalhamos números decimais. Para este

desenvolvimento, utilizamos o conceito de fração e o princípio posicional do sistema de numeração. Procuramos integrar o conteúdo de números decimais às suas aplicações, tais como aos sistemas de medidas de comprimento, áreas e capacidade. Aproveitamos, também, para trabalhar porcentagens ligadas ao cotidiano dos alunos.

A avaliação seguinte foi a prova trimestral de Matemática realizada em julho. Os objetivos estabelecidos para esta prova foram:

- (a) trabalhar o conceito de números decimais apoiado no conceito de fração;
- (b) integrar os conteúdos de números decimais às suas aplicações nos sistemas de medidas de comprimento, áreas e de capacidade;
- (c) trabalhar padrões numéricos e o conjunto de números inteiros.

Nesta prova ainda prevaleceram os desempenhos inferiores, como indicado no quadro abaixo.

Quadro 6.2 Desempenho dos alunos – 1ª Prova Trimestral- 21/07/2006

Nota da 1ª prova trimestral	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	15	44%
$5 \leq$ Nota < 7	13	38%
Nota \geq 7	6	18%
	Total: 34	Total: 100%

Dentre as questões elaboradas para a prova trimestral podemos destacar a 1ª questão, adaptada do trabalho de Wu¹. A taxa de acerto nesta questão ficou em torno de 62 %. Comparando com a 7ª questão do 1º teste individual de 12/05/2006, elaborada com o mesmo objetivo, cujo percentual de acerto foi de 44% no item (a) e 18% no item (b), podemos observar que a maioria da turma conseguiu, neste momento, lidar com uma unidade de medida não usual.

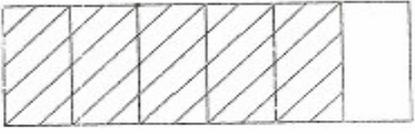
A seguir indicaremos alguns exemplos de soluções apresentadas nesta prova trimestral por alguns alunos que apresentaram soluções relevantes para nosso estudo.

¹Esta questão foi retirada do capítulo 2 do livro *Fractios*. H.Wu, 2002, p.29.

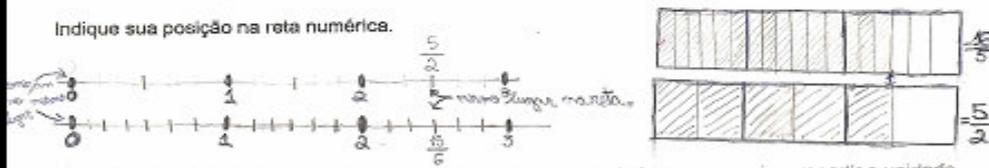
Antonio

QUESTÃO 1: (VALOR: 1,5 pontos)

Se 1 é a área de um quadrado unitário, e $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, então $\frac{5}{2}$ é a área de dois e meio quadrados unitários. A seguinte figura mostra a concatenação de três quadrados unitários, e $\frac{5}{2}$ é representado pela área de 5 dos meios quadrados como indicado na área sombreada.



Sem fazer cálculos, somente utilizando a figura acima, mostre que $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ são frações equivalentes. Indique sua posição na reta numérica.



Agora, somente usando a reta numérica, represente a fração abaixo, sem precisar repartir a unidade em 195 partes iguais:



Figura 6.48 – 1ª questão - Prova Trimestral 21/07-ANTONIO (1)

Este aluno, usando a forma icônica resolve a 1ª parte da questão, a seguir complementa corretamente a representação na reta numérica. Na 2ª parte da questão indica a posição da fração $\frac{52}{195}$, ressaltando a unidade considerada, ou

seja, $\frac{195}{195}$ (Figura 6.48). Aceitamos como solução a representação do aluno que

assinalou esta fração na reta numérica na posição “aproximadamente” menor que a metade do intervalo [0,1].

Camila

QUESTÃO 1: (VALOR: 1,0 ponto)

Se 1 é a área de um quadrado unitário, e $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, então $\frac{5}{2}$ é a área de dois e meio quadrados unitários. A seguinte figura mostra a concatenação de três quadrados unitários, e $\frac{5}{2}$ é representado pela área de 5 dos meios quadrados como indicado na área sombreada.

Sem fazer cálculos, somente utilizando a figura acima, mostre que $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ são frações equivalentes. Indique sua posição na reta numérica.

Agora, somente usando a reta numérica, represente a fração abaixo, sem precisar repartir a unidade em 195 partes iguais:

$\frac{52}{195}$

$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

195 | 50
-156 3

 39

195 | 3
 15 65
 0

Figura 6.49 – 1ª questão - Prova Trimestral 21/07 - CAMILA (1)

Indicou corretamente que as frações $\frac{15}{6}$ e $\frac{5}{2}$ designam a mesma área, como vemos na Figura 6.49. Logo a seguir conclui que representam frações equivalentes, por ocuparem a mesma posição na reta numérica. Finalmente, por aproximação, coloca a fração $\frac{52}{195}$ na reta numérica na posição mais conveniente. É importante ressaltar o “sentido de precisão” da aluna. Nota-se que reparte o intervalo $[0,1]$ em três partes iguais e assinala corretamente a fração $\frac{52}{195}$ no primeiro terço deste intervalo.

Tanto a questão 4 quanto a questão 5 tiveram como objetivo trabalhar padrões numéricos e generalizações (Cf. BOOTH, 1984, p. 26).

Na questão 4, os itens (a) e (b) trabalharam padrões numéricos como preparação para a descoberta de “termo desconhecido” (raciocínio abstrato)². Obtivemos nesta questão uma taxa satisfatória de acerto, de 68% em média em relação aos itens (a) e (b). Por sua vez, a questão 5 também apresentou uma taxa de desempenho satisfatória, 61,5% em média em relação ao item (a) e (b).

Embora, de um modo geral, como comentado anteriormente, a turma tenha apresentado um bom desempenho, achamos esclarecedor trazer aqui alguns exemplos dos desenvolvimentos dos alunos nesta questão,

Camila

QUESTÃO 4: (VALOR: 1,0 ponto)

a) O que você pode escrever a respeito do perímetro das figuras abaixo:

Todos os lados têm comprimento 7,
Há ao todo 19 lados.

Resposta: A figura tem 133 de comprimento do perímetro.

b)

Agora parte da figura ao lado está escondida.
Todos os lados têm comprimento 5.

Há ao todo n lados.

Resposta: O perímetro é múltiplo de 5 (termina em 0 ou 5)

Figura 6.50 – questão 4 Prova Trimestral 21/07- CAMILA (4)

Embora esta aluna no item (b) da questão 4 não tenha indicado $(n \times 5)$ é possível perceber que assimilou a idéia de generalização no desenvolvimento deste item. (Figura 6.50).

Na questão 5, esta aluna confirma este mesmo tipo de raciocínio, como podemos constatar na Figura 6.51.

² Esta questão foi retirada do livro de Lesley R.Booth, Álgebra: Children's Strategies and Errors, 1984, p. 98.

Camila

QUESTÃO 5: (VALOR: 1,0 ponto)

a) Uma espaçonave viaja em "estágios" os quais têm todos a mesma distância.



Se cada "estágio" tem quatro anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre a distância percorrida pela nave em 97 estágios? (ano luz: unidade de distância que equivale à distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano, à razão de aproximadamente 300 000 km por segundo.)

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 97 \\ \times 4 \\ \hline 388 \end{array}$$

R: A nave percorre 97 estágios em 388 anos luz.

b) Se cada estágio tem 11 anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre distância percorrida pela nave em y "estágios"?



Que a distância percorrida vai ser múltiplo de 11.

Figura 6.51 – questão 5 Prova Trimestral 21/07- CAMILA (5)

Cláudio

QUESTÃO 4: (VALOR: 1,0 ponto)

a) O que você pode escrever a respeito do perímetro das figuras abaixo;

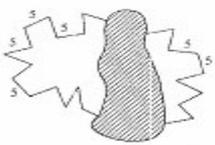


Todos os lados têm comprimento 7.
Há ao todo 19 lados.

Resposta: O perímetro é 133

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 19 \\ \times 7 \\ \hline 133 \end{array}$$

b)



Agora parte da figura ao lado está escondida.
Todos os lados têm comprimento 5.
Há ao todo n lados.

Resposta: Se o número de lados for vinte
o perímetro seria 100.

12 o n° de lados fosse 20
11 20x5 = 100

Figura 6.52 – 4ª questão Prova Trimestral 21/07- CLÁUDIO (4)

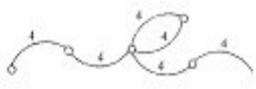
Este aluno no desenvolvimento mostrou que ainda não tinha assimilado a idéia de generalização. Sentiu necessidade de exemplificar para poder responder,

como podemos ver na questão 4, Figura 6.52, a seguir, acontece o mesmo em relação à questão 5 (Figura 6.53).

Cláudio

QUESTÃO 5: (VALOR: 1,0 ponto)

a) Uma espaçonave viaja em "estágios" os quais têm todos a mesma distância.

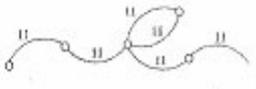


Se cada "estágio" tem quatro anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre a distância percorrida pela nave em 97 estágios? (ano luz: unidade de distância que equivale à distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano, à razão de aproximadamente 300 000 km por segundo.);

$$\begin{array}{r} 2 \\ 97 \\ \times 4 \\ \hline 388 \end{array}$$

R: A nave em 97 estágios percorreu 388 anos-luz.

b) Se cada estágio tem 11 anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre distância percorrida pela nave em y "estágios"?



xy for igual a 11
11 x 11 = 121

R: Se y fosse 11 a nave percorreria 121 anos-luz.

Figura 6.53 – 5ª questão Prova Trimestral 21/07- CLÁUDIO (5)

Mayra

QUESTÃO 4: (VALOR: 1,0 ponto)

a) O que você pode escrever a respeito do perímetro das figuras abaixo;

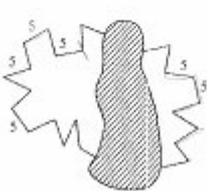


Todos os lados têm comprimento 7.
Há ao todo 19 lados.
Resposta: 133

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 7 \\ \hline 133 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 133 \\ 63 \overline{) 19} \\ \underline{63} \\ 19 \\ \underline{19} \\ 0 \end{array}$$

b)



Agora parte da figura ao lado está escondida.
Todos os lados têm comprimento 5
Há ao todo n lados.
Resposta: $5 \times n$

$$5 \times n$$

Figura 6.54 – questão 4 Prova Trimestral 21/07- MAYRA (4)

Esta aluna, de forma clara e simples, no item (a), embora não tivesse sido colocada explicitamente a quantidade de partes, 19, compreendeu como deveria encontrar o resultado. No item(b), mesmo com o obstáculo colocado, conseguiu perceber como deveria indicar a solução: $5 \times n$. (Figura 6.54)

Comportamento semelhante se verifica na resposta à Questão 5 (Figura 6.55).

Mayra

QUESTÃO 5: (VALOR: 1,0 ponto)

a) Uma espaçonave viaja em "estágios" os quais têm todos a mesma distância.



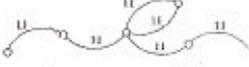
Se cada "estágio" tem quatro anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre a distância percorrida pela nave em 97 estágios? (ano luz: unidade de distância que equivale à distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano, à razão de aproximadamente 300 000 km por segundo.):

297
 $\times 4$
 $\hline 388$ → Percorre 388 anos-luz durante a viagem

R: Em anos-luz a nave percorre 388.
 Em Km, a espaçonave percorrerá cerca de 116.400.000 Km.

300 000
 $\times 388$
 $\hline 24000000$
 900000
 $\hline 116400000$

b) Se cada estágio tem 11 anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre a distância percorrida pela nave em y "estágios"?



