

## 4

### Procedimentos Didáticos Implementados e sua Evolução

Fizemos uma alteração na ordem do conteúdo programático respeitado pelas demais turmas da série, organizando os conteúdos de modo a colocar o ensino de frações em uma posição central. Começamos com a conceituação de fração na reta numérica, trabalhamos este conceito nas relações de equivalência e ordem e operações e finalmente desenvolvemos diferentes formulações para o mesmo conceito.

Os Quadros abaixo permitem visualizar as alterações efetuadas. O Quadro 4.1 mostra a ordem em que trabalhamos, na aplicação da nossa proposta. O Quadro 4.2 apresenta a organização seguida pelas outras turmas.

Quadro 4.1 – Conteúdos Programáticos da 6ª série (turma 604)

2006	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre
<b>Conteúdos</b>  <b>P R O G R A M Á T I C O S</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reta numérica: conceito de fração como unidade de medida;</li><li>• Unidade de medida associada à área de um quadrado unitário;</li><li>• Frações equivalentes e ordem;</li><li>• Porcentagem;</li><li>• Operações com frações: adição e subtração;</li><li>• Padrões numéricos;</li><li>• Números decimais e suas operações.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Medidas (instrumentos e unidades de medida, sistema métrico, medindo o tempo)</li><li>• Números relativos e suas operações;</li><li>• Proporcionalidade;</li><li>• Multiplicação e divisão de números fracionários;</li><li>• Usando letras;</li><li>• Equações.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Áreas e volumes;</li><li>• Geometria tridimensional.</li></ul>

Quadro 4.2 - Conteúdos programáticos da 6ª série (demais turmas)

2006	1º trimestre	2º trimestre	3º trimestre
<b>P R O G R A M Á T I C O S</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Números naturais;</li> <li>•Números decimais e frações;</li> <li>•Formas geométricas;</li> <li>•Medidas (instrumentos e unidades de medida, sistema métrico, medindo o tempo)</li> <li>• Proporcionalidade.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Números positivos e negativos e suas operações;</li> <li>•Construções geométricas;</li> <li>• Usando letras;</li> <li>• Equações;</li> <li>• Porcentagem.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Áreas e volumes;</li> <li>•Geometria tridimensional.</li> </ul>

O trabalho em sala de aula teve início em abril de 2006. O Colégio Pedro II havia passado por um longo período de greve no ano anterior, 2005<sup>1</sup>. No primeiro contato com a turma 604, em 07/04/2006, os alunos foram informados de que seria desenvolvido com eles um trabalho de pesquisa ao longo do ano. Logo após os esclarecimentos das dúvidas suscitadas, foi aplicado um teste diagnóstico, resolvido individualmente por cada aluno (Cf. Anexo1).

Este primeiro teste diagnóstico teve como objetivo identificar o que o aluno reteve da aprendizagem das séries anteriores sobre o conteúdo de frações. Dois aspectos foram considerados:

- O domínio do conceito e sua significação prática;
- A familiarização com os procedimentos envolvendo operações com frações.

O teste foi elaborado tomando por base o trabalho desenvolvido por Kathleen Hart no livro *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*. A análise dos resultados desse teste permitiu constatar que, embora o trabalho de Hart, publicado em 1981, tenha sido desenvolvido com crianças da Escola Secundária do Reino Unido no período de 1974-1979, os erros cometidos por eles se repetem com alunos no Brasil em 2006. As crianças dessa faixa etária continuam apresentando o mesmo tipo de erro. A análise das questões, adiante,

<sup>1</sup> A greve se estendeu de 29/08 a 01/12, reiniciando as aulas em 05/12 e terminado em 17/03/2006.

estabelece um paralelo entre os comentários em Hart (p. 66-81) e as dificuldades que os alunos revelam nesse teste.

Para a composição do teste, foram elaboradas questões sobre frações equivalentes, ordem de frações e operações de frações. O teste foi composto de seis questões, subdivididas em um total de nove itens. Cada questão está associada a pelo menos um aspecto conceitual ou a um aspecto procedimental. O primeiro tipo de associação, identificado aqui como conceitual ou teórico, ocorre quando a questão visa avaliar se um determinado elemento do conceito de fração é dominado pelo aluno. O segundo tipo, denominado como procedimental ou prático, visa identificar a presença de uma determinada atividade que pode ser usada para que o aluno adquira corretamente o conceito de fração ou para antecipar a introdução à Álgebra.

No primeiro caso, identificamos os elementos conceituais que, de acordo com a análise de Wu, devem ser enfatizados para que o conceito de fração seja corretamente adquirido e empregado de modo a ampliar a capacidade de abstração e generalização do aluno. Esta conceitualização consiste em que fração é um número e mede uma relação a uma unidade de medida.

No segundo caso, separamos três tipos de atividades que podem ser preferencialmente usadas na prática do ensino de frações para favorecer a realização dos objetivos de ensino do conceito de fração referidos acima: operações com frações, problemas com frações e notação de unidades de medida com letras.

Os resultados desse teste, e de sua replicação em 2007 (Cf. Anexo 2), estão descritos e analisados no capítulo 5.

Identificadas por meio do teste a situação dos alunos, o objetivo deste primeiro momento do trabalho foi que o aluno conseguisse reconhecer fração como número. Para tanto, foram desenvolvidas atividades trabalhando o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta.

Uma característica que merece atenção nesta apresentação de fração é que frações e números inteiros são tratados em pé de igualdade. Evita-se, deste modo, uma descontinuidade conceitual perturbadora para os alunos iniciantes. O caminho natural para que esta continuidade ocorra está na ênfase na noção de frações equivalentes e na ordem no conjunto de frações. Essas considerações estão fundamentadas nas pesquisas de Hart, (p.66), que verifica que a familiaridade com

esses tópicos de fração serve como facilitador para a compreensão de fração como número.

Na primeira aula depois do teste diagnóstico, em 10/04, segunda-feira, com o desempenho dos alunos no teste já avaliado e tabulado, relembramos o conjunto dos números naturais, representando-os na reta numérica. Algumas atividades foram desenvolvidas com os alunos em sala de aula já incluindo itens sobre frações. Outra coletânea de folhas avulsas foi entregue com problemas para serem resolvidos em casa. Deste modo, consecutivamente, durante as aulas que se seguiram fizemos a correção dos exercícios tendo sido trabalhada a introdução do conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta. Por não constar no livro texto, este conteúdo foi entregue, a cada aluno, em folhas avulsas e numeradas de 1 a 13, para que pudessem tê-lo documentado e guardado em suas pastas (Cf. Anexo 3).

Em nova leva de exercícios sobre o mesmo tema, a ênfase foi em questões relativas à identificação da unidade de medida. O não reconhecimento da unidade de medida em vários problemas sobre este conteúdo é um dos erros mais apontados por Kathleen Hart e Wu.

Estes exercícios foram resolvidos em dupla. Ao final destas aulas foi marcada uma nova avaliação, individual, para 12/05.

Nas duas aulas seguintes, começamos agora a desenvolver a noção de unidade de medida não apenas por meio da unidade na reta numérica, mas, também, empregando figuras geométricas, tais como o quadrado unitário, o círculo, etc.

O teste previsto para o dia 12/05 foi aplicado, com o comparecimento total dos alunos. Um dos objetivos era verificar se, após ter sido trabalhado o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta, o aluno conseguia reconhecer fração em medidas de área, usando como unidade a área do quadrado unitário. Este teste constou das sete questões descritas abaixo (Cf. Anexo 4). Análise detalhada das respostas dos alunos está desenvolvida no Capítulo 6.

**1ª questão:**

Responda:

Qual é maior: Um oitavo de três quintos ou um terço de oito quintos? Justifique.

Esta questão apresentou elevada taxa de respostas insatisfatórias. Sua dificuldade decorre, para o aluno que tenta resolver aplicando as regras operacionais, exigir que efetue o produto de fração por fração. Se o aluno segue a alternativa de fazer a representação na reta numérica, fortalece a compreensão da fração como número.

A 2ª questão trata diretamente de representação de fração na reta numérica:

**2ª questão:**

Represente na reta numérica e escreva na forma de número misto a fração  $\frac{459}{230}$ .

Ao contrário da questão anterior, esta apresentou alta taxa de acertos. Esta questão pode ser considerada fácil. Já havíamos trabalhado bastante, a esta altura, a representação da uma fração na reta numérica. Acertaram a questão integralmente 22 alunos (65%) e apenas 3 erraram (8,9%), os demais acertaram parcialmente esta questão.

**3ª questão:**

Eu estou lendo um livro que tem vários capítulos, todos com o mesmo número de páginas. Ao terminar um capítulo verifico que acabara de ler a página 246.

