2
Solos Não Saturados

2.1.
Introdução

As pesquisas em solos não saturados tiveram início na área de ciências dos solos. Alguns pesquisadores desta área tiveram papel importante no desenvolvimento de conceitos e técnicas de ensaio para solos não saturados, podendo-se citar: Buckingham – com a definição de conceito de potencial da água em 1907; Richards – com o desenvolvimento da equação de fluxo em solos não saturados em 1928, e a técnica do papel filtro em 1941 (Delage, 2002). Em 1925, publicações de Haines, também da área de ciências do solo, (1925, 1927 *apud* Vanapalli e Fredlund, 1999) relatam um aumento da coesão com o aumento da pressão negativa da água existente nos vazios dos solos. O desenvolvimento teórico-conceitual de sucção em solos data do início do século XX e está inteiramente relacionada com princípios da termodinâmica, utilizados pela física dos solos (Fredlund e Rahardjo, 1993).

A definição da energia para retirar a água existente em um solo não saturado em termos de potencial equivalente é antiga na área agronômica. Do ponto de vista geotécnico, Aitchinson (1965), por exemplo, define o potencial total como a soma dos termos de potencial osmótico, potencial matricial, potencial gravitacional, potencial pneumático e potencial de adensamento. Os três últimos normalmente são desprezíveis ou não se aplicam à maioria dos casos.

As primeiras investigações com respeito à forca de atrito causada pelo fluxo de líquido através de um meio poroso sólido foram iniciadas por Paul Fillunger, que indicou a existência desta força em 1914 (Fillunger, 1914 *apud* Boer, 1992). Em 1923, Terzaghi publicou seus estudos sobre a consolidação de meios porosos saturados. A equação diferencial parcial de descrição do problema de adensamento de meios saturados é bem conhecida em mecânica dos solos. Em 1933, Terzaghi publica os primeiros estudos teóricos sobre as

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

pressões adicionais provocadas ao esqueleto sólido pela sucção capilar (Boer, 1992).

Um grande marco na mecânica dos solos foi a publicação, em 1936, do princípio das tensões efetivas por Terzaghi na Primeira Conferencia Internacional de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundação em Harvard (Terzaghi, 1936 *apud* Boer, 1992). A análise em termos de tensões efetivas conduz a uma boa compreensão da descrição do comportamento dos solos saturados, pretendendo-se a generalização também para solos parcialmente saturados. Bishop (1959) deu a primeira contribuição neste tipo de abordagem, embora criticada pelo fato de não integrar determinados aspectos específicos do comportamento dos solos não saturados, como sejam os fenômenos de colapso. Em 1943 Terzaghi demonstra que a sua resistência pode ser mais bem entendida a partir de estudos relacionados à distribuição e geometria dos vazios preenchidos por água, combinados com estudos sobre as tensões negativas ou sucção (Vanapalli e Fredlund, 1999). Estudos mais recentes mostram que, para pequenas deformações, fenômenos como grau de cimentação e forças elétricas também podem interferir de maneira significativa no controle da rigidez e da resistência (e.g. Barzegar *et al*. 1995; Leroueil e Vaughan, 1990; Li e Williams, 2007.

Em muitas aplicações de engenharia esses fenômenos não são levados em consideração, embora sejam importantes nas avaliações de estabilidade de taludes naturais, transporte de contaminantes e variações volumétricas de meios não saturados, entre outros.

Neste capítulo são discutidos aspectos relevantes ao estudo de solos não saturados. Nos próximos itens são apresentados conceitos referentes à relação umidade-sucção, condutividade hidráulica, variáveis de estado de tensão, resistência, compressibilidade e modelos constitutivos.

2.2. Relação Umidade-Sucção

A relação existente entre teor de umidade e sucção nos solos, ou curva característica de sucção, fornece uma ferramenta conceitual através da qual o comportamento dos solos não saturados pode ser entendido. À medida que decresce o grau de saturação do solo, a distribuição das fases sólida, líquida e de ar muda juntamente com o estado de tensões no solo. Para cada solo existe uma relação entre a taxa na qual ocorrem as variações nas tensões com a área de contato água-partícula. A sucção do solo quando quantificada em função do

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

teor de umidade relativa é comumente chamada de sucção total. Ela é composta pela sucção matricial e pela sucção osmótica. A sucção matricial é geralmente associada aos fenômenos de capilaridade e de adsorção, sendo definida como a diferença entre a pressão de ar e a pressão de água ($u_a - u_w$). A sucção osmótica relaciona-se à presença de íons e outros solutos na água intersticial (Fredlund e Rahardjo, 1993). Evidências experimentais sugerem que o comportamento dos solos não saturados é influenciado principalmente pela sucção matricial para baixos níveis de sucção (Fredlund, 1979; Alonso *et al.*, 1987), embora alguns autores tenham concluído que o potencial osmótico tenha efeito significativo no comportamento deformacional de solos finos e de argilas ativas (Blight, 1983; Mitchell *et al.*, 1973; Richards *et al.*, 1986; *apud* Röhm, 1997).

A sucção matricial é fortemente dependente do tipo de solo. Conforme pode ser observado na Figura 2.1, para solos argilosos o desenvolvimento da sucção matricial é maior (para uma dada umidade) do que para os solos mais grossos. O valor do teor de umidade de saturação também aumenta com a plasticidade dos solos. Outros fatores, como a história de tensões do solo, também influenciam o formato da curva característica de sucção (Fredlund e Xing, 1994).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

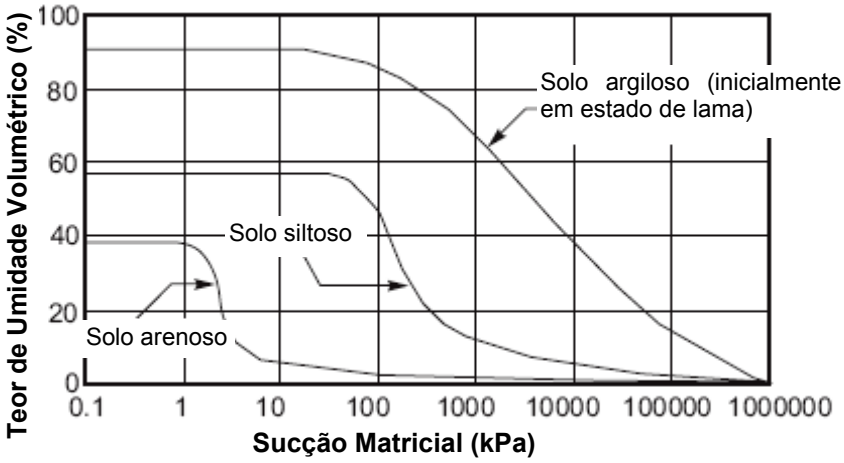


Figura 2.1 – Aspectos da curva característica para diferentes tipos de solo.

A quantidade de sais presentes no solo também pode influenciar a interpretação da curva característica. À medida que o teor de umidade no solo decresce, a concentração de sais aumenta, resultando em um aumento da sucção osmótica (Moncada, 2004; Sreedeep e Singh, 2006). A Figura 2.2 apresenta a variação de sucção osmótica com o teor de umidade para 3

concentrações de sais na água dos poros de um solo. A concentração inicial de sais pode variar, mas o decréscimo de umidade implica sempre em um aumento significativo da sucção osmótica (Fredlund, 2002).

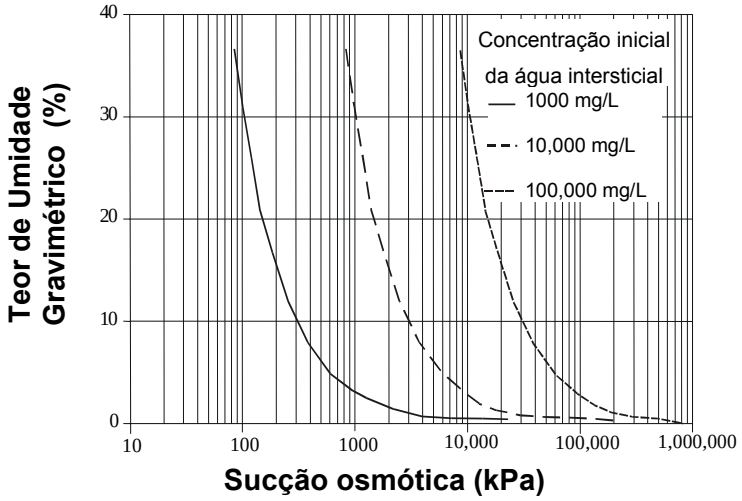


Figura 2.2 – Valores de sucção osmótica teóricos baseados em concentração de sais (Fredlund, 2002).

Este acréscimo de sucção osmótica para altos valores de sucção total faz com que a sucção matricial mostre-se mais influente em relação ao comportamento do solo para altos níveis de umidade, enquanto que a sucção osmótica apresenta-se mais importante em níveis baixos de umidade na curva característica.

A quantidade de sais presente em um solo não influencia a magnitude da sucção matricial. Isso porque os sais inorgânicos apresentam influência desprezível na magnitude da tensão superficial T_s. Já a sucção total é fortemente influenciada pela quantidade de sal presente no solo, indicando que a componente de sucção osmótica domina a medida de sucção total (Miller e Nelson, 2006).

A Figura 2.3 apresenta a conformação dos três tipos de sucção em diversos teores de umidade para a "*Regina Clay*" (Fredlund, 2002). Para valores altos de sucção, a sucção matricial e a total assumem, geralmente, valores similares em magnitude (Fredlund *et al.*, 1995).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

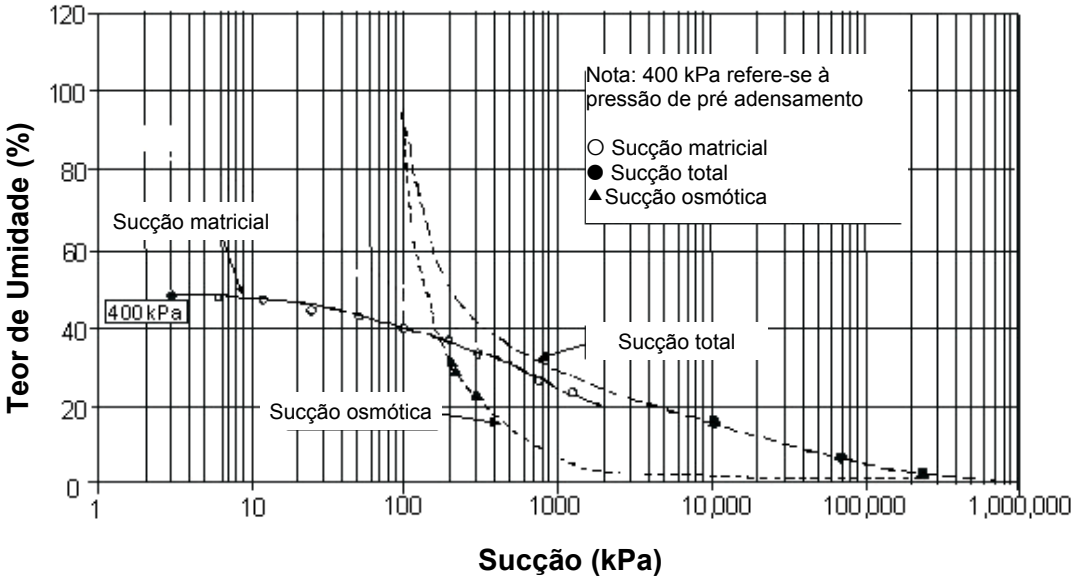


Figura 2.3 – Influência dos componentes da sucção dos solos nas diferentes faixas de sucção (Fredlund, 2002).

Para baixos valores de teor de umidade, os valores de sucção total podem permanecer elevados devido à quantidade de osmótica presente. Ainda, os valores de sucção osmótica não são constantes para toda faixa de umidade; o aumento ocorre devido à alta concentração de solutos em baixos teores de umidade (Figura 2.4).

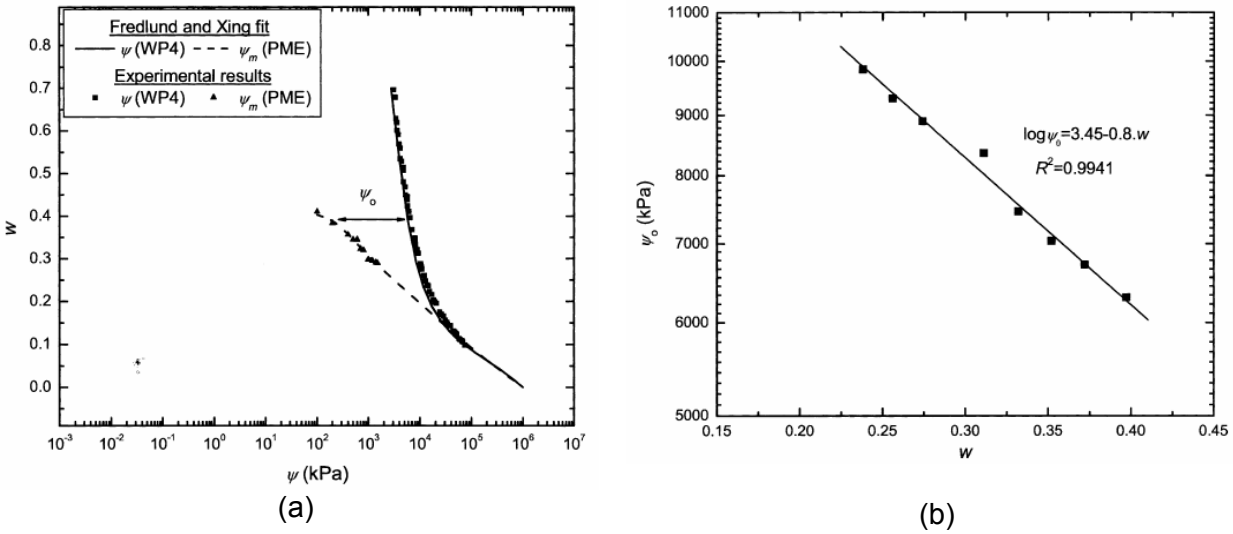


Figura 2.4 – Variação de sucção osmótica com o teor de umidade. (a) Teor de umidade versus sucção total e matricial. (b) Sucção osmótica versus teor de umidade (Sreedeep e Singh, 2006).

Miller e Nelson (2006) conduziram uma pesquisa experimental para avaliar os efeitos da quantidade de sal no solo nas determinações de sucção. Nesta

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

pesquisa, cloreto de sódio (NaCl) dissolvido em água destilada foi adicionado a um solo argilo-siltoso nas quantidades de 0,5%, 1%, 2% e 5% do peso seco. A sucção osmótica dos corpos-de-prova foi determinada de duas formas: (1) pela diferença entre sucção total e sucção matricial; (2) com base na concentração de NaCl para cada teor de umidade. A sucção osmótica relaciona-se com a concentração de NaCl através da equação (Lange, 1967 *apud* Miller e Nelson, 2006):

$$\pi(kPa) = 4937{,}9[C] - 192{,}01 \qquad \textbf{(Equação 2.1)}$$

A Figura 2.5 apresenta os valores de sucção osmótica determinados através da diferença entre sucção total e sucção osmótica (símbolos sólidos) e aqueles determinados pela concentração de NaCl (símbolos vazados). Para altas concentrações, a sucção osmótica determinada a partir da concentração de NaCl nos fluidos dos poros é superior àquela computada pela diferença entre sucção total e sucção matricial. Essa diferença pode ser conseqüência da precipitação do sal, que conduziria a valores de sucção total menores.

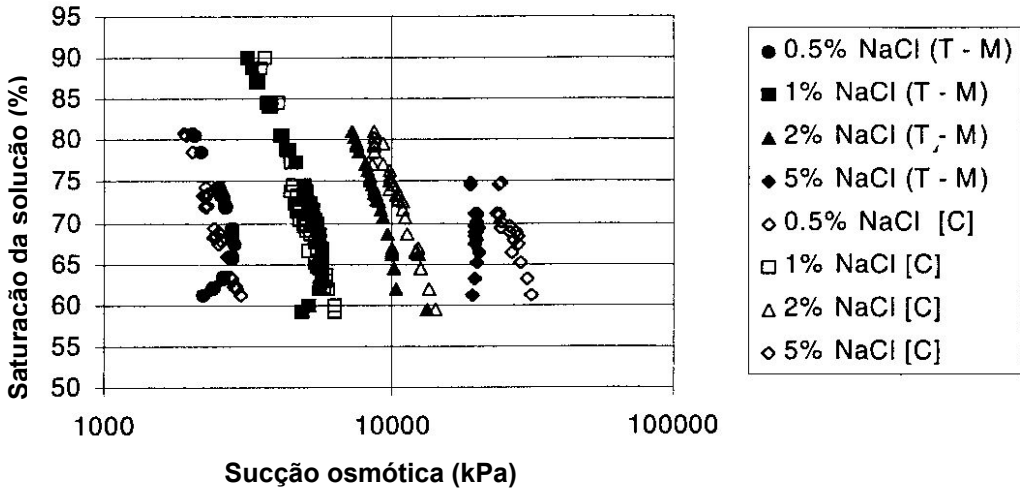


Figura 2.5 – Sucção osmótica determinada através da diferença entre sucção total e sucção osmótica (símbolos sólidos) e aqueles determinados pela concentração de NaCl (símbolos vazados) (Miller e Nelson, 2006).