1 estágio = 11 anos luz
 y estágios = 11 anos luz x y

Ex: 1 estágio = 11 anos-luz
 20 estágios = 11 anos-luz x 20 = 220

R: Como o número de estágios percorridos está escrito, usarei o exemplo do.
 Ai seria: 11 anos luz x 20 estágios =
 = 220 anos luz percorridos ou
 aproximadamente 600.000 Km

11
 $\times 20$
 $\hline 220$

300 000
 $\times 20$
 $\hline 6000000$

Figura 6.55 – questão 5 Prova Trimestral 21/07- MAYRA (5)

A questão 7, por sua vez, trabalhou com unidade de capacidade, envolvendo operações com números decimais. O índice de acerto da 1ª pergunta foi de 74%, o índice de acerto da 2ª pergunta foi de 38%, para a 3ª pergunta ninguém apresentou uma resposta completamente satisfatória.

Mostraremos exemplos de grupos de alunos que acertaram a 1ª pergunta, a 2ª e, entretanto, na 3ª pergunta não conseguiram concluir corretamente ou, ainda que tendo a idéia correta, não conseguiram explicitá-la claramente.

1º grupo: Multiplicou 4,5 por 6, encontrou 27 e, a seguir complementou:

$27\text{ l} - 24\text{ l} = 3\text{ l}$. A partir daí, entendeu equivocadamente que sobraram 3 l e só necessitava de 1,5 l para completar a lata do mês seguinte ($4,5\text{ l} - 3\text{ l} = 1,5\text{ l}$) (Figura 6.56).

Ana Paula

QUESTÃO 7: (VALOR: 1,5 pontos)

Num restaurante são gastos 40 latas de óleo com 0,6 litros cada uma mensalmente. Quantos litros de óleo são gastos por mês nesse restaurante? Se o dono quiser comprar esse óleo em latas de 4,5 litros, quantas latas deverá comprar no primeiro mês? Nesse caso, quantos litros sobrarão a cada mês? Ele precisará comprar, todo mês, a mesma quantidade de latas de 4,5 litros? Justifique sua resposta

R: São gastos por mês 24 litros de óleo.
 Ele deveria comprar 6 latas.
 Sobraram 3 litros a cada mês.
 No 2º mês poderia comprar 5 porque terá 3l guardados e $4,5 \times 5 = 22,5 + 3 = 25,5$ e ainda irá sobrar 1,5 litros.

Figura 6.56 – questão 7 Prova Trimestral 21/07- ANA PAULA (7)

2º grupo Acertou o 1º item e o 2º item, porém, quando chegou ao 3º item, cometeu o mesmo erro do primeiro grupo. Além disso, esqueceu que para operar alterara a unidade de medida e respondeu com o número de litros multiplicado por 10. (Figura 6.57)

Priscila

QUESTÃO 7: (VALOR: 1,5 pontos)

Num restaurante são gastos 40 latas de óleo com 0,6 litros cada uma mensalmente. Quantos litros de óleo são gastos por mês nesse restaurante? Se o dono quiser comprar esse óleo em latas de 4,5 litros, quantas latas deverá comprar no primeiro mês? Nesse caso, quantos litros sobrarão a cada mês? Ele precisará comprar, todo mês, a mesma quantidade de latas de 4,5 litros? Justifique sua resposta

R São gastos por mês 24 litros de óleo. Ele deveria comprar no 1º mês 6 latas. Cada mês sobrarão 30 litros de óleo. Não. Porque como vai sobrar todo mês, ele pode ~~comprar~~ comprar menos latas no próximo mês.

Figura 6.57– questão 7 Prova Trimestral 21/07- PRISCILA (7)

3º grupo: Não interpretou corretamente o resto porque, como o grupo anterior, não percebeu que, ao multiplicar por dez o dividendo e o divisor, multiplicou também o resto. Assim, considerou o resto igual a 15 (Figura 6.58).

Ana Carolina

QUESTÃO 7: (VALOR: 1,5 pontos)

Num restaurante são gastos 40 latas de óleo com 0,6 litros cada uma mensalmente. Quantos litros de óleo são gastos por mês nesse restaurante? Se o dono quiser comprar esse óleo em latas de 4,5 litros, quantas latas deverá comprar no primeiro mês? Nesse caso, quantos litros sobrarão a cada mês? Ele precisará comprar, todo mês, a mesma quantidade de latas de 4,5 litros? Justifique sua resposta

Handwritten work for Ana Carolina showing calculations and notes. The calculations include $40 \times 0,6 = 24,0$ and $240 \overline{) 145} \text{ with remainder } 15$. Notes include "24 litros de óleo por mês", "6 latas por mês", and "Não. Pois vai sobrar 15 litros há cada mês."

Figura 6.58 – questão 7 Prova Trimestral 21/07- ANA CAROLINA (7)

4º grupo: Ao dividir 24 por 4,5, encontrou 5,33. A partir daí deduziu que necessitava comprar 6 latas. A seguir subtraiu 5,33 de 6 e verificou o que sobrava a cada mês 0,67. Concluiu que dentro de alguns meses poderia comprar menos óleo, por que sobrava óleo. Apenas, não conseguiu explicitar claramente sua justificativa porque não complementou dentro de quanto tempo isto deveria acontecer (Figura 6.59).

Ana Cristina

QUESTÃO 7: (VALOR: 1,5 pontos)

Num restaurante são gastos 40 latas de óleo com 0,6 litros cada uma mensalmente. Quantos litros de óleo são gastos por mês nesse restaurante? Se o dono quiser comprar esse óleo em latas de 4,5 litros, quantas latas deverá comprar no primeiro mês? Nesse caso, quantos litros sobrarão a cada mês? Ele precisará comprar, todo mês, a mesma quantidade de latas de 4,5 litros? Justifique sua resposta

Handwritten work for Ana Cristina showing calculations and notes. The calculations include $0,6 \times 40 = 24,0$ and $240 \overline{) 145} \text{ with remainder } 15$. Notes include "São gastos 24 litros de óleo por mês", "6 latas", "sobrará 0,67 litros de óleo", and "Não. Porque em alguns meses ele poderia comprar menos óleo porque sobra óleo."

Figura 6.59 – questão 7 Prova Trimestral 21/07- ANA CRISTINA (7)

6.2 Segundo trimestre de 2006

O desempenho dos alunos no segundo trimestre foi muito melhor que o do primeiro trimestre. No resultado final do trimestre, tivemos 4 (11,7%) médias menores que cinco, 2 (5,9%) maiores ou iguais a cinco e menores que sete e 28 (82,4%) iguais ou superiores a sete.

Quadro 6.3 Desempenho dos alunos no final do 2º trimestre

Nota da 1ª prova trimestral	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	4	11,7%
$5 \leq \text{Nota} < 7$	2	5,9%
Nota ≥ 7	28	82,4%
	Total: 34	Total: 100%

A prova de matemática correspondente à 2ª certificação, que constitui a avaliação mais importante do trimestre, ocorreu em setembro e, teve os seguintes objetivos: (a) operar com números decimais: adição subtração, multiplicação e divisão; (b) integrar os conteúdos de números decimais às suas aplicações nos sistemas de medida de comprimento, massa, áreas e capacidade; trabalhar o conceito de números inteiros (positivos e negativos), utilizando a reta numérica.

Na elaboração desta prova, aproveitamos a associação dos números decimais a medidas de comprimento, massa, capacidade, e permeamos com questões que ajudam na compreensão de transitar pelas unidades quando possível e /ou necessário; trabalhar os vários tipos de igualdade, quer tratando-se de identidade ou equação, visando principalmente, mais adiante, a introdução de equações.

O desempenho nesta prova foi o indicado no quadro abaixo.

Quadro 6.4 Desempenho dos alunos – 2ª Prova Trimestral- 22/09/2006

Nota da 2ª prova trimestral	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	5	15%
$5 \leq \text{Nota} < 7$	6	18%
Nota ≥ 7	23	67%
	Total: 34	Total: 100%

Trazemos aqui respostas a algumas questões que merecem ser analisadas:

A 1ª questão foi composta de 4 itens. Trabalhamos com a unidade de massa onde o aluno deveria trabalhar com “balança de pratos” estimando o peso de cada mercadoria comprada³. O principal objetivo desta questão era dar continuidade à preparação para a resolução de equações, desenvolvendo a “idéia de equilíbrio”. A taxa de acerto dessa questão foi satisfatória. No item (a) o percentual de acerto ficou em torno de 88%. A dificuldade do item (b) ficou por conta de não saberem justificar, quer em linguagem natural ou em linguagem corrente a segunda pergunta do item: *Isto basta para ela conferir os pesos das mercadorias compradas?*

Grande parte dos alunos, 79%, respondeu somente sobre o “peso” que deveria ser colocado. Um grupo bem menor, 12%, conseguiu atingir o objetivo proposto e, finalmente, 9% erraram. Os itens (c) e (d) apresentaram um percentual de acerto semelhante, em torno de 65%.

Alguns exemplos de solução são bastante ilustrativos:

³ Questão extraída do Material didático apresentado na oficina oferecida pela Equipe do Projeto Fundação: “Álgebra na Escola Básica: Significado? Mecanização?”, no 4º Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro (4º EEMAT, 2006).

Priscila

1ª questão:

Dona Lourdes é feirante e todo sábado vai ao Mercado de Madureira comprar as mercadorias para vender e pede para entregar em sua barraca. Eis a lista do sábado passado.

Mercadoria	Peso
Chuchu	5 kg
Cenoura	10 kg
Cebola	12 kg
Pimentão	4 kg
Aipim	15kg
Batata	

Quando a mercadoria chega, ela precisa conferir os pesos. Ela possui vários pesos de diferentes valores: 5 pesos de 2kg, 2 pesos de 1kg, 4 pesos de 500g e 3 pesos de 100g.

a) Ela colocou o saco de chuchu num dos pratos da balança. Indique os pesos que ela deve colocar no outro prato para que ela confira o peso.

R: Deve por 2 pesos de 2kg e 1 peso de 1kg.

b) Para agilizar o trabalho ela resolveu colocar mercadorias nos dois pratos. Com que pesos ela deve completar os pratos para equilibrar a balança? Isto basta para ela conferir os pesos das mercadorias compradas?

R: Deve por 2 pesos de 2kg no prato da cenoura.

c) Ela esqueceu quantos quilos de batata tinha comprado. A figura indica como Dona Lourdes equilibrou a balança. Quanto pesa o saco de batata?

R: O saco de batata pesa 15,4 kg.

d) Quando Dona Lourdes foi conferir o peso do pimentão, ela observou que a balança ficou desequilibrada. Como você explica o que ocorreu?

R: Ela pediu 4kg e a balança deu errado, é assim que o saco de pimentão veio, menos que 4kg.

Figura 6.60 – 1ª questão Prova Trimestral 22/09- PRISCILA (1)

Não conseguiu concluir o item (b) de acordo com o objetivo da questão, embora tenha resolvido todos os outros itens corretamente (Figura 6.60).

Virgínia

1ª questão:
Dona Lourdes é feirante e todo sábado vai ao Mercado de Madureira comprar as mercadorias para vender e pede para entregar em sua barraca. Eis a lista do sábado passado.

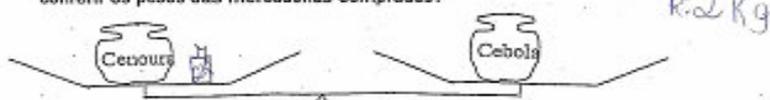
Mercadoria	Peso
Chuchu	5 kg
Cenoura	10 kg
Cebola	12 kg
Pimentão	4 kg
Ajím	15kg
Batata	

Quando a mercadoria chega, ela precisa conferir os pesos. Ela possui vários pesos de diferentes valores: 5 pesos de 2kg, 2 pesos de 1kg, 4 pesos de 500g e 3 pesos de 100g.

a) Ela colocou o saco de chuchu num dos pratos da balança. Indique os pesos que ela deve colocar no outro prato para que ela confira o peso.



b) Para agilizar o trabalho ela resolveu colocar mercadorias nos dois pratos. Com que pesos ela deve completar os pratos para equilibrar a balança? Isto basta para ela conferir os pesos das mercadorias compradas?



c) Ela esqueceu quantos quilos de batata tinha comprado. A figura indica que Dona Lourdes equilibrou a balança. Quanto pesa o saco de batata?



d) Quando Dona Lourdes foi conferir o peso do pimentão, ela observou que a balança ficou desequilibrada. Como você explica o que ocorreu?