- a) Supondo que o capítulo que eu acabei de ler seja o sexto e que o livro tem 10 capítulos, quantas páginas teria o livro?
- b) Supondo que o livro tenha 492 páginas e 6 capítulos, quantos capítulos ainda não li?

A 3ª questão apresentou, também, um alto índice de acerto, que pode ser atribuído ao seu caráter concreto, que facilita a identificação da unidade de medida. O item (a) apresentou um percentual de acerto de 67,65% enquanto, no item (b), o percentual de acerto foi de 70,59%.

**4ª questão:**

Helena está a  $\frac{3}{4}$  do caminho de casa para a escola depois de ter andado  $2\frac{2}{5}$  milhas.

- a) Qual a distância, em milhas, entre sua casa e a escola?
- b) Se uma milha são 1600 metros, quantos metros Helena ainda tem de caminhar, do ponto em que está até a escola?

Já na 4ª questão o índice de acerto não foi satisfatório. Os itens (a) e (b) apresentaram o mesmo percentual de acerto, de apenas 26,47%. Esta questão

apresenta dificuldade tanto para o aluno que tenta uma abordagem conceitual quanto para aquele que recorre ao domínio dos recursos operacionais.

**5ª questão:**

Maria e João saem de casa com dinheiro no bolso. Maria gasta a terça parte do que leva e João gasta metade do que leva. Pode acontecer de João voltar para casa com mais dinheiro que Maria? Se a sua resposta é afirmativa, determine precisamente em que casos isso pode acontecer.

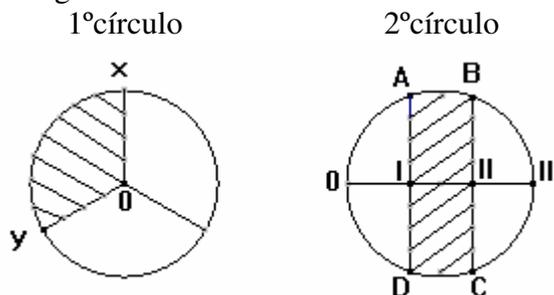
A 5ª questão teve como objetivo verificar se o aluno consegue perceber a necessidade de identificar a unidade para resolver o problema. Esta questão já fizera parte do teste diagnóstico inicial. Neste teste, aumentamos seu grau de dificuldade em relação àquele teste. Agora o aluno deveria procurar determinar os casos em que o fato poderia acontecer.

A maioria dos alunos conseguiu responder corretamente, inclusive explicando, por meio de exemplos numéricos, o porquê de João poder voltar para casa com mais dinheiro que Maria. A dificuldade ficou por conta de determinar o limite entre as quantias de Maria e João em que esta situação ocorreria.

A 6ª questão foi adaptada do trabalho de Wu (2002, p.19, 20). Ele cita que a mesma foi aplicada em um teste de psicologia, onde o autor menciona a dificuldade que as pessoas têm em reconhecer se as figuras estão ou não divididas em três partes iguais. No nosso teste, apenas dois alunos conseguiram comparar corretamente e visualizar que a primeira figura estava dividida em três partes iguais, enquanto que a segunda figura não está dividida em três partes iguais.

**6ª questão:**

Os dois círculos abaixo têm a mesma área. Os ângulos XOY, YOZ e ZOX são iguais. Também são iguais os segmentos de O a I, de I a II e de II a III. Como você compara a seção hachurada XOY do primeiro círculo com a seção hachurada ABCD do segundo?

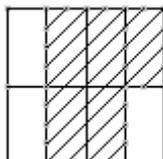


Outra questão que merece destaque é a sétima. Passamos a trabalhar fração agora considerando como unidade de medida o quadrado unitário. Esta questão

apresenta um grau de dificuldade elevado. Os alunos neste início do ano ainda não se tinham habituado a atribuir à devida importância à identificação da unidade de medida. O percentual de acerto do item (a) foi de 44% e o do item (b) de 18%.

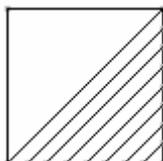
**7ª questão:**

Suponha que a unidade 1 agora é a área da região hachurada da figura.



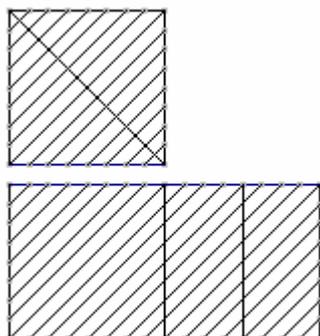
Escreva as frações abaixo representando a área hachurada de cada figura, levando em conta a unidade acima e, dê uma breve explicação de sua resposta.<sup>2</sup>

(a) figura (1)



Resposta:

(b) figura (2)



Resposta:

Na aula imediatamente a seguir, em 15/05, encorajamos os alunos a copiarem no “caderninho da pesquisa”, cada questão e sua resolução, mesmo que tivessem acertado.

Em 22/05 iniciamos o trabalho com o capítulo 3 do livro, que tratava de padrões numéricos (p.46). Para desenvolvermos este capítulo usamos como

<sup>2</sup> Fonte: Chaper 2: Fractios. H.Wu, 2002, p.18.

estratégia leitura do texto, apresentação no quadro, e, paralelamente, contamos com a participação dos alunos que faziam o fechamento de varias idéias que o texto sugeria. O tema recorria a conteúdos desenvolvidos em séries anteriores, como seqüências de números inteiros, múltiplos e divisores. Em seguida formamos duplas para resolverem uma bateria de exercícios que o livro contém (p.46-60). Para casa foram propostos exercícios do mesmo capítulo.

Optei por oferecer uma bateria maior de exercícios para casa, porque havia sido anunciada uma greve que efetivamente aconteceu, só se retornando em 3 de julho.

Durante o período de greve preparamos uma coletânea de folhas extras para que os alunos trabalhassem com padrões numéricos. Somente parte da turma compareceu para receber o material.

Durante este período foram entregues listas de exercícios de revisão (Cf. Anexo 5).

- a) 1ªlista-05/06/2006: “Pensando em seqüências”;
- b) 2ªlista-12/06/2006: Padrões numéricos; número composto e decomposição em fatores primos;
- c) 3ªlista-30/06/2006: padrões numéricos e seqüências usando figuras geométricas.

A Secretaria de Ensino, órgão que coordena todo o processo de ensino-aprendizagem das Unidades Escolares do Colégio sugeriu aos professores que a primeira semana de volta às aulas, isto é, de 3 a 7 de julho de 2006 fosse um período de revisão. Assim sendo, após o retorno, optei por uma revisão de frações.

Nas aulas subseqüentes trabalhamos números decimais. Para este desenvolvimento, utilizamos o conceito de fração e o princípio posicional do sistema de numeração. Procuramos integrar o conteúdo de números decimais às suas aplicações tais como aos sistemas de medidas de comprimento, áreas e capacidade. Aproveitamos, também, para trabalhar porcentagens ligadas ao cotidiano dos alunos.

Uma das nossas preocupações nesta pesquisa era incentivar a descoberta e a discussão entre os alunos para chegarem naturalmente às devidas conclusões. Para complementar o nosso objetivo foi entregue aos alunos nova coletânea de folhas avulsas (Cf. Anexo 6). Além de utilizar o livro texto (p.63-94), nos apoiamos também no livro para-didático “Números - Linguagem Universal”, do Projeto

Fundão. Este livro tem como objetivo, entre outros, ajudar o professor a identificar os inúmeros problemas que as crianças enfrentam ao trabalhar inicialmente com números naturais e as quatro operações, também com frações e decimais.

Nas duas semanas subseqüentes continuamos a desenvolver o conteúdo de números decimais. Nova bateria de exercícios foi oferecida além dos contidos no livro texto.

Faz parte do sistema de avaliação da Unidade Escolar Centro uma semana de provas por trimestre. Todas as aulas são suspensas e duas provas ocorrem por dia. A prova de Matemática da 1ª certificação foi realizada em 21/07 (Cf. Anexo 7).

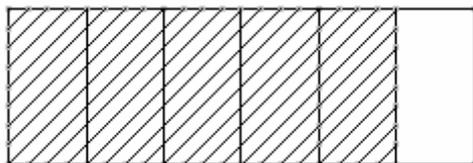
O conteúdo estabelecido para esta avaliação foi: a) frações na reta numérica; unidade de medida levando em conta o quadrado unitário; b) números decimais e sistema de medida de comprimento, áreas e capacidade; c) padrões numéricos e o conjunto dos números inteiros.

Esta prova, desenvolvida em duas aulas de 45 min cada, foi elaborada com sete questões e 16 itens. Continha também um desafio não obrigatório, porém, computado como ponto extra, cujo objetivo é estimular o raciocínio mental.

