5
Análise Comparativa dos Testes Diagnósticos: principais constatações sobre o desempenho

Tendo em vista que todo o processo de implementação da proposta e seu acompanhamento permitiram uma coleta muito grande de dados, optamos apresentá-los de forma sucessiva. Neste capítulo nos dedicamos à análise comparativa dos dois testes diagnósticos realizados, inicial e final, utilizando exemplos de respostas de alunos que permitem avaliar como a abordagem adotada foi elaborada por eles (Anexo 1 e Anexo 2).

Preferimos trazer inicialmente os resultados obtidos por cada aluno em cada questão. Essa análise permitiu constatar, como será demonstrado a seguir, que os erros registrados são o que se pode qualificar de “erros universais”. Aconteceram na década de 70 na Inglaterra e continuam acontecendo nessa proposta de ensino. Foi possível, também, identificar, em questões envolvendo diferentes conceitos, a evolução em decorrência da aprendizagem baseada na definição de fração como número e da importância da referência à unidade de medida nessa definição.

Um aspecto que se deve registrar, preliminarmente, é que o 1º teste diagnóstico não teve caráter de “dar nota”, visto que o objetivo era avaliar o conteúdo de fração retido pelo aluno nas séries anteriores. Por outro lado, o 2º teste, recebeu uma avaliação, e a nota atribuída serviu para compor o resultado da primeira certificação.

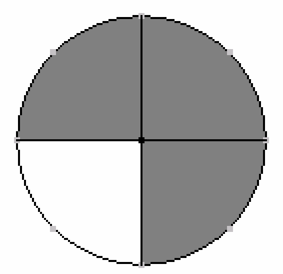
A ordem das questões nos testes aplicados foi modificada. Além disso, a segunda aplicação teve mais uma questão. A 2ª questão do 2º teste foi adicionada visando a identificar mais completamente alguns atributos.

5.1. Análise da Primeira Questão

Vamos lembrar um pouco?

Resolva cada exercício abaixo. Justifique sua resposta:

1. Sombrear $\frac{1}{6}$ da seção pontilhada do disco. Qual fração do disco inteiro deve ser sombreada? (HART, p. 66)



Os objetivos visados com esta questão foram:

- Verificar como o aluno consegue resolver um problema com frações, explicitando seu raciocínio ou usando figura. De um modo geral este tipo de exercício oferece dificuldades, pois o que está por trás é $\frac{1}{6} de \frac{3}{4}$.
- Verificar se identifica a unidade que está sendo considerada: que o que se deseja é $\frac{1}{6}$ da "parte da figura sombreada" e o que esta parte representa do disco inteiro.

Os exemplos trazidos ilustram não somente as diferentes dificuldades encontradas, mas como elas foram superadas.

No Quadro 5.1 a seguir, pode-se comparar o desempenho dos alunos, considerando os dois objetivos.

DESEMPENHO DOS ALUNOS NOS 2 TESTES

Quadro 5.1 - Resultados Relativos à Primeira Questão do Teste Diagnóstico

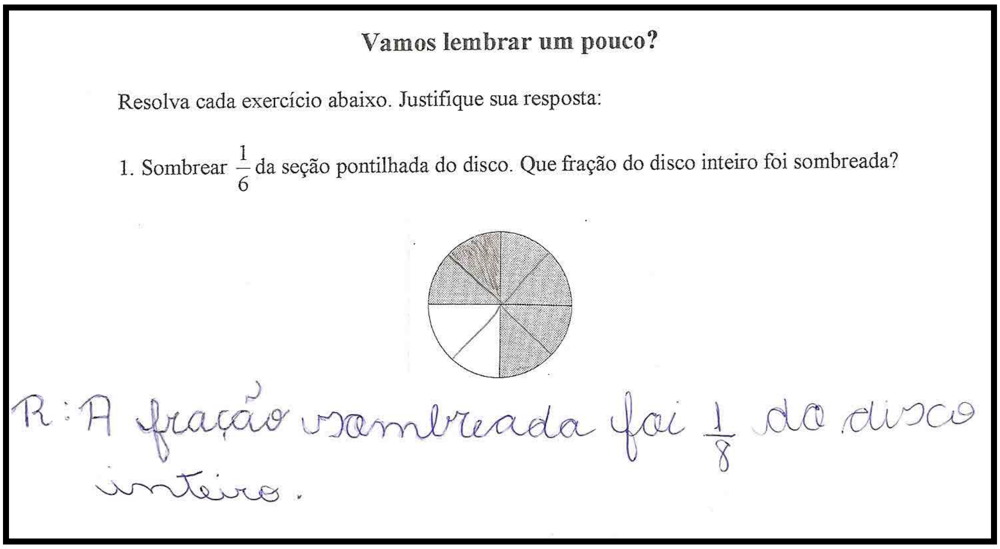
1º teste diagnóstico (1ªquestão) (2006)	**2º teste diagnóstico (3ªquestão) (2007)**	**2º teste diagnóstico (3ªquestão) (2007)**
1º objetivo (604) 31 alunos	1º objetivo (803/604) 28 alunos	1º objetivo (803/n604) 9 alunos
Sim 15(48%) Não: 16(52%)	Sim 19(68%) Não: 9(32%)	Sim: 4(44%) Não: 5(56%)
2º objetivo (604) 31 alunos	2º objetivo (803/604) 28 alunos	2º objetivo (803/n604) 9 alunos
Sim 18(58%) Não: 13(42%)	Sim 16(57%) Não: 12(43%)	Sim: 4(44%) Não: 5(56%)

O grupo dos novos apresentou suas respostas com raciocínio muito parecido aos dos alunos da antiga 604 quando iniciamos o estudo em 2006.

Um deles, em resposta à pergunta: "Que fração do disco inteiro foi assinalada?", não levou em conta o tamanho das partes e juntando a divisão inicial com a nova divisão em 6 partes, chegou à resposta 1/7. Este tipo de erro foi apontado também por Hart (1979) quando analisava esta questão na sua pesquisa na Inglaterra.

Segue a análise de algumas respostas.

Beatriz: Tanto no 1º teste como no 2º teste (Figura 5.1 e Figura 5.2) respondeu corretamente. No 1º teste, usou a forma icônica e apresentou a seguir o resultado. Já no 2º teste além dessa forma, procurou, em linguagem informal, explicitar o que havia feito, fazendo referência à mudança na unidade de medida.



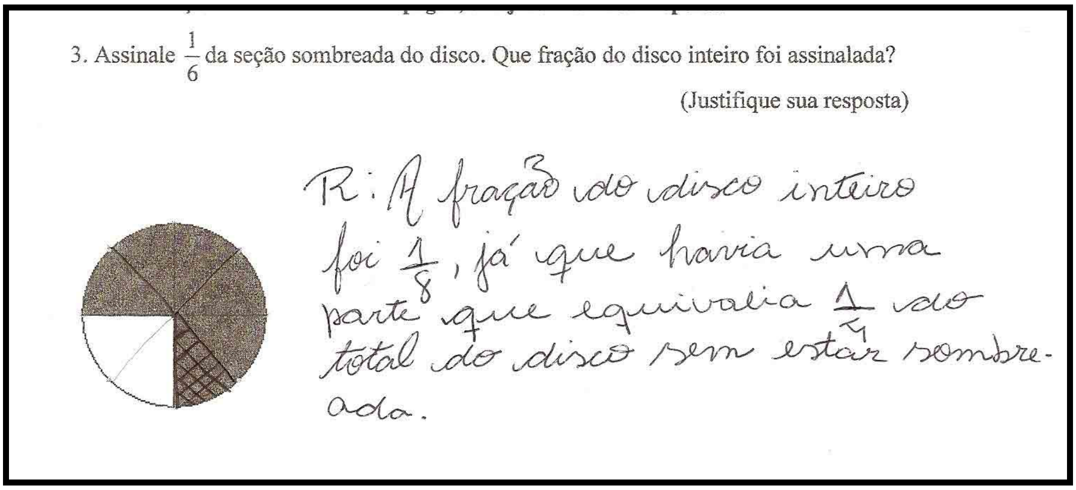
Vamos lembrar um pouco?

Resolva cada exercício abaixo. Justifique sua resposta:

1. Sombrear $\frac{1}{6}$ da seção pontilhada do disco. Que fração do disco inteiro foi sombreada?

R: A fração sombreada foi $\frac{1}{8}$ do disco inteiro.

Figura 5.1 - 1º Teste BEATRIZ (1)



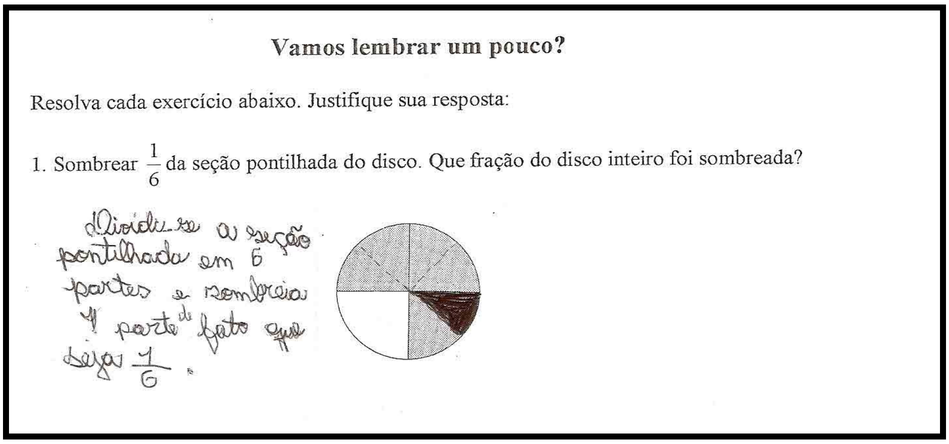
3. Assinale $\frac{1}{6}$ da seção sombreada do disco. Que fração do disco inteiro foi assinalada?

(Justifique sua resposta)

R: A fração do disco inteiro foi $\frac{1}{8}$, já que havia uma parte que equivalia $\frac{1}{4}$ do total do disco sem estar sombreada.

Figura 5.2 - 2 º Teste BEATRIZ (3)

Daniel: Identifica no 1º teste a fração 1/6 corretamente, porém não consegue concluir em relação ao disco inteiro, como mostra a Figura 5.3.



Vamos lembrar um pouco?

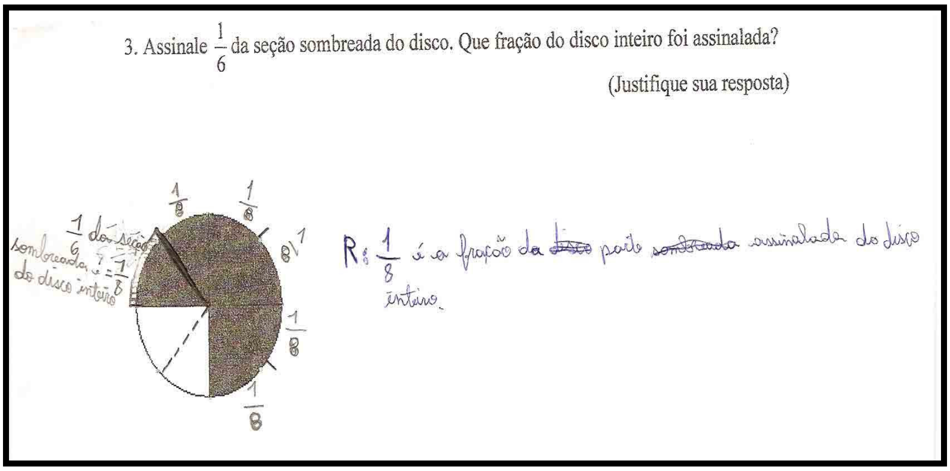
Resolva cada exercício abaixo. Justifique sua resposta:

1. Sombrear $\frac{1}{6}$ da seção pontilhada do disco. Que fração do disco inteiro foi sombreada?

Dividi-se a seção pontilhada em 6 partes e sombreia 1 parte de fato que seja $\frac{1}{6}$.

Figura 5.3 - 1º Teste DANIEL (1)

Já no 2º teste, Figura 5.4, apresenta a solução utilizando a forma icônica corretamente, indicando ter reconhecido as duas unidades consideradas, isto é, em relação à parte hachurada e em relação ao disco inteiro.



3. Assinale $\frac{1}{6}$ da seção sombreada do disco. Que fração do disco inteiro foi assinalada?

(Justifique sua resposta)

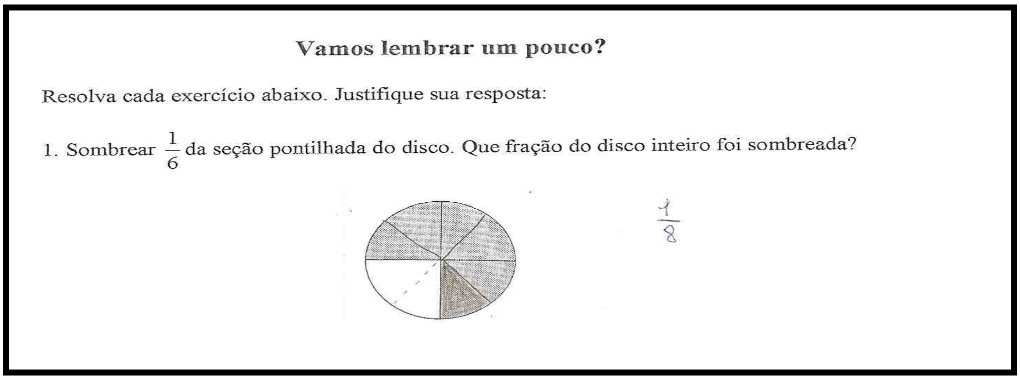
$\frac{1}{6}$ da seção sombreada, é = $\frac{1}{8}$ do disco inteiro

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$

R: $\frac{1}{8}$ é a fração da ~~[illegible]~~ parte ~~sombreada~~ assinalada do disco inteiro.