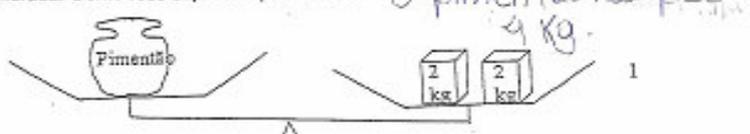


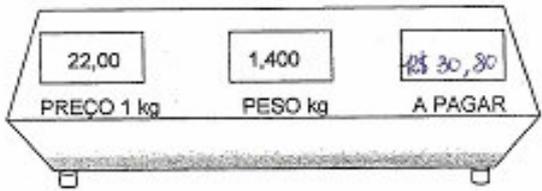
Figura 6.61 – 1ª questão Prova Trimestral 22/09 - VIRGÍNIA (1)

Embora tenha colocado as respostas corretas não conseguiu justificar o porquê de não ser o suficiente para conferir os pesos das mercadorias como mostra o item (d) (Figura 6.61).

Na 3ª questão trabalhamos novamente unidade de medida de massa, envolvendo operação com decimais. Já a 4ª questão tratou de reforçar explicações de regras e a buscar padrões. O índice de acerto da 3ª questão ficou em torno de 67%. Por sua vez, o índice de acerto da 4ª questão, tanto no item (a) quanto no item (b), também apresentou mesma taxa de acerto. A seguir daremos alguns exemplos que mostram o desenvolvimento dado pelos alunos em cada.

Camila

3ª questão:
Que número vai parecer no visor "A PAGAR" da balança?



4ª questão:
Considere os cálculos abaixo:

A: $30,7 \cdot 5,21 = 15,9947$ B: $2,25 \cdot 6,22 = 13,995$

a) O cálculo A está errado. Explique por que, sem efetuá-lo.
Porque no "30,7" tem 1 casa decimal e em "5,21" tem 2 casas decimais, então o resultado teria que ter 3 casas decimais, pois somamos o nº de casas decimais dos fatores.

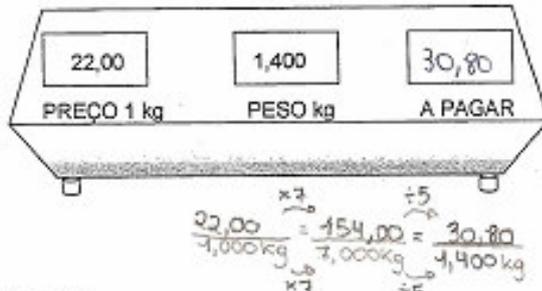
b) O cálculo B está correto, mas no produto aparecem 3 casas decimais. Por quê?
Na realidade o resultado tem as 4 casas decimais no que a 4ª é "0" zero, então não é obrigatório colocá-lo no final, porque ele não altera nada.

Figura 6.62 – Prova Trimestral 22/09- 3ª e 4ª questões – CAMILA (3)

Tanto na 3ª como na 4ª questão a aluna atingiu os objetivos propostos, usando linguagem natural para justificar sua resposta (Figura 6.62).

Laís

3ª questão:
Que número vai parecer no visor "A PAGAR" da balança?



4ª questão:
Considere os cálculos abaixo:

A: $30,7 \cdot 5,21 = 15,9947$ B: $2,25 \cdot 6,22 = 13,995$

a) O cálculo A está errado. Explique por que, sem efetuá-lo.
Porque 30,7 e 5,21 são números maiores que 15,9947

b) O cálculo B está correto, mas no produto aparecem 3 casas decimais. Por quê?

Figura 6.63 – Prova Trimestral 22/09 - 3ª e 4ª questões – LAÍS (3)

Resolveu a 3ª questão corretamente, utilizando frações equivalentes. Embora não tenha acertado a 4ª questão, pois usou o raciocínio incorreto que diz: “ao **multiplicar** um número por outro **sempre** tem que resultar **um número maior**”. Tipo de raciocínio que **quase sempre** conduz ao erro (Figura 6.63).

Tanto na 8ª questão quanto na 12ª questão, a taxa de acerto foi satisfatória. Em média 73% e 76%, respectivamente. Os alunos nesta altura do ano letivo sinalizavam, corretamente, na reta numérica, os números decimais e os inteiros positivos e negativos. Seguem exemplos de respostas a essas questões.

Danielle

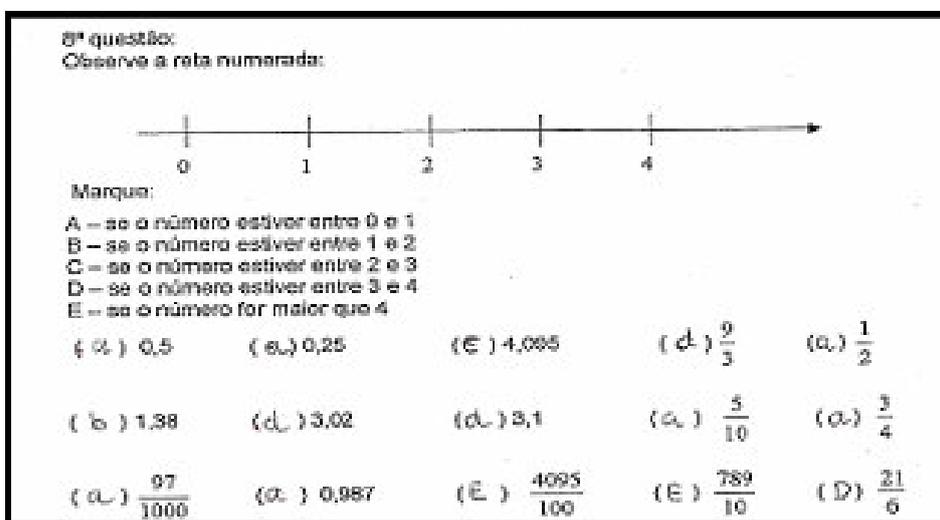


Figura 6.64 – Prova Trimestral 22/09 - 8ª questão – DANIELLE (8)

Conseguiu localizar corretamente na reta numérica, nos intervalos apresentados, cada um dos pontos solicitados. (Figura 6.64)

Priscila

Esta aluna, como vemos na Figura 6.65, optou em utilizar letras para representar na reta numérica, enquanto outros usaram números. O observamos é que os alunos nesta altura do ano, de um modo geral, já trabalhavam com facilidade questões que envolviam a representação de números inteiros na reta numérica.

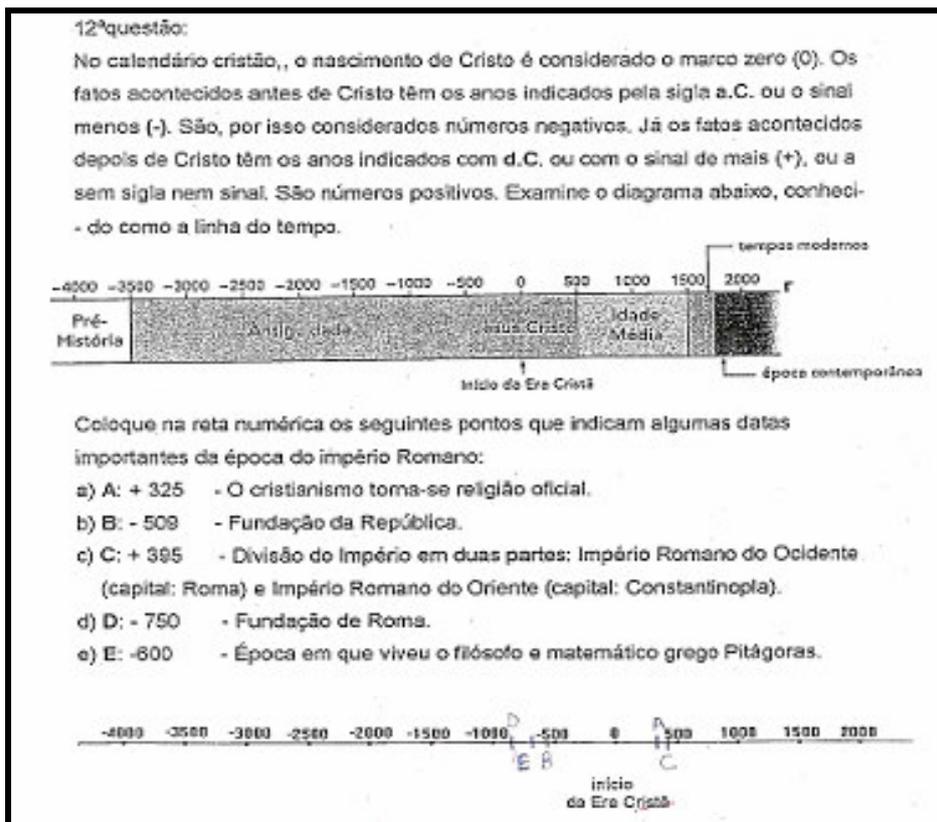


Figura 6.65 – Prova Trimestral 22/09 - 12ª questão – PRISCILA (12)

Logo após o Conselho de Classe que ocorreu nos dias 02 e 03 de outubro, iniciamos o 3º trimestre.

6.3 Terceiro trimestre de 2006

O primeiro teste individual do terceiro trimestre ocorreu em outubro, com consulta à pasta. Faltaram dois alunos. Neste teste foi avaliada a compreensão do conceito de proporcionalidade, direta e inversa, grandezas direta e inversamente proporcionais, além de trabalharmos o conceito de porcentagem.

Quadro 6.5 Desempenho dos alunos-1º Teste Individual do 3º trimestre-30/10/2006

Nota da 1ª prova trimestral	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	8	25%
5 ≤ Nota < 7	10	31%
Nota ≥ 7	14	44 %
	Total: 32	Total: 100%

A 1ª questão trabalhou proporcionalidade. Teve por objetivo de verificar se o aluno compreendia se as grandezas comparadas eram proporcionais ou não. O desempenho nesta questão apontou o bom entendimento no conceito de proporcionalidade. A taxa de acerto referente a completar a tabela com os preços apagados foi em torno de 81%.

Outras duas questões que merecem destaque, a 4ª e a 5ª, porque em ambas trabalhamos o conceito de grandezas diretamente proporcionais. Obtivemos no item (a) da 4ª questão, apenas 12,5% dos alunos errando. Acertaram completamente 16% e 71,5% acertaram parcialmente. A dificuldade ficou por conta de saber expressar a resposta da 2ª parte da questão. Quanto ao item (b), tivemos 34% de alunos errando este item, 50% acertando parcialmente e finalmente 16% acertando todos os quesitos do item. Vejamos alguns exemplos da 4ª questão.