Na Figura 2.6 é mostrada a configuração de uma curva característica típica, do teor de saturação com a sucção matricial, com suas zonas de transição.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

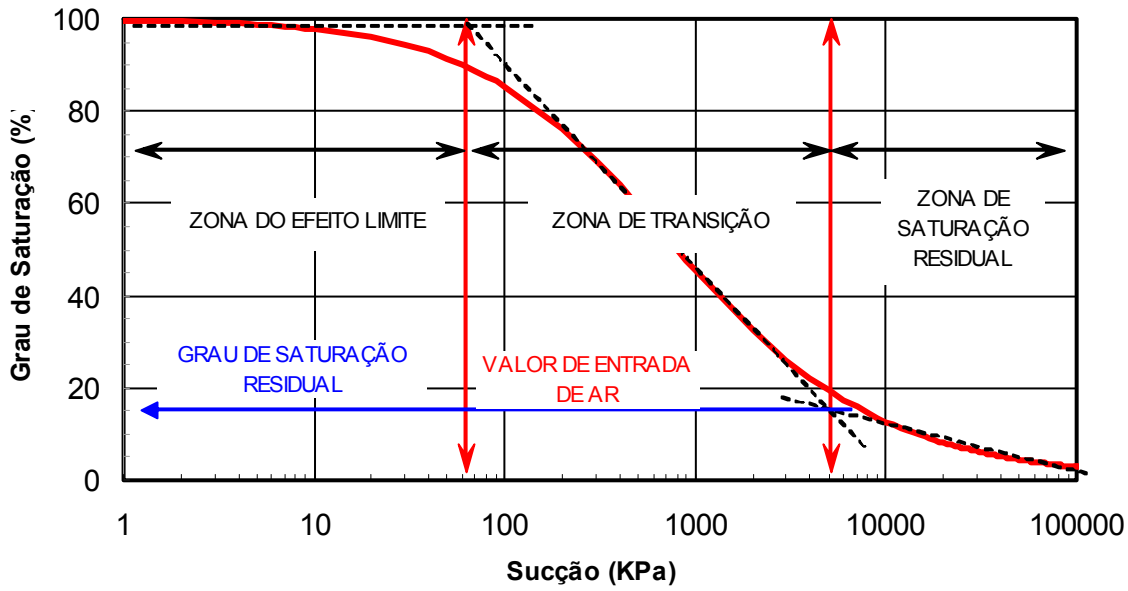


Figura 2.6 – Curva característica típica mostrando zonas de dessaturação.

O primeiro estágio identificável da curva característica é a zona de limite de entrada de ar, que inicia com um valor de sucção próximo a zero e vai até a sucção correspondente ao valor de entrada de ar. Nesta zona quase todos os poros do solo encontram-se preenchidos por água. O valor de entrada de ar identifica o valor de sucção no qual o ar começa a entrar no maior poro do solo. O próximo estágio da curva característica é a zona de transição, a qual inicia no valor de entrada de ar e termina no valor de sucção correspondente ao ponto de saturação residual. O solo começa a dessaturar no estágio de transição e a sucção aumenta significativamente com o decréscimo do teor de umidade. O ponto de saturação residual pode ser considerado como o teor de umidade além do qual torna-se difícil remover água do solo por drenagem, ou seja, a fase líquida encontra-se descontínua. O último estágio da curva característica é a zona de saturação residual que inicia no ponto de saturação residual e vai até a máxima sucção, ou seja, aquela correspondente ao teor de umidade zero. Nesse estágio grandes aumentos de sucção conduzem a variações muito pequenas no teor de umidade.

A determinação do grau de saturação residual e do valor de entrada de ar, apesar de importante para a geotecnia, agronomia e geologia entre outras ciências, é ambígua. No teor de umidade residual a fase água é descontínua e isolada, com finos filmes de água circundando as partículas de solo e o ar. A Figura 2.7 mostra a relação provável entre a fase sólida, a água e o ar na condição de estado residual. A definição do teor de umidade residual ou estado

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

residual disponível na literatura é baseado em procedimentos empíricos, físicos ou construções gráficas (Vanapalli *et al.*, 1998).

A primeira observação sobre o estado residual do solo foi feita por Lebedeff (1927, *apud* Vanapalli *et al.*, 1998) estudando a distribuição capilar de água em uma areia. Lebedeff notou que a partir de certo teor de umidade um aumento da sucção proporcionava pouca variação na quantidade de água no solo. Este ponto foi chamado de "máxima capacidade molecular de retenção de umidade", e tinha o significado de estado residual. O teor de umidade residual também é definido por alguns autores como sendo o teor de umidade no qual a sucção tende ao infinito (Brooks e Corey, 1964 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002), ou o teor de umidade no qual a sucção atinge o valor de 1500 kPa (van Genuchten, 1980), ou ao menor teor de umidade medido no solo (Nitao e Bear, 1996). Todas essas proposições têm alguma base prática – van Genuchten, por exemplo, cita o limite de 1500 kPa porque muitos modelos utilizados em agricultura têm esse ponto como teto máximo – ou são funções da instrumentação utilizada – o menor teor de umidade medido, por exemplo, é relativo quando se dispõe de centrífuga, secagem ao forno ou apenas evapotranspiração. De Campos (1997) e Sillers (1997), por exemplo, definem o teor de umidade residual como sendo o ponto na curva característica onde a sucção do solo passa a ser mantida principalmente por forças de adsorção ao invés de ser mantida principalmente por forças capilares (a água é presente como um filme fino ao redor da partícula).

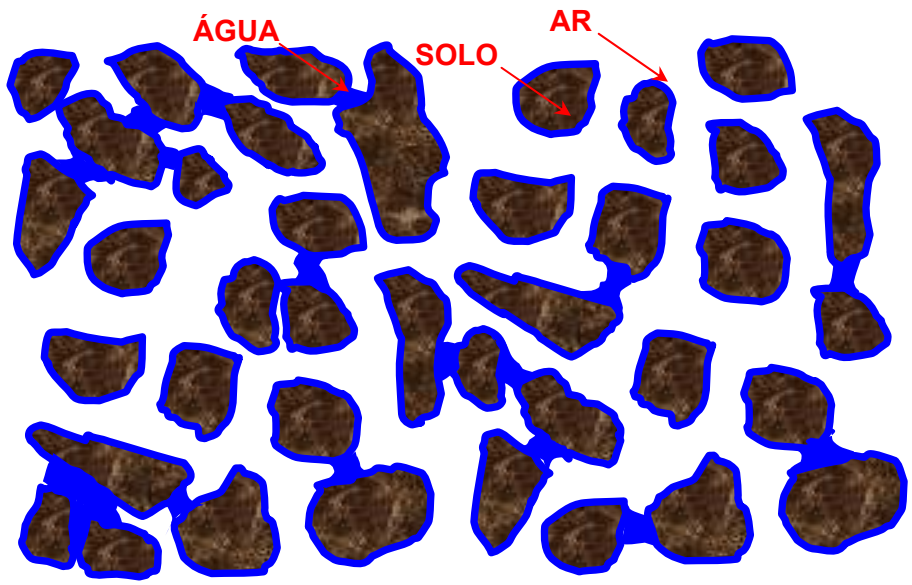


Figura 2.7 – Relação entre as fases sólida, líquida e gasosa na condição de estado residual.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Proposições mais recentes têm tratado o teor de umidade residual apenas como um parâmetro de ajuste, sem significado físico real (van Genutchen, 1991; Kosugi, 1994; van Genutchen, 1988; Siddroupoulos e Yannopoulos, 1988; Lucker *et al.*, 1989; Nimmo, 1991; Nielsen e Luckner, 1992; Vanapalli *et al.*, 1998). Duas razões principais para a definição do teor de umidade residual como um valor de ajuste são: (1) diferentes modelos de curva característica podem resultar em diferentes pontos de teor de umidade residual (Kosugi, 1994); (2) o teor de umidade residual não é o teor de umidade mínimo possível do solo (Vanapalli *et al.*, 1998).

A partir destas observações, a determinação do teor de umidade residual do solo através de uma construção gráfica é um procedimento alternativo e talvez mais acurado (Vanapalli *et al.*, 1998). Os passos para a determinação gráfica do teor de umidade residual, que podem ser extrapolados para o valor da entrada de ar, são dados a seguir:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Determinação do estado residual (Vanapalli *et al.*, 1998):

1) Ajustar os pontos de sucção-umidade obtidos em laboratório através de uma equação de ajuste para curva característica (Vanapalli *et al.*, 1998, sugerem a equação de Fredlund e Xing, 1994. As equações de ajuste serão discutidas adiante);

2) Determinar o ponto de maior curvatura da equação de ajuste (ponto de inflexão) e traçar uma tangente à curva neste ponto;

3) Determinar o ponto de maior mudança de curvatura da equação de ajuste entre o ponto de maior curvatura e o ponto correspondente a 1.000.000 kPa;

4) Mover o valor equivalente a um ciclo logarítmico à direita e locar um ponto na equação de ajuste;

5) Traçar a linha residual desde o ponto locado e 1.000.000 kPa e teor de umidade zero;

6) A interseção das duas linhas indica a condição de estado residual (i.e., o teor de umidade residual e a sucção residual do solo).

Determinação do valor de entrada de ar (Vanapalli *et al.*, 1998):

1) Ajustar os pontos de sucção-umidade obtidos em laboratório através de uma equação de ajuste para curva característica (Vanapalli *et al.*, 1998, sugerem a equação de Fredlund e Xing, 1994. As equações de ajuste serão discutidas adiante);

2) Determinar o ponto de maior curvatura da curva e traçar uma tangente à curva neste ponto;

3) Traçar uma linha tangente à curva no ponto de inclinação máxima;

4) Traçar uma linha horizontal a partir do teor de umidade máximo;

5) A interseção das duas linhas indica o valor de entrada de ar.

A curva característica de sucção é dependente da trajetória seguida durante o ensaio, se de secagem, umedecimento ou mista e este fenômeno é denominado histerese. A curva de secagem e a curva de umedecimento formam os limites extremos para a curva característica de um dado solo. Entre essas curvas existem infinitas outras curvas que representam a relação umidade-sucção do solo. As curvas de secagem e de umedecimento são assintóticas nos extremos (umidade tendendo a zero e sucção tendendo a zero), como mostra a Figura 2.8. O fenômeno da histerese é explicado por meio de diferentes causas, como a geometria não uniforme dos poros intercomunicados por pequenas passagens, o efeito do ângulo de contato que varia em função da trajetória seguida, a ocorrência de bolhas de ar aprisionadas que influenciam a trajetória de umedecimento e as variações de volume sofridas por expansão e retração (Presa, 1982; Poulovassilis, 1962; Hillel, 1980 *apud* Machado e Zuquette, 2004).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

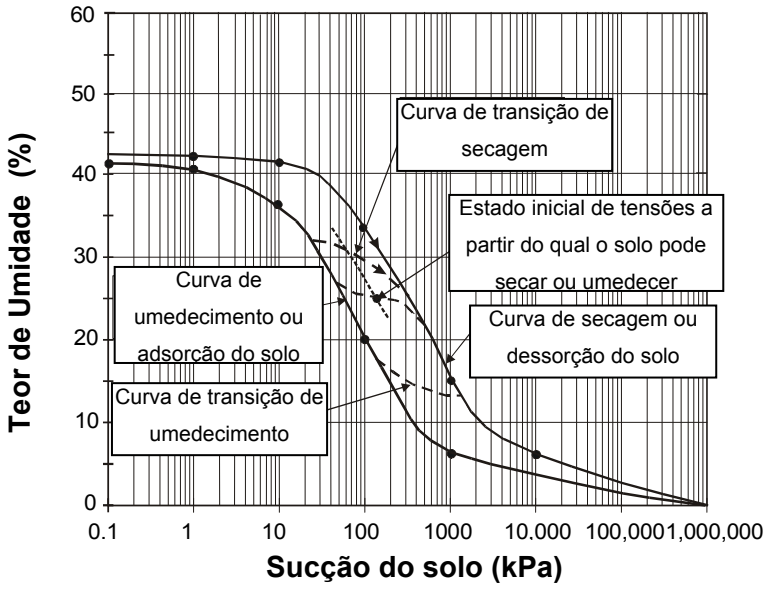


Figura 2.8 – Descrição das curvas de secagem e de umedecimento e o estado inicial do solo em campo (Fredlund, 2002).

2.2.1. Modelagem Matemática

Diversas equações matemáticas têm sido propostas para descrever a relação umidade-sucção de solos. Originalmente proposta para o coeficiente de permeabilidade não saturado, a equação de Gardner (1958, *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) foi uma das primeiras relações utilizadas para a inferir a curva característica. A proposta de Gardner é uma função contínua, simples e flexível, que utiliza apenas dois parâmetros de ajuste. O modelo de Brooks e Corey (1964, *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) ajusta-se bem a dados de solos granulares, que tipicamente apresentam baixos valores de entrada de ar. Esse modelo não apresenta uma função matemática contínua para toda a faixa da curva de retenção, e a mudança abrupta na curva na proximidade do valor de entrada de ar pode trazer instabilidade numérica na modelagem de solos não saturados (Vanapalli *et al.*, 2002).

As equações matemáticas propostas por Burdine (1953 *apud* Gerscovich e Sayão, 2002) e Maulem (1976 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) são equações de dois parâmetros que relatam casos especiais da equação de três parâmetros desenvolvida por van Genuchten (1980). Todas as propostas são assintóticas a uma linha horizontal para baixas sucções e não tendem à umidade zero para valores altos de sucção. A equação proposta por Fredlund e Xing (1994) contempla um valor de correção que força a umidade nula para valores de sucção de 10^6 kPa.

Na Tabela 2.1 são apresentadas as formulações dos autores citados para a curva característica de solos. Em geral, todas as equações propostas resultam em ajustes razoáveis para a curva característica para valores de sucção baixos e médios (Fredlund, 2002). Nas equações matemáticas apresentadas, o parâmetro a refere-se a uma aproximação do valor de entrada de ar do solo; o parâmetro n corresponde à inclinação no ponto de inflexão da curva característica; m é um parâmetro relacionado com o grau de saturação residual (ψ_r) e w_s é o teor de umidade gravimétrica para o solo saturado. Na proposta de Fredlund e Xing (1994), *e* é a base dos logaritmos neperianos (*e* = 2,718).

Gerscovich e Sayão (2002) avaliaram o ajuste dos modelos a curvas características de solos brasileiros e concluíram que as equações de Gardner (1956), van Genuchten (1980) e Fredlund e Xing (1994) apresentaram melhor desempenho. No entanto, Gerscovich e Sayão dispunham de escassos dados para análise.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Tabela 2.1 – Equações matemáticas propostas para a curva característica dos solos.

Autor (es)	Equação	Parâmetros do solo
Gardner, 1958	$w = \frac{w_s}{1+\left(\frac{\psi}{a_g}\right)^{n_g}}$ **(Equação 2.2)**	a_g, n_g
Van Genuchten, 1980	$w = \frac{w_s}{\left[1+\left(\frac{\psi}{a_{vg}}\right)^{n_{vg}}\right]^{m_{vg}}}$ **(Equação 2.3)**	$a_{vg}, n_{vg,} m_{vg}$
Maulem, 1976	$w = \frac{w_s}{\left[1+\left(\frac{\psi}{a_m}\right)^{n_m}\right]^{m_m}}$ **(Equação 2.4)**	$a_m, n_m m_m = \frac{1}{(1-n_m)}$
Burdine, 1953	$w = \frac{w_s}{\left[1+\left(\frac{\psi}{a_b}\right)^{n_b}\right]^{m_b}}$ **(Equação 2.5)**	$a_b, n_b m_b = \frac{2}{(1-n_b)}$
Brooks e Collin, 1964	$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^{\lambda}$ **(Equação 2.6)**	ψ_b, λ
Fredlund e Xing, 1994	$w = \left[1 - \frac{\ln\left(1+\frac{\psi}{\psi_r}\right)}{\ln\left(1+\frac{10^6}{\psi_r}\right)}\right] \frac{w_s}{\left[\ln\left(e+\left(\frac{\psi}{a_f}\right)^{n_f}\right)\right]^{m_f}}$ **(Equação 2.7)**	$a_f, n_f m_f, \psi_r$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.2.2. Fatores de Influência

Os parâmetros do solo que influenciam o comportamento de solos não saturados também influenciam o comportamento da curva característica. Alguns destes fatores são: estrutura, índice de vazios, tipo de solo, textura, história de tensões e mineralogia. Destes, a estrutura do solo e a história de tensões apresentam a maior influência no comportamento da curva característica de solos finos (Vanapalli *et al.*, 2002). Na Figura 2.9 é apresentada a variação nas curvas de retenção para um mesmo solo em diferentes estados: solo em estado de lama, solo em estado de lama pré-adensada, amostra indeformada e amostra compactada. Nota-se que, para o mesmo solo, o efeito do pré-adensamento da compactação diminui o valor do teor de umidade para a sucção matricial tendendo a zero (estado saturado), e o pré-adensamento aumenta o valor de entrada de ar do solo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

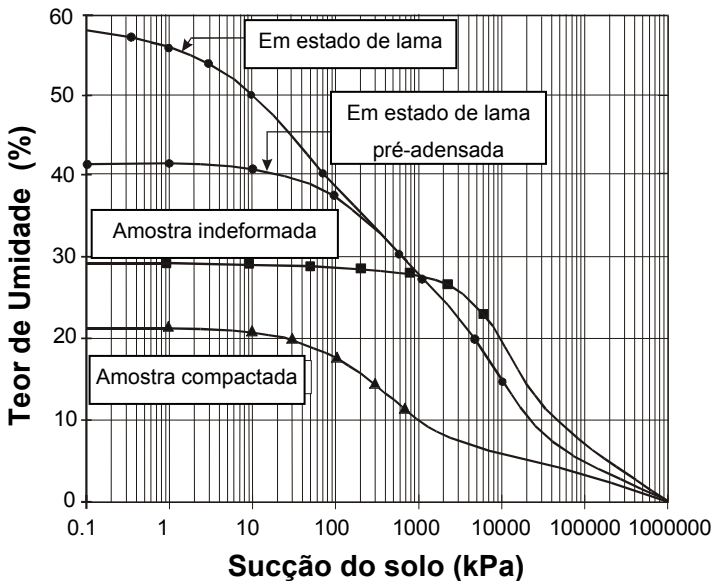


Figura 2.9 – Influência do estado inicial das amostras na curva característica (Fredlund, 2002).