Figura 5.4 - 2º Teste DANIEL (3)

Laís: No 1º teste usou a forma icônica para resolver a questão, atingindo os objetivos propostos, como podemos observar na Figura 5.5 a seguir.



Vamos lembrar um pouco?

Resolva cada exercício abaixo. Justifique sua resposta:

1. Sombrear $\frac{1}{6}$ da seção pontilhada do disco. Que fração do disco inteiro foi sombreada?

$\frac{1}{8}$

Figura 5.5 - 1º Teste LAIS (1)

Entretanto, no 2º teste avançou no sentido de compreender e explicitar não apenas a unidade da parte hachurada, mas também em relação ao disco inteiro, atingindo os objetivos da questão. Assinalou, na Figura 5.6, 1/6 da parte hachurada e a seguir, fez um novo desenho, representando 1/8, levando em consideração agora o disco inteiro. Completou a solução em linguagem corrente.

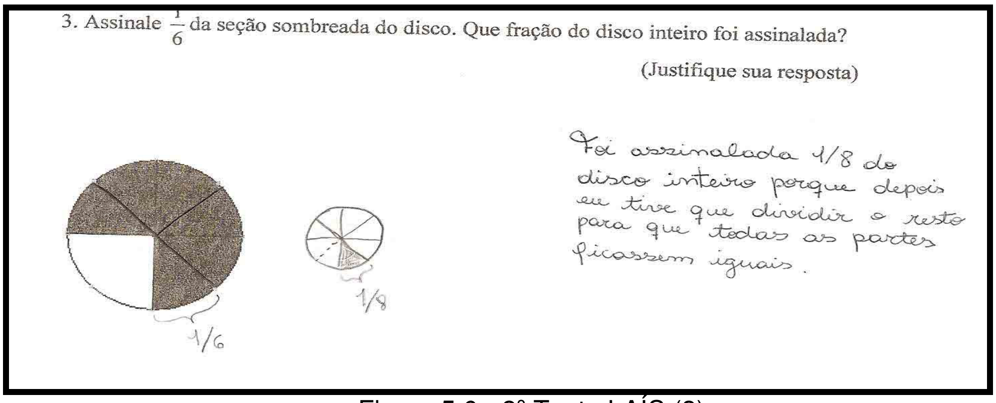


Figura 5.6 - 2º Teste LAÍS (3)

<u>Mayra</u>: No primeiro teste explicou com linguagem corrente cada uma das etapas em relação à unidade a ser considerada corretamente. Primeiro levando em conta a parte hachurada e depois o disco inteiro. (Figura 5.7)

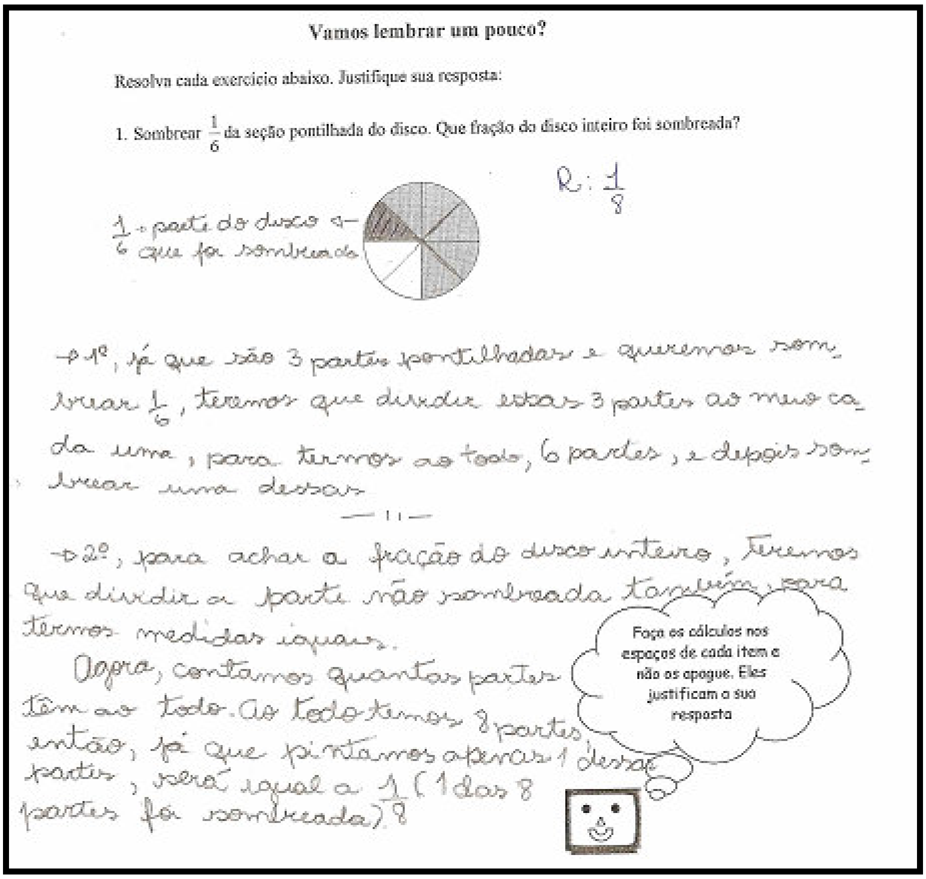


Figura 5.7 - 1º Teste MAYRA (1)

No 2º teste usou uma forma icônica e linguagem informal. Primeiro trabalhou em relação à unidade relativa à parte hachurada e sinalizou 1/6. Em seguida tratou do disco inteiro representando também no desenho a solução correta (Figura 5.8).

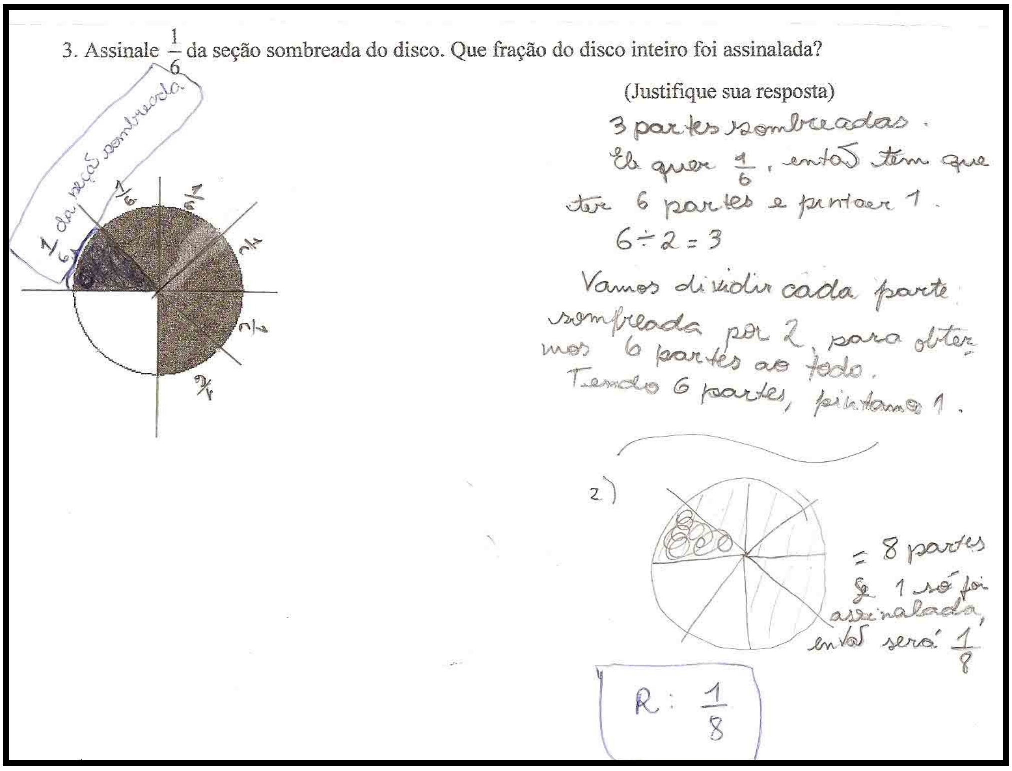


Figura 5.8 - 2º Teste MAYRA (3)

<u>Thayane:</u> No 1º teste explicou cada uma das divisões que estava fazendo em relação a cada unidade, isto é, a parte hachurada e depois em relação ao disco todo. Concluiu corretamente como se pode ver na Figura 5.9.

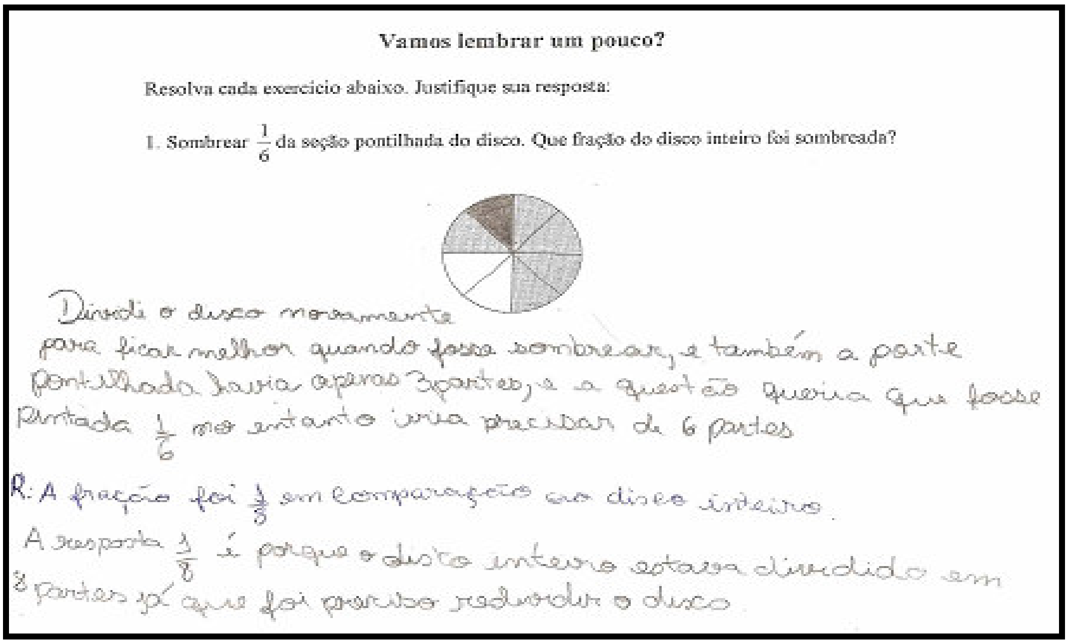


Figura 5.9 - 1º Teste TAYANNE (1)

No 2º teste, Figura 5.10, ainda com mais segurança, utilizou a forma icônica, fazendo para cada etapa de solução um desenho. Concluiu corretamente, atingindo os objetivos propostos. Ao longo do ano foi excelente aluna.

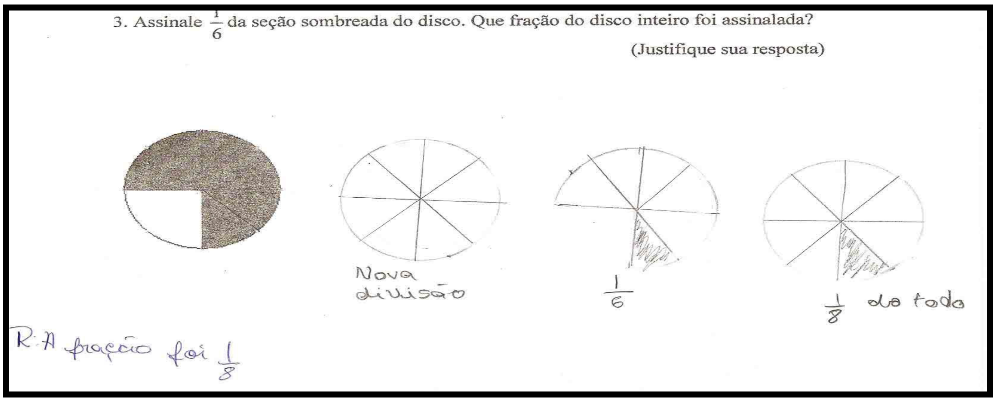


Figura 5.10 - 2º Teste TAYANNE (3)

Thiago Rossi: No 1º teste identificou em $\frac{3}{4}$, na forma icônica, $\frac{1}{6}$, porém não conseguiu completar quanto $\frac{1}{6}$ representava do disco inteiro, o que podemos ver na Figura 5.11. Durante o ano apresentou momentos de desanimo, provocado por problemas familiares, entretanto, sempre que solicitado mostrou bom raciocínio.