Beatriz

4ª questão:

a) Dona Maria está vendendo na feira saquinhos com 3 maçãs ao preço de R\$ 5,00. Antonio é dono de uma confeitaria e vai precisar de 36 maçãs para fazer algumas tortas. Quanto Antonio vai gastar com dona Maria para comprar as maçãs que necessita? *Antonio gastará R\$60,00.*

Nessa atividade por que não é conveniente achar o preço de cada maçã e depois o valor de 36? Justifique sua resposta. *Não é conveniente porque 36 é múltiplo de 3, então não é necessário.*

b) Felipe queria economizar gasolina. Para isso, ele anotou quantos litros colocava no carro e o preço que pagava em dezembro de 2001. Examine a tabela e responda:

1. É possível, fazendo cálculos, prever o preço que Felipe pagaria por 48 l de gasolina? Em caso afirmativo calcule esse valor. *Sim. O valor é R\$86,40.*

2. É possível, fazendo cálculos, prever quantos litros de gasolina ele colocaria com R\$ 36,00? Em caso afirmativo, calcule o número de litros. *Sim. Ele colocaria 20 litros.*

3. Qual o preço de 80l? *O preço é R\$144,00*

4. Quantos litros poderia comprar com a metade desse valor? *40l*

5. Essas duas grandezas são ditas grandezas.... *proporcionais.*

Handwritten calculations:
 $36 \div 3 = 12$
 $12 \times 5 = 60$
 $28,80 + 57,60 = 86,40$
 $8l \rightarrow 14,40$
 $? \rightarrow 36,00$
 $36 \times 8 = 288$
 $36 \times 4 = 144$
 $288 \div 2 = 144$
 $144 \div 4 = 36$

Figura 6.66 - Teste 30/10 - 4ª questão-BEATRIZ (4)

Esta aluna conseguiu perceber na 2ª parte do item (a) que, sendo 36 múltiplo de 3, não era necessário encontrar a unidade e, simplesmente, multiplicar também R\$5,00 por 12, obtendo R\$60,00. No item (b), conseguiu completar cada quesito raciocinando corretamente (Figura 6.66).

Camila

4ª questão:

a) Dona Maria está vendendo na feira saquinhos com 3 maçãs ao preço de R\$ 5,00. Antonio é dono de uma confeitaria e vai precisar de 36 maçãs para fazer algumas tortas. Quanto Antonio vai gastar com dona Maria para comprar as maçãs que necessita? $36 \div 3 = 12$
 $12 \times 5 = 60$
 R\$ 60,00.

Nessa atividade por que não é conveniente achar o preço de cada maçã e depois o valor de 36? Justifique sua resposta. *Porque assim dá mais que dividir 3 por 5 e achar o quanto era cada uma para depois multiplicar por 36, dá mais muito trabalho porque 3 não é múltiplo de 5.*

b) Felipe queria economizar gasolina. Para isso, ele anotou quantos litros colocava no carro e o preço que pagava em dezembro de 2001. Examine a tabela e responda:

Quantidade (l)	Preço
8	14,40
16	28,80
32	57,60
48	86,40
	115,20
	144,00

1. É possível, fazendo cálculos, prever o preço que Felipe pagaria por 48 l de gasolina? Em caso afirmativo calcule esse valor. *Sim - R\$ 86,40.*

2. É possível, fazendo cálculos, prever quantos litros de gasolina ele colocaria com R\$ 36,00? Em caso afirmativo, calcule o número de litros. *Não.*

3. Qual o preço de 80 l? *R\$ 144,00.*

4. Quantos litros poderia comprar com a metade desse valor? *40 l.*

5. Essas duas grandezas são ditas grandezas..... *proporcionais.*

fa a metade de cada qual quanto quiser mas não dá para dividir por 5.

36 ÷ 3 = 12
 $12 \times 5 = 60$
 $14,40 \times 3 = 43,20$
 $28,80 \times 3 = 86,40$
 $57,60 \times 3 = 172,80$
 $86,40 \times 3 = 259,20$

Figura 6.67 - Teste 30/10-4ª questão – CAMILA (4)

Tanto na 1ª parte do item (a) quanto na 2ª, identificou qual a melhor estratégia a seguir. Percebeu que como 36 é múltiplo de 3, e que $36 \div 3 = 12$, então multiplicou $12 \times 5 = 60$. No item (b), errou o quesito 2, acertando os demais. (Figura 6.67)

Priscila

4ª questão:

5,00
12

1000
+5000

6000

a) Dona Maria está vendendo na feira saquinhos com 3 maçãs ao preço de R\$ 5,00. Antonio é dono de uma confeitaria e vai precisar de 36 maçãs para fazer algumas tortas. Quanto Antonio vai gastar com dona Maria para comprar as maçãs que necessita? *Resposta vai gastar (em reais) R\$ 60,00.*

Nessa atividade por que não é conveniente achar o preço de cada maçã e depois o valor de 36? *Justifique sua resposta.*

Resposta porque a unidade ajuda da para realizar a divisão facilmente e depois porque da um resultado diferente.

b) Felipe queria economizar gasolina. Para isso, ele anotou quantos litros colocava no carro e o preço que pagava em dezembro de 2001. Examine a tabela e responda:

Gasolina	Preço
8	14,40
16	28,80
32	57,60
48	86,40
200	36,00

1. É possível, fazendo cálculos, prever o preço que Felipe pagaria por 48 l de gasolina? Em caso afirmativo calcule esse valor. *Sim. R. Preço por 48 l de gaso literal R\$ 86,40*

2. É possível, fazendo cálculos, prever quantos litros de gasolina ele colocaria com R\$ 36,00? Em caso afirmativo, calcule o número de litros. *Sim. R. Com R\$ 36,00 ele pode colocar 200 l.*

3. Qual o preço de 80 l? *9 preços R\$ 144,00.*

4. Quantos litros poderia comprar com a metade desse valor? *A metade dessa quantidade de litros, ou seja, 40 l.*

5. Essas duas grandezas são ditas grandezas..... *grandezas diretamente proporcionais.*

Handwritten calculations:
 36 | 3
 06 | 12

 1000
 +5000

 6000

Handwritten calculations:
 36 | 5,00
 12 | 60,00

 1000
 +5000

 6000

Handwritten calculations:
 14,40
 x 6

 86,40

Handwritten calculations:
 1440
 x 2

 2880

Handwritten calculations:
 3600 | 1440
 - 2880 | 25

 87200

Handwritten calculations:
 4
 25
 x 8

 200

Figura 6.68 - Teste 30/10 - 4ª questão – PRISCILA (4)

Conseguiu responder corretamente a 1ª parte do item (a) e se atrapalhou na 2ª parte. Identificou a proporcionalidade entre 3 e 36 e fez a correspondência correta com 5,00 e 60,00, porém não conseguiu justificar por que não era conveniente achar o preço de cada maçã. Embora tenha respondido corretamente cada quesito do item (b) na coluna que corresponde ao valor de R\$36,00, colocou 200 ao invés de 20.(Figura 6.68).

Devemos, também, apresentar alguns desenvolvimentos de alunos na 5ª Questão, na qual o desempenho foi satisfatório: no item (a) em torno de 78%, no item (b) em torno de 66% e no item (c) de 72%.

Beatriz

5ª questão:
Sr. José dono da Padaria Pão Quente, anotou a quantidade de filões pequenos produzidos em função da quantidade de farinha de trigo gasta por ele. Examine a tabela e responda às perguntas:



Quantidade de farinha de trigo (em kg)	25	50	12,5	100	
Quantidade de filões	600	1 200	300		1 800

$$\begin{array}{r} 600 \\ \times 4 \\ \hline 2400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1800 + 600 = 2400 \\ 25 \times 3 = 75 \end{array}$$

a) É possível prever quantos filões pequenos serão fabricados com 100 kg de farinha? Explique e calcule. *Sim, porque se se multiplicar a quantidade produzida com 25kg por 4, o resultado é 2.400.*

b) É possível prever quantos quilogramas de farinha de trigo serão necessários para fabricar 1800 filões pequenos? *Sim, é necessário 75kg.*

c) Podemos concluir que essas grandezas são diretamente proporcionais? *Podemos.*

Figura 6.69 - Teste 30/10 -5ª questão – BEATRIZ (5)

Esta aluna descobriu o número (fator de proporcionalidade) pelo qual 25 foi multiplicado para encontrar 100 e, a seguir multiplicou este mesmo número por 600, encontrando 2400. Tanto no item (b) como no item (c) utilizou o mesmo raciocínio (Figura 6.69).

Camila

5ª questão:
Sr. José dono da Padaria Pão Quente, anotou a quantidade de filões pequenos produzidos em função da quantidade de farinha de trigo gasta por ele. Examine a tabela e responda às perguntas:



Quantidade de farinha de trigo (em kg)	25	50	12,5	100	
Quantidade de filões	600	1 200	300		1 800

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \times 2 \\ \hline 2400 \end{array}$$

a) É possível prever quantos filões pequenos serão fabricados com 100 kg de farinha? Explique e calcule. *Sim. Se com 50 kg se produzirem 1.200 filões com 100 kg se produzirão 2.400 filões.*

b) É possível prever quantos quilogramas de farinha de trigo serão necessários para fabricar 1800 filões pequenos? *Sim. 75kg, pois se com 25 kg da farinha fazer 600 filões, 1800 filões precisam de 75kg.*

c) Podemos concluir que essas grandezas são diretamente proporcionais? *Sim, podemos concluir, a quantidade de farinha necessária, dobrando quanto gasta o resultado é o dobro.*

1800 ÷ 3 = 600
25 × 3 = 75kg

a) 100kg é o dobro de 50kg, então o que se produzirá com 100kg é o dobro de 1200 que é igual a 2.400 filões.

Figura 6.70 - Teste 30/10 - 5ª questão – CAMILA (5)

Também conseguiu identificar o fator de proporcionalidade nos três itens. Concluiu corretamente (Figura 6.70).

Priscila

5ª questão:
Sr. José dono da Padaria Pão Quente, anotou a quantidade de filões pequenos produzidos em função da quantidade de farinha de trigo gasta por ele. Examine a tabela e responda às perguntas:



Quantidade de farinha de trigo (em kg)	25	50	12,5	100
Quantidade de filões	600	1 200	300	1 800

Handwritten calculations and answers are visible around the table and below the questions:

- Handwritten calculations above the table: $25 \times 24 = 600$, $50 \times 24 = 1200$, $12,5 \times 24 = 300$, $100 \times 24 = 2400$.
- Handwritten calculations to the right: $12 \times 25 = 300$, $25 \times 50 = 1250$, $50 \times 100 = 5000$, $100 \times 1000 = 10000$, $600 \times 1200 = 720000$.
- Handwritten calculations below the table: $1800 \div 24 = 75$, $168 \div 75 = 2,24$, 190 .

a) É possível prever quantos filões pequenos serão fabricados com 100 kg de farinha? Explique e calcule. *Sim. São fabricados 2400 filões.*

b) É possível prever quantos quilogramas de farinha de trigo serão necessários para fabricar 1800 filões pequenos? *Sim. São necessários 75 kg de farinha.*

c) Podemos concluir que essas grandezas são diretamente proporcionais? *Sim.*

Figura 6.71 - Teste 30/10-5ª questão – PRISCILA (5)

Identificou o fator de proporcionalidade existente entre os elementos da 1ª linha e os da 2ª linha imediatamente abaixo. A partir daí completou corretamente cada item solicitado (Figura 6.71).

Na 7ª questão, o aluno tinha que identificar se havia compreendido se as grandezas envolvidas eram ou não proporcionais. O desempenho nesta questão foi muito bom. Tivemos apenas três alunos errando, com um percentual de 9%, demonstrando que a maioria dos alunos conseguiu assimilar o conceito de proporcionalidade. Vamos a seguir apresentar alguns desenvolvimentos de alunos que exibem o raciocínio utilizando a proporcionalidade.

Cláudio

7ª questão:
Veja ao lado que bela promoção Cintia viu no mercado.
Complete a tabela abaixo e responda a questão:

Número de sabonetes	1	2	3	4	5
Preço (em R\$)	0,89	1,78	2,67	3,56	3,56



Nessa situação, o preço a pagar é diretamente proporcional à quantidade de sabonetes? Explique.