O efeito da estrutura do solo na curva característica também pode ser observado na Figura 2.10 (a) e (b), onde as curvas de retenção foram determinadas para um solo pré-adensado nas pressões de 10 kPa, 50 kPa e 200 kPa (Figura 2.8 (a)) e de um solo compactado em diferentes teores de umidade (Figura 2.8 (b)). A curva característica pode variar em até 1500 kPa para uma dada umidade se o solo é compactado em teores de umidade abaixo

da umidade ótima ou acima dela. Os corpos-de-prova foram analisados com microscópio eletrônico de varredura e as variações na distribuição de poros determinadas por intrusão de mercúrio (Delage, 2002), podendo-se concluir que:

(i) O colapso progressivo de grandes poros de um solo saturado submetido a tensões de compressão crescentes explica o aumento do valor de entrada de ar na curva característica (Figura 2.8 (a)) (Delage, 2002; Vanapalli *et al.*, 2002);

(ii) A amostra compactada abaixo do teor de umidade ótima é caracterizada por apresentar uma microestrutura com poros largos entre agregados, muito maiores que os poros da amostra compactada com teor de umidade acima do teor de umidade ótimo (Figura 2.8 (b)) (Delage, 2002; Vanapalli *et al.*, 2002).

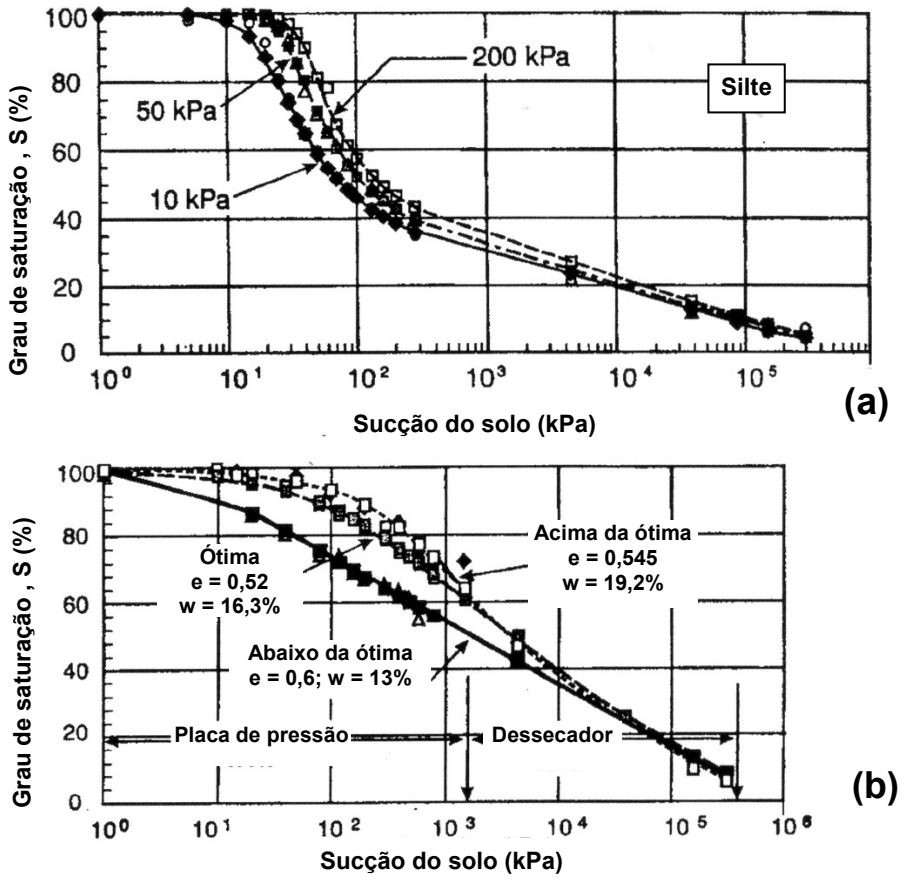


Figura 2.10 – Influência do (a) adensamento e (b) da compactação na curva de retenção (Barbour, 1998; Vanapalli *et al.*, 1999).

Considerando solos granulares, a curva característica pode ser relacionada à distribuição granulométrica. Dada uma mesma sucção, uma areia mal graduada irá reter mais água do que uma areia bem graduada devido à

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

existência de pequenos poros. Analogamente, ocorre um aumento da quantidade de água retida para uma mesma sucção em solos que contém maior fração argila e em solos mais densos. Em solos finos, a habilidade de reter água devido à superfície específica e a capacidade de troca catiônica da fração argila é quantificada pelo limite de liquidez e índice de plasticidade.

O efeito da textura dos solos na curva de retenção pode ser observado na figura abaixo. A figura mostra que para uma mesma sucção a areia apresenta menor teor de umidade enquanto que o grau de saturação dos solos finos aumenta com a plasticidade (Delage, 2002).

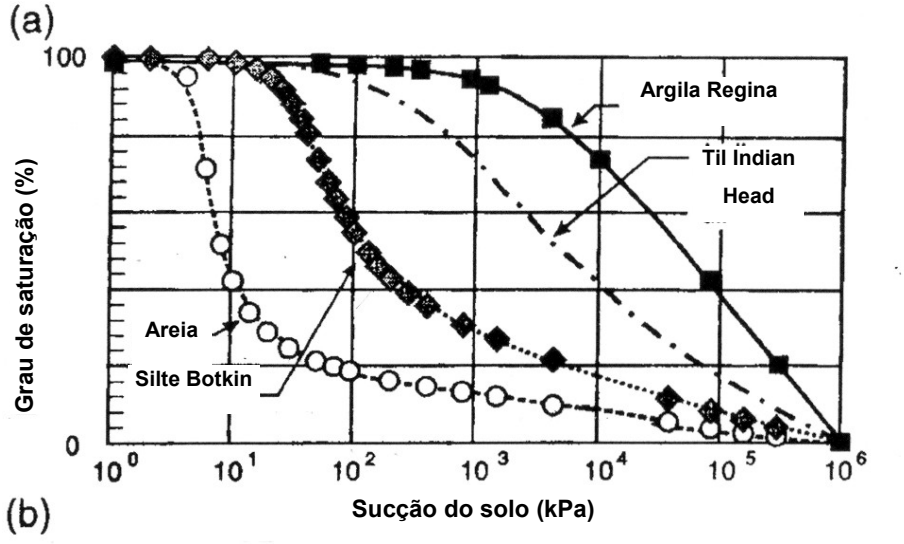


Figura 2.11 – Influência da textura do solo na curva de retenção (Barbour, 1998; Vanapalli *et al.*, 1999).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.2.3. Métodos de Previsão

A partir da observação da familiaridade entre a curva característica e a distribuição granulométrica dos solos, muitos pesquisadores têm proposto métodos de previsão da curva característica usando a distribuição granulométrica. Os primeiros métodos sugeridos usavam dados estatísticos que empregavam análises de regressão em um grande banco de dados para prever o teor de umidade em específicos valores de sucção matricial (Salter *et al.*, 1966; Gupta e Larson, 1979 *apud* Swanson *et al.*, 1999; Arya e Paris, 1981; Tyler e Wheatcraft, 1989 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002). Rawls e Brakensiek (1985 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) sugerem um método que utiliza uma regressão linear múltipla para estimar os parâmetros da equação de Brooks e Corey (1964, *apud*

Vanapalli *et al.*, 2002). Vereecken *et al.* (1989 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) e Scheinost *et al.* (1996 *apud* Vanapalli *et al.*, 2002) apresentam métodos baseados na distribuição granulométrica e porosidade para estimar a curva característica através dos parâmetros de van Genutchen (1980).

Mais tarde foram desenvolvidos modelos teóricos baseados na distribuição porosimétrica do solo (que por sua vez pode ser determinada pela distribuição granulométrica). Nos modelos teóricos a distribuição granulométrica é dividida em um número uniforme de tamanhos de partículas e, começando pelo menor tamanho de partícula, a curva de retenção é estimada para cada fração (Fredlund *et al.*, 2002). A curva completa daí obtida pela soma das parcelas determinadas. Os programas que incorporam o modelo teórico incluem TheHyProS (Tarnawski e Wagner, 1991 *apud* Swanson *et al.*, 1999), SOILPARA (Scientific Software Group 1998, *apud* Swanson *et al.*, 1999) e SOILVISION (SoilVision Systems Ltd. 1997, *apud* Vanapalli *et al.*, 2002). O programa SOILVISION combina o método teórico com um sistema de banco de dados de solos contendo distribuição granulométrica e curva de retenção (Fredlund *et al.*, 2002). Os trabalhos publicados na literatura indicam que os métodos teóricos para a previsão da curva característica utilizando a distribuição granulométrica são mais acurados para solos que apresentam uma distribuição uniforme do que para os solos que apresentam uma distribuição bem graduada (Swanson *et al.*, 1999).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.3. Condutividade Hidráulica

À medida que decresce a quantidade de água em um solo é maior a dificuldade para a passagem de água por entre as partículas, ou seja, a "permeabilidade" dos solos não saturados é menor que a permeabilidade do solo saturado. A função que relaciona a "permeabilidade" não saturada com a umidade do solo ou seu grau de saturação é chamada condutividade hidráulica. O termo permeabilidade representa uma condição particular na curva de condutividade hidráulica quando o solo está saturado.

Na Figura 2.12 apresenta-se o efeito do grau de saturação para uma argila siltosa compactada. Neste exemplo as amostras foram compactadas com um peso específico seco de 16,98 kN/m^3 (Das, 1983).

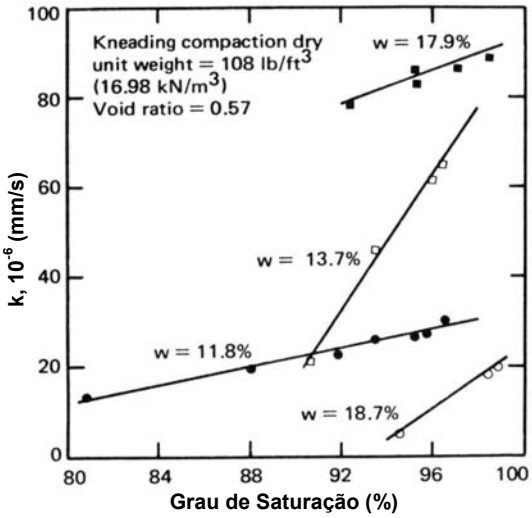


Figura 2.12 - Influência do grau de saturação na permeabilidade de uma argila siltosa compactada em diversas umidades (Das, 1983).

Se a curva de condutividade hidráulica for expressa em termos de umidade volumétrica ou grau de saturação, apresenta pequena histerese, mas geralmente assume-se que existe uma relação única entre esses parâmetros. Essa hipótese é razoável uma vez que o volume de fluxo de água é função direta do volume de água no solo. No entanto, quando a curva de condutividade hidráulica é expressa em termos da sucção matricial, a histerese da curva característica é transmitida a esta (Fredlund e Rahardjo, 1993).

Diversos métodos experimentais estão disponíveis para determinar a condutividade hidráulica em solos não saturados, no entanto, esse parâmetro é normalmente determinado indiretamente e não medido (Brisson *et al.*, 2002). Esta é a prática corrente porque as medidas diretas das propriedades de fluxo não saturado requerem equipamentos elaborados e ensaios de longa duração.

Assim, vários pesquisadores têm desenvolvido procedimentos para a previsão da condutividade hidráulica. Para um meio poroso com estrutura incompressível, a função de condutividade hidráulica pode ser expressa de 3 maneiras (Huang *et al.*, 1997):

(i) Funções empíricas relacionadas à sucção matricial ou teor de umidade volumétrica;

(ii) Modelos macroscópicos baseados no grau de saturação “efetivo”;

(iii) Modelos estatísticos nos quais a condutividade hidráulica relativa é calculada a partir da curva característica.

Os modelos empíricos são desenvolvidos utilizando resultados de ensaios de laboratório (por exemplo, Richards, 1952; Gardner, 1958). Os modelos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

macroscópicos são expressões analíticas que levam em consideração muitas variáveis que influenciam o fluxo no solo (por exemplo, Brooks e Corey, 1964, *apud* Vanapalli *et al.*, 2002). E os modelos estatísticos são desenvolvidos considerando a probabilidade de continuidade da fase líquida entre os poros de vários tamanhos na formulação da função (por exemplo, van Genutchen, 1980 e Fredlund e Xing, 1994). Essas três formas de funções de condutividade hidráulica estão relacionadas devido à relação entre o teor de umidade volumétrica, grau de saturação e sucção matricial.

São inúmeras as propostas para determinação da condutividade hidráulica utilizando o coeficiente de permeabilidade saturado e a curva característica (Brooks e Corey, 1964; Mualem, 1976; Gardner, 1958 *apud* Brisson *et al.*, 2002; Vanapalli *et al.*, 2002; van Genuchten, 1980). Uma das razões para isso é que a condutividade hidráulica dos solos tem estreita relação com a curva característica como mostra a Figura 2.11, com uma curva característica típica e função de permeabilidade para uma areia e para um silte argiloso. O coeficiente de permeabilidade para ambos os solos permanece relativamente constante até o valor de entrada de ar ser atingido. Após esse ponto, a condutividade hidráulica decresce rapidamente. A função de permeabilidade apresenta-se essencialmente linear até o valor de sucção residual (e.g. Liakopoulos, 1965 apud Fredlund e Rahardjo, 1993). No entanto, para valores de sucção em torno deste valor são escassos os dados da literatura para confirmar os valores de permeabilidade (Fredlund, 2000).

Quando da utilização da curva característica na estimativa da curva de condutividade hidráulica, de modo geral, supõe-se que o solo possui uma distribuição randômica de poros e uma estrutura incompressível (Fredlund e Rahardjo, 1993). Em geral, os modelos matemáticos requerem o conhecimento prévio dos teores de umidade saturado e residual, da sucção de entrada de ar e da condutividade hidráulica saturada, além de parâmetros de ajuste. A Tabela 2.2 resume algumas destas proposições.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

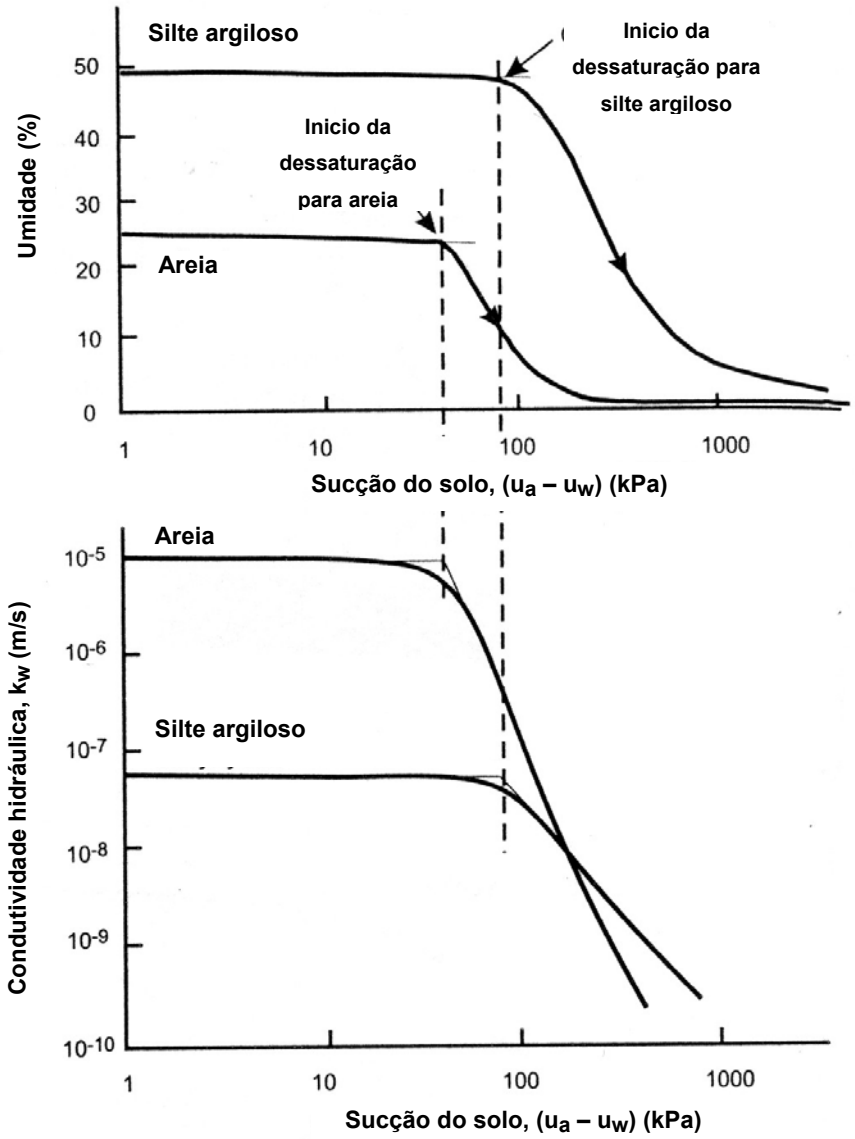


Figura 2.13 – Esquema de funções de permeabilidade e curvas características para uma areia e um silte argiloso (Fredlund, 2000).

Muitas dessas proposições resultam em ajustes razoavelmente bons entre os valores previstos e os medidos para a condutividade hidráulica. As comparações são usualmente realizadas com resultados de ensaios de laboratório em amostras de pequeno tamanho (Brisson *et al.*, 2002). No entanto, alguns estudos têm mostrado diferenças significativas entre o comportamento previsto usando a curva característica e o comportamento de fluxo determinado em campo (Meerdink *et al.*, 1996; Amraoui *et al.*, 1998; Holland *et al.*, 2000 *apud* Brisson, 2002). As pesquisas sugerem que as macro e micro feições devem ser adequadamente representadas em laboratório para uma avaliação adequada do comportamento de fluxo em solos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Tabela 2.2 – Proposições para a modelagem da curva de condutividade hidráulica (Gerscovich e Guedes, 2004).