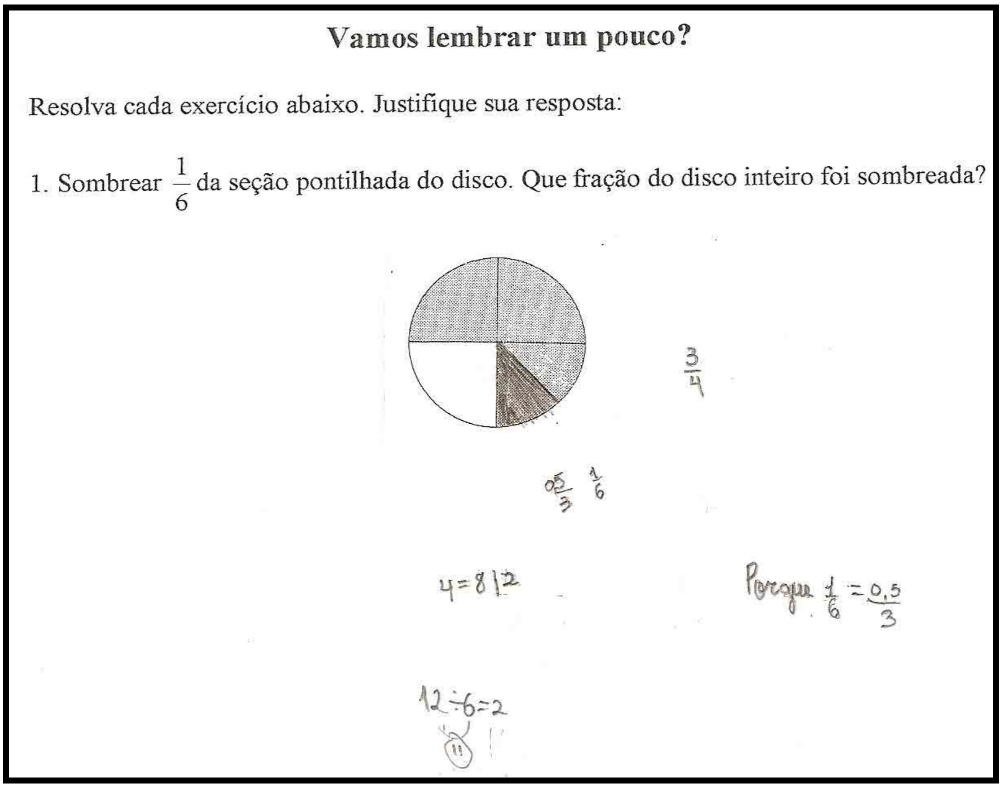


Figura 5.11 - 1º Teste TIAGO (1)

No 2º teste, respondeu usando a forma icônica, argumentando com linguagem própria. Tanto em relação à primeira unidade a ser reconhecida, isto é, da parte hachurada, quanto em relação ao disco inteiro concluiu corretamente. Identificou a parte da figura a ser considerada para divisão (ou seja, três das quatro partes do disco inteiro que estavam sombreadas), subdividiu-a ao meio. Encontrou 6 partes iguais, sombreando uma delas ($\frac{1}{6}$). Finalmente, como mostra a Figura 5.12, concluiu que, em relação ao disco todo, representava $\frac{1}{8}$.

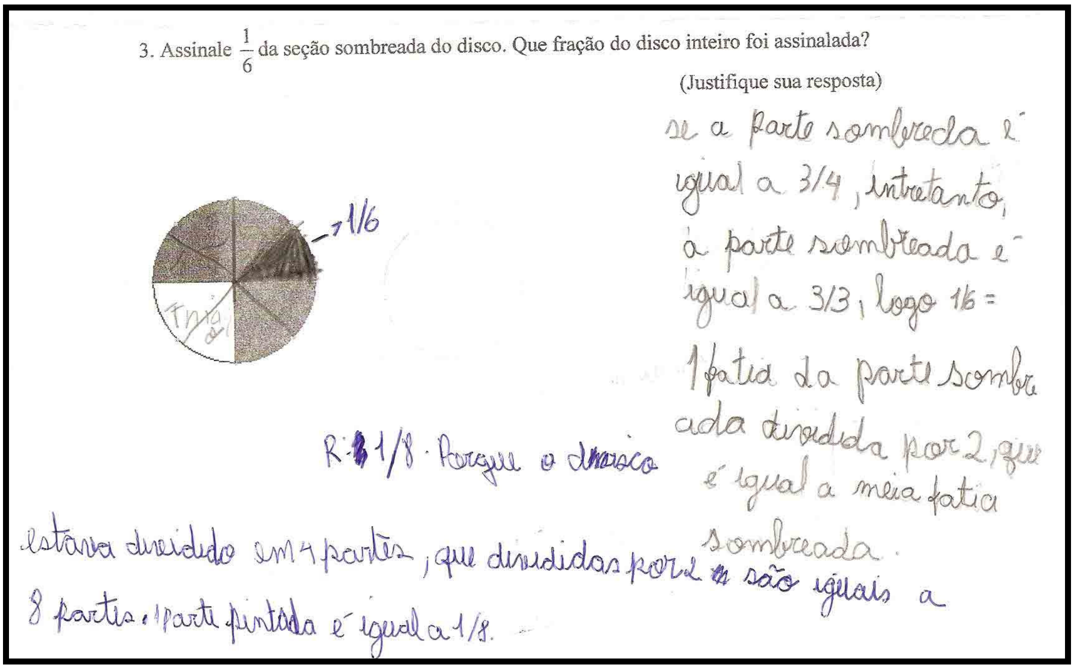


Figura 5.12 - 2º Teste TIAGO (3)

5.2 Análise da Segunda Questão

2. Calcule $3 \div 5$. Justifique seus cálculos. (HART, p.68)

O objetivo desta questão foi verificar se o aluno consegue dividir dois inteiros, realizando os cálculos onde o dividendo é menor que o divisor, quando não precisa identificar no enunciado concreto o conceito de fração.

O índice de acerto nesta questão foi satisfatório. Em 2006, dos 31 alunos que participaram do teste, tivemos 9 alunos que acertaram efetuando simplesmente a conta sem comentários, 18 efetuaram a conta com comentários e apenas um disse: “não dá para dividir 3 por 5” e, por conta disso, inverteu a ordem na divisão: $5 \div 3$. Finalmente três (3) erraram. Em 2007, os resultados também foram satisfatórios. Dos 28 oriundos da 604 em 2006, 15 acertaram somente indicando a conta, 13 efetuando a conta com comentários, nenhum deles inverteu a ordem ou errou.

Atribuímos o “não justificar o resultado” ao fato de esse cálculo estar numa posição diferente do 1º teste. Este problema, quando proposto no 1º teste se encontra numa única página, enquanto que no segundo teste aparece como último item entre 4 outros. Dessa forma, quase naturalmente, o aluno “entende” simplesmente como “fazer a conta”. Dos outros dez alunos que complementaram a turma 803 (antiga 604), apenas um errou, 5 acertaram sem justificar, 3 justificaram e, 1 faltou. Observando o Quadro 5.2 a seguir podemos ver:

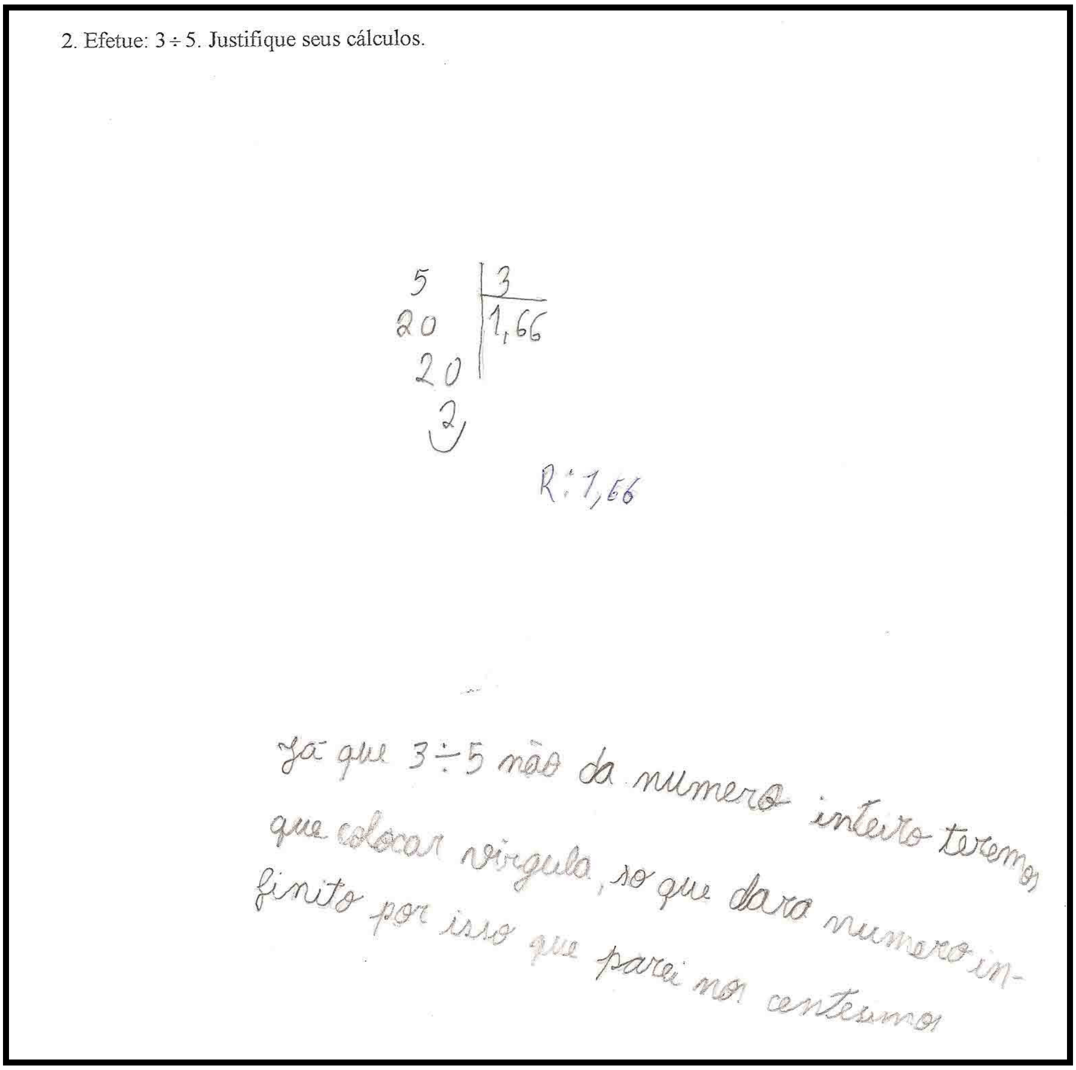
Quadro 5.2 - Resultados Relativos à Segunda Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (2ªquestão) (2006)	**2º teste diagnóstico (1ªquestão -1 d) (2007)**	**2º teste diagnóstico (1ªquestão -1 d) (2007)**
1º objetivo (604) -31 alunos	1º objetivo (803/604)-28 alunos	1ºobjetivo (803/n604) - 9 alunos
Sim 27(87%) Não: 4 (13%)	Sim 28(100%) Não: 0(0%)	Sim: 8(89%) Não: 1(11%)
2º objetivo (604) -31 alunos	2º objetivo (803/604)-28 alunos	2ºobjetivo (803/n604) - 9 alunos
Sim 18(58%) Não: 13 (42%)	Sim 13(46%) Não: 15 (54%)	Sim: 3 (33%) Não: 6(67%)

Apresentaremos agora algumas soluções de alunos para a questão 2, que ilustram as dificuldades encontradas e como foram superadas. Inicialmente, o aluno, embora aplicando a regra, não é capaz de justificar seu procedimento. À medida que adquire maior domínio do conceito, começa a explicitar a regra.

Douglas: Neste 1º teste, o aluno entendeu que, por ser o dividendo menor que o divisor, só seria possível efetuar a conta $3 \div 5$ se invertesse o 5 com o 3, tal como podemos ver na Figura 5.13. Por outro lado, como disse Kathleen Hart, (p.67):

[...] Passamos longo tempo ouvindo regras tais como: a multiplicação sempre resulta em um número maior. Frases como estas levam as crianças a um tipo de raciocínio errado como: $3 \div 5$ só é possível se invertemos o 5 com o 3.


2. Efetue: 3 ÷ 5. Justifique seus cálculos.

5 | 3
20 | 1,66
20
2

R: 1,66

já que 3÷5 não da numero inteiro teremos que colocar virgula, so que dara numero infinito por isso que parei nos centesimos

Figura 5.13 - 1º Teste DOUGLAS (2)

No 2º teste, este aluno efetuou a operação de divisão corretamente. É um aluno cujo desempenho, ao longo do ano letivo, foi melhorando, a tal ponto que já no período da 2ª certificação havia se transformado em um aluno-monitor para ajudar aos colegas. (Figura 5.14)

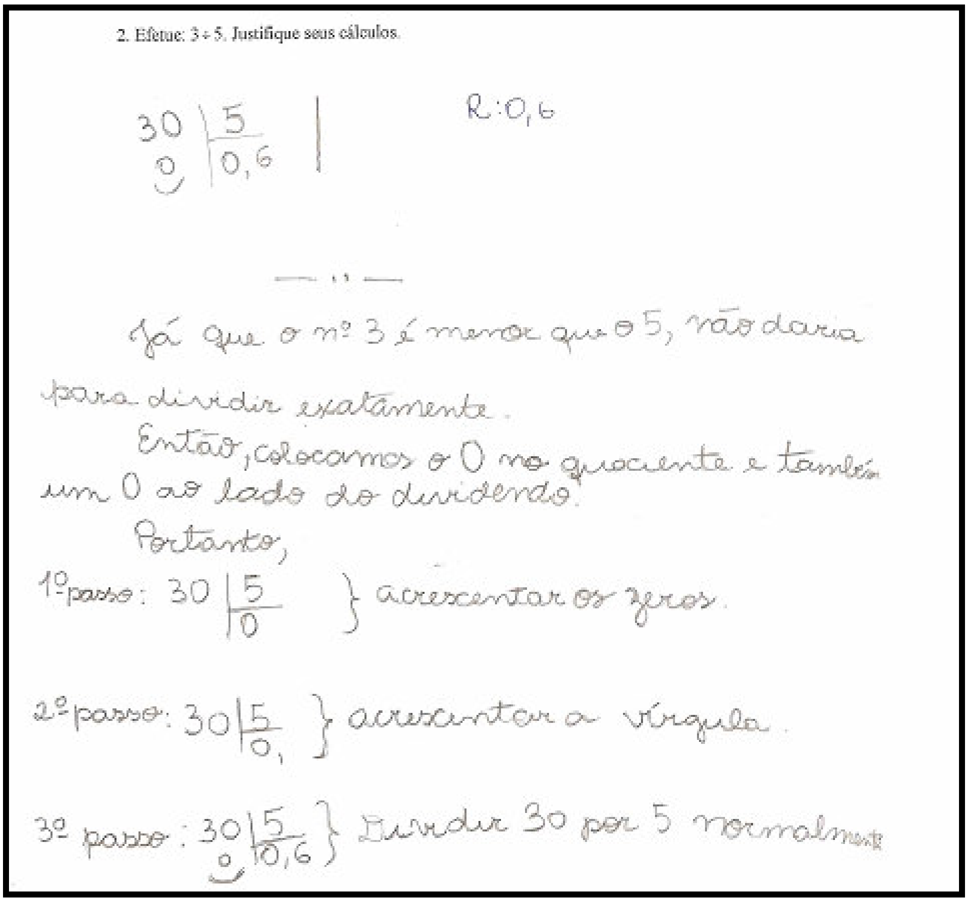

(d) Efetue: 3 ÷ 5 (Justifique sua resposta)