0,89 *2,67 / 0,89 = 3* *2,89*
3,56 / 0,89 = 4 *3*
356 *267*

Não pois preço de 5 sabonetes é igual ao preço de 4 *x 2 / 1,78*

Figura 6.72 - Teste 30/10 - 7ª questão – CLÁUDIO (7)

Este aluno também conseguiu identificar com precisão que a situação colocada na propaganda do mercado não caracterizava uma proporcionalidade (Figura 6.72)

Ingrid

7ª questão:
Veja ao lado que bela promoção Cintia viu no mercado.
Complete a tabela abaixo e responda a questão:

Número de sabonetes	1	2	3	4	5
Preço (em R\$)	0,89	1,78	2,67	3,56	3,56



Nessa situação, o preço a pagar é diretamente proporcional à quantidade de sabonetes? Explique.

0,89 x 2 = 1,78
2,67 < 0,89 x 3
0,89 x 4 = 3,56

Não. Porque quando pega 5 sabonete o preço não é multiplicado por 5, mas sim por 4, por causa da promoção leve 5 e pague 4.

Figura 6.73 - Teste 30/10 - 7ª questão – INGRID (7)

Esta aluna compreendeu que, a partir do 5º sabonete, o preço não é obtido multiplicando por 5, o que caracteriza não ser diretamente proporcional (Figura 6.73).

Niander

7ª questão:
Veja ao lado que bela promoção Cintia viu no mercado.
Complete a tabela abaixo e responda a questão:

Número de sabonetes	1	2	3	4	5
Preço (em R\$)	0,89		2,67		

Nessa situação, o preço a pagar é diretamente proporcional à quantidade de sabonetes? Explique. *Não, porque 5 sabonetes você só paga 4, ou seja, não são proporcionais o preço à quantidade de sabonetes.*



Figura 6.74 - Teste 30/10 - 7ª questão – NIANDER (7)

Este aluno, embora não tenha conseguido preencher os espaços a serem completados, mesmo assim identificou não haver proporcionalidade entre as grandezas número de sabonete e preço (Figura 6.74).

Outra questão que merece destaque nesta avaliação é a 15ª questão. Nesta questão trabalhamos com operações de números inteiros. Tivemos uma taxa de acerto satisfatória. A análise do desempenho dos alunos individualmente nesta questão nos parece muito importante.

Ana Paula

15ª questão:
I. Resolva as expressões:

a) $0,1 - 2 \cdot (-0,02) =$
 $0,1 - (-0,04)$

b) $(-18) \div (-3) \cdot (-2) =$
 $-18 \div 6 = -3$

c) $1,2 \div 0,6 \cdot (-10) =$
 $2 \cdot (-10) = -20$

d) $2 \cdot (-3) + (-4) \div (-2) =$
 $-6 + 2 = -4$

e) $6^2 + (-4) + 2 \cdot (-6) =$
 $36 + (-4) + (-12) = 20$

f) $5^2 + 16 \div (3+5) - 2^2 =$
 $25 + 2 - 4 = 23$

g) $\frac{(-9)^2 - 9^2}{(-3) \cdot (-5) + 7} \cdot \frac{81 - 81}{15 + 7} = \frac{0}{22} = 0$

h) $\frac{(-3)^2 + (-4) \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-7)} = \frac{9 + 12}{21} = \frac{21}{21} = 1$

II. Efetue e compare os resultados escreva as conclusões:

a) $(2+3)^2 = 25$	e	$2^2 + 3^2 = 13$
b) $(8-2)^2 = 36$	e	$8^2 - 2^2 = 60$
c) $(2 \times 3)^3 = 216$	e	$2^3 \times 3^3 = 216$
d) $(10 \div 2)^2 = 25$	e	$10^2 \div 2^2 = 25$

Figura 6.75 - Teste 30/10 - 15ª questão – ANA PAULA (15)

Tanto no item (b) quanto no item (c) não levou em consideração a prioridade entre as operações. Na 2ª parte da questão, embora tenha resolvido corretamente não justificou (Figura 6.75).

Ingrid

15ª questão:
I. Resolva as expressões:

a) $0,1 - 2 \cdot (-0,02)$ $0,1 + 0,04 = 0,14$ R: 0,14.
 $0,1 - (-0,04) = \dots$

b) $(-18) + (-3) \cdot (-2)$ $6 \cdot (-2) = -12$ R: -12

c) $1,2 \div 0,6 \cdot (-10)$ $2 \cdot (-10) = -20$ R: -20.

d) $2 \cdot (-3) + (-4) \div (-2)$
 $-6 - 4 \div (-2) = -6 + 2 = -4$ R: -4

e) $6^2 \div (-4) + 2 \cdot (-6)$
 $36 \div (-4) + 2 \cdot (-6) = -9 + (-12) = -21$ R: -21

f) $5^2 + 16 \div (3 + 5) - 2^2$
 $25 + 16 \div 8 - 4 = 25 + 2 - 4 = 23$ R: 23

g) $\frac{(-9)^2 - 9^2}{(-3) \cdot (-5) + 7} = \frac{81 - 81}{15 + 7} = \frac{0}{22} = 0$ R: 0

h) $\frac{(-3)^2 + (-4) \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-7)} = \frac{9 + 12}{21} = \frac{21}{21} = 1$ R: 1

II. Efetue e compare os resultados escreva as conclusões:

a) $(2 + 3)^2 = 36$ e $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ *na adição o parente-
s não muda o resulta-
do.*

b) $(8 - 2)^2 = 6^2 = 36$ e $8^2 - 2^2 = 64 - 4 = 60$ *na subtração o paren-
tes muda o resul-
tado.*

c) $(2 \times 3)^3 = 6^3 = 216$ e $2^3 \times 3^3 = 8 \times 27 = 216$ *na multiplicação
quando se coloca
parentes o resulta-
do não muda do
sem parenteses.*

d) $(10 \div 2)^2 = 5^2 = 25$ e $10^2 \div 2^2 = 100 \div 4 = 25$ *na divisão quando se coloca parenteses
o resultado não muda do sem parenteses.*

Figura 6.76 - Teste 30/10 - 15ª questão - INGRID (15)

Em 12 itens acertou 10. Tanto no item (c) quanto no (f) teve o mesmo tipo de erro (Figura 6.76).

Lucas Simões

15ª questão:
I. Resolva as expressões:

a) $0,1 - 2 \cdot (-0,02) = 0,1 + 0,04 = 0,14$
0,02
0,02
0,04

b) $(-18) \div (-3) \cdot (-2) = 6 \cdot (-2) = -12$

c) $1,2 \div 0,6 \cdot (-10) = 2 \cdot (-10) = -20$

d) $2 \cdot (-3) + (-4) + (-2) \cdot (-6) + 2 = -6 - 4 + 12 + 2 = 4$

e) $6^2 \div (-4) + 2 \cdot (-6) = 36 \div (-4) + 2 \cdot (-6) = -9 - 12 = -21$

f) $5^2 + 16 \div (3 + 5) - 2^2 = 25 + 2 - 4 = 23$

g) $\frac{(-9)^2 - 9^2}{(-3) \cdot (-5) + 7} = \frac{81 - 81}{15 + 7} = \frac{0}{22} = 0$

h) $\frac{(-3)^2 + (-4) \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-7)} = \frac{9 + 12}{21} = \frac{21}{21} = 1$

II. Efetue e compare os resultados escreva as conclusões:

a) $(2 + 3)^2 = 25$ e $2^2 + 3^2 = 13$

b) $(8 - 2)^2 = 36$ e $8^2 - 2^2 = 60$

c) $(2 \times 3)^2 = 36$ e $2^2 \times 3^2 = 36$

d) $(10 \div 2)^2 = 25$ e $10^2 \div 2^2 = 25$

Nas letras a) e b) o resultado se modifica mas nas letras c) e d) ele continua

Figura 6.77 - Teste 30/10 - 15ª questão – LUCAS SIMÕES (15)

Este aluno, também em 12 acertou 10. No item (a) ao invés de multiplicar por 2, multiplicou 0,02 pelo próprio 0,02, daí em diante carregou o erro. Já no item (e), errou os sinais ao efetuar as operações solicitadas (Figura 6.77).

Em dezembro, aconteceu a Prova Única, ocasião em que todas as turmas da série fazem a mesma prova, que corresponde à prova trimestral da 3ª certificação. Com esta avaliação completamos o conteúdo programático estabelecido a priori para o ano letivo de 2006.

Quadro 6.6 Desempenho dos alunos – Prova Única -1º de dezembro de 2006

Nota da Prova Única	Número de alunos	Percentual de alunos
Nota < 5	6	17,65%
$5 \leq$ Nota < 7	10	29,41%
Nota \geq 7	18	52,94%
	Total: 34	Total: 100%

A 1ª questão teve como objetivo avaliar o domínio do conceito de proporcionalidade, tratando do cálculo de razão e, em particular, velocidade média. Este conceito fica solidamente estabelecido se o aluno se habitua a identificar a unidade a que se refere cada medida. A turma apresentou um ótimo desempenho, tanto no item (a) quanto no item (b). Estes resultados satisfatórios obtidos indicam que, de fato, a aprendizagem desenvolvida com a metodologia proposta conduziu a um domínio seguro deste conceito. No item (a) dos 34 alunos, 29 (85,3%) acertaram completamente e 5 (14,7%) acertaram parte da questão. Quanto ao item (b) 20 (59%) acertaram completamente, 6(18%), acertaram parte da questão e 8 (23%) erraram o item.

Mostraremos alguns desenvolvimentos de questões de alunos relevantes para nosso estudo. Podemos ressaltar a Questão 1.

Daniel

COLÉGIO PEDRO II - UNIDADE ESCOLAR CENTRO
 PROVA ÚNICA DE MATEMÁTICA - 3ª CERTIFICAÇÃO - 6ª SÉRIE DO E F - 1 DEZ 2006
 PROFESSORES: MARCELO COUTO E NEIBE PARRACHO SANT'ANNA
 COORDENADORA: ANA LUCIA

NOME: Daniel Matheus S. Sales Nº: 09 TURMA: 604

- * Leia atentamente as questões antes de respondê-las.
- * Mantenha quanto possível o desenvolvimento da raciocínio corrente caso a resposta não seja dada.
- * Não é permitido o uso de calculadora.
- * Use caneta esferográfica azul ou preta.
- * Esta prova contém 9 questões.

Boa Prova!!
Faça com calma!

VALOR: 1,0

QUESTÃO 1:
 A distância entre Fortaleza e Salvador é de aproximadamente 1380 km. Responda:

a) Paula foi de Fortaleza a Salvador em seu carro em 15 horas. Qual foi a velocidade média com que ela fez essa viagem?

$$\begin{array}{r} 1380 \overline{) 15} \\ \underline{30} \\ 90 \\ \underline{90} \\ 0 \end{array} \div 15 \quad \begin{array}{l} 15 \text{ horas} = 1380 \text{ km} \\ \hline 1 \text{ hora} = 92 \text{ km} \end{array} \quad R: \text{Aprox. } 92 \text{ km/h}$$

b) O mesmo percurso, de ônibus, a uma velocidade média de 75 km por hora, levaria quanto tempo?

$$\begin{array}{r} 1380 \overline{) 75} \\ \underline{630} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array} \div 75 \quad \begin{array}{l} 75 \text{ km} = 1 \\ \hline 1380 \text{ km} = 18,4 \text{ h} = 18 \text{ h } 24 \text{ min} \end{array} \quad R: 18 \text{ horas e } 24 \text{ minutos}$$

Figura 6.78 – Prova Única - 2006 - 1ª questão – DANIEL (1)

Este aluno, tanto no item (a) quanto no item (b), estabeleceu uma correspondência entre as grandezas envolvidas, fazendo a redução à unidade de medida. Deste modo, determinou o que estava sendo pedido corretamente, embora, no item (b) não tenha feito a conversão do resto da operação para minutos (Figura 6.78).