Modelo	Equação	Definição de Variáveis
Gardner (1958)	$k = \frac{k_{sat}}{1 + a\left(\frac{\psi}{\rho_w g}\right)^n}$	ψ = sucção; a e n = parâmetros de ajuste; ρ_w = densidade da água; g = aceleração gravitacional;
Brooks e Corey (1968)	$\begin{cases} k(\psi) = k_{sat}\left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^n \rightarrow \psi > \psi_b \\ k(\psi) = k_{sat} \rightarrow \psi \leq \psi_b \end{cases}$	ψ = sucção; ψ_b = sucção de entrada de ar; n = parâmetros de ajuste;
Arbhabhirama e Kridakorn (1968)	$k = \frac{k_{sat}}{\left(\frac{\psi}{\psi_b}\right)^{n'} + 1}$	ψ = sucção; ψ_b = sucção de entrada de ar; n' = parâmetros de ajuste;
Davidson *et al.* (1969)	$k = k_{sat} e^{[\beta(\theta - \theta_s)]}$	θ_s = teor de umidade saturado; β = parâmetro de ajuste;
Campbell (1974)	$k = k_{sat}\left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{2\beta+3}$	θ_s = teor de umidade saturado; β = parâmetro de ajuste;
Mualem (1976)	$\frac{k}{k_{sat}} = \frac{\left[1 - (\alpha\psi)^{m.n}\left(1 + (\alpha\psi)^n\right)^{-m}\right]^2}{\left[1 + (\alpha\psi)^n\right]^{m/2}} \rightarrow \psi > 0$	ψ = sucção; m, n e a = parâmetros de ajuste;
Mualem e Dagan (1978)	$\frac{k}{k_{sat}} = S\left(\frac{\int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\psi^{1+b}}}{\int_0^{\theta_s} \frac{d\theta}{\psi^{1+b}}}\right)^2$	ψ = sucção; θ = teor de umidade volumétrico; b = fator de tortuosidade;
Van Genuchten (1980)	$k(\theta) = k_{sat}.S^l\left[1 - \left(1 - S^{\frac{1}{m}}\right)^m\right]^2$ $S = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	S = grau de saturação; l = 0,5; m = parâmetro de ajuste;
Leong e Rahardjo (1998)	$\frac{k}{k_{sat}} = \Theta^p \rightarrow \Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$	Θ = teor de umidade normalizado; p = parâmetro de ajuste;
Vanapalli e Lobbezoo (2002)	$\frac{k}{k_{sat}} \approx 10^{(7,9.\log S^{\gamma})}$ $\gamma = 14,08(IP)^2 + 9,4(IP) + 0,75$	IP = índice de plasticidade

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Gerscovich e Guedes (2004) avaliaram a aplicabilidade de proposições empíricas para a modelagem das relações entre condutividade hidráulica e sucção/teor de umidade a solos brasileiros. Foram analisados dados de Reichardt *et al.* (1976) e Tibana e Campos (1994). Os resultados mostraram uma grande variabilidade na qualidade do ajuste das curvas experimentais, sendo os menores erros observados com os modelos baseados na variação de sucção. Entre os modelos avaliados por esses pesquisadores, o de Brooks e Corey (1968) e Arbhabhirama e Kridakorn (1968) forneceram os melhores ajustes para os solos analisados.

2.4. Variáveis de Estado de Tensão

Em solos saturados, aspectos relacionados à resistência e deformação são estudados com base no conceito de tensões efetivas (Terzaghi, 1936). A tensão efetiva é definida como o excesso de tensão aplicada em relação à poro-pressão existente no fluido:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} u_w \quad \textbf{(Equação 2.8)}$$

Onde:

δ_{ij} = delta de Kronecker.

Entretanto, este conceito não se aplica para solos não saturados. Em função disto, começaram a surgir diversas pesquisas com o objetivo de encontrar uma equação que explicasse as variações de tensão e, na tentativa de generalizar o conceito de Terzaghi, foram apresentadas diversas propostas que estão resumidas na Tabela 2.3.

No entanto, nenhuma destas formulações se apresentou adequada para representar o comportamento tensão-deformação-resistência dos solos não-saturados. Em termos de resistência ao cisalhamento foi observada uma boa concordância, mas os fenômenos de deformabilidade, tais como o colapso por molhagem, não foram bem representados. De acordo com o princípio das tensões efetivas de Terzaghi, a resposta mecânica do solo tanto em termos de resistência como em termos de deformabilidade deveria ocorrer em função de variações da tensão efetiva e isso não se mostrou adequado para os solos não saturados. De uma forma simplificada, o princípio das tensões efetivas acopla os

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

efeitos das variações das poro-pressões e das tensões e nos solos não saturados os dois comportamentos são independentes (Farias, 2004).

Para permitir a reprodução de fenômenos que ocorrem a tensões constantes, as variáveis de tensão e as variáveis de poro-pressão devem ser tratadas de maneira isolada (Bishop e Blight, 1963; Burland, 1964; Matyas e Radhakrishna, 1968). Matyas e Radhakrishna (1968) assumiram que o solo é constituído por três fases. As tensões da fase sólida são representadas pelo tensor de tensões σ_{ij}, a tensão na fase ar é representada pelo tensor $u_a\ \delta_{ij}$, e a tensão na fase água é representado pelo tensor $u_w\ \delta_{ij}$. A Figura 2.14 ilustra a atuação das variáveis num elemento de solo.

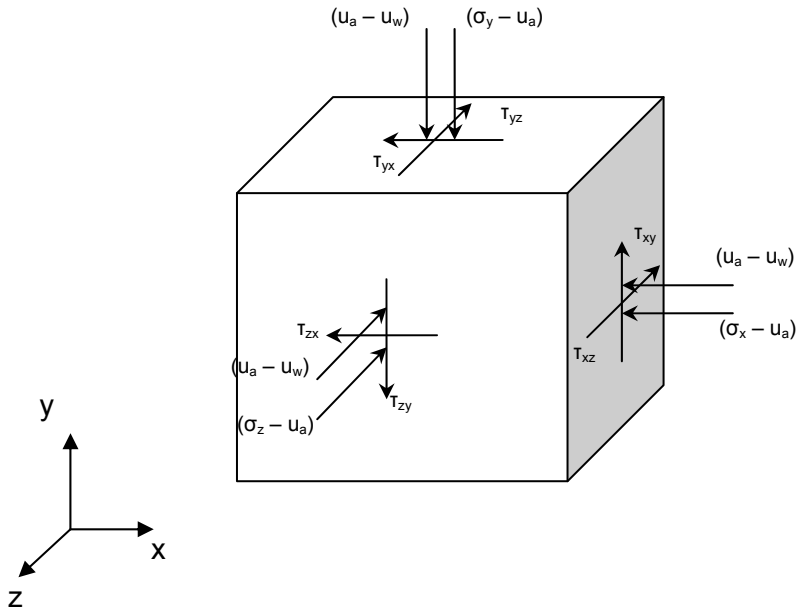


Figura 2.14 – Variável de estado de tensão para um solo não saturado (Farias, 2004).

Para a total separação das componentes de tensão na estrutura sólida e das poro-pressões na fase líquida, Fredlund e Morgenstern (1976, 1977) sugeriram combinar os componentes de cada fase em tensores. O primeiro tensor definido $\left(\sigma_{ij} - u_a\delta_{ij}\right)$ é conhecido por tensor de tensões líquidas e representa o excesso de tensão aplicada em relação à tensão na fase ar. O segundo tensor definido $\left(\sigma_{ij} - u_w\delta_{ij}\right)$ representa o excesso de tensão aplicada em relação à tensão na fase água. O terceiro tensor definido $\left(u_a - u_w\right)\delta_{ij}$ é a diferença de tensão entre os dois fluidos. O termo $\left(u_a - u_w\right)$ é conhecido por sucção matricial, ou simplesmente sucção. Esta proposição é a mais utilizada até o momento.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Tabela 2.3 – Expressões formuladas com base na extensão do princípio das tensões efetivas para solos não saturados.

Autores	Expressão	Componentes
Aitchinson e Donald (1956)	$\sigma' = \sigma + p''$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal p'' : poro-pressão de água negativa
Croney, Coleman e Black (1958)	$\sigma' = \sigma - \beta' u_w$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal β' : fator de ligação u_w : poro-pressão de água
Bishop (1959)	$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal χ : parâmetro relacionado ao grau de saturação do solo u_w : poro-pressão de água u_a : poro-pressão de ar
Lambe (1960)	$\sigma' = \sigma.a_m + u_a.a_a + u_w.a_w + R - A$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal u_w : poro-pressão de água u_a : poro-pressão de ar a_m, a_a, a_w : parte da área total ocupada pelos sólidos, ar e água R : resultante das forças de repulsão A : resultante das forças de atração
Aitchinson (1960)	$\sigma' = \sigma + \psi.p''$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal ψ : parâmetro com variação entre 0 e 1 p'' : poro-pressão de água negativa
Jennings (1961)	$\sigma' = \sigma + \beta.p''$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal β : fator estatístico relativo p'' : poro-pressão de água negativa

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Tabela 2.2 Continuação – Expressões formuladas com base na extensão do princípio das tensões efetivas para solos não saturados.

Autores	Expressão	Componentes
Newland (1965)	$\sigma' = \sigma_1 + (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal χ : parâmetro relacionado ao grau de sat. do solo u_w : poro-pressão de água u_a : poro-pressão de ar
Richards (1966)	$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi_m(h_m - u_a) + \chi_s(h_s - u_a)$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal χ_m : parâmetro de tensão efetiva para sucção osmótica χ_s : parâmetro de tensão efetiva para sucção matricial u_w : poro-pressão de água u_a : poro-pressão de ar h_m : sucção matricial h_s : sucção osmótica
Aitchinson (1973)	$\sigma' = \sigma + \chi_m.h_m + \chi_s.h_s$	σ' : tensão efetiva σ : tensão total normal χ : parâmetro relacionado ao grau de sat. do solo u_w : poro-pressão de água u_a : poro-pressão de ar

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.5. Resistência ao Cisalhamento

A resistência dos solos talvez seja a propriedade mais importante para a engenharia e toma muitas vezes o papel principal numa campanha de investigação. Estruturas geotécnicas normalmente não se tornam saturadas durante sua vida útil e, portanto, as condições não saturadas são relevantes no projeto destas estruturas.

A resistência ao cisalhamento de solos não saturados aumenta com a sucção de forma não linear, e os acréscimos de resistência aparentam ser cada vez menores à medida que os valores de sucção aumentam (Vanapalli *et al.*, 1998). Quando o grau de saturação de um solo é superior a 85% os princípios da mecânica dos solos saturados podem ser aplicados (e.g. Fredlund e Rahardjo, 1993), e por outro lado, valores experimentais de resistência e comportamento de solos com altas sucções (baixos teores de umidade) são limitados na literatura (Vanapalli *et al.*, 1998).

A primeira equação sobre resistência de solos não saturados foi proposta por Bishop em 1959, estendendo o princípio de tensões efetivas de Terzagui para solos não saturados e aplicando o critério de Mohr-Coulomb:

$$\tau = c' + \left[\left(\sigma_n - u_a\right) + \chi\left(u_a - u_w\right)\right]\tan\phi' \quad \textbf{(Equação 2.9)}$$

Onde:

τ = resistência ao cisalhamento de solos não saturados;

c' = coesão efetiva;

ϕ' = ângulo de atrito;

$\left(\sigma_n - u_a\right)$ = tensão normal líquida;

$\left(u_a - u_w\right)$ = sucção matricial;

χ = parâmetro dependente do grau de saturação.

O parâmetro χ assume valores entre 0 e 1, o que representa a condição de solo com umidade 0% e solo totalmente saturado. Bishop *et al.* (1960) relatam a relação entre o grau de saturação S e o parâmetro empírico χ.

Em 1978, Fredlund *et al.* propuseram uma relação para explicar a resistência de solos não saturados em função de duas variáveis de tensão independentes como mostrado abaixo:

$$\tau = c' + \left(\sigma_n - u_a\right)\tan\phi' + \left(u_a - u_w\right)\tan\phi^b \quad \textbf{(Equação 2.10)}$$

Onde ϕ^b caracteriza a contribuição de resistência no solo devido à sucção matricial. A representação gráfica da expressão de Fredlund *et al.* (1978) é apresentada na figura seguinte:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

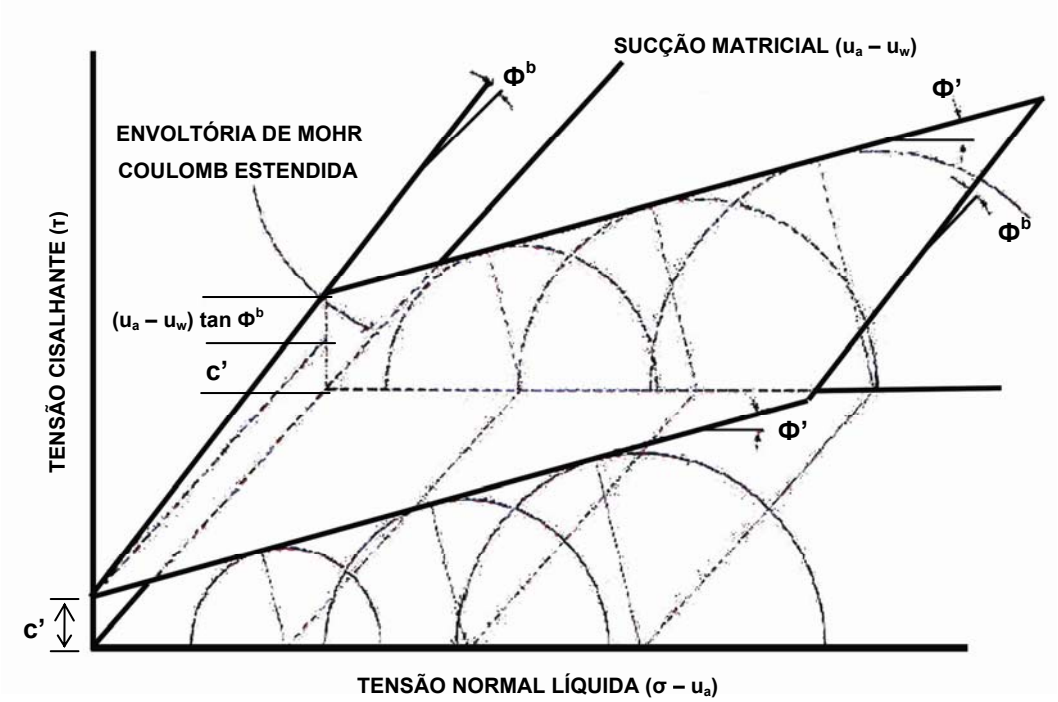


Figura 2.15 – Representação tridimensional da resistência de solos não saturados em função das variáveis de tensão.

A equação de Fredlund *et al.* (1978) pode ser reescrita como:

$$\tau = c' + \tan\phi' \left[(\sigma - u_a) + \frac{\tan\phi^b}{\tan\phi'} (u_a - u_w) \right] \quad \textbf{(Equação 2.11)}$$

Então, o parâmetro χ de Bishop pode ser verificado como sendo:

$$\chi = \frac{\tan\phi^b}{\tan\phi'} \quad \textbf{(Equação 2.12)}$$

Ou seja, tanto a proposta de Fredlund *et al.* como a proposta de Bishop apresentam a mesma solução para a resistência dos solos não saturados. No entanto, os parâmetros de Fredlund *et al.* são de mais fácil determinação (e.g. de Campos, 1997). O parâmetro χ é altamente dependente do tipo de ensaio, ou seja, da trajetória de tensões e dos ciclos de molhagem e secagem (e.g. Farias, 2004). Para a determinação da resistência dos solos não saturada, foi proposto para o parâmetro χ o valor de uma constante empírica, dada por (Khallili e Khabbaz, 1998 *apud* Vanapalli e Fredlund, 2002):

$$\chi = \left\{ \frac{(u_a - u_w)_f}{(u_a - u_w)_b} \right\}^{\eta} \quad \textbf{(Equação 2.13)}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Onde:

$(u_a - u_w)_f$ = sucção matricial no corpo-de-prova nas condições de ruptura;

$(u_a - u_w)_b$ = valor de entrada de ar;

η = constante igual a -0,55, valor sugerido com base em dados de 13 solos publicados na literatura.

A utilização da equação 2.10 resulta em valores razoáveis para a resistência dos solos para baixos valores de sucção, mas não apresenta valores adequados para altas sucções (Vanapalli e Fredlund, 2002).

A equação de Fredlund *et al.* (1978) (Equação 2.7) é baseada na independência do ângulo de atrito ϕ' com a sucção e isto nem sempre é verdadeiro (Delage, 2002). Resultados experimentais obtidos de diferentes pesquisadores (Figura 2.16) mostram que enquanto a coesão sempre aumenta com a sucção, o ângulo de atrito pode crescer ou decrescer (Escario e Saez, 1986 e 1987; Delage *et al.*, 1987; Fredlund *et al.*, 1987; Escario e Jucá, 1989; Delage e Graham, 1995; de Campos, 1997).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

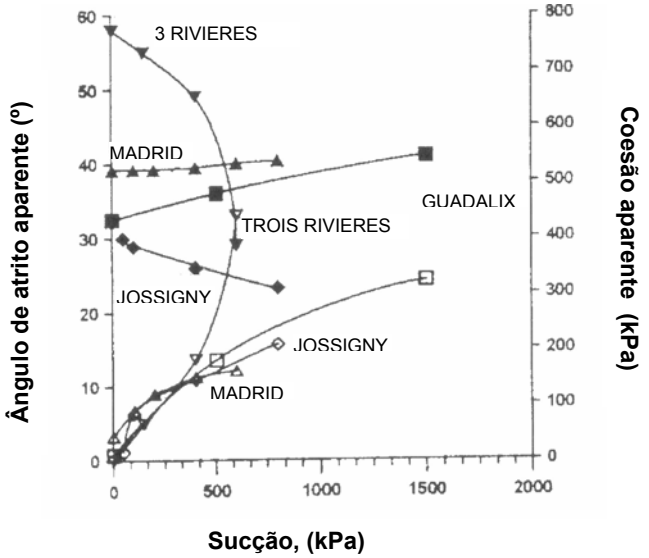


Figura 2.16 – Variações na coesão e no ângulo de atrito com a sucção (Delage e Graham, 1995).

Estudos recentes apontam para o uso da curva característica de sucção do solo como auxílio à determinação da resistência ao cisalhamento (Öberg e Sällfors, 1997; Fredlund *et al.*, 1995). As pesquisas baseiam-se na idéia de que a

influência da sucção matricial na resistência ao cisalhamento do solo está intimamente relacionada com o seu grau de saturação. Assim, para valores de sucção menores que o valor da entrada de ar do solo tem-se $\phi^b = \phi'$. Öberg e Sällfors (1995, 1997) propõem a utilização da equação de Bishop admitindo-se $\chi = S$, onde S é o grau de saturação do solo, para obtenção da resistência dos solos não saturados, com a obtenção dos parâmetros u_w e S a partir da curva característica. Resultados de ensaios obtidos na literatura comparados aos valores obtidos com a proposta de Öberg e Sällfors (1995, 1997) não apresentaram boa concordância para todos os tipos de solos (de Campos, 1997; Vanapalli e Fredlund, 2002).