Dentre as questões elaboradas para a prova de 21/07 podemos destacar a 1ª questão, adaptada do trabalho de Wu<sup>3</sup>, em que trabalhamos com:

- a) Fração equivalente considerando como unidade de medida o quadrado unitário, fazendo correspondência com a reta numérica.
- b) Representação da fração na reta numérica.

**1ª questão:**



a) Sem fazer cálculos, somente utilizando a figura acima, mostre que  $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$  são frações equivalentes. Indique sua posição na reta numérica.

<sup>3</sup> Esta questão foi retirada do capítulo 2 do livro *Fractios*. H.Wu, 2002, p.29.

b) Agora, somente usando a reta numérica, represente a fração abaixo, sem precisar repartir a unidade em 195 partes iguais:  $\frac{52}{195}$ .

A taxa de acerto nesta questão ficou em torno de 62 %. Comparando com a 7ª questão do 1º teste individual de 12/05, elaborada com o mesmo objetivo, isto é, considerando o quadrado unitário como unidade de medida, pode-se observar que a maioria da turma conseguiu, neste momento, lidar com uma unidade de medida não usual.

Outra questão importante foi a 3ª questão.

**3ª questão:**

- a) Paula mora em um quarteirão quadrado cuja área é de 10 000 m<sup>2</sup>.  
- Quanto mede um lado do quarteirão?  
- Paula costuma dar 5 voltas por dia nesse quarteirão. Quanto ela anda por dia? E nos cinco dias úteis de uma semana?
- b) Com 48 ripas e meia de madeira, cobre-se exatamente o rodapé de uma sala de 38,8m de perímetro. Qual a medida de cada ripa usada?<sup>4</sup>

A 3ª questão teve como objetivo, no primeiro item, empregar unidade de área e no segundo item tratar de medida de comprimento envolvendo números decimais. Este problema, envolvendo números decimais e divisão, provocou um desempenho insatisfatório.

Tanto a 4ª questão quanto a 5ª questão tiveram como objetivo trabalhar padrões numéricos e generalizações (BOOTH, 1984, p. 26), como preparação para a descoberta de “termo desconhecido” (raciocínio abstrato)<sup>5</sup>.

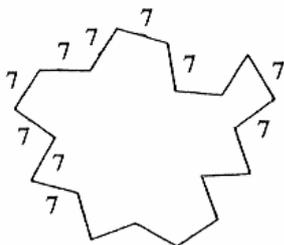
---

<sup>4</sup> Esta questão foi retirada do livro Números: Linguagem Universal. Instituto de Matemática/UFRJ - Projeto Fundão. Coordenação de Vânia Maria P. dos Santos & Jovana Ferreira de Rezende, 1996—exercício 4, p.106.

<sup>5</sup> Esta questão foi retirada do livro de Lesley R.Booth, Álgebra: Children’s Strategies and Errors, 1984, p.98.

**4ª questão:**

a) O que você pode escrever a respeito do perímetro das figuras abaixo:

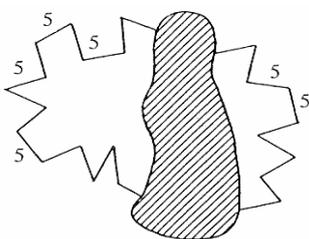


Todos os lados têm comprimento 7.

Há ao todo 19 lados.

Resposta:

b) Agora parte da figura abaixo está escondida.



Todos os lados têm comprimento 5.

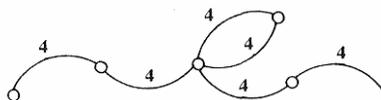
Há ao todo n lados.

Resposta:

A seguir temos a 5ª questão, que teve os mesmos objetivos:

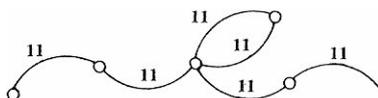
**5ª questão:**

a) Uma espaçonave viaja em “estágios” os quais têm todos a mesma distância.



Se cada “estágio” tem quatro anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre a distância percorrida pela nave em 97 estágios? (ano luz: unidade de distância que equivale à distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano, à razão de aproximadamente 300 000 km por segundo.)

b) Se cada estágio tem 11 anos-luz de comprimento, o que você poderia escrever sobre distância percorrida pela nave em y “estágios”?<sup>6</sup>



<sup>6</sup> Esta questão foi retirada do livro de Lesley R. Booth : Álgebra: Children´s Strategies and Errors , 1984, p.98.

A 7ª questão trabalhou com unidade de capacidade, envolvendo operações com números decimais.

**7ª questão:**

Num restaurante são gastas 40 latas de óleo com 0,6 litros cada uma mensalmente. Quantos litros de óleo são gastos por mês nesse restaurante? Se o dono quiser comprar esse óleo em latas de 4,5 litros, quantas latas deverá comprar no primeiro mês? Nesse caso, quantos litros sobrarão a cada mês? Ele precisará comprar, todo mês, a mesma quantidade de latas de 4,5 litros? Justifique sua resposta<sup>7</sup>.

No período seguinte, iniciamos uma revisão levando em conta as dificuldades encontradas na prova anterior. Ainda por conta de dúvidas existentes na turma resolvemos fazer uma revisão em pontos que entendemos representarem dificuldade para os alunos. Aplicamos ainda um teste em dupla, computado para a 1ª certificação, cujo conteúdo se referia a números decimais e suas operações. Na aula seguinte efetuamos a correção do mesmo.

Em função do Conselho de Classe (COC), as aulas regulares neste período foram suspensas.

De 11/08 a 18/08 ocorreu o período de recuperação, Nessas aulas destinadas ao apoio desenvolvemos a seguinte estratégia:

- Os alunos com notas inferiores a cinco ( $M_{1^{\circ}Certif} < 5,0$ ) receberam aulas extras do professor-pesquisador. Foram refeitos os testes anteriores e distribuídas folhas complementares com os conteúdos desenvolvidos até a primeira certificação.
- Os alunos com média superior ou igual a sete ( $M_{dl^{\circ}c} \geq 7,0$ ) na 1ª certificação foram convidados a serem monitores dos alunos com média superior ou igual a cinco e inferior a sete ( $5,0 \leq M_{dl^{\circ}c} < 7,0$ ) para ajudá-los nos conteúdos de frações e números decimais. Mesmo não sendo obrigatório este apoio para alunos com média superior a cinco e inferior a sete muitos deles quiseram participar do estudo. O grupo de alunos mais fracos, isto é, com média inferior a cinco ficou sob a responsabilidade da professora regente. Trabalharam com as folhas suplementares preparadas para os alunos em recuperação.
- Ao final do período da 2ª certificação, estes alunos-monitores receberam como “pagamento” deste auxílio um acréscimo de 10% a sua média nesta

certificação. Deste modo, ao mesmo tempo em que estávamos desenvolvendo a solidariedade em relação ao colega, estávamos também introduzindo o conceito de porcentagem ligado ao dia-a dia do aluno de forma natural.

A prova de recuperação ocorreu no fim de agosto. Na aula de 11/08 introduzimos formalmente o conteúdo de “Medidas”, fazendo um acompanhamento paralelo com o livro texto (p. 78-94, capítulo 3).

Em aulas subseqüentes demos continuidade ao conteúdo de medidas utilizando os exercícios propostos no livro texto (p.78-94) e complementado com exercícios em folhas avulsas. Nestes exercícios trabalhamos com unidades de medida de comprimento, unidades mais comuns de medida de massa, unidades de medida de tempo.

Após essas aulas, marcamos um novo teste em dupla, contemplando os seguintes conteúdos: números decimais, destacando o conceito de fração e o princípio posicional do sistema decimal de numeração; integração de números decimais a sistemas de medida de tempo, comprimento, área e capacidade; padrões numéricos ligados a frações, números decimais e sistemas de medida.

Este teste foi composto de 14 questões e 35 itens. Os resultados mostraram um bom desempenho dos alunos: 3 (8,8%) notas menores que 5; 14 (41,2%) notas maiores ou iguais a 5 e menores que 7 e 17 (50%) notas iguais ou superiores a 7.

Na 29ª aula, em 01/09, o estagiário da UFRJ dirigiu a execução de um trabalho em dupla pelos alunos, contendo exercícios de revisão preparada por nós, já que não estaríamos presentes. O conteúdo da lista envolveu números decimais, integrando-os com sistema de medidas de comprimento, áreas e capacidade; porcentagem a partir de exemplos em jornais e revistas; proporcionalidade direta e inversa. Esse trabalho constou de 14 questões e 30 itens que reviam questões envolvendo os conteúdos do teste em dupla anterior por se tratarem assuntos que representam pontos de estrangulamento no processo de aprendizagem dos alunos.

Após fazermos a correção dos problemas tanto do teste de 28/08 como da lista de exercícios de 01/09, foram entregues os gabaritos para cada aluno da turma da pesquisa para servirem como mais uma fonte de material de estudo.