Lucas Simões

QUESTÃO 1: VALOR: 1,0

A distância entre Fortaleza e Salvador é de aproximadamente 1380 km. Responda:

a) Paula foi de Fortaleza a Salvador em seu carro em 15 horas. Qual foi a velocidade média com que ela fez essa viagem?

$$\begin{array}{r} 1380 \overline{) 15} \\ \underline{30} \\ 90 \\ \underline{90} \\ 0 \end{array} \div 15 \quad \begin{array}{r} 1380 \overline{) 25} \\ \underline{630} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array} \div 25 \quad R: 92 \text{ km/h}$$

b) O mesmo percurso, de ônibus, a uma velocidade média de 75 km por hora, levaria quanto tempo?

$$\begin{array}{r} 1380 \overline{) 75} \\ \underline{630} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array} \div 75 \quad \begin{array}{r} 1380 \overline{) 25} \\ \underline{630} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array} \div 25 \quad R: 18 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Figura 6.79 – Prova Única - 2006 - 1ª questão – LUCAS SIMÕES (1)

Respondeu corretamente o item (a) e o item(b). Atingiu todos os objetivos da questão, inclusive no momento de converter o resultado da operação para minutos (Figura 6.79).

Priscila

QUESTÃO 1: VALOR: 1,0
 A distância entre Fortaleza e Salvador é de aproximadamente 1380 km. Responda:
 a) Paula foi de Fortaleza a Salvador em seu carro em 15 horas. Qual foi a velocidade média com que ela fez essa viagem?

$$\begin{array}{r} 1380 \text{ Km} \\ \underline{- 30} \\ 1350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 8 \\ \hline 120 \\ 135 \end{array}$$

R: Paula andou em uma velocidade média de 92 Km/h.

b) O mesmo percurso, de ônibus, a uma velocidade média de 75 km por hora, levaria quanto tempo?

$$\begin{array}{r} 1380 \\ \underline{- 75} \\ 630 \\ \times 60 \\ \hline 1800 \\ \underline{300} \\ 1500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 2 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 6 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 8 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 3 \\ \hline 225 \end{array}$$

R: Levaria de ônibus 18h24 min.

Figura 6.80 – Prova Única - 2006 -1ª questão – PRISCILA (1)

Acertou os dois itens propostos, atingindo a todos os objetivos da questão. No item (a) as contas que aparecem ao lado de 1380 dividido por 15, apenas ajudam a concluir o que colocar no quociente, se 8 ou 9. No item (b), mostrou que sabe trabalhar corretamente com as unidades de tempo (horas e minutos) (Figura 6.80).

A 2ª questão envolveu, não apenas proporção, como também porcentagem e divisão de decimais. Podemos classificar esta questão como difícil. Os vários conteúdos envolvidos representam, de um modo geral, pontos de estrangulamento, principalmente nesta fase. Por exemplo, divisão com a idéia dos “quantos cabem”. Tivemos uma taxa de erro em torno de 21% (7 erros), acertaram parcialmente 59% (20 acertos parciais), com 7 acertos totais, o que é muito bom, vista a dificuldade que a questão encerra.

Daniel

QUESTÃO 2: VALOR: 1,0
João vende água sanitária em garrafas de 500ml, 1l e 2l. Para obter água sanitária, mistura "cloro" (na verdade hipoclorito) com água. Para cada 1 litro de cloro usa 2,5 litros de água. João comprou 20 litros de cloro, e depois da misturá-los com água, na proporção acima, colocou 20% em garrafas de 500ml, 24% em garrafas de um litro, e o restante nas garrafas de dois litros. Quantas garrafas de cada tipo existem?

R: 28 garrafas de 500 ml
17 garrafas de 1l
20 garrafas de 2l

20% de 20l = 4l
1l = 500ml . 2
4l = 500ml . 8
500ml . 8 + 2,5 . 4 =
4l + 10l = 14l
14l . 2 = 28 . 500ml = 28 garrafas

24% de 20l = 4,8l
4,8l + 2,5 . 4,8 =
4,8l + 12l =
16,8l = 17 garrafas

56% de 20l = 11,2l

Figura 6.81 – Prova Única - 2006 - 2ª questão – DANIEL (2)

Este aluno compreendeu perfeitamente a proporcionalidade que deveria ser estabelecida para cada porção de volume da mistura a ser colocada em cada garrafa (Figura 6.81)

1º calculou 20% de 20l = 4l ; 1l = 2 vezes 500ml (1l = 1000ml).

1l = 500ml . 2 → 4l = 500ml . 8; 4l + 2,5l . 4 → 4l + 10l = 14l

→ 14l . 2 = 28.500ml → 28 garrafas de 500ml.

Para cada percentual usou o mesmo tipo de raciocínio, concluindo corretamente cada uma das quantidades necessárias para encher as garrafas de acordo com o volume pedido.

1l : 16,8l, que corresponde a 17 garrafas de 1l.

2l : 19,6 que corresponde a 20 garrafas de 2l.

Eduardo

QUESTÃO 2: VALOR: 1,0
João vende água sanitária em garrafas de 500ml, 1ℓ e 2ℓ. Para obter água sanitária, mistura "cloro" (na verdade hipoclorito) com água. Para cada 1 litro de cloro usa 2,5 litros de água. João comprou 20 litros de cloro, e depois da mistura com água, na proporção acima, colocou 20% em garrafas de 500ml, 24% em garrafas de um litro, e o restante nas garrafas de dois litros. Quantas garrafas de cada tipo existem?

Handwritten solution by Eduardo:

$1c - 2,5a$
 $20c - 50a$
 $70l$
 $70 \times 100 = 7000$
 $7000 \div 100 = 70$
 $70 \times 0,7 = 49$

$24 + 20 = 44$
 $100 - 44 = 56$
 $56 \div 0,7 = 80$
 $80 \times 56 = 4480$
 $4480 \div 100 = 44,8$
 $44,8 \div 2 = 22,4$
 $22,4 \div 2 = 11,2$

$20 \times 2,5 = 50$
 $70 - 50 = 20$
 $20 \times 0,2 = 4$
 $20 \times 0,24 = 4,8$
 $20 - 4 - 4,8 = 11,2$

$11,2 \times 2 = 22,4$
 $22,4 \times 2 = 44,8$
 $44,8 \div 2 = 22,4$
 $22,4 \div 2 = 11,2$

$14l \text{ em } 500ml$
 $16,8l \text{ em } 1l$
 $19,6l \text{ em } 2l$

$500ml - 28 \text{ garrafas}$
 $1l - 16,8 \text{ garrafas}$
 $2l - 19,6 \text{ garrafas}$

Figura 6.82 – Prova Única- 2006 -2ª questão – EDUARDO (2)

Resolveu levando em conta os 20 litros de cloro comprados; estabeleceu quantos de água seriam necessários. Calculou o percentual para cada litro da mistura. E, a partir das informações dadas pelo enunciado, descobriu quantas garrafas de cada tipo existiriam (Figura 6.82).

Laleska:

QUESTÃO 2: VALOR: 1,0
João vende água sanitária em garrafas de 500ml, 1ℓ e 2ℓ. Para obter água sanitária, mistura "cloro" (na verdade hipoclorito) com água. Para cada 1 litro de cloro usa 2,5 litros de água. João comprou 20 litros de cloro, e depois da mistura com água, na proporção acima, colocou 20% em garrafas de 500ml, 24% em garrafas de um litro, e o restante nas garrafas de dois litros. Quantas garrafas de cada tipo existem?

Handwritten solution by Laleska:

$10 = 100\%$
 $20\% = (10 : 10) \times 2$
 $20\% = 4 \times 2$
 $20\% = 4$
 $24\% = 14 + 40 : 100 \times 4$
 $24\% = 14 + 0,4 \times 4$
 $24\% = 14 + 2,8$
 $24\% = 16,8$

$20 \times 2,5 = 50$
 $70 - 50 = 20$
 $20 \times 0,2 = 4$
 $20 \times 0,24 = 4,8$
 $20 - 4 - 4,8 = 11,2$

$11,2 \times 2 = 22,4$
 $22,4 \times 2 = 44,8$
 $44,8 \div 2 = 22,4$
 $22,4 \div 2 = 11,2$

$14l \text{ em } 500ml$
 $16,8l \text{ em } 1l$
 $19,6l \text{ em } 2l$

Figura 6.83 – Prova Única- 2006 - 2ª questão – LALESKA (2)

Estabeleceu a correspondência entre o cloro e a quantidade de água necessária. Depois, foi calculando cada percentual dado de acordo com o volume da mistura a ser colocada em cada garrafa. Na conclusão não levou em conta que não podemos ter **16,8 garrafas**. Deveria ter arredondado para **17 garrafas**. Raciocínio análogo para **19,6 garrafas** → **20 garrafas** (Figura 6.83).

A 3ª questão envolveu grandezas diretamente proporcionais, no item (a), e, no item (b), grandezas inversamente proporcionais. Novamente, obtivemos um bom desempenho dos alunos. Dos 34 alunos, no item (a), 30(88,24%) acertaram completamente a questão, 2(5,88), parte da questão e apenas 2 (5,88) erraram. No item (b), 19(56%) alunos acertaram completamente, 4 (12%) acertaram parte da questão, e 11(32%) erraram.

A 4ª questão envolveu expressões aritméticas. No item (a), tratamos de números decimais e no item (b) com números fracionários. Nesta questão, no item (a) tivemos 3 (8,83%) erros, 13 (38,23%) acertos parciais e 18 (52,94%) acertos. Quanto ao item (b) tivemos 14 (41,17%) erros, 19 (55,89%) acertos parciais e 1 (2,94%) acerto. Este desempenho revela a dificuldade do cálculo formal e a importância do desenvolvimento da abstração para a correta aprendizagem destes conteúdos operacionais. Queremos destacar o desempenho da aluna Camila nesta questão, onde mostra saber operar corretamente com números inteiros e fracionários, como vemos na Figura 6.84.

Camila

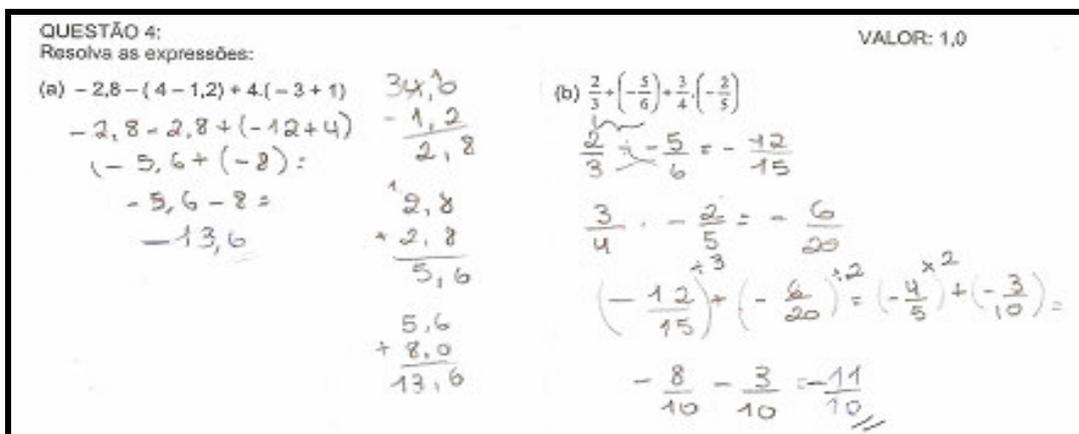


Figura 6.84 - Prova Única- 2006 - 4ª questão – CAMILA (4)

Washington

Resolveu corretamente o item (a), entretanto, no item (b) ao efetuar a multiplicação trocou o sinal. (Figura 6.85)

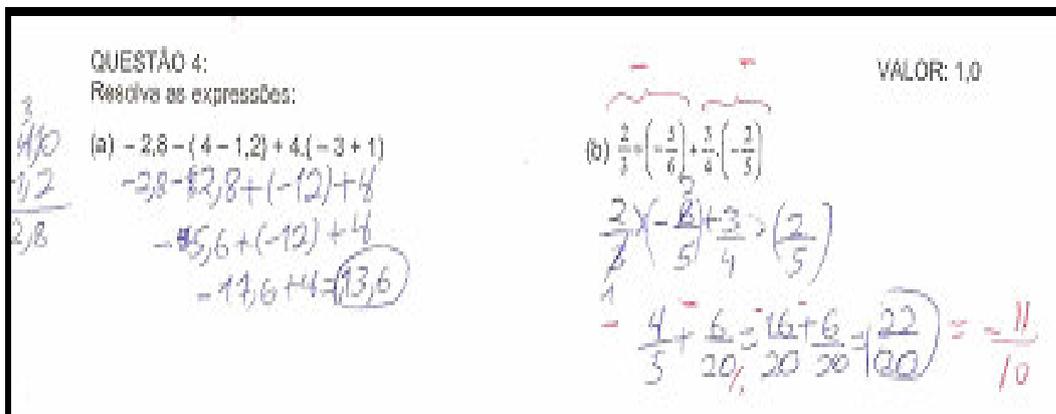


Figura 6.85 – Prova Única- 2006 - 4ª questão – WASHINGTON (4)

A 5ª questão teve como objetivos avaliar o conceito de proporcionalidade e a habilidade de operar com fração, além de trabalhar com medida de capacidade. O desempenho dos alunos nesta questão, tanto no item (a) quanto no item (b), foi muito bom. No item (a) tivemos 29(85%) acertos e 5(15%) erros. O item (b), por sua vez, apresentou 17(50%) acertos, 9(26%) acertos parciais e 8 (24%) erros. Mais uma vez podemos observar pelas soluções dos alunos que, podendo buscar concretamente a unidade de referência, trabalharam com proporcionalidade com segurança. Muitos deles recorreram a frações equivalentes, chegando a conclusões corretas.