Para valores de sucção superiores ao valor de entrada de ar do solo, a contribuição dada pela sucção à resistência ao cisalhamento do solo diminui com a dessaturação e resulta em uma variação não linear (Fredlund *et al.*, 1995). A partir desta observação, Fredlund *et al.* (1995) propuseram a seguinte equação para expressar a resistência ao cisalhamento:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a)\tan\phi' + \tan\phi' \int_0^{(u_a - u_w)} [S_e]^p \, d(u_a - u_w) \quad \textbf{(Equação 2.14)}$$

Onde p é um expoente e $S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r}$, e S_r é o grau de saturação residual do solo. Valores de S_e podem ser obtidos pelas proposições de McKee e Bumb (1984 *apud* Fredlund *et al.*, 1995) ou Brooks e Corey (1964 *apud* Fredlund *et al.*, 1995). Ainda, de acordo com os autores, pode-se admitir o valor unitário para o parâmetro p. A integral da equação acima pode ser resolvida utilizando-se uma das propostas constantes na literatura para a representação numérica da curva característica do solo. A utilização da equação de Fredlund e Xing (1994), por exemplo, na Equação 2.12 resultou em valores de resistência bem próximos aos obtidos em ensaios de laboratório (Fredlund *et al.*, 1995).

Como na prática a maioria das obras geotécnicas se encontra em níveis de saturação correspondentes à zona de transição da curva característica (Figura 2.6), Bao *et al.* (1998, *apud* Vanapalli e Fredlund, 2002) propuseram uma equação para a previsão da resistência ao cisalhamento para esta banda específica de umidade do solo. A zona de transição encontra-se entre o valor de entrada de ar e a zona de saturação residual. A variação de comportamento da curva característica nesta zona é linear em um gráfico semi-logarítmico. A

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

proposta de Bao *et al.* leva em consideração essa variação linear, e a resistência ao cisalhamento é dada por:

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a)\tan\phi' + (u_a - u_w)[\xi - \zeta \log(u_a - u_w)]\tan\phi' \quad \textbf{(Equação 2.15)}$$

Onde:

$$\xi = \frac{\log(u_a - u_w)}{\log(u_a - u_w)_r - \log(u_a - u_w)_b} \quad \textbf{(Equação 2.16)}$$

$$\zeta = \frac{1}{\log(u_a - u_w)_r - \log(u_a - u_w)_b} \quad \textbf{(Equação 2.17)}$$

$(u_a - u_w)_r$ = sucção nas condições de teor de umidade residual.

O parâmetro ξ representa o intercepto e o parâmetro ζ representa a inclinação da parte linear da curva característica, respectivamente. A expressão abaixo pode ser utilizada para o ajuste dos dados da curva característica (Bao *et al.*, 1998 *apud* Vanapalli e Fredlund, 2002):

$$\frac{(\theta_w - \theta_s)}{(\theta_s - \theta_r)} = \xi - \zeta \log(u_a - u_w) \quad \textbf{(Equação 2.18)}$$

Onde:

θ_w = teor de umidade volumétrico;

θ_s = teor de umidade volumétrico saturado;

θ_r = teor de umidade volumétrico residual.

Vanapalli *et al.* (1996) propuseram uma função não linear para expressar a resistência ao cisalhamento de solos não saturados usando a curva característica e os parâmetros de resistência saturados. A resistência, de acordo com essa função, é dada por:

$$\tau = [c' + (\sigma_n - u_a)\tan\phi'] + [(u_a - u_w)\{(\Theta^k)(\tan\phi')\}] \quad \textbf{(Equação 2.19)}$$

Onde:

k = Parâmetro de ajuste usado para obter uma melhor adequação entre os valores medidos e os valores preditos;

Θ = Umidade normalizada, θ_w / θ_s ;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

θ_w = Umidade volumétrica;

θ_s = Umidade volumétrica saturada.

A primeira parte da equação é referente à resistência saturada quando a pressão de ar, u_a, é igual à pressão de água, u_w. Esta parte da equação é função da tensão normal uma vez que os parâmetros de resistências c' e ϕ' são tipicamente constantes para um solo saturado para a faixa de carregamentos encontrados na prática da engenharia. Assim, para um valor particular da tensão normal, a primeira parte da equação é um valor constante. A segunda parte da equação é a contribuição na resistência ao cisalhamento devido à sucção, que pode ser presumida usando a curva característica, e os parâmetros de resistência efetivos.

O parâmetro de ajuste, k, pode ser estimado usando a figura abaixo, resultado de um estudo estatístico de Vanapalli e Fredlund (2000) realizado em dados de literatura de solos compactados, no qual o parâmetro k é relacionado ao índice de plasticidade dos solos. Fredlund *et al.* (1995) sugerem que este parâmetro varia entre 1 e 3 e aumenta com a plasticidade do solo.

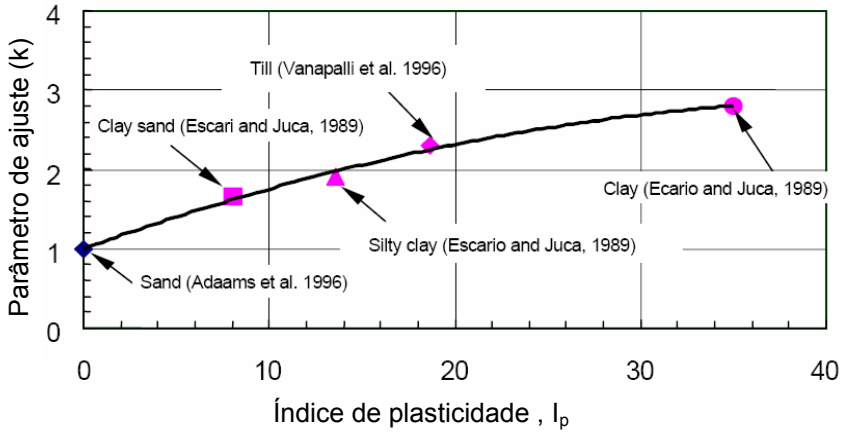


Figura 2.17 – Relação entre o parâmetro de ajuste k e o índice de plasticidade (Vanapalli e Fredlund, 2000).

Vanapalli (2001) apresenta um procedimento para a determinação do parâmetro k a partir de resultados de resistência em ensaios de compressão não confinada com amostras em diferentes teores de umidade e parâmetros de resistência efetiva. De acordo com o autor, obteve-se boa concordância de resultados com a relação entre o parâmetro k e o índice de plasticidade

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

determinada por Vanapalli e Fredlund (2000). Não existem, porém, informações sobre valores representativos deste parâmetro para o caso de solos tropicais indeformados (de Campos, 1997). Oliveira (2004), em ensaios não saturados realizados em um solo residual de gnaisse compactado, adotou valores de k que conduzissem a um melhor ajuste aos dados experimentais. Utilizando os valores de sucção determinados por tensiômetro, o autor obteve um valor de k = 2,9 para as condições de moldagem na umidade ótima e no ramo úmido e 2,2 para as condições de moldagem no ramo seco.

A resistência não saturada também pode ser prevista através da equação (Vanapalli *et al.*, 1996):

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a)\tan\phi' + (u_a - u_w)\left[\left(\frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}\right)\tan\phi'\right] \quad \textbf{(Equação 2.20)}$$

Em estudos de comparação entre a resistência não saturada obtida através de ensaios triaxiais com a prevista pelos modelos, Vanapalli e Fredlund (2002) concluíram que as duas propostas de Vanapalli *et al.* (1996) apresentaram boa concordância de resultados.

A resistência à compressão não confinada pode ser obtida através de uma extensão da equação 2.17, que resulta na expressão (Vanapalli *et al.*, 2000 *apud* Vanapalli, 2001):

$$C_u = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{c'\cos\phi' + (u_a - u_w)\{(\Theta^k)(\tan\phi')\}\cos\phi'}{(1 - sen\phi')} \quad \textbf{(Equação 2.21)}$$

Onde:

C_u = resistência à compressão não confinada.

É considerado que o teor de umidade nos corpos-de-prova submetidos à compressão não confinada não se altera durante o cisalhamento devido à alta taxa de deformação. A análise de resistência através da equação 2.19 é baseada na simplificação de que não há variação significativa de sucção durante o ensaio, ou seja, considera-se que a contribuição à resistência devida à sucção é aproximadamente igual sob carregamento drenado e não drenado (Vanapalli, 2001).

Oliveira e Marinho (2002) compararam valores de resistência ao cisalhamento não saturada, obtidas de ensaios de compressão simples e triaxial não saturado realizados em um solo residual de gnaisse compactado nas condições ótimas, com o modelo de Vanapalli *et al*. (1996). Os ensaios de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

compressão simples foram realizados com deformação controlada, utilizando-se a velocidade de 0,34 mm/min, em corpos-de-prova com sucções iniciais de até 500 kPa. Os parâmetros de resistência saturados foram obtidos em ensaios triaxiais saturados não drenados. A resistência ao cisalhamento do solo não saturado, para os diferentes níveis de sucção, foi determinada supondo que não ocorram variações no ângulo de atrito efetivo para níveis de sucção abaixo de 500 kPa (Vanapalli *et al*., 1996). A Figura 2.18 ilustra o procedimento utilizado para a obtenção da resistência ao cisalhamento do solo não saturado no ensaio de compressão simples para uma dada sucção e a Figura 2.19 apresenta a aplicação do modelo proposto por Vanapalli et al. (1996) aos ensaios de compressão simples (confinante = 0 kPa) e triaxiais (confinante = 100 kPa e 300 kPa) realizados no teor de umidade ótima. Oliveira e Marinho (2002) concluíram que a aplicação de modelos de previsão da envoltória de resistência baseados na curva de retenção pode ser uma importante ferramenta prática.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

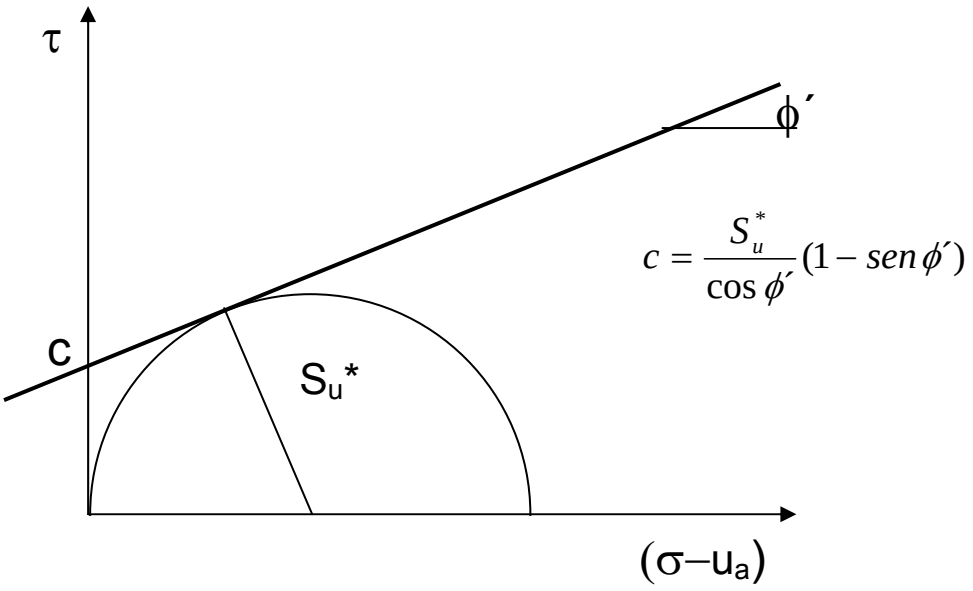


Figura 2.18 – Representação do ensaio de compressão simples a um determinado nível de sucção.

onde S_u^* é a resistência a compressão simples não saturada.

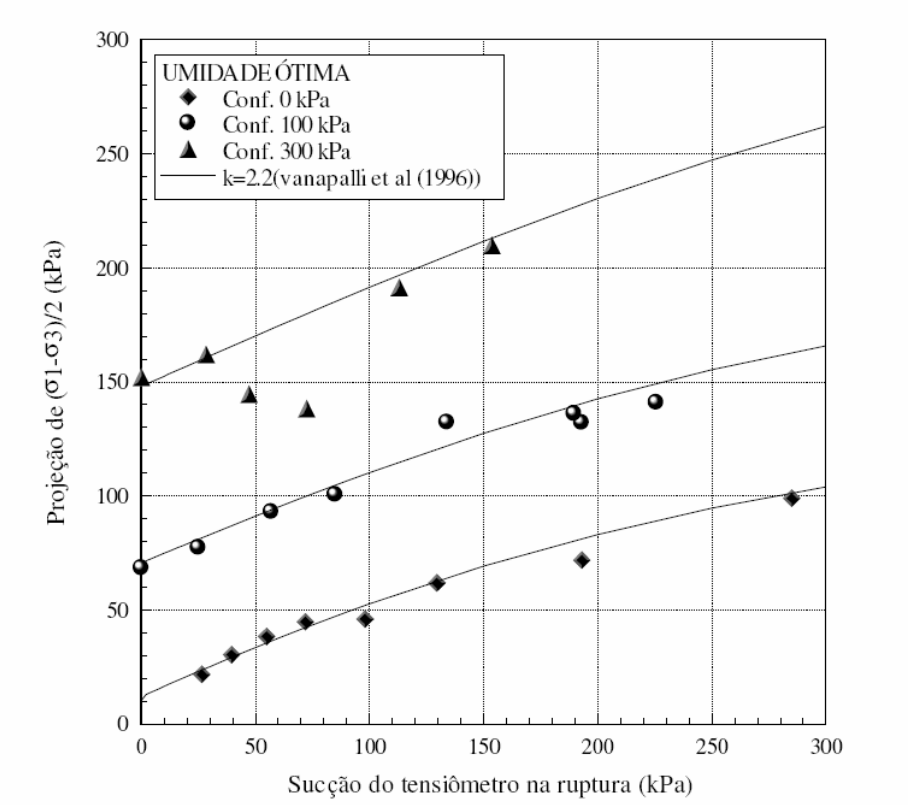


Figura 2.19 – Aplicação do modelo proposto por Vanapalli et al. (1996) aos ensaios realizados no teor de umidade ótima por Oliveira (2004).

Vilar (2007) propõe um método expedito para prever a resistência ao cisalhamento de solos não saturados a partir da resistência efetiva do solo saturado e de resultados de ensaios de resistência de amostras secas ao ar. O método utiliza uma função do tipo hiperbólica para retratar dados experimentais acerca da variação de resistência com a sucção:

$$c = c' + \frac{\psi}{a + b.\psi} \quad \textbf{(Equação 2.22)}$$

Onde:

a e *b* são parâmetros de ajuste.

Vilar (2007) considera que a razão entre c e ψ, a medida que ψ tende a zero, é igual a :

$$\left.\frac{dc}{d\psi}\right|_{\psi \to 0} = \frac{1}{a} = \tan\phi' \quad \textbf{(Equação 2.23)}$$

Outra consideração do autor é que a resistência ao cisalhamento irá atingir um valor último no teor de umidade residual, ou seja:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

$$\lim_{\psi \to \infty} c = c_r = c' + \frac{1}{b}$$ **(Equação 2.24)**

Ou então:

$$b = \frac{1}{c_r - c'}$$ **(Equação 2.25)**

A Equação 2.24 foi desenvolvida para o caso de resistência no teor de umidade residual. No entanto, o autor também recomenda uma equação para a determinação do parâmetro *b* quando se tem resultados de resistência ao cisalhamento em valores quaisquer de teores de umidade. Nesse caso b é dado por:

$$b = \frac{1}{c_m - c'} - \frac{1}{\psi_m \tan\phi'}$$ **(Equação 2.26)**

Onde:

c_m é o valor da coesão para uma dada sucção matricial ψ_m.

A Equação 2.25 deve ser utilizada quando se pretende estimar a resistência ao cisalhamento para uma dada sucção que tem valor inferior ao valor de sucção utilizado no ensaio (ψ_m).

A partir das Equações 2.22 e 2.24 ou 2.25 os parâmetros *a* e *b* podem ser obtidos e a resistência não saturada pode ser prevista considerando válida a relação entre sucção e resistência ao cisalhamento escrita na Equação 2.21.

Esse método expedito mostra resultados bastante satisfatórios para os solos que apresentam um acréscimo de resistência, associado principalmente ao acréscimo de coesão, com o aumento da sucção. No entanto, para solos que apresentam um decréscimo de resistência após um máximo, mesmo com o aumento da sucção não tem seu comportamento bem representado.

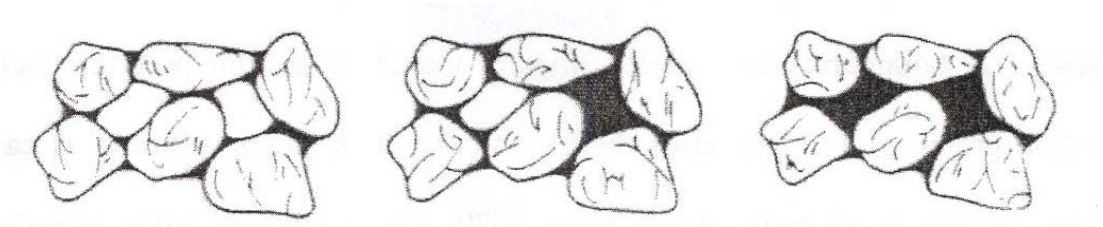
2.6. Resistência à Tração

Geralmente, na prática da engenharia geotécnica, a resistência à tração dos solos é desconsiderada. Para fins de projeto, assume-se que os solos estão saturados ou completamente secos na determinação de parâmetros de tensão, resistência ou deformação. No entanto, conforme já mencionado, inúmeros problemas geotécnicos apresentam situações onde o teor de umidade não

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

corresponde ao estado saturado ou condições de umidade zero. A saturação parcial dos solos produz um aumento na coesão que historicamente tem sido chamada de “coesão aparente”. A coesão aparente engloba dois termos: (1) a coesão clássica c’, que representa a mobilização de forças físico-químicas inter-partículas como as forças de atração de van der Waals, a repulsão ou atração elétrica da camada dupla e a cimentação devido a precipitação de solutos; e (2) a coesão capilar c’’, que representa a mobilização das forças capilares inter-partículas devido à pressão negativa nos poros e à tensão superficial do líquido capilar (Likos e Lu, 2004; Goulding, 2006; Lu *et al*., 2007). Para as argilas ambos os termos apresentam valores significativos em qualquer faixa de saturação. Para as areias, a coesão clássica é geralmente desprezível, enquanto a coesão capilar varia de zero na saturação e torna-se uma função da sucção matricial para menores valores de teor de umidade.