3 | 5
30 0,6

R: 0,6

Figura 5.14 - 2º Teste DOUGLAS (1)

Mayra: Esta aluna trabalha neste 1º teste com a forma procedimental. Passo a passo vai mostrando os procedimentos que foram seguidos, até concluí-los corretamente. (Figura 5.15)


2. Efetue: 3 ÷ 5. Justifique seus cálculos.

R: 0,6

Já que o nº 3 é menor que o 5, não daria para dividir exatamente.
Então, colocamos o 0 no quociente e também um 0 ao lado do dividendo.
Portanto,
1º passo: 30 | 5 — 0 } acrescentar os zeros.
2º passo: 30 | 5 — 0, } acrescentar a vírgula.
3º passo: 30 | 5 — 0,6 } Dividir 30 por 5 normalmente

Figura 5.15 - 1º teste - MAYRA (2)

No 2º teste, Figura 5.16, efetua a conta simplesmente. Para verificar se está correta "tira a prova real" e indica o resultado.


(d) Efetue: 3 ÷ 5 (Justifique sua resposta)

30 | 5 — 0,6

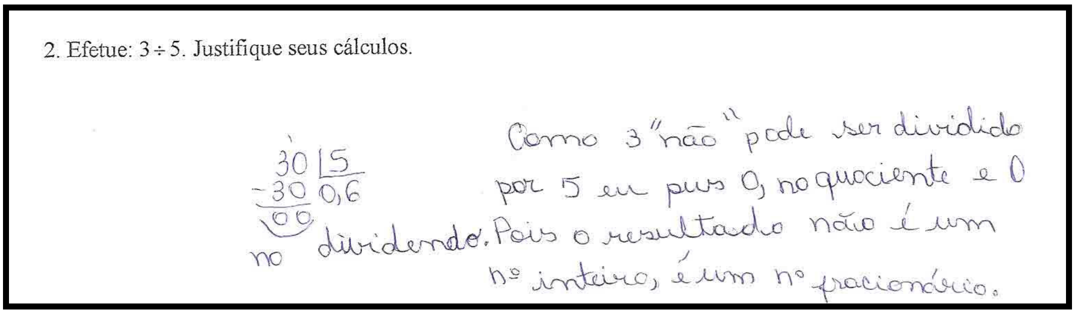
P. Real: 0,6 × 5 = 3,0

R: 0,6

1

Figura 5.16 - 2º teste - MAYRA (1)

Priscila: Em relação ao 1º teste, como vemos na Figura 5.17, a aluna responde utilizando uma linguagem informal e conclui corretamente.

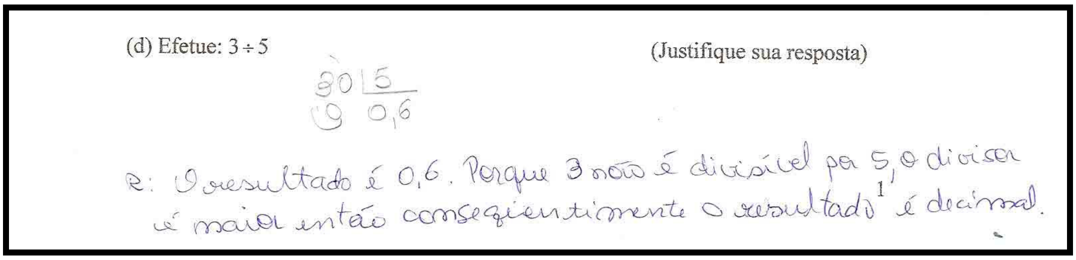

2. Efetue: 3 ÷ 5. Justifique seus cálculos.

30 | 5
-30 0,6
00

Como 3 "não" pode ser dividido por 5 eu pus 0, no quociente e 0 no dividendo. Pois o resultado não é um nº inteiro, é um nº fracionário.

Figura 5.17 - 1º teste - PRISCILA (2)

Já no 2º teste, Figura 5.18, a aluna faz a conta e, explica em linguagem corrente a solução da questão. Este foi um comportamento que se repetiu na turma.


(d) Efetue: 3 ÷ 5 (Justifique sua resposta)

30 | 5
0 0,6

R: O resultado é 0,6. Porque 3 não é divisível por 5, o divisor é maior então conseqüentemente o resultado é decimal.

Figura 5.18 - 2º teste - PRISCILA (1)

5.3. Análise da Terceira Questão

A 3ª questão objetivava avaliar se o aluno compreendia o significado do resto da divisão.

3. Um pedaço de fita de 17 cm tem de ser cortada em 4 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço.

(a) 4 cm e resta 1 pedaço.
(b) 4 cm e resta 1 cm.
(c) $\mathbf{4\frac{1}{4}}$ **cm.**
(d) $\frac{4}{17}cm$.

(HART, p.68)

Em 2006, dos 31 alunos foi possível verificar que quase 50% têm dificuldades em identificar corretamente o significado do resto. Verificamos que a maioria conseguiu encontrar o tamanho de cada pedaço de fita.

Examinando o Quadro 5.3 a seguir, verificamos a dificuldade da questão e que em 2007 essa dificuldade diminuiu.

Quadro 5.3 - Resultados Relativos à Terceira Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (3ª questão) (2006)	2º teste diagnóstico (4ª questão) (2007)	2º teste diagnóstico (4ª questão) (2007)
(604) - 31 alunos	(803/604) - 28 alunos	(803/n604) - 9 alunos
Atingiram o objetivo	Atingiram o objetivo	Atingiram o objetivo
Sim 15(48%) Não: 16(52%)	Sim 15(54%) Não: 13(46%)	Sim: 3(33%) Não: 6(67%)

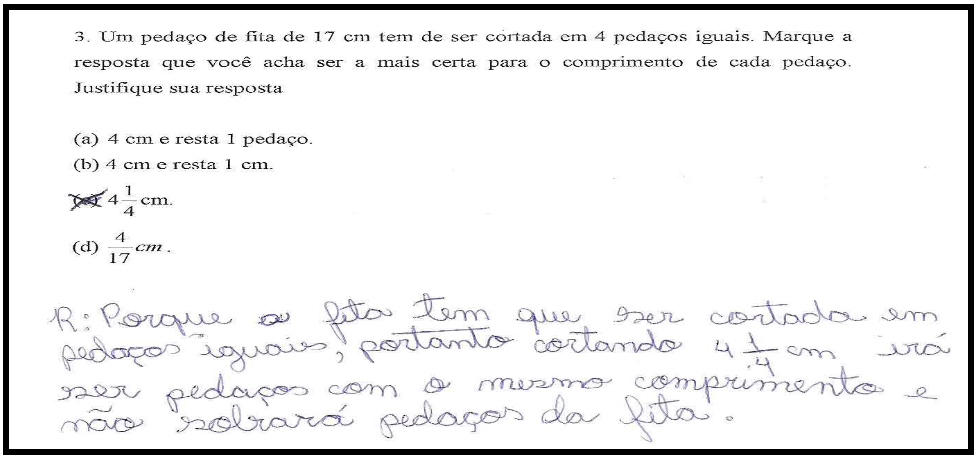
Examinado mais detalhadamente, podemos constatar, no Quadro 5.4, a incidência dessa dificuldade quando vemos os alunos assinalando o item (b) com freqüência, mostrando mais uma vez que a determinação do resto é um ponto de estrangulamento no tópico que está sendo estudado.

Quadro 5.4 - Resultados Relativos à Terceira Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (3ªquestão) (2006)	2º teste diagnóstico (4ªquestão) (2007)	2º teste diagnóstico (4ªquestão) (2007)
(604) - 31 alunos	(803/604) - 28 alunos	(803/n604) - 9 alunos
Marcaram a letra c: 15 (48%)	Marcaram a letra c: 15 (54%)	Marcaram a letra c: 3 (33%)
Marcaram a letra a: 2(6,6%)	Marcaram a letra a: 1 (3,5%)	Marcaram a letra a: 1(11%)
Marcaram a letra b: 13(42%)	Marcaram a letra b: 9 (32%)	Marcaram a letra b: 3 (33%)
Marcaram a letra d: 1(3,4%)	Marcaram a letra d: 3 (10,5%)	Marcaram a letra d: 2 (23%)

É o que podemos observar nos exemplos a seguir.

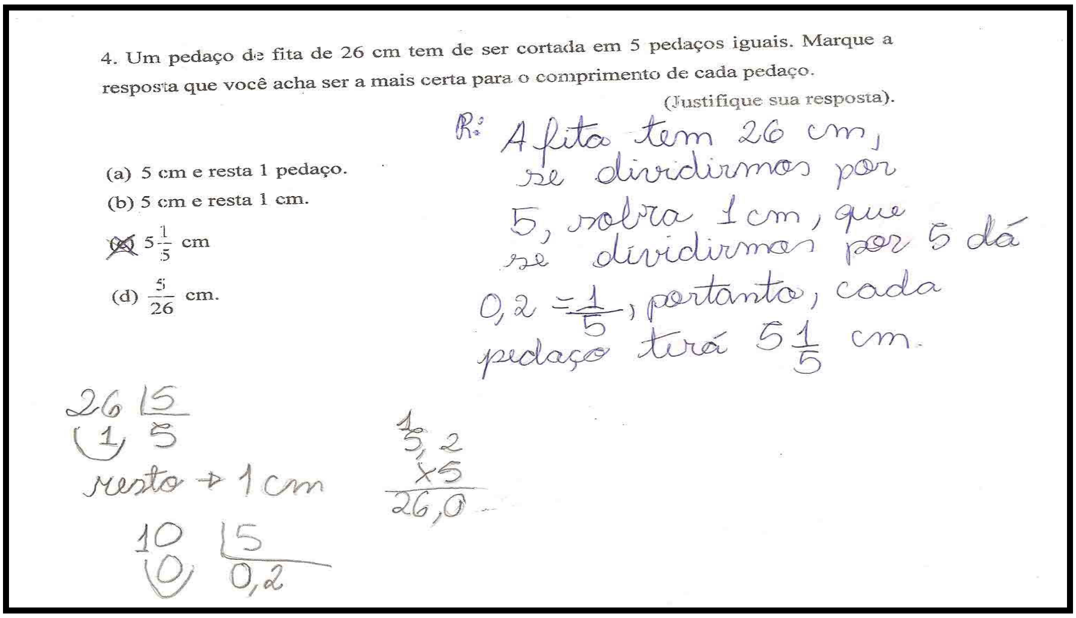
Ana Paula: No 1º teste, como indica a Figura 5.19, a aluna raciocinou corretamente quanto aos pedaços que deveriam ser cortados. No 2º teste (Figura 5. 20), além de explicar, indica na resolução como raciocinou.


3. Um pedaço de fita de 17 cm tem de ser cortada em 4 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço. Justifique sua resposta

(a) 4 cm e resta 1 pedaço.
(b) 4 cm e resta 1 cm.
(c) $4\frac{1}{4}$ cm.
(d) $\frac{4}{17}cm$.

R: Porque a fita tem que ser cortada em pedaços iguais, portanto cortando $4\frac{1}{4}$ cm irá ser pedaços com o mesmo comprimento e não sobrará pedaços da fita.

Figura 5.19 - 1º teste - ANA PAULA (3)



4. Um pedaço de fita de 26 cm tem de ser cortada em 5 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço.
(Justifique sua resposta).

(a) 5 cm e resta 1 pedaço.
(b) 5 cm e resta 1 cm.
(c) $5\frac{1}{5}$ cm
(d) $\frac{5}{26}$ cm.

R: A fita tem 26 cm, se dividirmos por 5, sobra 1 cm, que se dividirmos por 5 dá $0,2 = \frac{1}{5}$, portanto, cada pedaço terá $5\frac{1}{5}$ cm.