Danielle

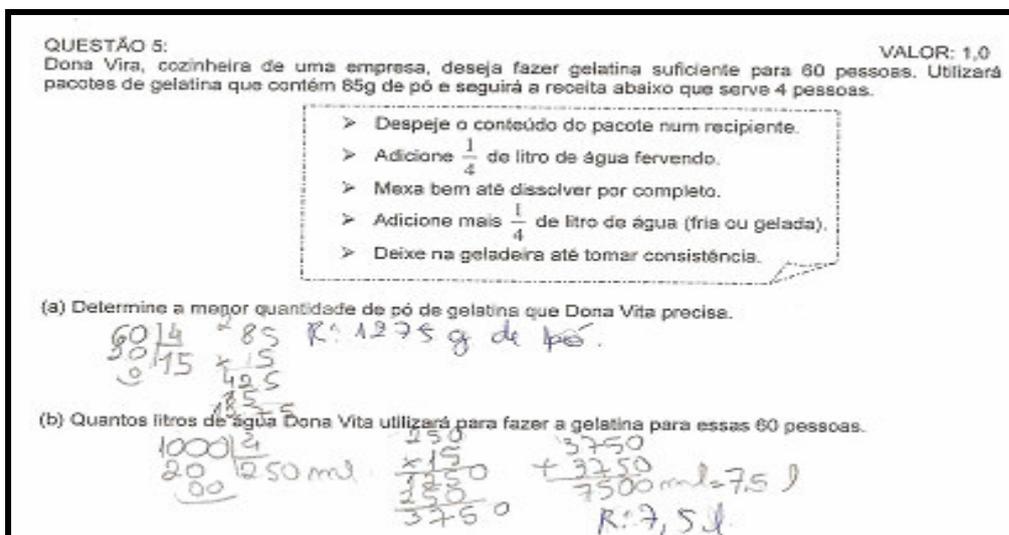


Figura 6.86 – Prova Única- 2006 - 5ª questão – DANIELLE (5)

Esta aluna conseguiu atingir os objetivos propostos, tanto no item (a) quanto no item (b). Soube trabalhar corretamente com a proporcionalidade. Por outro lado, identificou e trabalhou corretamente com as unidades de capacidade (Figura 6.86).

Eduardo

QUESTÃO 5: VALOR: 1,0
 Dona Vira, cozinheira de uma empresa, deseja fazer gelatina suficiente para 60 pessoas. Utilizará pacotes de gelatina que contém 85g de pó e seguirá a receita abaixo que serve 4 pessoas.

- > Despeje o conteúdo do pacote num recipiente.
- > Adicione $\frac{1}{4}$ de litro de água fervendo.
- > Mexa bem até dissolver por completo.
- > Adicione mais $\frac{1}{4}$ de litro de água (fria ou gelada).
- > Deixe na geladeira até tomar consistência.

(a) Determine a menor quantidade de pó de gelatina que Dona Vira precisa.
 R. 1275g

(b) Quantos litros de água Dona Vira utilizará para fazer a gelatina para essas 60 pessoas.
 R. Ela utilizará 7,5l.

Figura 6.87 – Prova Única - 2006 - 5ª questão – EDUARDO (5)

Identificou que necessitava dividir 60 por 4 e, a seguir, calculou a quantidade mínima de pó de gelatina gastaria. No item (b), à medida que calculou a quantidade de água gasta para cada porção (4 pessoas), conseguiu saber quanto de água gastaria para fazer gelatina para 60 pessoas (Figura 6.87).

.Priscila

QUESTÃO 5: VALOR: 1,0
 Dona Vira, cozinheira de uma empresa, deseja fazer gelatina suficiente para 60 pessoas. Utilizará pacotes de gelatina que contém 85g de pó e seguirá a receita abaixo que serve 4 pessoas.

- > Despeje o conteúdo do pacote num recipiente.
- > Adicione $\frac{1}{4}$ de litro de água fervendo.
- > Mexa bem até dissolver por completo.
- > Adicione mais $\frac{1}{4}$ de litro de água (fria ou gelada).
- > Deixe na geladeira até tomar consistência.

(a) Determine a menor quantidade de pó de gelatina que Dona Vira precisa.
 R. Dona Vira precisa de 1275g de gelatina.

(b) Quantos litros de água Dona Vira utilizará para fazer a gelatina para essas 60 pessoas.
 R. Dona Vira usará 7,50l de água.

Figura 6.88 – Prova Única - 2006 - 5ª questão – PRISCILA (5)

No item (a) estabeleceu a proporção correta entre $\frac{4}{60}$ e $\frac{85}{?}$, a seguir encontrou a porção de pó necessária para fazer gelatina para 60 pessoas. No item (b), transformou corretamente 0,5 ℓ em 500ml. Logo depois encontrou a quantidade de pó para 60 pessoas. No final, não percebeu que estava trabalhando com mℓ e, portanto, deveria reduzir para litro ℓ, uma vez que o exercício solicitava a resposta em litros (Figura 6.88).

A 6ª questão trabalhou com volumes e áreas. O objetivo era avaliar se o aluno trabalhava as unidades de medida, levando em conta as respectivas unidades de medida. O número de acertos nesta questão 11 (32%), com 20 (59%) acertos parciais e 3 (9%) erros.

Destacamos alguns exemplos de desenvolvimentos feitos pelos alunos da turma da pesquisa.

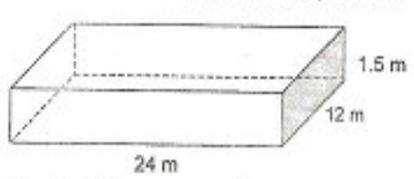
Ana Paula

QUESTÃO 6: VALOR: 1,5
 Uma piscina tem o formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 24m x 12m x 1,5m. No chão da piscina serão colocados azulejos retangulares de dimensão 15 cm x 15cm. Assim responda os itens abaixo.

(a) Qual o volume, em litros, da piscina?

24 288
 x 12 x 1,5
 --- ---
 48 114 90
 + 240 + 28 80
 --- ---
 288 632 70

632 m³ R: 632 l



(b) Quantos azulejos serão necessários para revestir o chão da piscina?

2400 : 15 = 160
 1200 : 15 = 80
 160 x 80 = 12800

0,15 m x 0,15 m cada azulejo
 80 x 160 = quantidade de azulejos
 R: 12800 azulejos.

Figura 6.89 – Prova Única - 2006 - 6ª questão – ANA PAULA (6)

No item (a), embora soubesse o conceito de volume errou na conta ao multiplicar 288 por 1,5. Encontrou 632 m³, quando deveria ter encontrado 432 m³. No item (b) mostrou saber lidar bem com as unidades de medidas e completou corretamente este item (Figura 6.89).

Ingrid

QUESTÃO 6: VALOR: 1,5
Uma piscina tem o formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 24m x 12m x 1,5m. No chão da piscina serão colocados azulejos retangulares de dimensão 15 cm x 15cm. Assim responda os itens abaixo.

(a) Qual o volume, em litros, da piscina?

Handwritten work for (a):

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ \times 1,5 \\ \hline 1440 \\ + 2880 \\ \hline 4320 \end{array}$$

$$4320 \text{ m}^3 = 4320000 \text{ dm}^3 = 4320000 \text{ l}$$
 R: 4320000 l

(b) Quantos azulejos serão necessários para revestir o chão da piscina?

Handwritten work for (b):

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ + 150 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$288 \text{ m}^2 = 2880000 \text{ cm}^2$$

$$2880000 \div 225 = 12800$$
 R: 12 800 azulejos

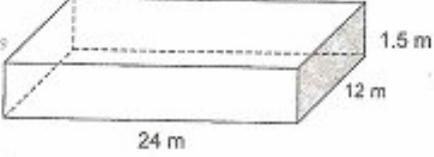


Figura 6.90 – Prova Única - 2006 - 6ª questão – INGRID (6)

No item (a) trabalhou com unidade de capacidade, transformando m^3 em dm^3 e a seguir transformou para litro corretamente. No item (b) também mostrou saber trabalhar com unidade de comprimento e unidade de área (Figura 6.90)

Lucas Simões

QUESTÃO 6: VALOR: 1,5
Uma piscina tem o formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 24m x 12m x 1,5m. No chão da piscina serão colocados azulejos retangulares de dimensão 15 cm x 15cm. Assim responda os itens abaixo.

(a) Qual o volume, em litros, da piscina? R: 4320000 l

Handwritten work for (a):

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 288 \\ \times 1,5 \\ \hline 1440 \\ + 2880 \\ \hline 4320 \end{array}$$

$$4320 \text{ m}^3 = 4320000 \text{ l}$$
 R: 4320000 l

(b) Quantos azulejos serão necessários para revestir o chão da piscina? R: 12756

Handwritten work for (b):

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ + 150 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 12 \\ \hline 48 \\ + 240 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$288 \text{ m}^2 = 28800 \text{ dm}^2$$

$$28800 \div 225 = 12800$$
 R: 12756



Figura 6.91 – Prova Única - 2006 - 6ª questão – LUCAS (6)

No item (a) trabalhou corretamente com as unidades de medida, terminando com êxito o seu raciocínio. Entretanto, no item (b), na 1ª parte deste item ainda conseguiu transformar 288 m^2 para 28800 dm^2 corretamente; também 225 cm^2 para $2,25 \text{ dm}^2$; porém, na conclusão, quando efetuou a divisão para encontrar o

número de azulejos dividiu erradamente $\underline{2880000\text{ m}^2}$ por $\underline{2,25^2\text{ dm}^2}$, misturando as unidades de medida (Figura 6.91).

A 7ª questão visava avaliar se o aluno sabia operar com expressões algébricas, lidar e resolver equações. O item (a) apresentou 25 (73,52%) acertos, 2 (5,9%) acertos parciais e 7 (20,58%) erros. Por sua vez, o item (b) apresentou 15 (44,1%) de acertos, 10(29,5%) acertos parciais e 9 erros (26,4%).

Os resultados desta questão também confirmam que o aluno pode ir desenvolvendo seu raciocínio de tal maneira a alcançar os objetivos estabelecidos. Seguem alguns exemplos de desenvolvimento dos alunos que apresentaram crescimento e/ou dificuldades em algumas passagens dessa questão.