As forças capilares associadas aos estados de saturação contribuem para a resistência à tração e para a resistência ao cisalhamento (Mitchell, 1993; Zeh e Witt, 2005; Zeh e Witt, 2007). Ou seja, os parâmetros que contribuem para a resistência à tração podem ser identificados através da análise dos mecanismos de retenção de água nos solos não saturados. Como mostrado na Figura 2.20, são três os estados de saturação do solo que apresentam poro-pressão negativa ou sucção: “estado residual”, “estado de transição” e “estado capilar” (Lu *et al*., 2005).



(a) (b) (c)

Figura 2.20 – Estados de Saturação em Solos não Saturados. (a) Residual. (b) de Transição. (c) Capilar ou Limite.

No regime capilar (ou zona de efeito limite) o solo ainda está saturado, mas apresenta poro-pressões negativas. À medida em que há um aumento da sucção, a água começa a drenar do corpo-de-prova saturado e ocorre a geração de uma interface ar-água entre os grãos de solo. Este estado é conhecido como zona de transição. A pressão que separa os estados de efeito limite e zona de transição é a pressão de entrada de ar. Se a pressão continuar a crescer acima da pressão de entrada de ar formam-se no solo “pontes líquidas” entre as

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

partículas de solo ou grupos de partículas de solo, com a fase líquida permanecendo contínua. Nesse estado, qualquer mudança na pressão de água é rapidamente homogeneizada. Finalmente, com o crescimento da pressão, o solo atinge o regime residual, que corresponde a altas pressões de sucção e a água existe como pontes líquidas entre e ao redor de partículas e como um fino filme de água ao redor das partículas. Nesse estado são necessárias grandes alterações nos valores de sucção para a remoção de água do solo.

Ainda em relação à resistência à tração dos solos, o número e o tamanho dos poros conduzem a diferentes magnitudes de resistência. Em geral, solos que apresentam apenas pequenos poros exibem resistências superiores aos solos com grandes poros ou solos com diferentes tamanhos de poros (Zeh e Witt, 2007). Em solos finos, a orientação das partículas também governa a resistência dos solos. Estruturas dispersas, como é o caso de argilas compactadas no teor ótimo de umidade, apresentam preponderantemente poros pequenos, e exibem resistência maior com o aumento da sucção (Zeh e Witt, 2007).

De acordo com Barzegar *et al.* (1995) a resistência à tração também é influenciada pelo tipo e quantidade de argilo mineral presente, tamanho da fração argila e quantidade de argila em estado disperso. Rahimi *et al.* (2000) apresentam um estudo de alguns fatores que influenciariam na resistência à tração de solos, entre eles a condutividade elétrica e a quantidade de matéria orgânica.

Villar *et al* (2007) apresentam resultados de ensaios de tração realizados em dois materiais provenientes de resíduo de bauxita preparados em laboratório inicialmente em forma de lama. Os autores apresentam a relação entre a resistência à tração normalizada, os índices físicos e a sucção total e matricial dos materiais. Dos resultados obtidos, pôde ser observado que na relação entre a resistência à tração e os índices físicos, ambos os solos mostraram uma mudança de comportamento para um grau de saturação em torno de 85%. Em torno desse grau de saturação ocorre a entrada de ar mais acentuada nas amostras e é o ponto onde a curva de sucção total apresenta sua curvatura máxima. Ou seja, a resistência à tração seria função da sucção total do solo.

Inúmeras expressões têm sido propostas na literatura para a previsão da resistência à tração para um sistema idealizado de duas partículas no regime de saturação residual. Investigações teóricas prévias focaram a influência da tensão superficial e da sucção analisando as forças resultantes de um menisco de forma ideal (normalmente toróide) localizado entre partículas esféricas ou planares geometricamente localizadas. (*e.g.* Fisher, 1926; Rumpf, 1961; Schubert, 1982).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Outros modelos teóricos baseados na formulação de energia livre, onde hipóteses mais realísticas de um menisco de geometria não ideal e mecanismos de interação de curto alcance são considerados, foram desenvolvidos por Orr *et al*., 1975; Dobbs e Yeomans, 1982 e Molenkamp e Nazemi, 2003 (Lu e Likos, 2004; Likos e Lu, 2004).

No entanto, apesar dos modelos teóricos baseados na formulação de energia livre serem mais completos, as soluções analíticas resultam em valores bastante próximos dos valores de força entre partículas obtida dos modelos clássicos toroidais (Molenkamp e Nazemi, 2003).

De modo geral, as teorias para determinação da força entre um sistema idealizado de duas partículas podem ser descritas considerando duas partículas esféricas de mesmo raio R e a hipótese de um menisco de forma toroidal, definido pelos raios r_1 e r_2, conforme representado na Figura 2.21(a). O diagrama de forças desse sistema é representado pela Figura 2.21(b).

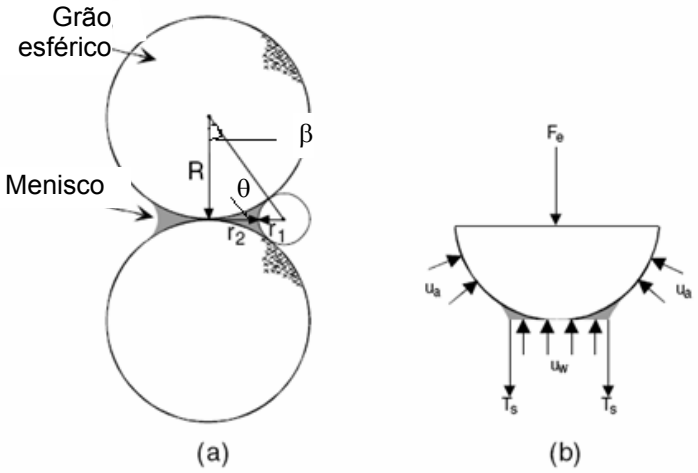


Figura 2.21 – Menisco entre duas esferas de mesmo raio. (a) geometria do menisco. (b) diagrama de forças atuantes sobre a esfera (Likos e Lu, 2004).

O ângulo de preenchimento β representa o tamanho do menisco e o correspondente grau de saturação e teor de umidade do sistema. O ângulo de contato θ é uma propriedade do material, dependente das propriedades do poro, da superfície do grão e direção de molhagem. θ é um ângulo interno à fase líquida, entre a superfície sólida e um ponto tangente à interface ar-líquido. Ângulos de contato menores que 90º indicam uma interação sólido-líquido molhante. Ângulos de contato maiores que 90º indicam uma interação sólido-líquido não molhante. Estudos experimentais baseados em testes de capilaridade ou infiltração horizontal mostraram que ângulos de contato em trajetórias de umedecimento podem alcançar valores de até 80º (Goulding,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2006). Em trajetórias de secagem, o ângulo de contato assume valores que variam de 0º a 60º (Goulding, 2006).

A força capilar resultante (F_t) é formada pela soma das componentes de força da pressão de ar (u_a), da pressão da tensão superficial (T_s) e da sucção (u_a - u_w) que atuam sobre a partícula (Likos e Lu, 2004):

$$F_t = u_a \pi . R^2 - (u_a - u_w) . \pi . r_2^2 - T_s . 2 . \pi . r_2 \quad \textbf{(Equação 2.27)}$$

De maneira simplificada, a tensão superficial T_s de uma interface líquido-gás é definida como uma força concentrada atuando na superfície e é descrita matematicamente por:

$$T_s = \int_0^d (\sigma - u_w) \delta z \quad \textbf{(Equação 2.28)}$$

onde σ é a tensão total na fase água e *d* é a espessura da superfície na qual ocorre o aumento de tensão. Métodos para a determinação direta da tensão superficial envolvem medidas de forças na interface, análise de tubos capilares ou análise do formato e tamanho de gotas de um líquido (Lu e Likos, 2004). A tensão superficial da água é dependente da temperatura. A Figura 2.22 ilustra essa dependência para a interface ar-água. Para a temperatura de 20ºC a tensão superficial é de 72,75 mN/m.

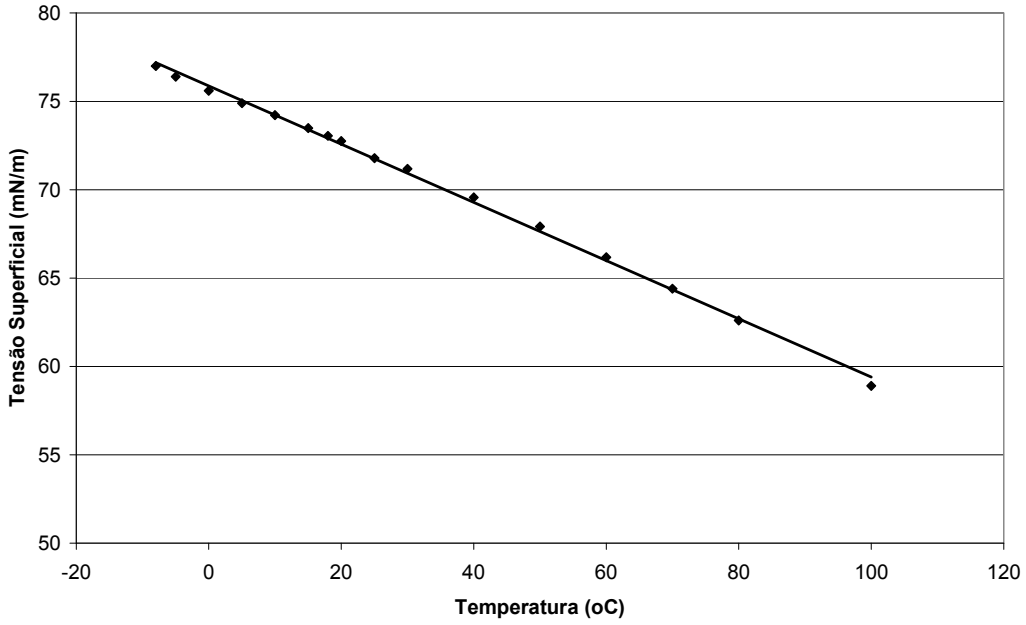


Figura 2.22 – Tensão superficial da interface ar-água em função da temperatura (Lu e Likos, 2004).

Nos itens seguintes são apresentados alguns modelos teóricos de previsão da resistência à tração de solos não saturados.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.6.1. Rumpf, 1961

Um dos primeiros modelos para a previsão da resistência à tração de partículas aglomeradas não saturadas aplicável para o regime de saturação residual foi proposto por Rumpf (1961 *apud* Goulding, 2006). Esse modelo assume que todas as partículas são esferas com o mesmo tamanho e estão distribuídas uniformemente no espaço. Também considera que as ligações são distribuídas estatisticamente ao longo da superfície e em todas as direções.

A Figura 2.23 representa um sistema de duas partículas de diâmetro *d*, distância de separação *a*, ângulo de preenchimento β e ângulo de contato θ, para a qual se pode determinar a resistência média à tração por:

$$\sigma_{tp} = \frac{(1-n).F_t}{n.d^2} = \frac{(1-n).\pi.T_s}{n.d}.\sin\beta\left[\sin(\beta+\alpha) + \frac{\sin\beta}{4}\left(\frac{1}{r^*} - \frac{1}{h^*}\right)\right] \quad \textbf{(Equação 2.29)}$$

Onde: F_t é a força de ligação adimensional (entre duas partículas), T_s é a tensão superficial, n é a porosidade e r^* e h^* são os raios de curvatura que definem o menisco e são definidos por:

$$h^* = \frac{h}{d} = \frac{\sin\beta}{2} + \frac{r}{d}\left[\sin(\beta+\theta) - 1\right] \quad \textbf{(Equação 2.30)}$$

$$r^* = \frac{r}{d} = \frac{\left(1-\cos\beta\right) + \frac{a}{d}}{2.\cos\left(\beta+\theta\right)} \quad \textbf{(Equação 2.31)}$$

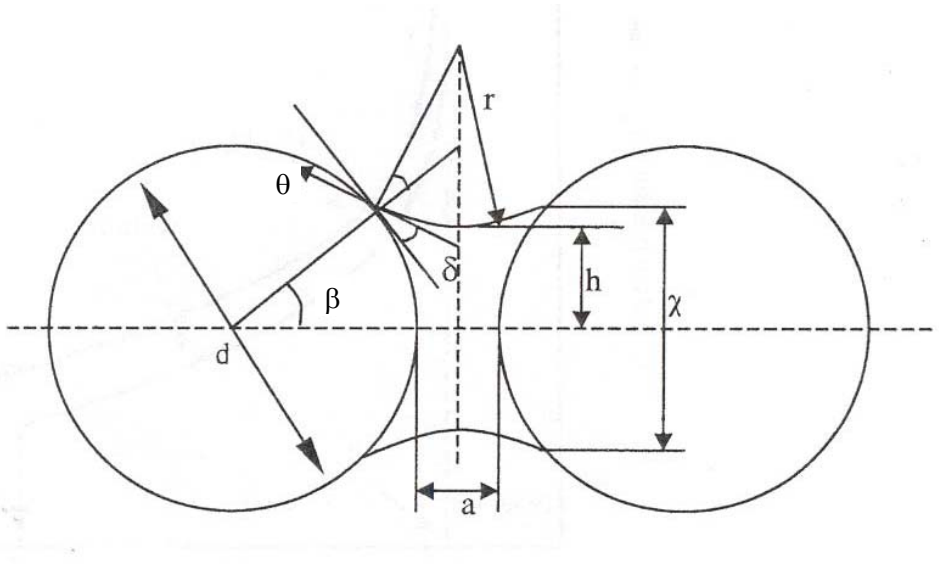


Figura 2.23 – Geometria do menisco para determinação das forças de tração entre duas partículas de mesmo tamanho (Goulding, 2006).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

O ângulo de preenchimento θ pode ser relacionado com o teor de umidade gravimétrica w e o peso específico real dos grãos G_s por (Goulding, 2006):

$$w = \frac{6k.V_{ponte}}{G_s.2\pi d^3} = \frac{6k}{G_s}\left\{\begin{array}{l}\left[r^{*2} + \left(r^* + h^*\right)^2\right].r^*.\cos\left(\beta+\theta\right) - \frac{r^{*3}\cos^3\left(\beta+\theta\right)}{3} - r^{*2}\left(r^* + h^*\right) \\ \left[\cos\left(\beta+\theta\right)\sin\left(\beta+\alpha\right)\left(\left(\frac{\pi}{2}\right) - \beta - \theta\right)\right] - \frac{1}{24}\left(2+\cos\beta\right)\left(1-\cos\beta\right)^2\end{array}\right\}$$

(Equação 2.32)

Onde: *k* é o número médio de pontos de contato partícula-partícula por partícula.

A validade da expressão acima é restrita a graus de saturação dentro do estado residual. Para partículas uniformes orientadas cubicamente (Figura 2.24), por exemplo, o ângulo de preenchimento é limitado a 45º.

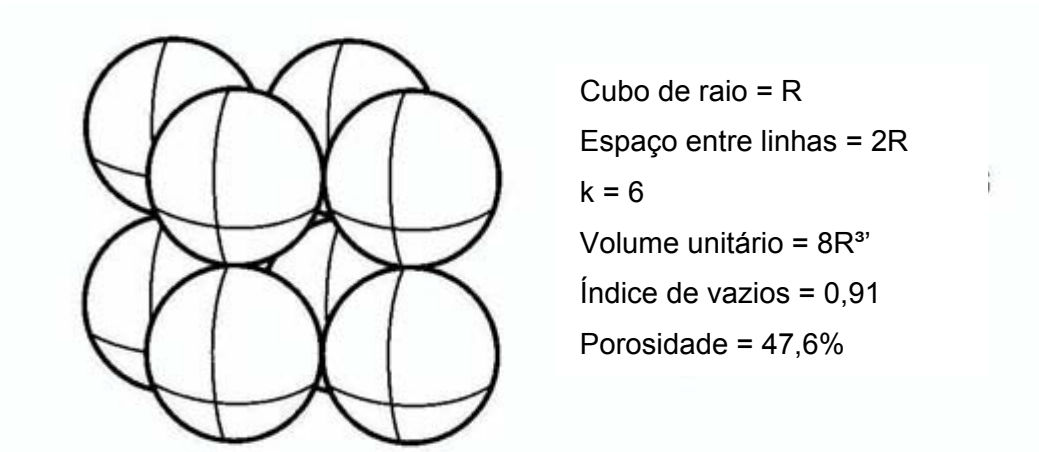


Figura 2.24 – Esferas uniformes em orientação cúbica.

Como pode ser observado pela Equação 2.29, a resistência à tração é inversamente proporcional ao tamanho das partículas. O ângulo de contato, a porosidade e a distância entre partículas também têm grande influência na resistência à tração.

O efeito do tamanho das partículas na resistência à tração do solo pode ser observado na Figura 2.25. São apresentadas três curvas para diâmetros de partículas variando entre d = 0,01 mm (siltes) até d = 1 mm (areias). A resistência à tração, neste caso, pode variar de dezenas de pascais, para o caso de areias, até centenas de quilopascais para siltes. Ou seja, o formato da função

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

de resistência à tração no estado residual é altamente dependente da distribuição granulométrica do solo (Goulding, 2006).