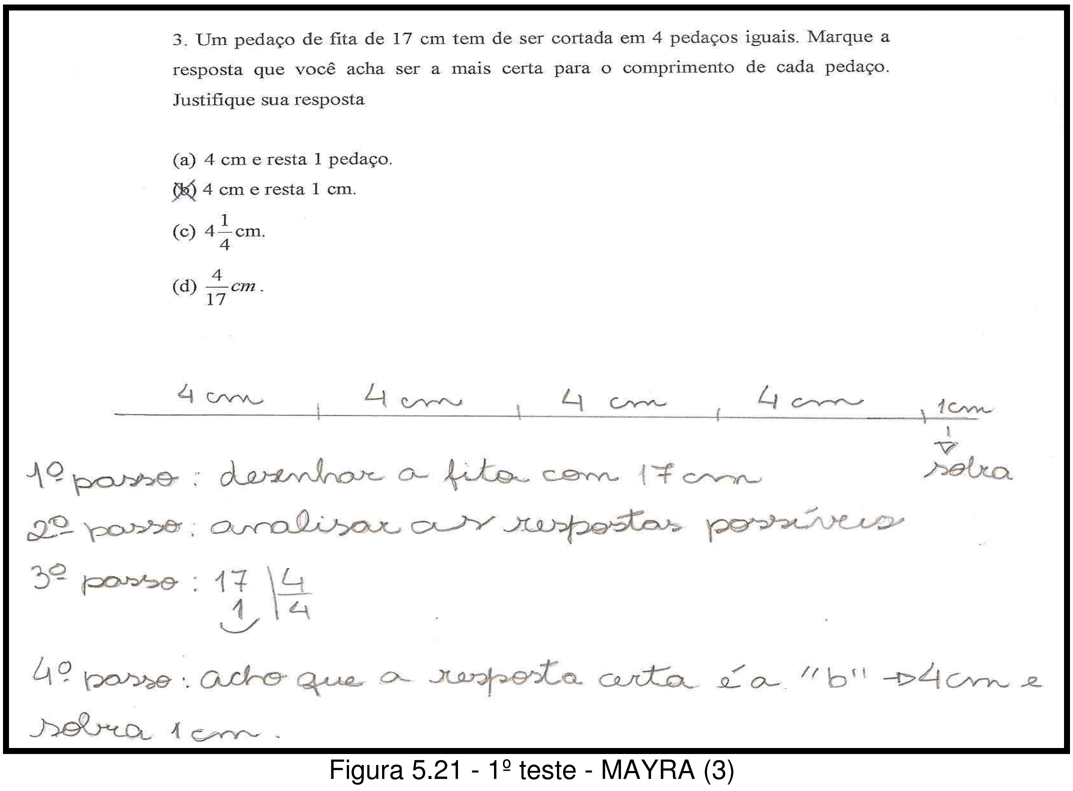
26 |5
(1) 5
resto → 1 cm

10 |5
(0) 0,2

5,2
×5
26,0

Figura 5.20 - 2 º teste - ANA PAULA (4)

Mayra: No 1º teste a aluna marcou o item (b), como vimos na Figura 5.21, não conseguindo atingir o objetivo dessa questão. Entretanto, no 2º teste, Figura 5.22, tenta justificar porque as outras respostas não são verdadeiras e assinala o item (c).



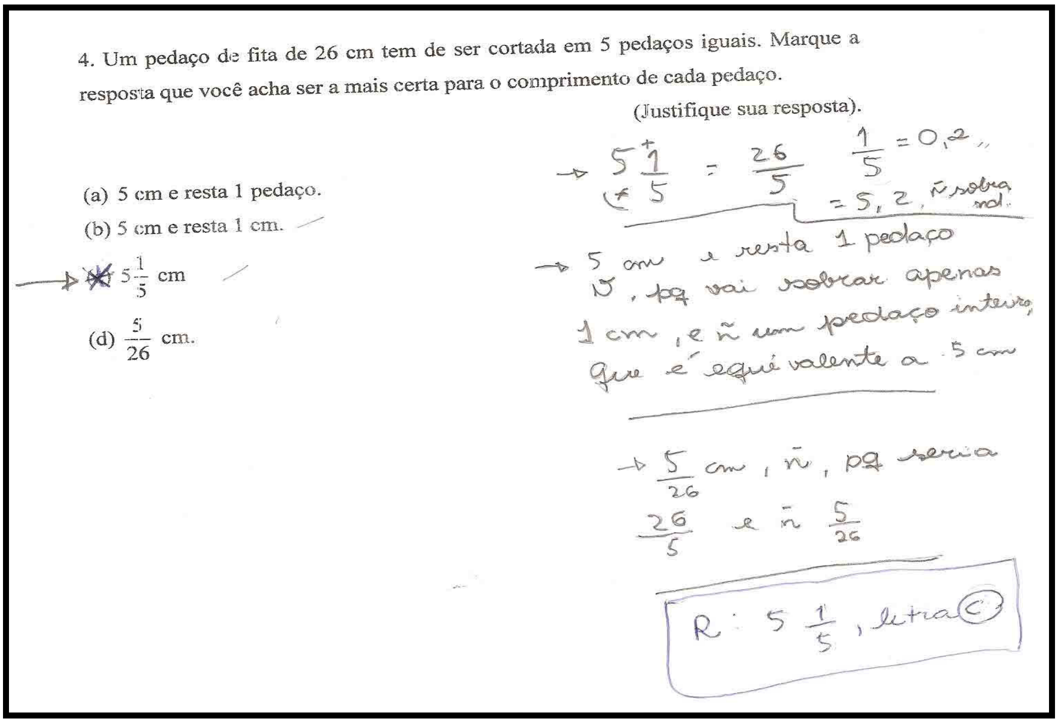
3. Um pedaço de fita de 17 cm tem de ser cortada em 4 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço. Justifique sua resposta

(a) 4 cm e resta 1 pedaço.
(b) 4 cm e resta 1 cm.
(c) $4\frac{1}{4}$ cm.
(d) $\frac{4}{17}$ *cm*.

4 cm | 4 cm | 4 cm | 4 cm | 1cm
sobra

1º passo: desenhar a fita com 17 cm
2º passo: analisar as respostas possíveis
3º passo: 17 |4
1 4
4º passo: acho que a resposta certa é a "b" → 4cm e sobra 1 cm.

Figura 5.21 - 1º teste - MAYRA (3)


4. Um pedaço de fita de 26 cm tem de ser cortada em 5 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço.
(Justifique sua resposta).

(a) 5 cm e resta 1 pedaço.

(b) 5 cm e resta 1 cm.

(c) $5\frac{1}{5}$ cm

(d) $\frac{5}{26}$ cm.

$5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}$ $\frac{1}{5} = 0,2$ $= 5,2$, ñ sobra nd.

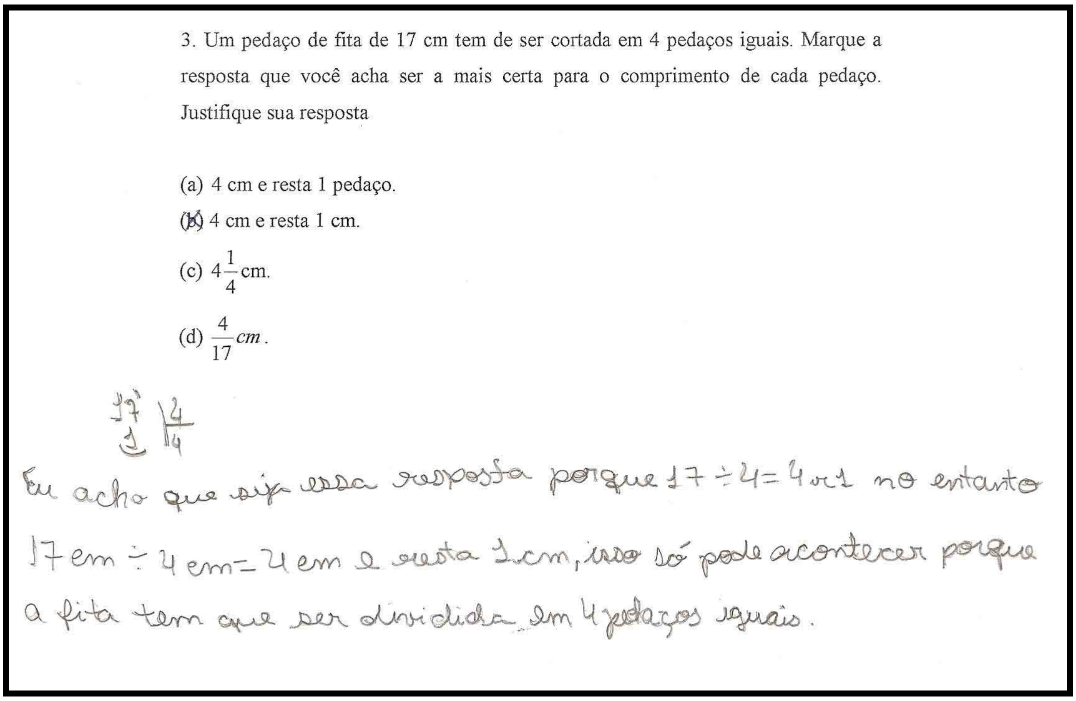
5 cm e resta 1 pedaço ñ, pq vai sobrar apenas 1 cm, e ñ um pedaço inteiro, que é equivalente a 5 cm

$\frac{5}{26}$ cm, ñ, pq seria $\frac{26}{5}$ e ñ $\frac{5}{26}$

R: $5\frac{1}{5}$, letra C

Figura 5.22 - 2º teste - MAYRA (4)

Thayane: No 1º teste, como vemos na Figura 5.23, a aluna não conseguiu identificar o significado do resto, embora efetue corretamente a conta, não soube concluir e assinala o item (b).


3. Um pedaço de fita de 17 cm tem de ser cortada em 4 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço. Justifique sua resposta

(a) 4 cm e resta 1 pedaço.

(b) 4 cm e resta 1 cm.

(c) $4\frac{1}{4}$ cm.

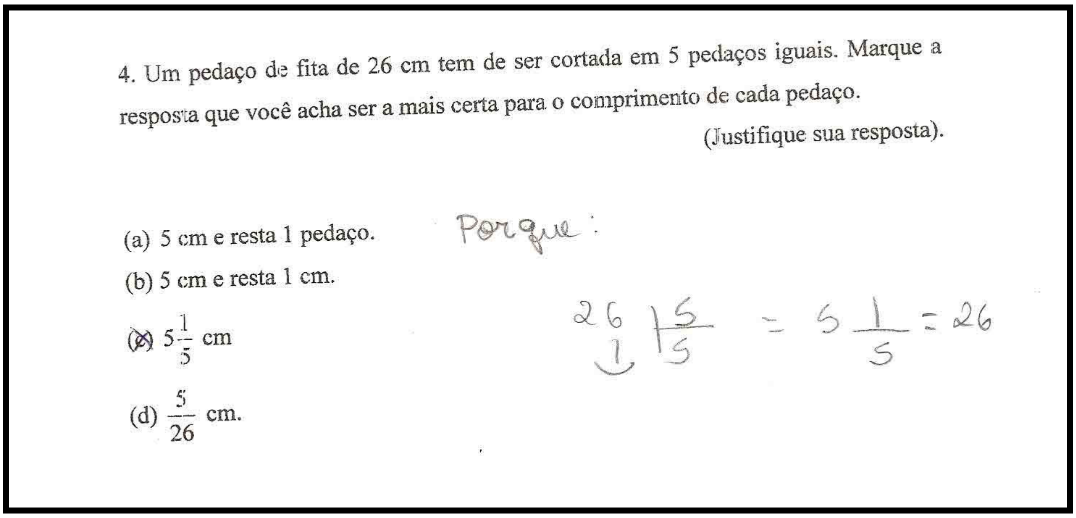
(d) $\frac{4}{17}cm$.

17 | 4
1   4

Eu acho que seja essa resposta porque 17 ÷ 4 = 4 r 1 no entanto 17 cm ÷ 4 cm = 4 cm e resta 1 cm, isso só pode acontecer porque a fita tem que ser dividida em 4 pedaços iguais.

Figura 5.23 - 1º teste - THAYANE (3)

No 2º teste, marca a resposta certa, Figura 5.24, efetua a operação de divisão, consegue transpor o resultado para fração imprópria. Entretanto, no final, ao voltar para a representação fracionária esquece de colocar o denominador.



4. Um pedaço de fita de 26 cm tem de ser cortada em 5 pedaços iguais. Marque a resposta que você acha ser a mais certa para o comprimento de cada pedaço.

(Justifique sua resposta).

(a) 5 cm e resta 1 pedaço.

(b) 5 cm e resta 1 cm.

(x) $5\frac{1}{5}$ cm

(d) $\frac{5}{26}$ cm.

Porque:

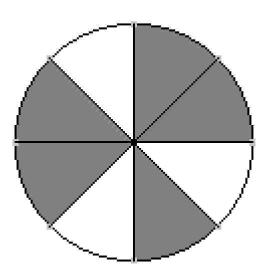
26 |5 = $5\frac{1}{5}$ = 26
1   5

Figura 5.24 - 2º teste - THAYANE (4)

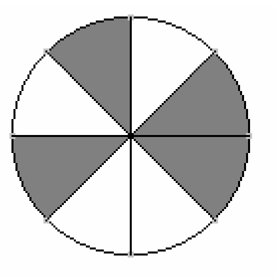
5.4. Análise da Quarta Questão

4. Qual fração representa a parte sombreada? Justifique sua resposta.

(a)



(b)



- O objetivo desta questão foi verificar se o aluno consegue resolver sem passar pela contagem do total e subtrair da parte hachurada.

O desempenho dos alunos no desenvolvimento desta questão foi satisfatório desde o início, como vemos no Quadro 5.5, a seguir, demonstrando que os alunos já conseguiam resolver problemas de frações que envolviam o conceito simples de parte – todo. Esta questão passa sem exame dos desempenhos individuais por que a evolução envolve, essencialmente, a visualização geométrica.

Quadro 5.5 - Resultados Relativos à Quarta Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (4ªquestão) (2006)	**2º teste diagnóstico (5ªquestão) (2007)**	**2º teste diagnóstico (5ªquestão) (2007)**
(604) -31 alunos	(803/604) - 28 alunos	(803/n604) - 9 alunos
Item a	Item a	Item a
Conta o total e subtrai da Parte hachurada 30 (97%)	Conta o total e subtrai da Parte hachurada 28(100%)	Conta o total e subtrai da Parte hachurada 8 (89%)
Não responde 0	Não responde 0	Não responde 0
Errado 1 (3%)	Errado 0	Errado 1 (11%)
Item b	Item b	Item b
Identificando a metade 11(36%)	Identificando a metade 5 (18%)	Identificando a metade 6 (67%)
Sem identificar a metade 19 (61%)	Sem identificar a metade 23 (82%)	Sem identificar a metade 2 (22%)
Errado 1 (3%)	Errado 0	Errado 1 (11%)

5.5. Análise da Quinta Questão

5. Maria e João ambos tem dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ da sua. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim?