Em 04/09 introduzimos os números inteiros, positivos e negativos, na reta numérica, aproveitando o conhecimento desenvolvido com os números naturais na

---

<sup>7</sup> Esta questão foi retirada do livro Números: Linguagem Universal, do Projeto Fundação. 1996,

reta numérica. O livro texto foi utilizado como suporte de tal forma que os exercícios e exemplos do cotidiano serviram para facilitar a compreensão dos alunos nesse conteúdo.

Nas aulas seguintes fizemos a correção dos exercícios propostos, intensificando o que já havia sido feito anteriormente com os números naturais em relação à representação desses números na reta numérica.

Dando continuidade ao desenvolvimento desse conteúdo trabalhamos ordem entre os números inteiros, adição e suas propriedades utilizando a reta numérica. Nova bateria de exercícios foi proposta. Nas aulas que precederam a prova trimestral, trabalhamos com a turma dividida em duplas, aulas de monitoria procurando solidificar o conteúdo que estava sendo ministrado.

A prova de matemática correspondente à 2ª certificação ocorreu em 22/09 (Cf. Anexo 8). Foi elaborada contendo números decimais, integrando-os às aplicações nos sistemas de medida de comprimento, área, massa e capacidade. Foram elaboradas 16 questões e 61 itens. Os alunos tiveram um bom desempenho nesta avaliação. Tivemos como resultados: 5 (14,8%) notas menores que 5; 6 (17,6%) notas maiores ou iguais a 5 e menores que 7 e 23 (67,6%) notas iguais ou superiores a 7.

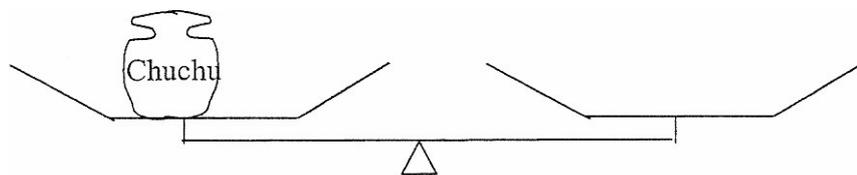
A 1ª questão foi composta de 4 itens. Trabalhamos com a unidade de massa onde o aluno deveria trabalhar com “balança de pratos” estimando o “peso” de cada mercadoria comprada<sup>8</sup>. O principal objetivo desta questão era dar continuidade à preparação para a resolução de equações, desenvolvendo a “idéia de equilíbrio”.

<b>1ª questão:</b>	
Dona Lourdes é feirante e todo sábado vai ao Mercado de Madureira comprar as mercadorias para vender e pede para entregar em sua barraca. Eis a cópia da lista do sábado passado.	
<b>Mercadoria</b>	<b>Peso</b>
Chuchu	5 kg
Cenoura	10 kg
Cebola	12 kg
Pimentão	4 kg
Aipim	15 kg
Batata	

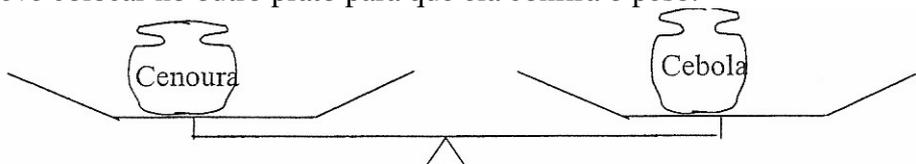
exercício 7, p.109.

<sup>8</sup> Questão extraída do Material didático apresentado na oficina oferecida pela Equipe do Projeto Fundão: “Álgebra na Escola Básica: Significado? Mecanização?”, no 4º Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro (4º EEMAT, 2006).

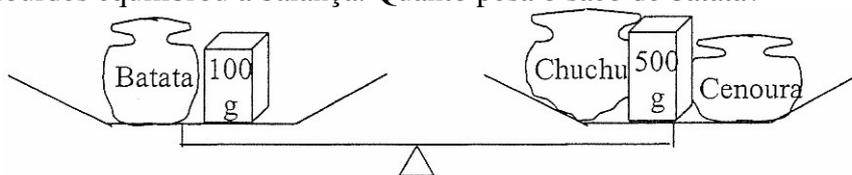
Quando a mercadoria chega, ela precisa conferir os pesos. Ela possui vários pesos de diferentes valores: 5 pesos de 2 kg, 2 pesos de 1 kg, 4 pesos de 500g e 3 pesos de 100g.



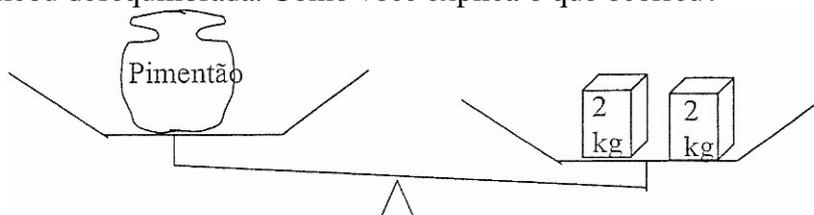
a) Ela colocou o saco de chuchu num dos pratos da balança. Indique os pesos que ela deve colocar no outro prato para que ela confira o peso.



b) Para agilizar o trabalho ela resolveu colocar mercadorias nos dois pratos. Com que pesos ela deve completar os pratos para equilibrar a balança? Isto basta para ela conferir os pesos das mercadorias compradas?



d) Quando Dona Lourdes foi conferir o peso do pimentão, ela observou que a balança ficou desequilibrada. Como você explica o que ocorreu?



PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0410356/CA

Na 2ª questão trabalhamos com a unidade de medida de superfície, operações envolvendo decimais que culminavam com o cálculo do preço de cada mercadoria adquirida.

**2ª questão:**

Rafael está fazendo uma reforma em sua casa. Para isso, comprou material de construção. Porém, a nota fiscal molhou com a chuva e ele quer recuperar o que ficou apagado.

<b>Soares</b>		<b>MATERIAIS PARA CONSTRUÇÃO</b>	
MERCADORIA	PREÇO UNITÁRIO	VALOR	
3 sacos de cimento	R\$ 21,20	R\$ 	
20 m <sup>2</sup> de piso	R\$ 	R\$ 218,00	
 Latas de tinta	R\$ 108,70	R\$ 434,80	
TOTAL		R\$ 	

Complete a nota com os valores que faltam e depois responda de quanto foi o troco, se o pagamento dessa compra foi feito com R\$ 800,00.

Na 3ª questão trabalhamos novamente unidade de medida de massa.

Nas questões 4, 5 e 6 trabalhamos com operações de números decimais, enquanto a 7ª questão envolveu porcentagem.

**7ª questão:**

A venda de um mesmo tipo de fogão está sendo anunciada em duas lojas:

Em qual das duas lojas esse fogão sai mais barato?

a) De quanto foi a diferença, em reais, de uma loja para a outra?

**A Barateira**

Compre seu fogão com  
**13%** de desconto  
Fogão: R\$ 400,00

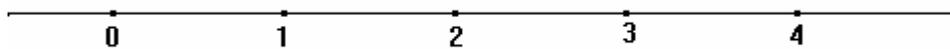
  
**O Baratão**

Fogões com **10%** de desconto.  
Compre já!!!!

A 8ª questão foi elaborada com o objetivo de fazer o aluno representar na reta numérica números decimais e números fracionários.

**8ª questão:**

Observe a reta numerada:



Marque:

A – se o número estiver entre 0 e 1

B – se o número estiver entre 1 e 2

C – se o número estiver entre 2 e 3

D – se o número estiver entre 3 e 4

E – se o número for maior que 4

- |                       |           |                        |                      |                    |
|-----------------------|-----------|------------------------|----------------------|--------------------|
| ( ) 0,5               | ( ) 0,25  | ( ) 4,095              | ( ) $\frac{9}{3}$    | ( ) $\frac{1}{2}$  |
| ( ) 1,38              | ( ) 3,02  | ( ) 3,1                | ( ) $\frac{5}{10}$   | ( ) $\frac{3}{4}$  |
| ( ) $\frac{97}{1000}$ | ( ) 0,987 | ( ) $\frac{4095}{100}$ | ( ) $\frac{789}{10}$ | ( ) $\frac{21}{6}$ |

A 9ª questão trabalhou com unidade de medida de temperatura enquanto a 10ª questão com unidade de medida de capacidade. A 11ª e a 16ª questões trabalharam respectivamente com unidades de massa e capacidade. Por sua vez da 12ª a 15ª questões trabalhamos com números inteiros positivos e negativos.

Ao final da semana de provas fizemos a correção da prova trimestral e a seguir continuamos trabalhando as operações com números inteiros. Nova bateria de exercícios foi oferecida.