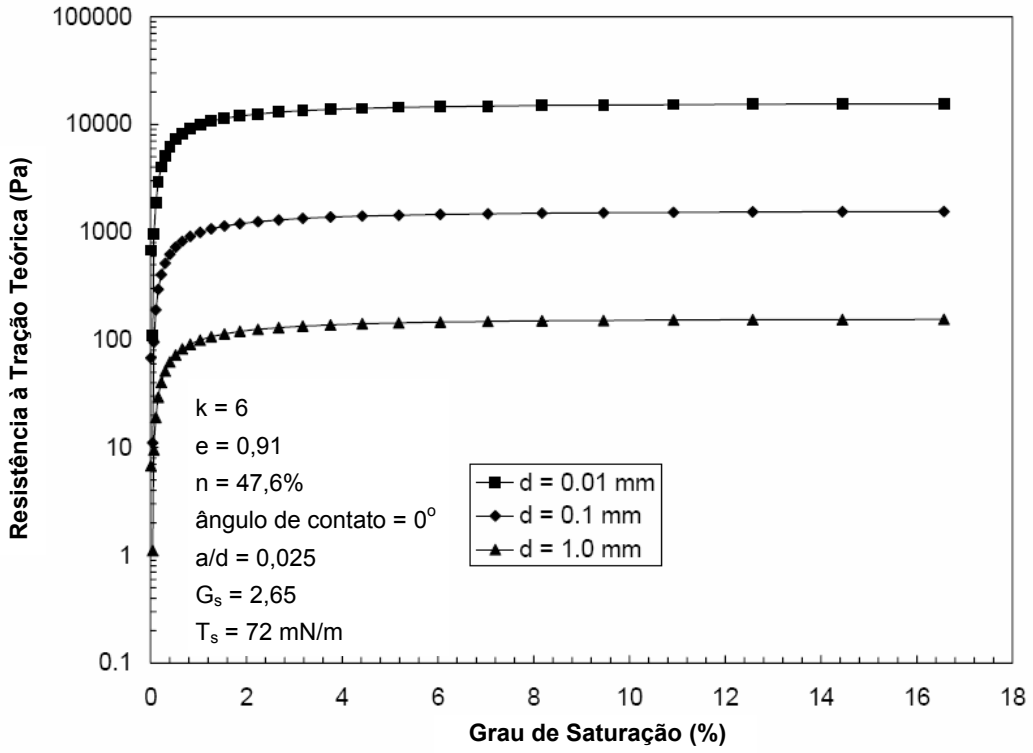


Figura 2.25 – Resistência à tração teórica para partículas esféricas em ordem cúbica em função do tamanho das partículas.

2.6.2. Schubert, 1982

A Figura 2.26 resume a proposta de Schubert (1982 *apud* Heibrock *et al*., 2004) para o cálculo da resistência à tração. A figura apresenta a curva característica de um calcário e o desenvolvimento da resistência à tração em função do grau de saturação (Schubert, 1982 *apud* Heibrock *et al*., 2004). Schubert propõe a determinação da resistência à tração nos três estados de saturação do solo: estado capilar, estado residual e de transição.

Em condições próximas à saturação a resistência à tração é igual à pressão capilar multiplicada pelo grau de saturação, conforme a Equação 2.32.

$$\sigma_{tc} = S.P_c \quad \textbf{(Equação 2.33)}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

onde S é o grau de saturação do solo e P_c é a pressão capilar (sucção matricial), que pode ser determinada diretamente através da curva característica.

Quando os poros começam a dessaturar, as forças de tração devem ser transmitidas pelas "pontes líquidas" formadas entre partículas e poros ainda preenchidos por água. Schubert denomina esse estágio por fase de transição e propõe que a resistência à tração seja calculada pela soma das forças transmitidas pelas pontes líquidas σ_{zb} e pelos poros ainda saturados, conforme equação 2.33:

$$\sigma_{tc} = \sigma_{zb} + (S.P_c) \quad \textbf{(Equação 2.34)}$$

Quando todos os poros encontrarem-se dessaturados e o solo estiver no estado residual, a resistência a tração é igual à soma das forças transmitidas pelas pontes líquidas σ_{zb} (forças entre partículas).

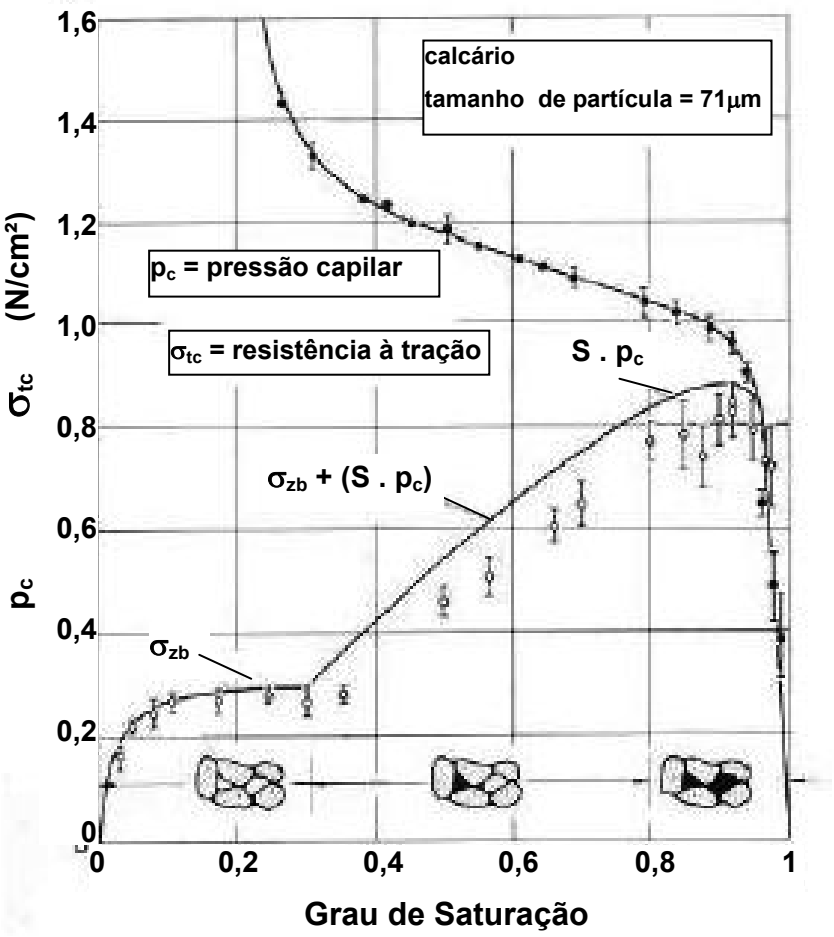


Figura 2.26 – Resistência à tração de um calcário (Schubert, 1982 *apud* Heibrock *et al*., 2004).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Schubert (1982) e Molenkamp e Nazemi (2003) desenvolveram diferentes proposições para o cálculo das forças entre partículas no estado residual. Baseado nessas teorias, a resistência à tração de estruturas de partículas homogêneas pode ser determinada.

A teoria de Schubert (1982 *apud* Heibrock *et al*., 2004) é baseada na teoria capilar de sistemas sólidos porosos. No cálculo da força entre partículas, diferentes contatos entre formas (esferas idênticas, esferas com diferentes diâmetros, esferas e planos) são considerados e descritos em seu livro (Zeh, 2007). Os resultados numéricos são expostos em diagramas conforme apresentado na Figura 2.27.

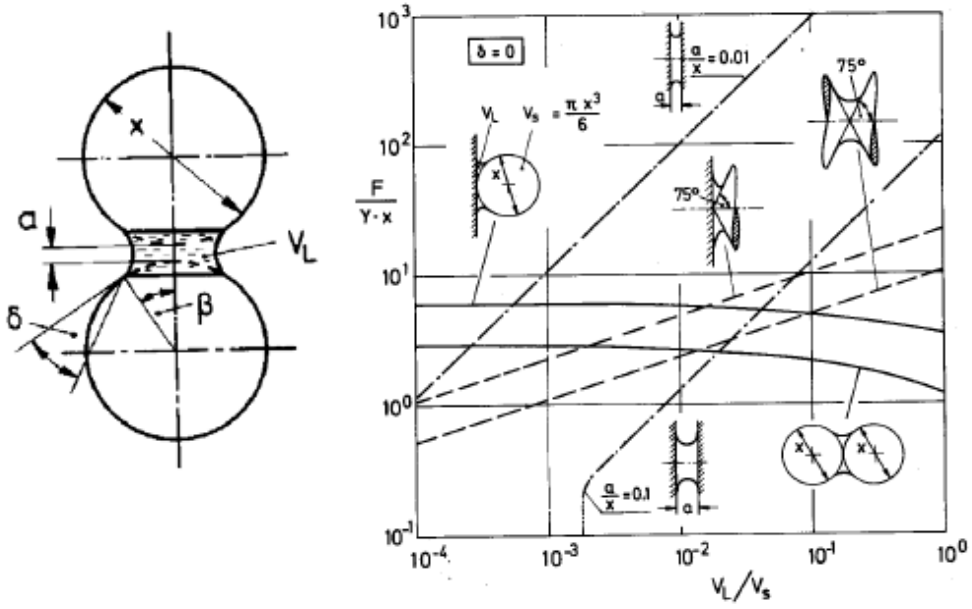
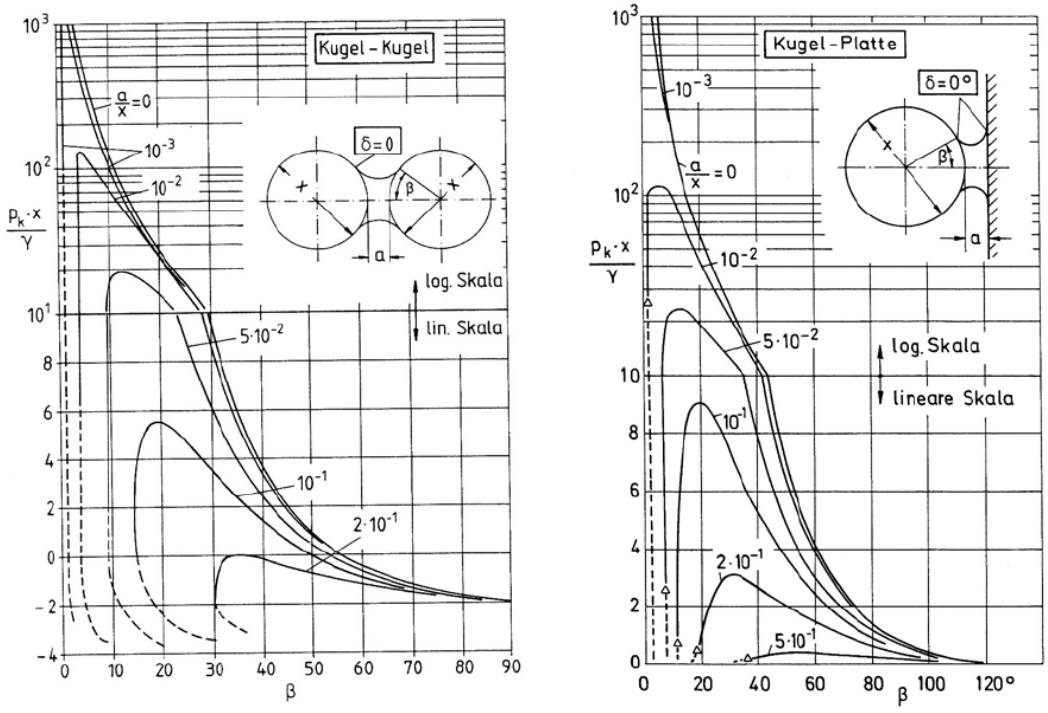


Figura 2.27 – Esferas com “ponte líquida”. Força de contato versus forma de contato e razão entre o volume da “ponte líquida” e o volume da esfera V_L/V_s (Schubert, 1982 *apud* Zeh, 2007).

A força entre partículas pode ser determinada em função: a) da razão entre o volume da “ponte líquida” e o volume da esfera (partícula) V_L/V_s; b) do ângulo β da ponte em relação a força de contato adimensional $F/T_s.x$, onde T_s é a tensão superficial e x é o diâmetro da esfera (partícula).

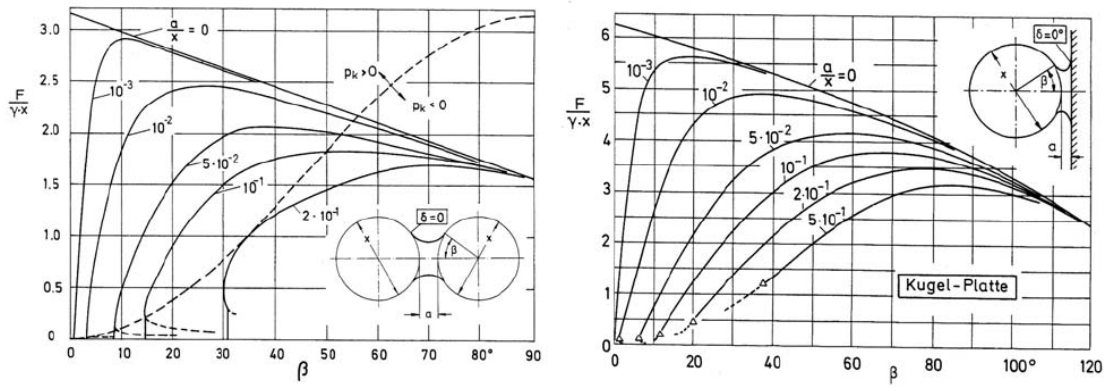
A obtenção da força entre partículas em função dos volumes V_L e V_s é realizada através de gráficos como o apresentado na Figura 2.27, e a obtenção da força entre partículas em função do ângulo β é realizada através de gráficos como os apresentados na Figura 2.28 e Figura 2.29.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA



(a) **(b)**

Figura 2.28 – Determinação do ângulo de contato β em função da pressão capilar adimensional. (a) Contato esfera-esfera. (b) Contato esfera-plano (Schubert, 1982 *apud* Zeh, 2007).



(a) **(b)**

Figura 2.29 – Determinação da força entre partículas em função do ângulo de contato β. (a) Contato esfera-esfera. (b) Contato esfera-plano (Schubert, 1982 *apud* Zeh, 2007).

Após a determinação da força entre partículas, a resistência à tração σ_{tc} é obtida a partir de (Rumpf e Schubert, 1978 *apud* Heibrock *et al*., 2004):

$$\sigma_{tc} = \frac{(1-n).F)}{n.x^2} \quad \textbf{(Equação 2.35)}$$

onde *n* é a porosidade do solo e *x* é o diâmetro das partículas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Mais tarde, em 1984, Schubert (1984) também propôs um modelo para a previsão da resistência à tração no estado de transição (σ_{tf}) pela combinação da equação para a determinação da resistência à tração no estado residual (σ_{tp}) com a equação para o estado capilar (σ_{tc}):

$$\sigma_{tf} = \sigma_{tp} \frac{S_c - S}{S_c - S_f} + \sigma_{tc} \frac{S - S_f}{S_c - S_f} \quad \textbf{(Equação 2.36)}$$

Onde S é o grau de saturação, S_c é o grau de saturação superior para o estado capilar, S_f é o grau de saturação superior para o estado de transição. Os limites para o grau de saturação são obtidos diretamente da curva característica.

2.6.3. Molenkamp e Nazemi, 2003

Molenkamp e Nazemi (2003) consideram as interações entre duas esferas conforme ilustrado na Figura 2.30. A força entre partículas é determinada para um sistema hipotético de uma ponte líquida em contato com duas esferas de igual raio, separadas por uma distância determinada pela aspereza da superfície das esferas e circundadas por uma pressão de vapor de água. Os pesquisadores relacionam a força de contato entre partículas com a sucção do solo, o ângulo de contato da superfície sólido-líquido e o tamanho e rugosidade das esferas em termos adimensionais.