Objetivo:

- Verificar se o aluno consegue perceber a necessidade de identificar a unidade para resolver o problema.

Nesta questão, quando aplicada em 2006, dos 31 alunos, tivemos apenas 6 acertos. Desse total, 13 entenderam que: *Maria tinha mais para gastar porque gastou menos.* Não levaram em conta a quantia que Maria e João levaram inicialmente (isto é, a unidade a ser considerada). Outros 10 desse grupo responderam *NÃO*, porque consideraram que, sendo ¼ < ½, ela não poderia ter gasto mais. Ainda desse grupo, 1 raciocinou como se ambos tivessem a mesma quantia e, finalmente 1 não fez. Quando replicamos o teste em 2007, do grupo dos alunos oriundos da turma 604, isto é, dos 28 alunos, 24 acertaram a questão.

Apenas 2 entenderam que: *Maria tinha mais para gastar porque gastou menos*. Igualmente 2 responderam *NÃO*, porque sendo ¼ < ½ ela não poderia ter gasto mais.

Dentre os novos mais uma vez verificamos que apenas 1 acertou. Desse grupo, 7 alunos que entenderam que: *Maria tinha mais para gastar porque gastou menos.* Não levaram em conta a quantia que Maria e João levavam. Um considerou que sendo ¼ < ½ ela não poderia ter gasto mais e um dentre eles não fez. Houve uma falta.

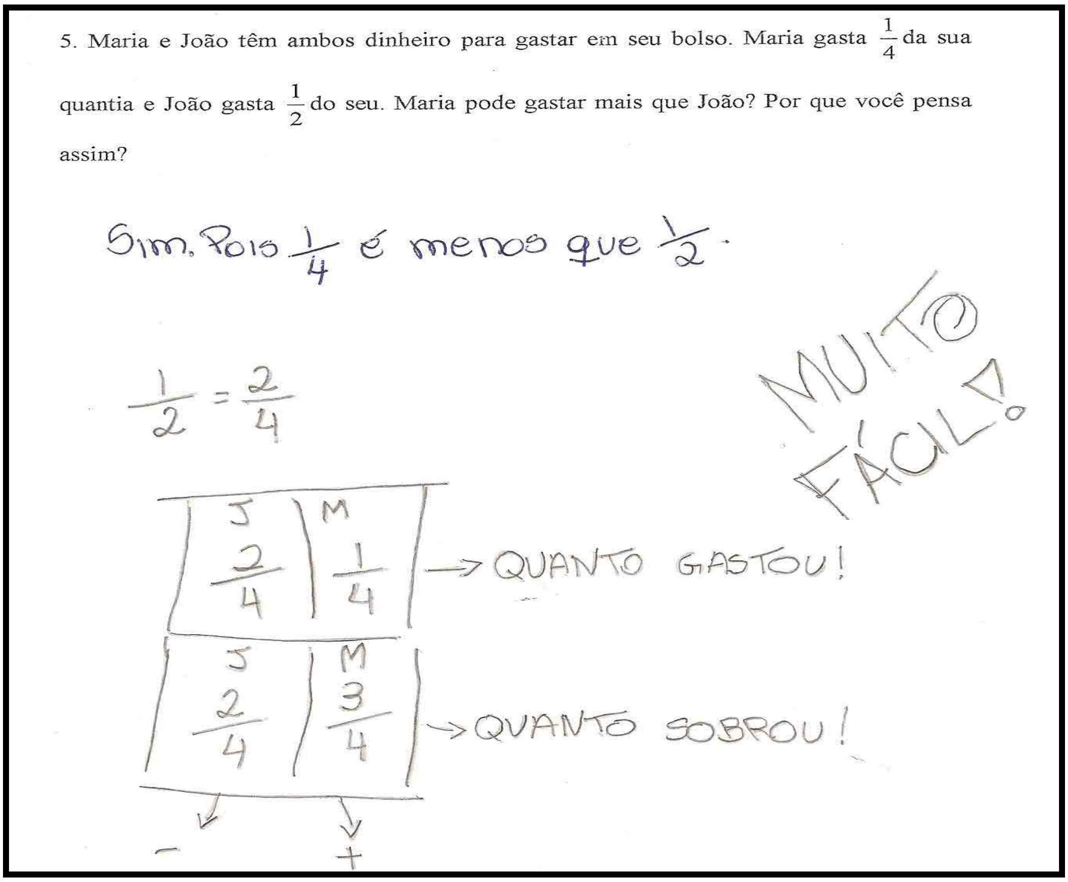
Observando o Quadro 5.6, podemos ver a grande modificação ocorrida em termos de acerto e erro desta questão.

Quadro 5.6 – Resultados Relativos à Quinta Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (5ªquestão) (2006)	**2º teste diagnóstico (6ªquestão) (2007)**	**2º teste diagnóstico (6ªquestão) (2007)**
(604) - 31 alunos	(803/604) - 28 alunos	(803/n604) - 9 alunos
Entenderam que Maria tinha mais para gastar por que gastou menos. Não se deram conta da quantia que cada um levou (unidade), considerando só o que gastaria após as compras. 13 (42%)	Entenderam que Maria tinha mais para gastar por que gastou menos. Não se deram conta em relação à quantia que cada um levou (unidade), e sim no que gastaria após as compras. 2 (7%)	Entenderam que Maria tinha mais para gastar por que gastou menos. Não se deram conta em relação à quantia que cada um levou (unidade), e sim no que gastaria após as compras. 7 (78%)
Não, por que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$, ela não poderia ter gasto mais. 10 (32%)	Não, por que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$, ela não poderia ter gasto mais. 2 (7%)	Não, por que $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$, ela não poderia ter gasto mais. 1 (11%)
Depende da quantia (identificou a necessidade de saber qual a unidade). 6 (20%)	Depende da quantia (identificou a necessidade de saber qual a unidade). 24 (86%)	Depende da quantia (identificou a necessidade de saber qual a unidade). 1 (11%)
Raciocinou como se tivessem a mesma quantia 1(3%)	Raciocinou como se tivessem a mesma quantia 0	Raciocinou como se tivessem a mesma quantia 0
Não fez 1(3%)	Não fez 0	Não fez 0

Nos exemplos que seguem podemos verificar o amadurecimento dos alunos em relação às respostas apresentadas nesta questão comparando os anos letivos de 2006 e de 2007.

<u>Ana Carolina</u>: Podemos constatar que no 1º teste, Figuras 5.25, não conseguiu identificar a unidade que estava sendo considerada, somente se deteve em comparar as frações ½ e ¼.



5. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim?

Sim. Pois $\frac{1}{4}$ é menos que $\frac{1}{2}$.

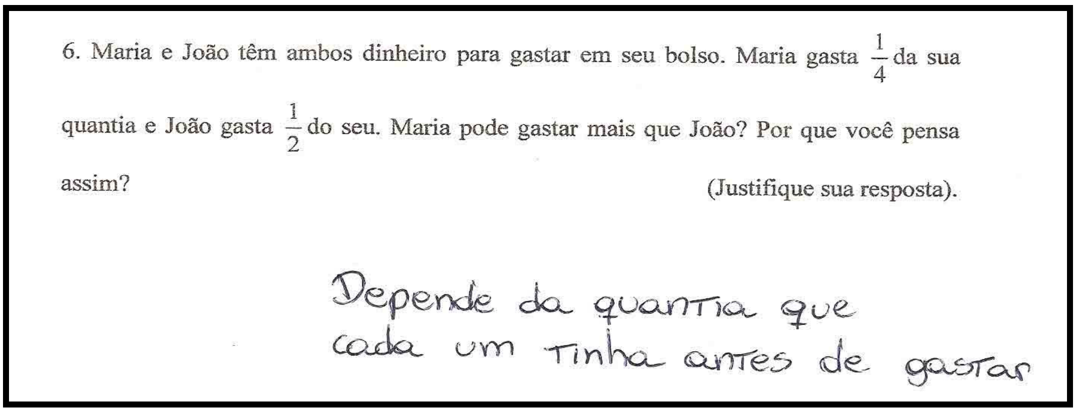
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

MUITO FÁCIL!

J	M	
$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	→ QUANTO GASTOU!
J	M	
$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	→ QUANTO SOBROU!
−	+	

Figura 5.25 - 1º teste - ANA CAROLINA (5)

Entretanto, já no 2º teste, Figura 5.26, a aluna acertou, respondendo simplesmente que dependia da quantia.

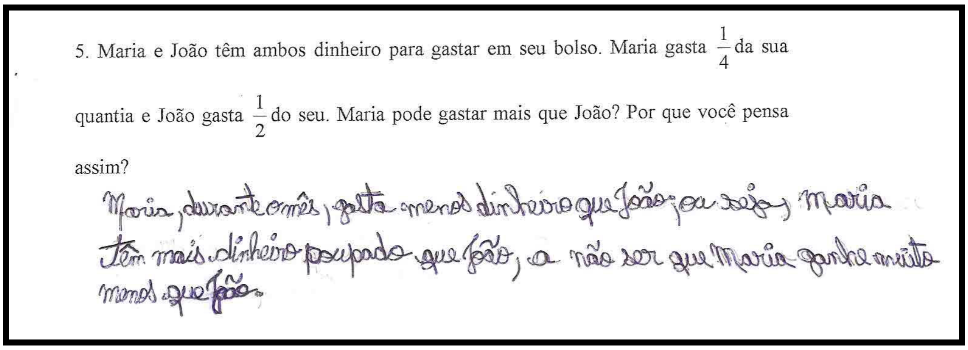


6. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim? (Justifique sua resposta).

Depende da quantia que cada um tinha antes de gastar

Figura 5.26 - 2º teste - ANA CAROLINA (6)

Antonio: Este aluno, na realidade, está comparando as duas frações ½ e ¼ e conclui, a partir daí, que Maria tem mais para gastar. Entretanto, no final diz: *A não ser que Maria ganhe muito mais que João*. Não está seguro de sua resposta. (Figura 5.27)


5. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim?

Maria, durante o mês, gasta menos dinheiro que João, ou seja, Maria tem mais dinheiro poupado que João, a não ser que Maria ganhe muito menos que João.

Figura 5.27 - 1º teste - ANTONIO (5)

No 2º teste, Figura 5.28, o aluno indica sua solução utilizando a forma icônica, considerando quantias iguais. Depois, usando um exemplo numérico, supõe que, se Maria possui uma quantia maior que João, mesmo gastando ¼ dessa quantia, pode gastar mais que João gastando ½ da quantia dele. Chega à conclusão correta. Entretanto, embora tenha raciocinado corretamente até aí, coloca em linguagem corrente: *Pode. É só a quantia que ela tem ser no mínimo o dobro que a do João.*

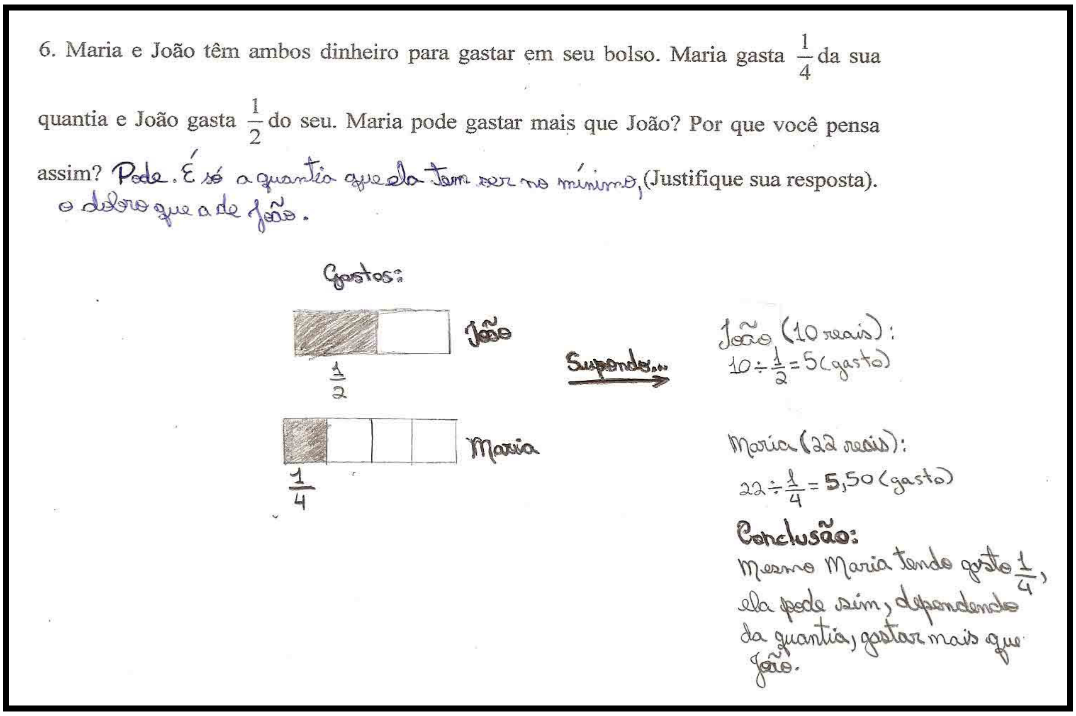
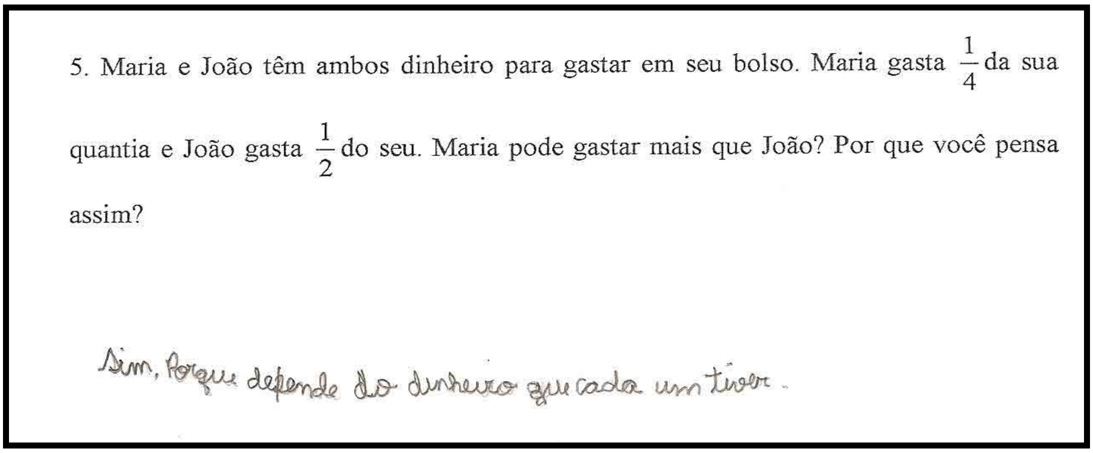

6. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim? Pode. É só a quantia que ela tem ser no mínimo, (Justifique sua resposta). o dobro que a de João.