Ana Paula

QUESTÃO 7:
Resolva as equações. VALOR: 1,5

(a) $3(2x + 1) - 3 = 5x + 8$
 $6x + 3 - 3 = 5x + 8$
 $6x = 5x + 8$
 $-5x$
 $x = 8$

(b) $-3,2x + 5 = 0,8x - 3$
 $-3,2x + 5 + 3 = 0,8x - 3 + 3$
 $-3,2x + 8 = 0,8x$
 $-0,2x(-3x + 8 = 0,6x) - 0,2x$
 $8 = 0,6x + 3x$
 $8 = 3,6x$
 $x = 3,6 \div 8 =$
 $x = 45$

Figura 6.92 – Prova Única - 2006 - 7ª questão – ANA PAULA (7)

Resolveu o item (a) aplicando corretamente a propriedade distributiva. Entretanto, no item (b), ao tentar resolver aplicando a idéia de equilíbrio entre os dois membros se atrapalhou. Vemos que conseguiu acertar da 1ª linha do desenvolvimento para a 2ª linha, porém, da 2ª para a 3ª linha se confundiu e acabou errando a conclusão da questão (Figura 6.92).

Daniel

QUESTÃO 7:
Resolva as equações. VALOR: 1,5

(a) $3(2x + 1) - 3 = 5x + 8$
 $6x + 3 - 3 = 5x + 8$
 $6x = 5x + 8$
 $6x - 5x = 5x - 5x + 8$
 $x = 8$

(b) $-3,2x + 5 = 0,8x - 3$
 $-3,2x + 5 + 3 = 0,8x - 3 + 3$
 $-3,2x + 8 = 0,8x$
 $-3,2x + 7,2x + 8 = 0,8x + 3,2x$
 $8 = 4x$
 $x = \frac{8}{4} = 2$
 $x = 2$

Figura 6.93 – Prova Única - 2006 - 7ª questão – DANIEL (7)

Trabalhou com a idéia de equilíbrio entre os membros, tanto no item (a) como no item (b). Concluiu corretamente os dois itens (Figura 6.93).

Thayane

QUESTÃO 7:
Resolva as equações. VALOR: 1,5

(a) $3(2x + 1) - 3 = 5x + 8$
 $6x + 3 - 3 = 5x + 8$
 $6x = 5x + 8$
 $6x - 5x = 8$
 $x = 8$

(b) $-3,2x + 5 = 0,8x - 3$
 $-3,2x - 0,8x + 5 = -3$
 $-4x + 5 = -3$
 $-4x = -3 - 5$
 $-4x = -8$
 $x = \frac{-8}{-4}$
 $x = \frac{8}{4}$
 $x = 2$

Figura 6.94 – Prova Única - 2006 - 7ª questão – THAYANE (7)

No item (a) mostra que sabe aplicar a propriedade distributiva e operar com as expressões algébricas, chegando ao resultado desejado. Confirma este raciocínio também no item (b) (Figura 6.94).

A 8ª questão trabalhou apenas com a parte visual e a observação do aluno, envolvendo formas geométricas e unidades de medida de área. Tivemos no item (a) somente 9 (26,4%) acertos, 13 (38,3%) erros e 12 (35,3%) acertos de parciais da questão; enquanto o item (b) apresentou 15 (44%) acertos, 17 (50%) erros e 2 (6%) acertos parciais.

A 9ª questão foi adaptada da Prova 1 (Questão 1) do concurso vestibular da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ-2006/2007). Envolve diversos conteúdos que trabalhamos durante o ano. O desempenho dos alunos nessa questão foi muito bom. No item (a), tivemos 24(70,6%) acertos, 5 (14,7%) erros e 5(14,7%) acertos parciais, enquanto, no item (b), 22 (64,7%) acertos para 9 (26,5%) erros e 3 (8,8%) acertos parciais.

Alguns exemplos de desenvolvimento dos alunos registram, não só o desenvolvimento correto dessa questão, como algumas dificuldades ainda encontradas.

Ana Paula

QUESTÃO 9: VALOR: 1,0
(adaptada UFRJ) Para comprar um computador, Zezinho pediu ajuda a seus familiares. O tio deu $\frac{1}{5}$ do dinheiro; a avó ajudou com 18% do preço do computador; uma tia contribuiu com 0,14 do total; os pais do Zezinho pagaram o resto.

(a) Determine a porcentagem do valor do computador assumida pelos pais de Zezinho.

$\frac{1}{5} = 20\%$
 $20\% + 18\% = 38\%$
 $38\% + 14\% = 52\%$

$0,14 = \frac{14}{100} = 14\%$
 100%
 $- 52\%$
 $\hline 48\%$ R: 48%

(b) Considerando que a avó tenha contribuído com 108 reais, qual o preço do computador pago por Zezinho?

$108 \overline{) 18} \quad 6 = 1\%$
 $108 \overline{) 18} \quad 6 \times 100 = 600$
 $\frac{100}{600} \times 6$ R: 600 reais

Figura 6.95 – Prova Única - 2006 - 9ª questão – ANA PAULA (9)

A exemplo de outros alunos resolveu transformar cada um dos números dados em porcentagem: $\frac{1}{5} = 20\%$; $0,14 = \frac{14}{100} = 14\%$. Somou esses resultados a 18%, e depois subtraiu de 100%, encontrando o percentual que os pais de Zezinho tinham colaborado. Depois, no item (b) trabalhou com a unidade de medida: Calculou a quanto correspondia 1%, isto é, $1\% \rightarrow 6$ ($108 \div 18 = 6$). A seguir mostrou que:

Se $1\% \rightarrow 6$ então $100\% \rightarrow 6 \cdot 100 = 600$ reais (Figura 6.95).

Camila

QUESTÃO 9: VALOR: 1,0

(adaptada UFRJ) Para comprar um computador, Zezinho pediu ajuda a seus familiares. O tio deu $\frac{1}{5}$ do dinheiro; a avó ajudou com 18% do preço do computador; uma tia contribuiu com 0,14 do total; os pais do Zezinho pagaram o resto.

(a) Determine a porcentagem do valor do computador assumida pelos pais de Zezinho.

Handwritten solution for (a):

$\frac{1}{5} \times 20 = \frac{20}{100}$ tio $\rightarrow 20\%$
 $0,14 = \frac{14}{100}$ avó $\rightarrow 18\%$
 tia $\rightarrow 14\%$
 52%

$\begin{array}{r} 100\% \\ - 52\% \\ \hline 48\% \end{array}$

R: Os pais pagaram 48%.

(b) Considerando que a avó tenha contribuído com 108 reais, qual o preço do computador pago por Zezinho?

Handwritten solution for (b):

$\frac{18}{100} = 108$ $\frac{1}{100} = 108 \div 18 = 6$ $108 \cdot \frac{18}{100} = 19,44$

$14\% = 14 \cdot 1\% = 14 \cdot 6 = 84$

$20\% = 20 \cdot 1\% = 20 \cdot 6 = 120$

$48\% = 48 \cdot 1\% = 48 \cdot 6 = 288$

R: O computador custa 600 reais.

Figura 6.96 – Prova Única - 2006 - 9ª questão – CAMILA (9)

No item (a) fez as transformações entre os números dados:

$\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$; $0,14 = \frac{14}{100}$. A seguir somou os percentuais $20\% + 18\% + 14\% = 52\%$.

A partir daí, encontrou o percentual assumido pelos pais de Zezinho: 48%.

No item(b), representou: $\frac{18}{100} = 108$, quando na realidade, queria representar,

$\frac{18}{100} \rightarrow 108$; A seguir, calculou $\frac{1}{100} = 108 \div 18 = 6$, quando na realidade deveria

representar $\frac{1}{100} \rightarrow 108 \div 18 = 6$. Depois, escrevendo $14\% = 14 \cdot 1\% = 14 \cdot 6$;

concluiu que $\frac{14}{100} = 84$. Da mesma forma raciocinou em relação a 20%, e 48%,

encontrando respectivamente 120 reais e 288 reais. Utilizando os resultados

encontrados, chegou à conclusão da quantia que correspondia a 52%. Finalmente, juntando o valor correspondente a 48% e o valor correspondente a 52%, chegou ao preço do computador (Figura 6.96).

É importante notar que essas duas alunas trabalharam com o conceito relativo à unidade, atingindo um dos principais objetivos da proposta desse estudo.

Daniel

QUESTÃO 9: VALOR: 1,0

(adaptada UFRJ) Para comprar um computador, Zezinho pediu ajuda a seus familiares. O tio deu $\frac{1}{5}$ do dinheiro; a avó ajudou com 18% do preço do computador; uma tia contribuiu com 0,14 do total; os pais do Zezinho pagaram o resto.

(a) Determine a porcentagem do valor do computador assumida pelos pais de Zezinho.

$\frac{1}{5} + \frac{18}{100} + \frac{14}{100} = R$? Os pais de Zezinho pagaram 38% do valor do computador.

$\frac{20}{100} + \frac{18}{100} + \frac{14}{100} =$

$\frac{62}{100}$ $\frac{100}{100} - \frac{62}{100} = \frac{38}{100} = 38\%$

(b) Considerando que a avó tenha contribuído com 108 reais, qual o preço do computador pago por Zezinho?

$18\% = 108 \text{ reais}$
 $100\% = R$

Figura 6.97 – Prova Única- 2006 - 9ª questão – DANIEL (9)

Este aluno raciocinou corretamente no item (a). Entretanto, ao somar as parcelas 20+18+14 encontrou 62 ao invés de 52. No item (b) não concluiu, apesar de indicar corretamente a proporcionalidade (Figura 6.97).

Este aluno teve excelente desempenho nesta Prova Única, confirmando o seu aproveitamento ao longo do ano letivo de 2006.

Lucas Simões

QUESTÃO 9: VALOR: 1,0
 (adaptada UFRJ) Para comprar um computador, Zezinho pediu ajuda a seus familiares. O tio deu $\frac{1}{5}$ do dinheiro; a avó ajudou com 18% do preço do computador; uma tia contribuiu com 0,14 do total; os pais do Zezinho pagaram o resto.

(a) Determine a porcentagem do valor do computador assumida pelos pais de Zezinho.

$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$ R: 61,86%
 $20\% + 18\% = 38\%$
 $\frac{38}{100} \rightarrow \frac{0,14}{100} \rightarrow \frac{x}{1}$ R: 61,86%
 $x = 100 - 38,14$
 $x = 61,86\%$

(b) Considerando que a avó tenha contribuído com 108 reais, qual o preço do computador pago por Zezinho?

$18\% \rightarrow 108$ R: 600 reais
 $1\% \rightarrow \frac{108}{18}$
 $100\% \rightarrow 6.100$
 $100\% \rightarrow 6.100$
 $100\% \rightarrow 600$

Figura 6.98 – Prova Única - 2006 - 9ª questão – LUCAS SIMÕES (9)

Este aluno, embora não tenha concluído corretamente o item (a), pois se atrapalhou quando foi representar 0,14, apresentou um raciocínio correto para calcular o que estava sendo solicitado: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$; $20\% + 18\% = 38\%$.

Como tinha errado a transformação de 0,14, quando subtraiu de 100%, encontrou o resultado errado. Entretanto, no item (b), trabalhou com a unidade corretamente, isto é:

$18\% \rightarrow 108$; $1\% \rightarrow \frac{108}{18}$; $1\% \rightarrow 6$;
 $100\% \rightarrow 1\% \cdot 100$; $100\% \rightarrow 6 \cdot 100$; $100\% \rightarrow 600$ reais

Também trabalhou com a unidade de medida (Figura 6.98).

Ao terminarmos a primeira etapa de análise dos desempenhos dos alunos durante o ano letivo de 2006, já conseguimos verificar que os resultados estavam atendendo aos objetivos estabelecidos a priori. No capítulo seguinte, damos continuidade à análise, examinando as atividades desenvolvidas durante o ano letivo de 2007, com o objetivo de avaliar se, de fato, a nova abordagem adotada havia facilitado à aprendizagem dos conceitos algébricos.