A seguir, introduzimos o conceito de proporcionalidade, utilizando grandezas direta e inversamente proporcionais. Utilizamos como suporte o livro texto (p.117-131). Retornamos à porcentagem, utilizando frações equivalentes e a sua representação decimal.

Nas aulas seguintes prosseguimos com o estudo da noção de proporcionalidade fazendo a correção dos deveres. Com a “Semana da Cultura”. tivemos uma pequena suspensão das aulas.

Ao retornarmos às aulas regulares, trabalhamos com as operações de multiplicação e divisão de números inteiros, além de uma nova bateria de exercícios do livro texto. (p.173-185). Mais uma vez aproveitando a reta numérica, desenvolvemos as operações de multiplicação e divisão de números

inteiros usando a orientação à direita do zero e à esquerda do zero na reta numérica facilitando a compreensão dessas operações.

Em 27 de outubro foi ministrada a prova de recuperação, como sempre em turno oposto às aulas regulares.

Em 30/10, aplicamos um teste individual com consulta da pasta, elaborado com 15 questões e 77 itens, visando à avaliação da aprendizagem dos seguintes conteúdos: problemas e exercícios envolvendo o conceito de proporcionalidade direta e inversa, grandezas diretas e inversamente proporcionais, porcentagem. Complementamos as questões do teste com um desafio, tendo, mais uma vez, o objetivo de desenvolver o raciocínio lógico (Cf. Anexo 9). Tivemos, como resultado final dessa avaliação, 14 notas (44%)  $\geq 7,0$ , 10 notas (31%) entre 5,0 e 7,0 e 8 notas  $< 5,0$ .

A 1ª questão trabalhou proporcionalidade, com o objetivo de verificar se o aluno compreendia se as grandezas comparadas eram proporcionais ou não, como vemos abaixo:

**1ª questão<sup>9</sup>:**

As tabelas abaixo apresentam preços de dois estacionamentos de carros localizados em lugares diferentes: Complete os espaços que estão apagados na tabela.

Shopping Sol		Shopping Lua	
Tempo	Preço (R\$)	Tempo	Preço (R\$)
1 hora	2,00	1 hora	2,00
2 horas	4,00	2 horas	4,50
3 horas	6,00	3 horas	7,00
4 horas	8,00	4 horas	
5 horas		5 horas	
6 horas		6 horas	



<sup>9</sup> Extraída do livro: “Matemática na vida e na escola”, 6ª série. Ana Lúcia Bordeaux, et al. Editora do Brasil, 1999.

- a) No estacionamento do Shopping Sol, quando o tempo de permanência dobra, o preço também dobra? E quando triplica?
- b) E no Shopping Lua, isso também acontece?
- c) Se um colega seu tivesse contado a você que pagou R\$8,00 para estacionar durante 4h no Shopping Sol, você saberia o preço de uma hora nesse estacionamento?
- d) E se você soubesse apenas o preço pelo período de três horas no Shopping Lua, poderia saber o preço de uma hora?
- e) Em qual desses estacionamentos o preço total a pagar e o tempo de estacionamento são proporcionais? Justifique sua resposta.

Uma das colunas a ser completada envolvia proporcionalidade. Se o número de horas dobrasse, a quantia a ser paga também dobrava. Se o número de horas triplicava, a quantia também triplicava. E assim por diante (raciocínio multiplicativo). Em uma outra coluna a ser completada, a quantia a ser paga aumentava de certa quantidade fixa (raciocínio aditivo).

Os alunos obtiveram bom desempenho nesta questão, o que indicou um bom entendimento no conceito de proporcionalidade.

A 2ª e 3ª questões trabalharam o conceito de escala. A 2ª questão item (a) apresentou 24 acertos em 32 enquanto o item (b) apresentou 18 acertos em 32. A 3ª questão o desempenho do item (a) foi de 18 em 32 e a do item (b) 10 em 32.

A 4ª e 5ª questões trabalharam o conceito de grandezas diretamente proporcionais.

**4ª questão:**

- a) Dona Maria está vendendo na feira saquinhos com 3 maçãs ao preço de R\$ 5,00. Antonio é dono de uma confeitaria e vai precisar de 36 maçãs para fazer algumas tortas. Quanto Antonio vai gastar com dona Maria para comprar as maçãs que necessita? Nessa atividade por que não é conveniente achar o preço de cada maçã e depois o valor de 36? Justifique sua resposta.
- b) Felipe queria economizar gasolina. Para isso, ele anotou quantos litros colocava no carro e o preço que pagava em dezembro de 2001. Examine a tabela e responda:

Gasolina (em l)	Preço (em R\$)
8	14,40
16	28,80
32	57,60
48	36,00

1. É possível, fazendo cálculos, prever o preço que pagaria por 48 l de gasolina? Em caso afirmativo calcule esse valor.
2. É possível, fazendo cálculos, prever quantos litros de gasolina ele colocaria com R\$ 36,00? Em caso afirmativo, calcule o número de litros.
3. Qual o preço de 80 l ?
4. Quantos litros poderia comprar com a metade desse valor?
5. Essas duas grandezas são ditas grandezas.....<sup>10</sup>

<sup>10</sup> Extraído do livro Extraído do livro texto: "Matemática é tudo". Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 6ªsérie, p.232, 2002.

**5ª questão:**

Sr. José dono da Padaria Pão Quente, anotou a quantidade de filões pequenos produzidos em função da quantidade de farinha de trigo gasta por ele. Examine a tabela e responda às perguntas:



Quantidade de farinha de trigo (em kg)	25	50	12,5	100	
Quantidade de filões	600	1 200	300		1 800

- a) É possível prever quantos filões pequenos serão fabricados com 100 kg de farinha? Explique e calcule.
- b) É possível prever quantos quilogramas de farinha de trigo serão necessários para fabricar 1800 filões pequenos?
- c) Podemos concluir que essas grandezas são diretamente proporcionais?<sup>11</sup>

Tanto na 4ª quanto na 5ª questão, o desempenho dos alunos foi bastante satisfatório. Já a 6ª questão, que trabalhou com unidade de superfície envolvendo comparação de material de construção, não suscitou um bom desempenho. Mais uma vez se apresenta a dificuldade em trabalhar com operações com decimais.

**6ª questão:**

Alfredo colocou lajotas no piso de seu banheiro, que mede 3m por 3m, e gastou R\$ 30,00. Agora ele quer colocar o mesmo tipo de lajota na cozinha, que mede 4,5m por 4m. Quanto Alfredo vai gastar na compra das lajotas?

Na 7ª questão o aluno tinha que identificar se havia compreendido se as grandezas envolvidas eram ou não proporcionais. O desempenho nesta questão foi muito bom. Tivemos apenas três alunos errando esta questão.

<sup>11</sup> Extraído do livro texto: "Matemática é tudo". Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 6ªsérie, p.232, 2002.

**7ª questão:**

Veja ao lado que bela promoção Cíntia viu no mercado.



Número de sabonetes	1	2		4	5
Preço (em R\$)	0,89		2,67		

Complete a tabela abaixo e responda a questão:

Nessa situação, o preço a pagar é diretamente proporcional à quantidade de sabonetes? Explique.<sup>12</sup>

A 8ª questão trabalhou o conceito de proporção, além de identificar o fator de proporcionalidade entre os resultados da tabela. A taxa de acerto entre os dois itens foi de regular para bom.

**8ª questão:**

A indústria onde Júlia trabalha pretende oferecer aulas de ginástica para diminuir a tensão de seus funcionários. Como as aulas serão dadas de acordo com a faixa de idade, a empresa fez uma pesquisa para saber quantos empregados tinham mais de 40 anos. Chegou aos seguintes resultados:

**Dois em cada 15 operários da fábrica têm mais de 40 anos de idade.**

**Nessa proporção, haverá: 4 em 30, 6 em 45 e assim por diante.**

Complete a tabela com base nesta situação:

Número de operários com mais de 40 anos	2	4	6		12	
Número total de operários	15	30	45	150		

<sup>12</sup> Extraído do livro texto: "Matemática é tudo". Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 6ª série, p.234,2002.

- a) Agora escreva e simplifique as frações formadas pelos valores correspondentes, obedecendo sempre a mesma posição: por exemplo:  $\frac{2}{15}$ , **que é chamado de fator de proporcionalidade ou razão. Podemos também representar  $\frac{2}{15}$  por 2:15**
- b) O que você observou em relação aos resultados encontrados?<sup>13</sup>

Da 9ª à 14ª questões continuamos a trabalhar com proporção e regra de três. A média de acertos da turma em relação a essas questões apresentou-se elevada, com exceção da 13ª questão, cujo resultado não foi satisfatório.