Figura 5. 28 - 2º teste - ANTONIO (6)

Thiago Rossi: Este aluno, de um modo geral responde sucintamente seus exercícios, embora os acerte em sua maioria, como, por exemplo, vemos na Figura 5.29.

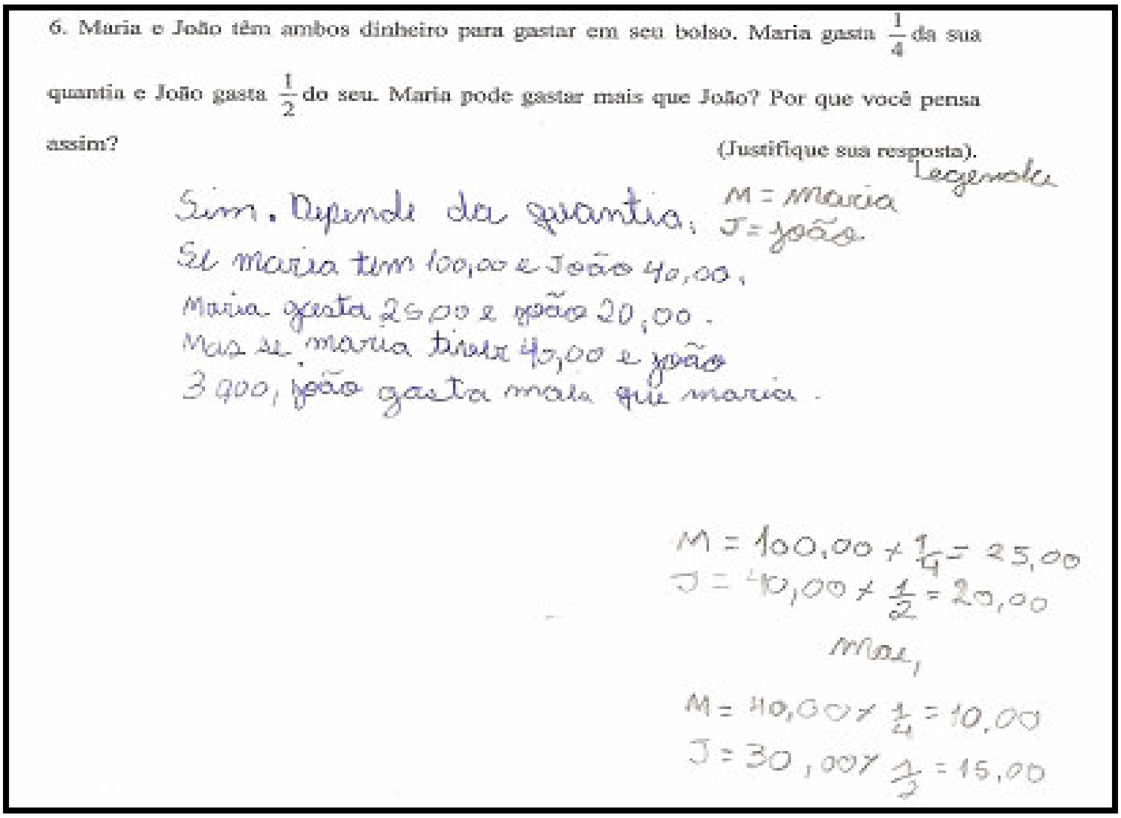


5. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim?

Sim, Porque depende do dinheiro que cada um tiver.

Figura 5.29 - 1º teste - THIAGO ROSSI (5)

Neste 2º teste, Figura 5.30, a exemplo do comentário inicial dessa questão, responde com mais segurança. Utiliza linguagem corrente, enriquecendo com dados numéricos para justificar sua resposta.



6. Maria e João têm ambos dinheiro para gastar em seu bolso. Maria gasta $\frac{1}{4}$ da sua quantia e João gasta $\frac{1}{2}$ do seu. Maria pode gastar mais que João? Por que você pensa assim?

(Justifique sua resposta).

Legenda
M = Maria
J = João

Sim. Depende da quantia.
Se maria tem 100,00 e João 40,00,
Maria gasta 25,00 e joão 20,00.
Mas se maria tiver 40,00 e joão 30,00, joão gasta mais que maria.

$M = 100,00 \times \frac{1}{4} = 25,00$
$J = 40,00 \times \frac{1}{2} = 20,00$

Mas,

$M = 40,00 \times \frac{1}{4} = 10,00$
$J = 30,00 \times \frac{1}{2} = 15,00$

Figura 5.30 - 2º teste - THIAGO ROSSI (6)

5.6. Análise da Sexta Questão

6. (a) Encontre quem é: Δ

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{\Delta}$$

(b) Encontre quem é: $\otimes$

$$\frac{5}{10} = \frac{\otimes}{30}$$

(c) Encontre quem são $\otimes$ e Δ:

$$\frac{2}{7} = \frac{\otimes}{14} = \frac{10}{\Delta}$$

O objetivo primordial dessa questão é verificar se o aluno domina o tópico de frações equivalentes. Entendemos que o domínio dele é de suma importância para que o aluno mais adiante domine o conceito de fração como número. Nos itens (a) e (b), permite verificar, ainda, se o aluno domina a noção de frações equivalentes e se trata a fração como um único objeto e não dois números inteiros um na parte de cima e o outro na parte de baixo. No item (c), o objetivo é verificar se usa a propriedade transitiva.

Os resultados desta questão são muito satisfatórios, tanto em relação ao item (a) como ao item(b). Em 2006, dos 31 alunos tivemos 30 acertos e apenas 1 não fez. Em 2007 <u>todos os 28 alunos</u> acertaram os dois itens. Sobre a primeira parte do item c, do grupo de 2006, 26 acertaram, 3 erraram e 2 não fizeram. No ano letivo de 2007, <u>todos</u> acertaram esta parte. Na segunda parte, em 2006, 15 acertaram quando trabalharam este item usando fração equivalente ou a propriedade transitiva. Dentre eles 12 erraram e 4 não fizeram. Por sua vez, em 2007, 21 acertaram, contra 7 erros.

No grupo dos alunos não oriundos da turma 604, 7 desses alunos acertaram tanto o item a quanto o item b. Em cada um desses itens 1 errou e 1 não fez. Em relação à primeira parte do item c, tivemos 3 acertos, 5 erros e, 1 não fez. Por outro lado, na segunda parte, tivemos 4 acertos, 2 erros e 3 não fizeram.

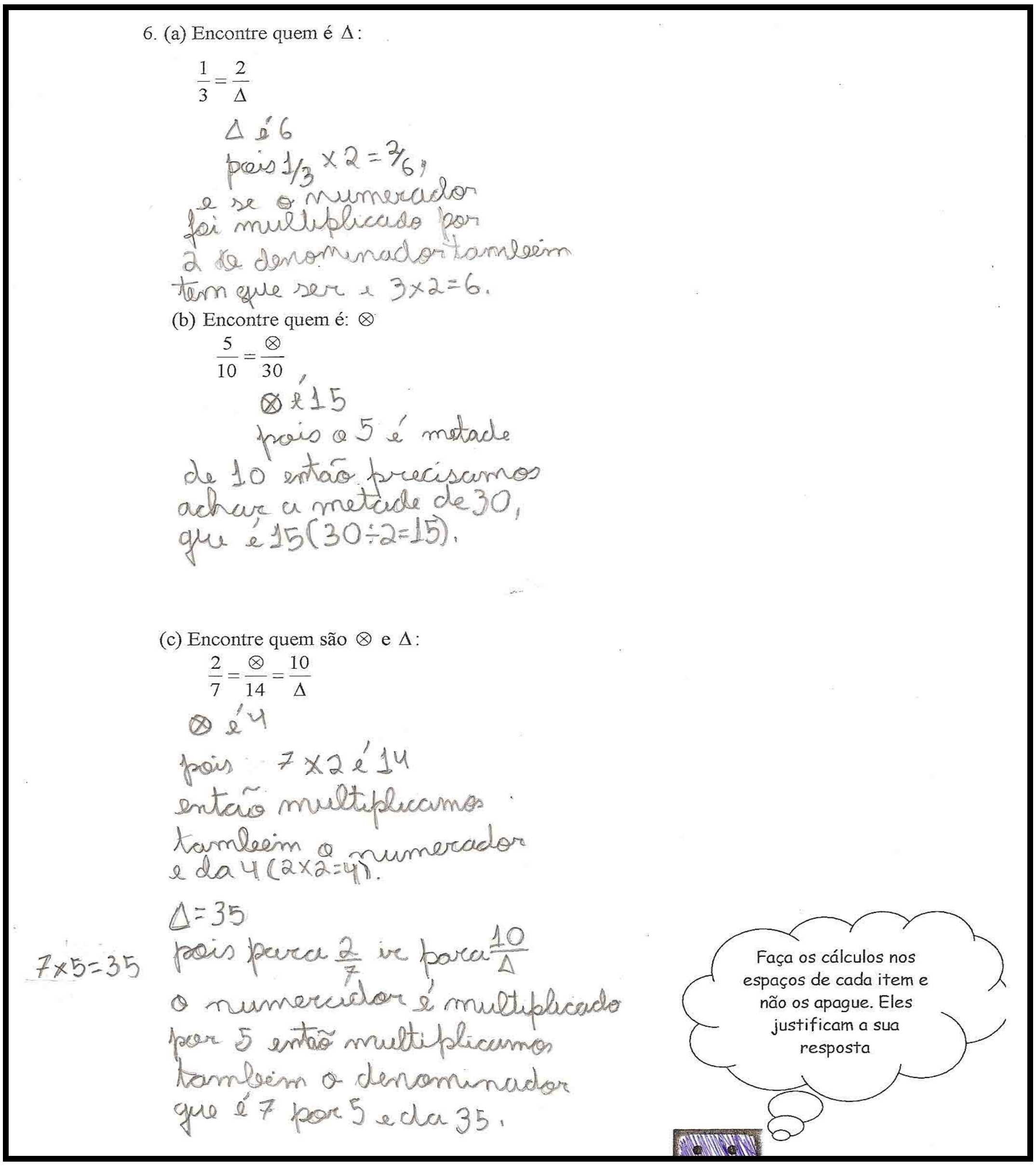
O desempenho dos alunos no desenvolvimento desta questão foi satisfatório desde o início, demonstrando que os alunos já possuíam a habilidade operatória envolvida, como podemos ver no quadro 5.7 a seguir.

Quadro 5.7 - Resultados Relativos à Sexta Questão do Teste Diagnóstico

1º teste diagnóstico (6ªquestão) - (2006)	**2º teste diagnóstico (1ªquestão) - (2007)**	**2º teste diagnóstico (1ªquestão) - (2007)**
(604) - 31 alunos	(803/604) - 28 alunos	(803/n604) - 9 alunos
Item a	Item a	Item a
Acertou usando fração equivalente 30 (97%)	Acertou usando fração equivalente 28 (100%)	Acertou usando fração equivalente 7 (78%)
Errado 0	Errado 0	Errado/ outros 0 / 1 (11%)
Não fez 1 (3%)	Não fez 0	Não fez 1 (11%)
Item b	Item b	Item b
Acertou usando fração equivalente 30 (97%)	Acertou usando fração equivalente 28(100%)	Acertou usando fração equivalente 7 (78%)
Errado 0	Errado 0	Errado/ outros 0 / 1 (11%)
Não fez 1(3%)	Não fez 0	Não fez 1 (11%)
Item c_1	Item c_1	Item c_1
Acertou usando fração equivalente 26 (84%)	Acertou usando fração equivalente 28 (100%)	Acertou usando fração equivalente 3 (33%)
Errado 3 (10%)	Errado 0	Errado/ outros 2 / 3 (56%)
Não fez 2 (6%)	Não fez 0	Não fez 1(11%)
Item c_2	Item c_2	Item c_2
Acertou usando fração equivalente ou a prop. transitiva 12 (38%)	Acertou usando fração equivalente ou a prop. transitiva 15 (54%)	Acertou usando fração equivalente ou a prop. transitiva 3 (33,5%)
Acertou usando parte da prop. Transitiva 3 (10%)	Acertou usando parte da prop. Transitiva 6 (21,5%)	Acertou usando parte da prop. Transitiva 1(11%)
Errado: resposta o nº. 20; 8(27%)	Errado: resposta o nº. 20; 0	Errado: resposta o nº. 20; 0
Errado: resposta o nº. 21; 2 (6%)	Errado: resposta o nº. 21; 2 (7%)	Errado: resposta o nº. 21; 1(11%)
Errado: resposta.o nº. 22; 0	Errado: resposta o nº. 22; 1 (3,5%)	Errado: resposta. o nº. 22; 0
Errado: resposta o nº. 28; 2 (6%)	Errado: resposta o nº. 28 0	Errado: resposta o nº. 28 1(11%)
Errado: resposta o nº. 30 0	Errado: resposta o nº. 30 2 (7%)	Errado: resposta o nº. 30 0
Errou completamente 0	Errou completamente 2 (7%)	Errou completamente 0
Não fez. 4 (13%)	Não fez 0	Não fez 3 (33,5 %)

Mostraremos a seguir alguns exemplos que nos indicam a evolução do desenvolvimento dos alunos nesta questão.