**13ª questão:**

Resolva:

- a) Em um relógio, enquanto o ponteiro das horas faz um giro de 30°, o dos minutos gira 360°. Qual é o giro do ponteiro das horas quando o ponteiro dos minutos gira 60°?
- b) Para a festa junina, um grupo de 15 crianças fez certo número de bandeirinhas em 6 horas. Em quantas horas um grupo de 20 crianças, trabalhando no mesmo ritmo, faria a mesma quantidade de bandeirinhas?

Na 15ª questão trabalhamos com operações de números inteiros. Neste caso, a maioria da turma apresentou resultado satisfatório.

Na aula seguinte, fizemos a correção do teste e iniciamos o capítulo 11 do livro texto (p.189-201) que se refere a “Usando letras em matemática”.

A partir de então, trabalhamos figuras planas e tridimensionais. O livro texto também foi utilizado para trabalharmos com áreas e volumes (p.204-219). Como aplicação de áreas com figuras planas, também seguindo a seqüência do livro texto, trabalhamos com o Tangram, onde aparecem polígonos como triângulos retângulos, isósceles. Outra forma geométrica que também aparece e de grande importância é o quadrilátero, onde é possível identificar vários tipos como o quadrado, retângulo, o losango, enfim os paralelogramos de um modo geral, definindo a partir daí as suas respectivas propriedades. Logo a seguir trabalhamos

---

<sup>13</sup> Extraído do livro texto: “Matemática é tudo”. Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 6ª série, p.236, 2002.

com sólidos geométricos como o cubo e blocos retangulares. Além desses sólidos, que ajudam na visualização, foi oferecida uma série de exercícios.

A seguir trabalhamos com letras para achar números (termos) desconhecidos. Aplicamos uma bateria de exercícios, seguindo, mais uma vez, o livro texto (p.223-230). Quando iniciamos a resolução de equações, seguimos também a orientação do livro texto (p.230-238) e listas elaboradas em folhas avulsas seguindo a apostila do Projeto Fundão: “Álgebra na Escola Básica: Significado? Mecanização?”<sup>14</sup>

Seguindo os trabalhos, propusemos uma lista de exercícios em sala de aula resolvidos em duplas, abordando os seguintes conteúdos: porcentagem, operação com decimais, potências e equação. O objetivo era que, ao discutirem suas dúvidas com seus pares, pudessem, entre eles, dirimi-las ou minimizá-las.

Seguiu-se uma aula dupla extra para esclarecimentos gerais de dúvidas que ainda pudessem ter persistido após as aulas anteriores.

Em final de novembro, completando a série de avaliações antes da prova institucional (prova única por Unidade Escolar), aplicamos um teste individual contemplando somente o conteúdo de equações. Este teste era composto de 10 equações e um desafio. Dessa vez o desafio envolvia o conteúdo de equações sob a forma de quadrado mágico. Culminando o período regular de aulas do ano letivo, fizemos a correção desse teste. Como resultado, tivemos 24 notas superiores ou iguais a cinco (5,0), sendo que 14 maiores ou iguais a sete (7,0) e 9 notas inferiores a cinco (5,0).

Em 1º de dezembro de 2006, foi realizada a Prova Única (P U) por Unidade Escolar, que corresponde à prova trimestral da 3ª certificação (Cf. Anexo 10). Esta avaliação é de vital importância no processo de avaliação, pois, como já colocamos anteriormente, todas as turmas da mesma série na Unidade Escolar são submetidas à mesma prova. Deste modo se mede comparativamente o desempenho das turmas que receberam tratamento diferenciado ao longo do ano.

Esta prova colocava em cheque todo o trabalho desenvolvido de forma diferenciada em relação às outras turmas. O resultado global da turma nesta prova correspondeu à expectativa: 6 (17,65%) notas menores que cinco, 10 (29,41%)

---

<sup>14</sup> Material didático apresentado na oficina oferecida pela Equipe do Projeto Fundão: “Álgebra na Escola Básica: Significado? Mecanização?”, no 4º Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro (4º EEMAT, 2006).

maiores ou iguais a cinco e menores que sete e 18 (52,94%) iguais ou superiores a sete.

Esta prova constou de 9 questões e 24 itens. Os conteúdos com os quais elaboramos esta prova foram: frações, números inteiros: positivos e negativos, números decimais, operações envolvendo cálculos e problemas utilizando estes números; unidades de medida: medidas de grandezas como comprimento, superfície, massa, capacidade, tempo, ângulo e temperatura; proporcionalidade: direta e inversa; resolução de equações.

A 1ª questão tratou do cálculo de razão, em particular velocidade média. A turma apresentou um ótimo desempenho, tanto no item (a) quanto no item (b).

<b>Questão 1:</b> A distância entre Fortaleza e Salvador é de aproximadamente 1380 km. Responda: a) Paula foi de Fortaleza a Salvador em seu carro em 15 horas. Qual foi a velocidade média com que ela fez essa viagem?  b) O mesmo percurso, de ônibus, a uma velocidade média de 75 km por hora, levaria quanto tempo?	<b>VALOR: 1,5</b>
--	-------------------

Por sua vez a 2ª questão envolveu não apenas proporção, como também porcentagem e divisão de decimais. Podemos classificar esta questão como difícil. Os vários conteúdos envolvidos representam de um modo geral, pontos de estrangulamento principalmente nesta fase, como por exemplo, divisão com a idéia dos “quantos cabem”. O índice de acerto não foi satisfatório.

<b>Questão 2:</b> João vende água sanitária em garrafas de 500ml, 1 l e 2 l. Para obter água sanitária, mistura “cloro” (na verdade hipoclorito) com água. <b>Para cada 1 litro de cloro usa 2,5 litros de água.</b> João comprou 20 litros de cloro, e depois da misturá-los com água, na proporção acima, colocou 20% em garrafas de 500ml, 24% em garrafas de um litro, e o restante nas garrafas de dois litros. Quantas garrafas de cada tipo existem?	<b>VALOR: 1,0</b>
--	-------------------

A 3ª questão envolveu grandezas diretamente proporcionais, no item (a), e, no item (b), grandezas inversamente proporcionais. Obtivemos um bom desempenho dos alunos.

**Questão 3:** VALOR: 1,0  
 Faça o que se pede em cada item.  
 a) Numa escola, 10 litros de leite são servidos igualmente para 50 alunos. Complete a tabela, de modo que a quantidade de leite e o número de crianças sejam grandezas diretamente proporcionais.

<b>Leite</b> (litros)	1	4	6	10	11	60
<b>Crianças</b> (número)				50		

b) Um prêmio em dinheiro vai ser dividido entre os funcionários que tiveram melhor desempenho durante o ano. Complete a tabela de modo que o número de funcionários e a quantia que cada um receberá sejam grandezas inversamente proporcionais.

<b>Funcionários</b> (números)	2	4	8	10	16
<b>Quantia</b> (R\$)	6 000				

A 4ª questão trabalhou cálculos, no item (a) tratamos de números decimais e no item (b) com números fracionários.

**Questão 4:** VALOR: 1,0  
 Resolva as expressões:  
 (a)  $-2,8 - (4 - 1,2) + 4 \cdot (-3 + 1)$                       (b)  $\frac{2}{3} \div \left(-\frac{5}{6}\right) + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$

A 5ª questão teve como objetivos avaliar o conceito de proporcionalidade e a habilidade de operar com fração e trabalhar com medida de capacidade.

**Questão 5:** VALOR: 1,0  
 Dona Vita, cozinheira de uma empresa, deseja fazer gelatina suficiente para 60 pessoas. Utilizará pacotes de gelatina que contém 85g de pó e seguirá a receita abaixo que serve 4 pessoas.

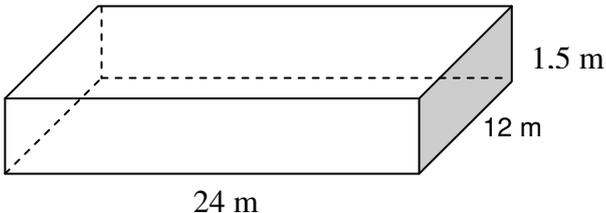
- Despeje o conteúdo do pacote num recipiente.
- Adicione  $\frac{1}{4}$  de litro de água fervendo.
- Mexa bem até dissolver por completo.
- Adicione mais  $\frac{1}{4}$  de litro de água (fria ou gelada)
- Deixe na geladeira até tomar consistência.

(a) Determine a menor quantidade de pó de gelatina que Dona Vita precisa.  
 (b) Quantos litros de água Dona Vita utilizará para fazer a gelatina para essas 60 pessoas?

A 6ª questão trabalhou com volumes e áreas, levando em conta as respectivas unidades de medida.

**Questão 6:** VALOR: 1,5

Uma piscina tem o formato de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são 24m x 12m x 1,5m. No chão da piscina serão colocados azulejos retangulares de dimensão 15 cm x 15cm. Assim responda os itens abaixo.