<u>Eduardo:</u> Observamos que este aluno domina o conceito de frações equivalentes desde o início do ano. Em cada etapa do processo de resolução tenta explicar em linguagem corrente e em linguagem matemática a solução de cada item, como mostra a Figura 5.31.


6. (a) Encontre quem é Δ:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{\Delta}$$

Δ é 6
pois 1/3 × 2 = 2/6,
e se o numerador
foi multiplicado por
2 o denominador também
tem que ser e 3×2=6.

(b) Encontre quem é: ⊗

$$\frac{5}{10} = \frac{\otimes}{30}$$

⊗ é 15
pois o 5 é metade
de 10 então precisamos
achar a metade de 30,
que é 15 (30÷2=15).

(c) Encontre quem são ⊗ e Δ:

$$\frac{2}{7} = \frac{\otimes}{14} = \frac{10}{\Delta}$$

⊗ é 4
pois 7×2 é 14
então multiplicamos
também o numerador
e dá 4 (2×2=4).
Δ=35
7×5=35
pois para 2/7 ir para 10/Δ
o numerador é multiplicado
por 5 então multiplicamos
também o denominador
que é 7 por 5 e dá 35.

Figura 5.31 - 1º teste - EDUARDO (6)

No 2º teste, este aluno confirma que continua dominando este conceito. Utilizando cálculos e descrevendo em linguagem corrente a solução de cada item resolvido, como vemos na Figura 5.32.

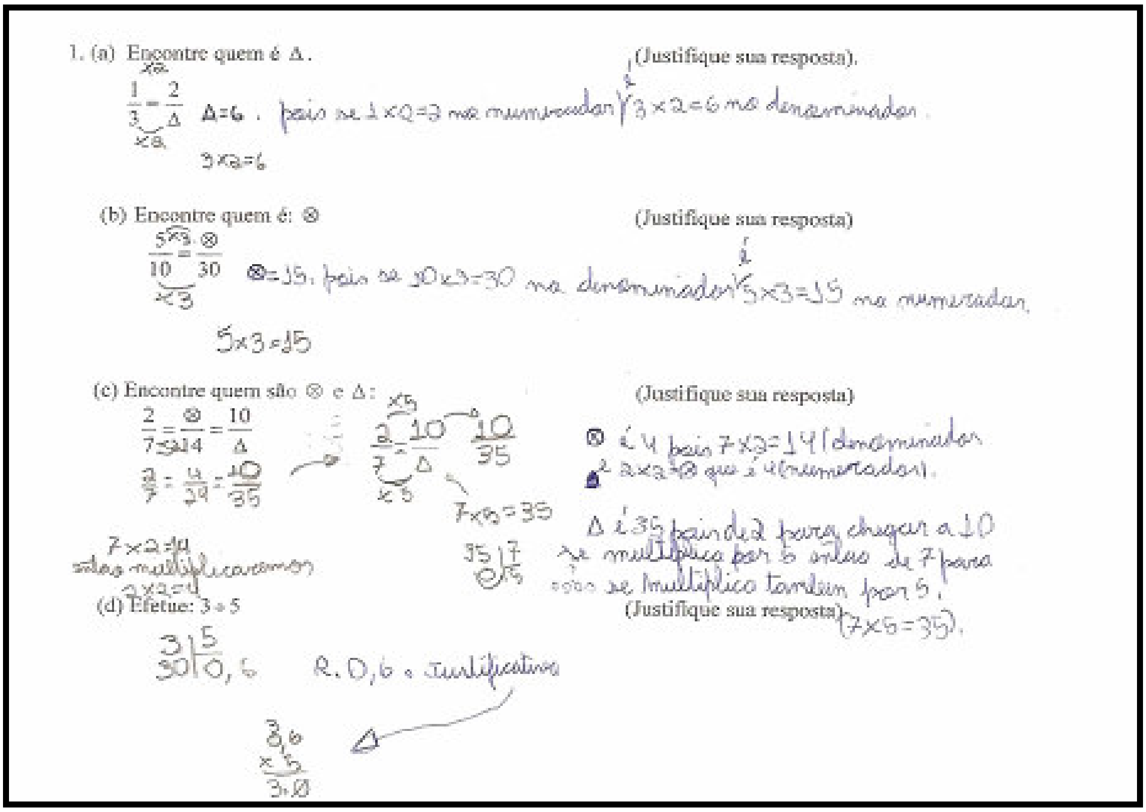
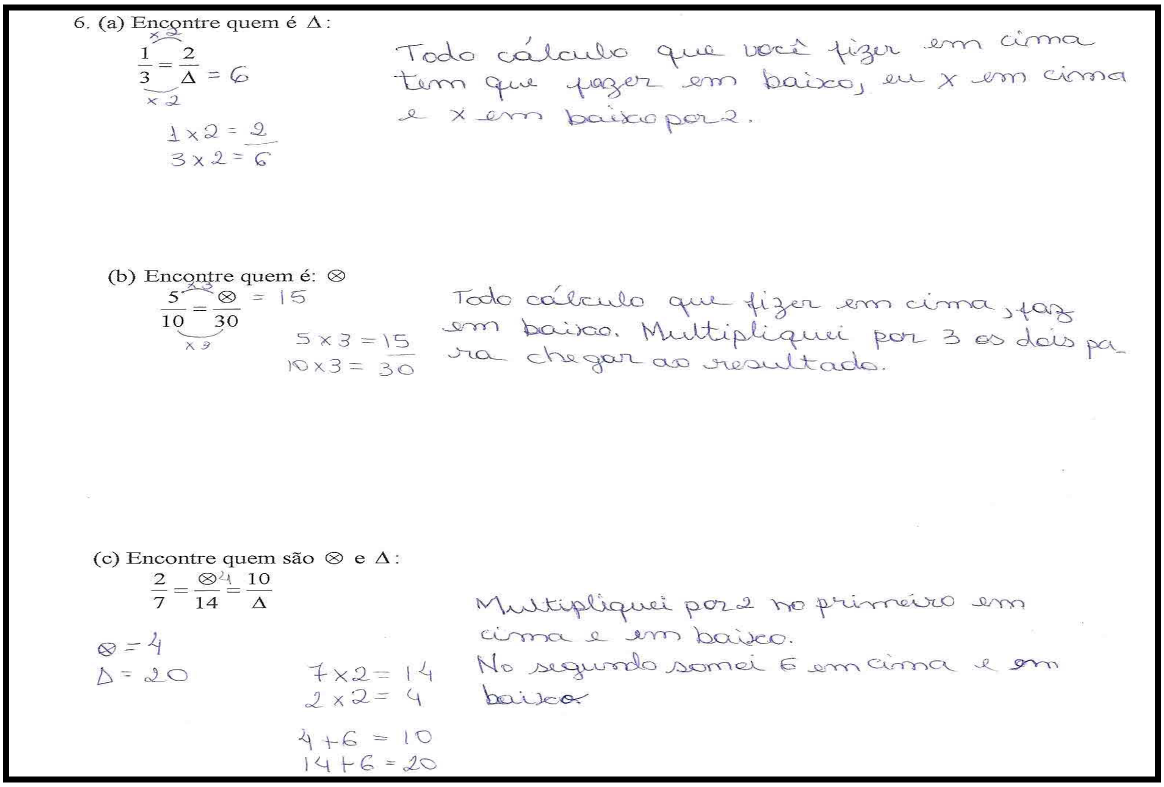


Figura 5.32 - 2º teste - EDUARDO (1)

Priscila: Neste 1º teste, Figura 5.33, verificamos que a aluna consegue resolver corretamente os dois primeiros itens. Entretanto, na 2ª etapa do item (c) não consegue concluir, confundindo o raciocínio multiplicativo com o raciocínio aditivo.



6. (a) Encontre quem é Δ:

$\frac{1}{3} = \frac{2}{\Delta} = 6$ ×2

Todo cálculo que você fizer em cima tem que fazer em baixo, eu x em cima e x em baixo por 2.

$1 \times 2 = 2$
$3 \times 2 = 6$

(b) Encontre quem é: $\otimes$

$\frac{5}{10} = \frac{\otimes}{30} = 15$ ×3

Todo cálculo que fizer em cima, faz em baixo. Multipliquei por 3 os dois para chegar ao resultado.

$5 \times 3 = 15$
$10 \times 3 = 30$

(c) Encontre quem são $\otimes$ e Δ:

$\frac{2}{7} = \frac{\otimes 4}{14} = \frac{10}{\Delta}$

Multipliquei por 2 no primeiro em cima e em baixo.
No segundo somei 6 em cima e em baixo

$\otimes = 4$
$\Delta = 20$

$7 \times 2 = 14$
$2 \times 2 = 4$

$4 + 6 = 10$
$14 + 6 = 20$

Figura 5. 33 - 1º teste - PRISCILA (6)

Na Figura 5.34, observamos no item (a) que a aluna passou a dominar com segurança o conceito de fração equivalente, utilizando também para justificar sua solução usando a forma icônica. Já no item (b), utilizou o conceito de metade, embora, também indique, neste mesmo item, o domínio do conceito fração equivalente. No item (c) tanto na 1ª etapa quanto na 2ª etapa utilizou cálculos e a forma icônica para justificar seu raciocínio.

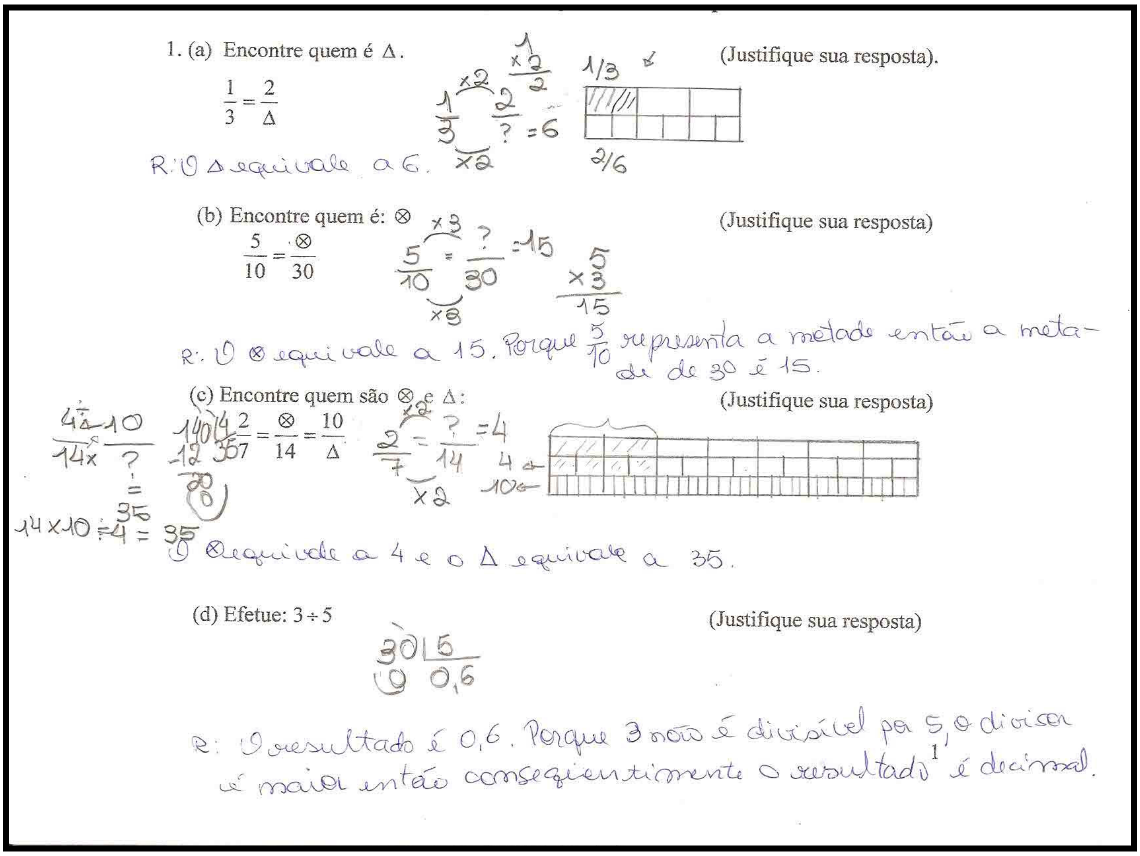


Figura 5. 34 - 2 º teste - PRISCILA (1)

Sintetizando, a análise comparativa do desempenho dos alunos no primeiro teste aplicado em 2006 e na sua repetição em 2007 permitiu perceber a evolução dos alunos na compreensão do conceito de fração como número. Verificou-se, claramente, o resultado dessa melhor compreensão na análise de situações concretas.