(a) Qual o volume, em litros, da piscina?

(b) Quantos azulejos serão necessários para revestir o chão da piscina?"

A 7ª questão lidou com resolução de equações.

**Questão 7:** VALOR: 1,5

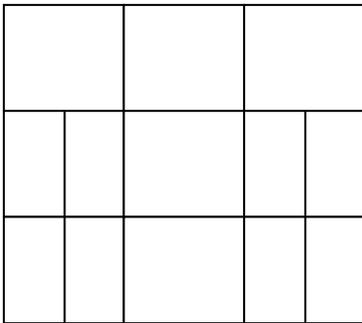
Resolva as equações.

(a)  $3 \cdot (2x + 1) - 3 = 5x + 8$  (b)  $-3,2x + 5 = 0,8x - 3$

A 8ª questão trabalhou com a parte visual e a observação do aluno, envolvendo formas geométricas e unidades de medida de área.

**Questão 8:** VALOR: 1,0

Um terreno quadrado está dividido em treze lotes: cinco quadrados idênticos e oito retângulos idênticos. Para cercar um lote quadrado gasta-se exatamente 48 m de cerca.



Responda:

(a) Qual a área total dos lotes quadrados?

(b) Quantos metros de cerca serão necessários para cercar um dos lotes retangulares?

A 9ª questão foi adaptada da prova 1 (questão 1) do vestibular da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ-2006/2007).

**Questão 9:**

VALOR: 1,0

Para comprar um computador, Zezinho pediu ajuda a seus familiares. O tio deu  $\frac{1}{5}$  do dinheiro; a avó ajudou com 18% do preço do computador; uma tia contribuiu com 0,14 do total; os pais do Zezinho pagaram o resto. (adaptada UFRJ)

a) Determine a porcentagem do valor do computador assumida pelos pais de Zezinho.

(b) Considerando que a avó tenha contribuído com 108 reais, qual o preço do computador pago por Zezinho?

Antes dos resultados desta prova serem encaminhados à Secretaria da Unidade Escolar, faz parte do sistema de avaliação do Colégio oferecer ao aluno oportunidade de “ver” sua prova, em data prevista no calendário escolar. Antes de efetivarmos a “vista de prova”, a resolvemos com a presença de todos os alunos em sala de aula, uma vez que um grupo desses alunos ainda deveria ser submetido a uma outra avaliação.

Para que o aluno seja aprovado neste primeiro momento necessita alcançar média igual ou superior a sete (7,0). Em caso contrário, é encaminhado automaticamente para a Prova de Avaliação Final (PAF). Nesta nova avaliação, deve alcançar, no mínimo, média cinco (5,0). Neste ano letivo, por motivo de paralisações e greves anteriores, o aluno freqüentou, no período de 18 a 22 de dezembro, aulas de apoio, num total de 8 aulas. Ao final desse período, antes de saírem de férias, os alunos receberam duas listas de apoio contendo exercícios e problemas abrangendo os conteúdos trabalhados ao longo do ano, a 1ª lista, composta de 18 questões e a 2ª lista, composta de 32 questões. Em data combinada, antes da prova de apoio, foi realizado um encontro para tirar dúvidas e entregar os gabaritos das duas listas. Em fevereiro de 2007, após um período de férias previsto no calendário especial de pós-greve, o aluno foi submetido a nova PAF (Anexo 11) para ser aprovado ou não definitivamente.

Esta avaliação se deu em 02 de fevereiro de 2007 e precisou abordar os pontos nodais necessários para que se possa decidir se o aluno tem condições de superar as dificuldades naturais da série seguinte. Dentre eles podemos indicar: frações; números inteiros: positivos e negativos; operações envolvendo cálculos e

problemas; unidades de medida como comprimento, superfície, massa, capacidade, tempo, ângulo e temperatura; proporcionalidade: direta e inversa e resolução de equações. Foi composta de 9 questões e 14 itens.

Dentre os 12 alunos que se submeteram a esta PAF, 6 foram aprovados e 6 reprovados. Dos 6 alunos reprovados, três vieram transferidos de outra Instituição de Ensino por mandado de segurança (MS). Estes e mais um apresentaram baixo rendimento ao longo de todo o ano, visto que o quinto, por motivos familiares, desistiu de comparecer ao Colégio antes de completar o ano letivo e o sexto conseguiu ser aprovado em Matemática, porém, não alcançou média em duas outras disciplinas (Inglês e Geografia), por isso foi reprovado na série.

Em 2007, demos andamento à segunda etapa da pesquisa. Esta segunda etapa teve como objetivo principal verificar a consolidação os resultados produzidos.

A turma 604, 6ª série em 2006, agora em 2007 passou a ser turma 803, 8º ano do Ensino Fundamental. Dos 35 alunos oriundos da turma 604 uma aluna já havia sido transferida pela família em julho de 2006 e 6 alunos foram reprovados. A nova turma assim constituída foi formada pelos 28 alunos que iniciaram a nossa pesquisa em 2006 e mais 10, dos quais 6 são repetentes do Colégio na 7ª série, 3 vieram transferidos por mandado de segurança (MS) e 1 transferido da turma 602 da própria Unidade Escolar (6ª série em 2006).

O livro texto continuou sendo o da mesma coleção utilizado nas séries anteriores, “Matemática para todos”<sup>15</sup>, de Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis.

A autora, que, em 2006, era também professora regente da turma 604, agora na turma 803 em 2007, passou à posição de observadora. A professora Eliana Giambiagi assumiu a regência dessa turma em 2007. Em colaboração com a pesquisadora, esta professora aplicou a parte complementar da pesquisa.

Para verificar a evolução de cada aluno em identificar a fração como número, iniciamos o ano letivo de 2007 replicando, na primeira semana de “volta às aulas”, o 1º teste diagnóstico, em 16 de março de 2007, na turma da pesquisa, tomando como parâmetro de comparação o resultado do primeiro teste diagnóstico do ano anterior.

---

<sup>15</sup> “Matemática para todos” faz parte da coleção utilizada desde a 5ª série (6º ano do Ensino Fundamental) até a 8ª série (9º ano do Ensino Fundamental), da Editora Scipione.

Como já explicado no capítulo anterior, o novo teste apresentou pequenas alterações, tais como mudança da ordem de algumas questões, bem como o acréscimo de uma questão igualmente atendendo aos objetivos da proposta pedagógica que estava sendo avaliada.

Em seguida, para dar continuidade à pesquisa acrescentamos ao ensino do conteúdo programático proposto para 2007, realizado normalmente pela professora regente da turma 803 (no 8º ano), uma seqüência de 13 aulas. Nestas aulas, tínhamos como finalidade rever as operações com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão) fazendo um paralelo com as expressões algébricas (Cf. Anexo 12).

O Quadro 4.3 abaixo permite visualizar o desenvolvimento de atividades em paralelo às atividades regulares planejado para a turma 803. Este quadro apresenta o conteúdo programático original e o conteúdo programático acrescido nesta turma em 2007.

Quadro 4.3 - Quadro de Conteúdos Programáticos do 8º ano da Unidade Escolar Centro (801, 803 e 805). 8º Ano (7ª Série)

2007	1º trimestre (12/03/2007-29/05/2007)	2º trimestre (30/05/2007-11/09/2007)	3º trimestre (12/09/2007-04/12/2007)
<b>Conteúdos P R O G R A M Á T I C O S</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cap.6: (Ângulos, Paralelas e Polígonos);</li> <li>• Cap. 4 (Aplicações da Matemática);</li> <li>• Cap. 5 (Retomando a Álgebra);</li> <li>• Cap. 7 (Potências e Raízes)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cap. 8 (Simetrias)</li> <li>• Cap. 11 (Cálculo Algébrico).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cap. 12 (Áreas e Volumes)</li> <li>• Cap.13 (Sistemas de Equações)</li> </ul>

Mais detalhadamente, descrevemos a seguir os conteúdos tratados nas atividades dessa complementação.

Conteúdos programáticos complementares do 1º trimestre:

- A 1ª atividade tinha como objetivo principal retomar a definição de fração, fazendo um paralelo com instruções de álgebra e reta numérica.
- A 2ª atividade tinha como objetivo explorar frações equivalentes seguindo a mesma instrução da 1ª atividade.
- A 3ª atividade teve como objetivo rever frações com denominadores iguais, seguindo a mesma estratégia das anteriores.
- A 4ª atividade tratava de comparação de frações com denominadores diferentes, sendo, de forma semelhante, feito um paralelo com expressões algébricas.

Conteúdos programáticos complementares do 2º trimestre:

Complementamos com quatro outras atividades:

- A 5ª atividade tratou de adição de frações com denominadores diferentes, desenvolvida a exemplo das atividades anteriores.
- A 6ª atividade, nos mesmos moldes, reviu a multiplicação de um número inteiro por uma fração.
- A 7ª atividade tratou de multiplicação de fração por fração.
- A 8ª atividade tratou de divisão de fração, a qual foi subdividida em duas partes: divisão de uma fração por um número inteiro e divisão de fração por fração.

No 3º trimestre utilizamos como estratégia oferecer aos alunos listas com problemas e exercícios com o objetivo de trabalhar a parte conceitual dos conteúdos programáticos já desenvolvidos.

Nessas aulas os problemas e exercícios propostos, como veremos a seguir, tinham como principal característica identificar se o aluno alcançou ou não os objetivos estabelecidos em nossa pesquisa, isto é:

(1º) O conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta, visando a conduzir o aluno à compreensão da fração como número. Acreditamos que além de facilitar a aprendizagem, esta passagem do número inteiro para o fracionário permite trabalhar a generalidade e, deste modo, desenvolver no aluno a capacidade de abstração;

(2º) A expectativa de que o aluno, ao ser introduzido no campo algébrico, por meio do ensino de frações, consiga desenvolver a capacidade de abstração a

ponto de superar as dificuldades que de um modo geral o atingem nesta etapa de aprendizagem (WU, 2002).

Esses exercícios foram aplicados ora individualmente, ora em dupla, permitindo identificar o crescimento de cada aluno envolvido na pesquisa. Cada uma das oito atividades, distribuídas em aulas, atendia a um objetivo específico. Estas atividades permitiram, por meio das tarefas propostas, demonstrar que é possível caminhar do campo aritmético para o campo algébrico, de forma natural, apoiando-nos no conteúdo de frações; da mesma forma que mostramos ser possível passar do conjunto dos números inteiros para o conjunto das frações de forma suave. Desta maneira, foi confirmada a validade das premissas do trabalho. O desenvolvimento dessas aulas é detalhado a seguir.

Nas duas aulas iniciais, em 18/5/2007, os alunos resolveram individualmente a bateria de exercícios e problemas propostos. O objetivo específico da primeira aula foi o de rever o conceito de fração na reta numérica enquanto o da segunda foi o de rever frações equivalentes. Os exercícios finais, tanto da primeira aula quanto da segunda, faziam a ponte com expressões algébricas. A seguir foi feita a correção das mesmas com a participação dos alunos.

A 3ª atividade foi dividida em duas partes. A primeira, ministrada em 21/5, tratou de frações com o mesmo denominador. Trabalhamos a seguir com frações algébricas com o mesmo denominador. A segunda parte dessa aula reviu frações impróprias. E, de forma análoga trabalhamos paralelamente com expressões e problemas envolvendo expressões algébricas que ultrapassavam a unidade de comprimento. Em 25/5 demos prosseguimento a esta atividade, culminando com a correção dos exercícios. Iniciamos a 4ª atividade que tratava de comparação de frações com denominadores diferentes. Semelhantemente, foi feito um paralelo entre frações com denominadores diferentes e expressões algébricas com denominadores diferentes, bem como problemas sinalizando esta situação. A 5ª atividade trabalhou a adição de frações com denominadores diferentes e novamente seguimos a mesma estratégia das aulas anteriores, isto é, fazendo um paralelo com as expressões algébricas.

A 6ª atividade tratou da multiplicação de um número inteiro por uma fração. Como estratégia, iniciamos esta atividade em sala de aula e propusemos uma outra parte para casa. A correção se deu na aula seguinte.

Os trabalhos foram todos recolhidos para que pudéssemos analisá-los. Em aulas subsequentes foi entregue a cada aluno o gabarito para que pudessem estudar para o teste que iria compor a média final da 2ª certificação.

Em 29/6 foi aplicado um teste individual, cujos conteúdos trabalhados foram expressões algébricas, divisão e, simetria. A pesquisadora apresentou duas questões para este teste (5ª e 6ª questões).

As questões sugeridas foram:

5) Efetue e simplifique sempre que possível:

a)  $\frac{7x}{x-y} + \frac{6x-13y}{x-y}$ , para  $x \neq y$

b)  $F = 4(n - n^2 + 5) - 3n(n - 5)$

6) a) Uma pizza grande no Papa's Pizza é dividida em **c** fatias iguais. Cada pessoa come, em média, **b** fatias. Que parte de uma pizza grande cada pessoa come em média?

b) Na terça-feira, o Papa's Pizza não sabia exatamente quantas pessoas estariam vindo ao restaurante e decidiu preparar **d** pizzas. Quantas pessoas, em média, poderiam comer pizzas, na terça-feira, nessa pizzeria?

Estas questões foram analisadas e corrigidas em sala de aula com a turma em 06 de julho de 2007. A fim de que tivéssemos este material documentado, cada teste foi xerocado e entregue aos alunos. Logo a seguir, 07 de julho, os alunos entraram em férias completando o 1º semestre do ano letivo de 2007.

As duas últimas atividades, 7ª e 8ª, trabalhadas em dupla, foram realizadas no final de agosto. A 7ª tratou de multiplicação de fração por fração e a 8ª tratou de divisão de fração. Esta era composta de quatro etapas: 1. Dividir fração por número inteiro; 2. Instrução de barra de fração e reta numérica; 3. Exercícios para efetuar divisão com números e 4. Exercícios envolvendo números e letras.

É bom lembrar que ao longo do todo período letivo o conteúdo programático continuou a ser desenvolvido, bem como a turma foi submetida a outras avaliações para compor cada uma das certificações estabelecidas em cada trimestre previsto pelo Departamento de Matemática, alinhado ao Projeto Político Pedagógico do Colégio Pedro II.

No 1º trimestre tivemos as seguintes avaliações:

1. Teste diagnóstico, replicado em 16/03/2007, cujo objetivo principal era verificar neste momento o crescimento do conhecimento do aluno, tomando como parâmetro o 1º teste diagnóstico aplicado no início de 2006;

2. Teste em dupla, aplicado em 19/03/2007, com o objetivo de trabalhar o conceito de ângulos, retas paralelas cortadas por transversais envolvendo cálculo algébrico; polígonos.

3. Teste em dupla em 02 e 04 de abril, com o objetivo de trabalhar ângulos, paralelas e polígonos;

4. Teste individual, em 13/04/2007, trabalhando o conceito de potências e raízes, polígonos envolvendo cálculo algébrico;

5. Prova trimestral em 11/05/2007, com o objetivo de retomar o cálculo algébrico, trabalhar potências e raízes.

O Conselho de Classe (COC), encerrando as atividades do trimestre, ocorreu em 28/29 de maio.

No 2º trimestre realizamos as seguintes avaliações:

1. Inicialmente, foi aplicada uma série de testes e exercícios em dupla, nas aulas de 18/05, 21/05 e 25/05.

2. A seguir, em 22/06, foi aplicado um teste em dupla com o objetivo de trabalhar os quadriláteros e suas propriedades. Outros dois testes foram aplicados, um em dupla e outro individual, também trabalhando polígonos, em particular os quadriláteros, envolvendo o cálculo algébrico e, o conceito de simetria.

3. A prova trimestral dessa 2ª certificação ocorreu em 24/08, levando em conta simetrias e propriedades das figuras geométricas, envolvendo fatoração com cálculo algébrico.

4. Em 31/08, novo teste em dupla foi aplicado à turma pela pesquisadora. Foi elaborado envolvendo multiplicação de fração por fração, divisão de uma fração por um número inteiro. De forma análoga às atividades anteriores, iniciamos as atividades trabalhando com números fracionários e depois passamos a propor atividades envolvendo expressões algébricas com denominadores diferentes. Os resultados apresentados pelos alunos foram muito bons como mostraremos no capítulo 7.

O término do trimestre ocorreu em 10/09, quando foi realizado o 2º COC.

O 3º trimestre se iniciou em 12 de setembro. Por se tratar de um período curto em dias, foram realizadas somente duas avaliações, um teste em dupla, que

ocorreu em 19 de outubro e uma outra avaliação também em dupla, realizada em várias etapas, culminando em 14 de novembro. A seguir, em 21 de novembro, ocorreu a 3ª Certificação que corresponde a Prova Única da Unidade Escolar. De acordo com o sistema de avaliação da instituição, previsto no calendário escolar, foi feita a “vista de prova” em 28/11. A prova foi corrigida no quadro e a seguir o aluno verificava se há alguma dúvida na correção. Concluindo, a PAF foi aplicada em 12 de dezembro.

Os resultados apresentados ao final desses dois anos de pesquisa foram muito significativos, como demonstrado nos capítulos seguintes pelo acompanhamento do desempenho individual dos alunos e pela análise global dos desempenhos.