A diferença de pressão em uma interface gás-líquido, sendo a pressão de gás igual a u_g e a pressão de líquido igual a u_w, foi derivada por Laplace como sendo uma função da tensão superficial T_s e da curvatura da interface em termos dos raios R_1 (localizado no gás) e R_2 (localizado no líquido) em dois planos principais ortogonais (Molenkamp e Nazemi, 2003). A diferença de pressão adimensional ψ é expressa de acordo com a Equação 2.37:

$$\psi = \frac{(u_g - u_w).x}{T_s} = \left(\frac{R}{R_1} - \frac{R}{R_2} \right) \quad \textbf{(Equação 2.37)}$$

sendo x o diâmetro da partícula.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

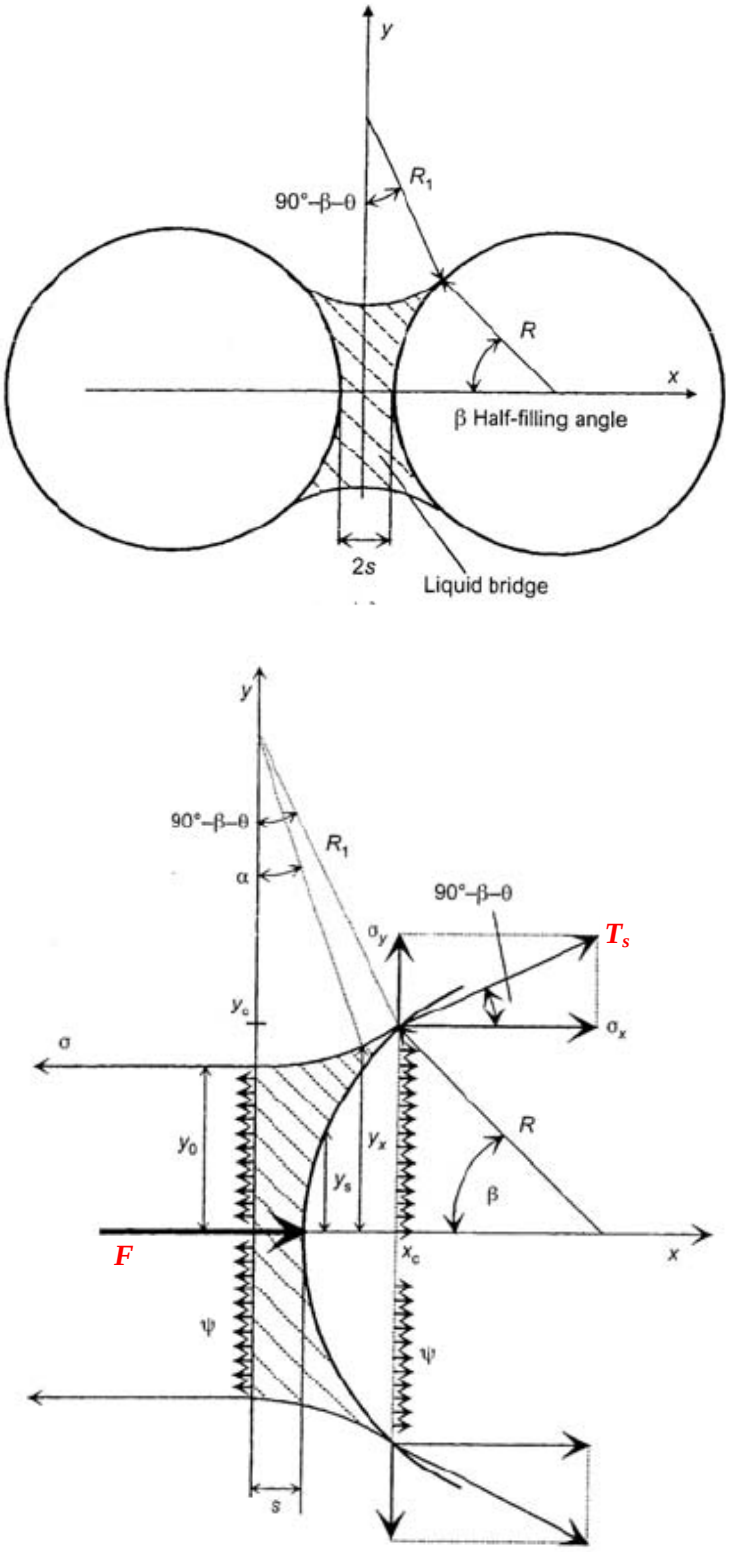


Figura 2.30 – Geometria da ponte líquida entre duas esferas de mesmo tamanho e forças atuando sobre ela (Molenkamp e Nazemi, 2003).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Na Figura 2.30 é definida a dimensão do raio do pescoço do menisco y_0, a dimensão y_x da interface gás-líquido na coordenada x, o ponto de contato da interface com a esfera nas coordenadas y_c e x_c, β o ângulo da ponte líquida e θ o ângulo de contato líquido-sólido. Também estão indicadas na figura a diferença de pressão ψ, a tensão superficial T_s, e a força entre esferas F. Da geometria entre o menisco e a esfera, observa-se que:

$$x_c = R\left(\frac{s}{R} + 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{y_c}{R}\right)^2}\right) \quad \textbf{(Equação 2.38)}$$

e

$$y_c = R.sen\beta \quad \textbf{(Equação 2.39)}$$

A integral que descreve a superfície da ponte líquida é dada por:

$$X_c = \int_{Y_0}^{Y_c} \frac{1}{\left[\frac{4Y^2}{\left(-\psi Y^2 + 2C\right)^2} - 1\right]^{1/2}} dY \quad \textbf{(Equação 2.40)}$$

Sendo os parâmetros adimensionais definidos por: X=x/R; Y=y/R; $Y_0=y_0/R$; $Y_c=y_c/R$ e $C=Y_0+\psi_0^2/2$ derivados a partir das condições limites da interface gás-líquido (Molenkamp e Nazemi, 2003).

A força entre esferas é igual a:

$$F = \psi.\pi.\left(sen\beta\right)^2 + 2.\pi.\left(sen\beta\right)^2.sen\left(\beta + \theta\right) \quad \textbf{(Equação 2.41)}$$

E a diferença de pressão pode ser escrita em função da geometria do menisco por:

$$\psi = \frac{2.Y_0 - 2.Y_c\left(Y_c\cos\theta + sen\theta\sqrt{1 - Y_c^2}\right)}{Y_c^2 - Y_0^2} \quad \textbf{(Equação 2.42)}$$

Conhecendo-se ψ, e os valores de β e θ, a força entre esferas pode ser determinado.

Assim como na proposta de Schubert, a resistência à tração pode ser calculada pela Equação 2.35.

2.6.4. Exemplos de Aplicação

A Figura 2.31 apresenta a curva característica e a curva de resistência à tração de uma areia fina obtidas por Lu *et al*., 2007. Observam-se dois picos distintos para a resistência à tração. O primeiro próximo ao teor de umidade

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

residual e o segundo próximo ao valor de entrada de ar do solo. Esses dois parâmetros, a máxima resistência à tração que ocorre no regime residual (σ_t) e a máxima resistência à tração que ocorre no regime capilar (σ_a), controlam a forma da curva característica de resistência à tração (Lu *et al*., 2007). A resistência à tração varia de forma não linear no regime de transição. Isto é contrário às teorias clássicas que prevêem a variação linear na resistência à tração como resultado da superposição de mecanismos por σ_t e σ_a.

A máxima resistência à tração no regime capilar é observada e teorizada como sendo menor que a correspondente sucção matricial para o mesmo grau de saturação (Lu *et al*, 2007). A resistência à tração máxima no regime capilar é de 1416 Pa para um grau de saturação de 95%, e a correspondente sucção matricial apresenta aproximadamente o mesmo valor (Lu *et al*, 2007).

Schubert (1982) obteve para calcários a pressão de entrada de ar de 9,2 kPa e a resistência à tração máxima de 8,2 kPa e Heibrok *et al*. (2004) em ensaios de caulim o valor de entrada de ar de 316 kPa e resistência à tração máxima de 270 kPa, confirmando a afirmação de Lu *et al*. (2007) que o valor da resistência à tração máxima é aproximadamente igual a 85% a 90% do valor da pressão de entrada de ar.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

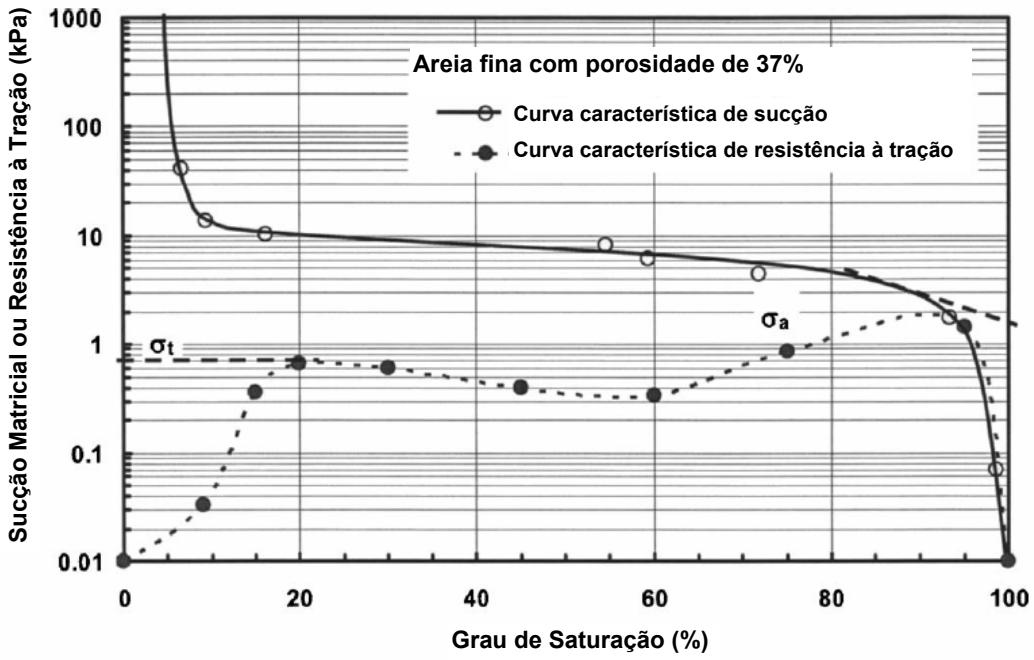


Figura 2.31 – Relação entre a curva característica de resistência à tração e a curva característica de sucção para uma areia fina (Lu *et al*., 2007).

Lu *et al*. (2007) obtiveram a resistência à tração em função do grau de saturação para duas areias em diferentes porosidades. A resistência à tração máxima medida nos ensaios ajustou-se muito bem com os valores teóricos. Os pesquisadores ensaiaram areias disponíveis comercialmente, sendo a areia A constituída de partículas entre 80 μm e 400 μm e a areia B constituída de partículas entre 200 μm e 900 μm. Os resultados obtidos para a areia A são apresentados na Figura 2.32. Observa-se que a resistência à tração exibe dois picos: o primeiro no teor de umidade entre 5 e 7% e o segundo para o teor de umidade acima de 20%. O teor de umidade gravimétrico entre 5 e 7% equivale a um grau de saturação entre 15 e 20% para ambas as porosidades, enquanto que o segundo pico equivale a um grau de saturação entre 90 e 100%. O comportamento de dois picos é mais pronunciado para os ensaios com a areia moldada na porosidade mais baixa. Também observa-se que a amostra com menor porosidade apresenta um valor maior de resistência à tração. Para a porosidade de 45% a resistência máxima obtida é de 1205 Pa. Para a porosidade de 37% a resistência máxima obtida é de 1416 Pa.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

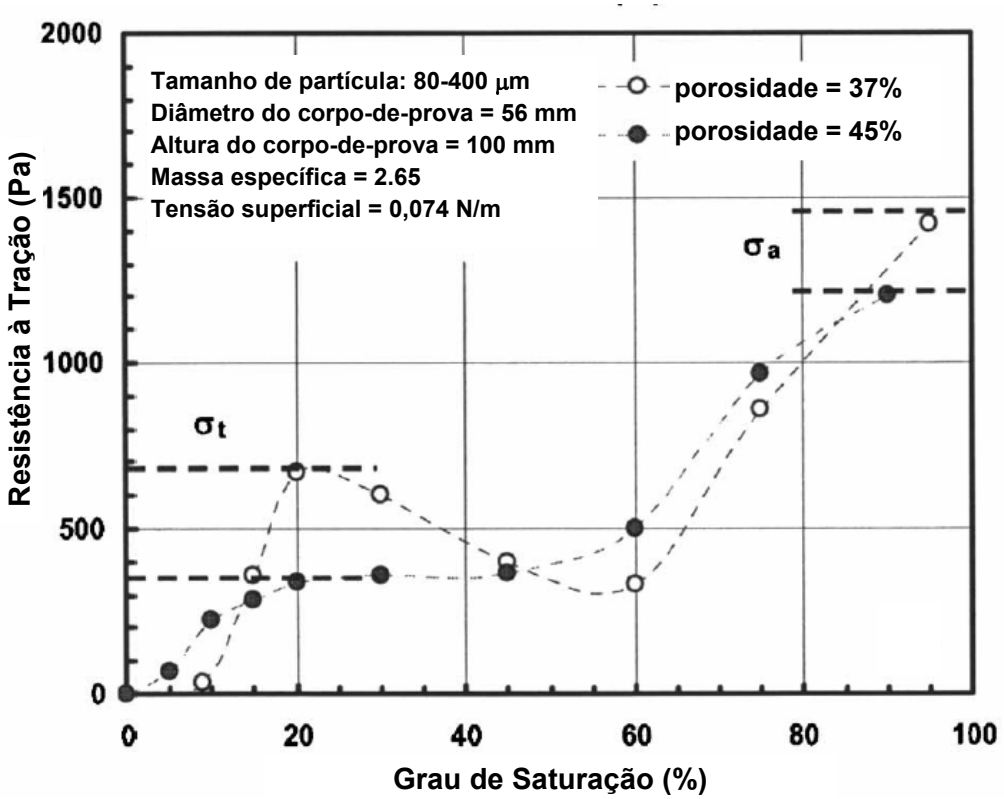


Figura 2.32 – Dados experimentais para resistência à tração para a areia A (Lu *et al*., 2007).

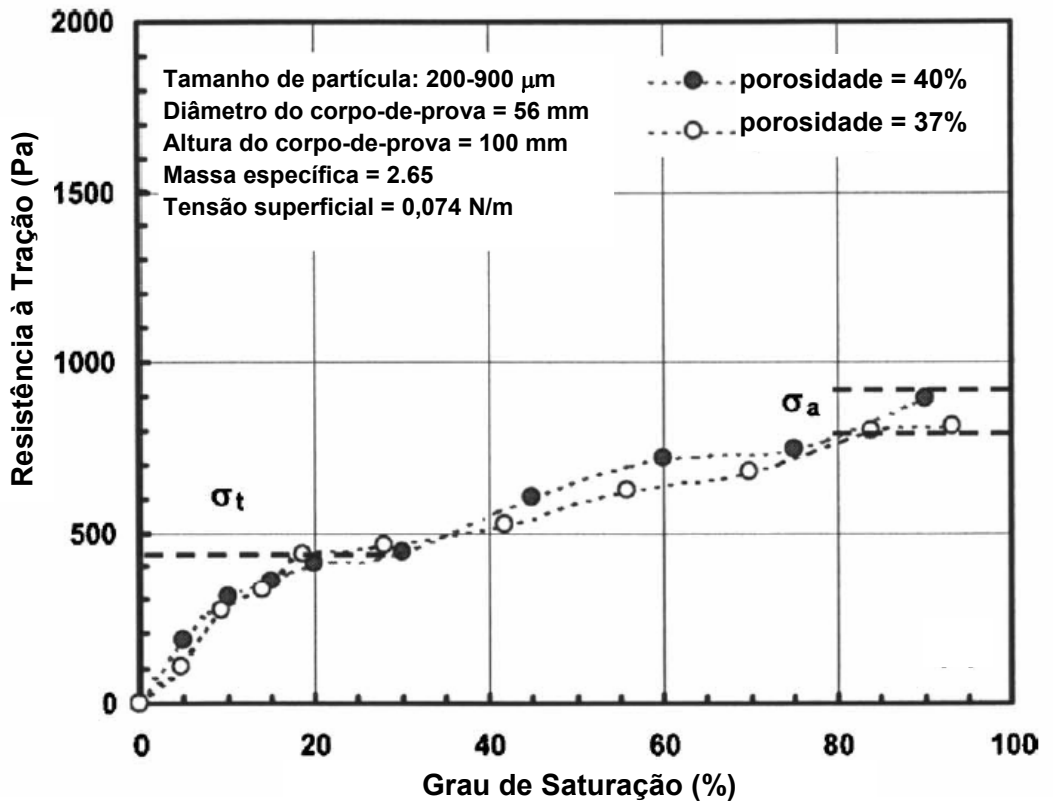


Figura 2.33 – Dados experimentais para resistência à tração para a areia B (Lu *et al*., 2007).

Os resultados obtidos para a areia B são apresentados na Figura 2.33. Para essa areia, a diferença de resultados entre as duas porosidades é muito pequena. A resistência à tração apresenta dois valores máximo, o primeiro no estado de saturação residual e o segundo no estado de saturação capilar. Para a areia B, a resistência máxima para ambas as porosidades está entre 810 e 890 Pa.

Goulding (2006) realizou ensaios de tração em areias de Ottawa em dois diferentes valores de índices de vazios (e=0,75 e e=0,60). O equipamento utilizado foi desenvolvido por Kim (2001) em sua tese de doutorado (Goulding, 2006). Foram ensaiadas as areias F-75, F-55 e F-40. Nas figuras 2.34 a 2.42 são apresentados os resultados obtidos por Goulding (2006) para a resistência à tração em função do grau de saturação das amostras para as três areias estudadas juntamente com a curva característica de cada solo.

Observa-se que a resistência à tração exibe dois picos bem definidos em função do grau de saturação dos corpos-de-prova. O primeiro pico de resistência ocorre entre 15% e 30% de saturação indicando uma dependência das forças capilares no regime de saturação residual. O segundo pico de resistência ocorre

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

entre 50% e 90% de saturação e sugere uma influencia das forças capilares associadas ao regime capilar (Goulding, 2006).

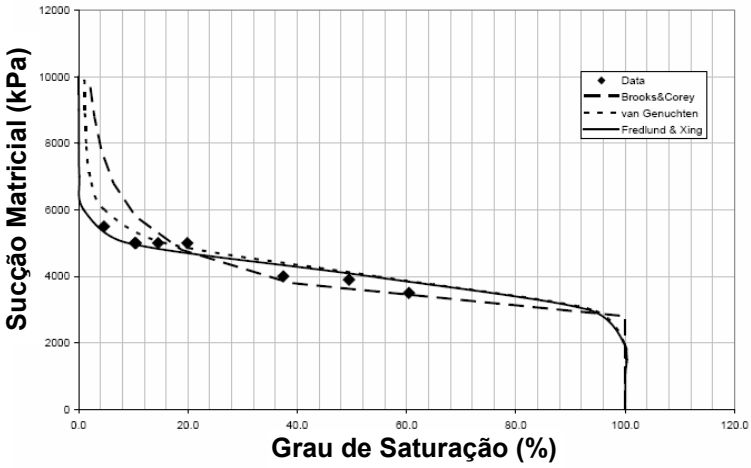


Figura 2.34 – Curva característica para a areia F-40, e = 0,60 (Goulding, 2006).

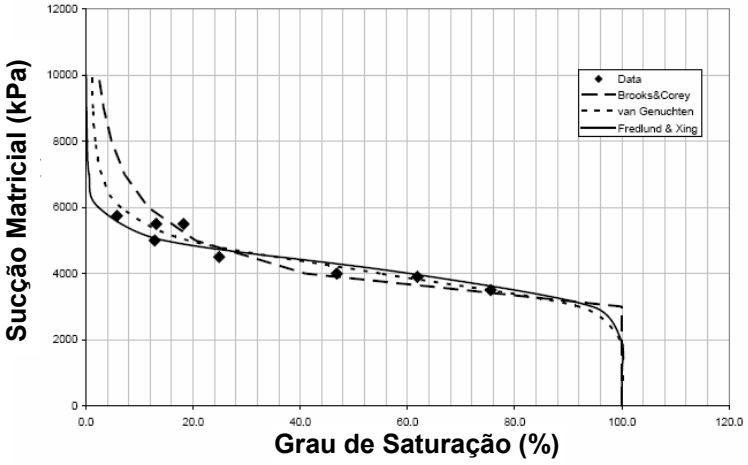


Figura 2.35 – Curva característica para a areia F-40, e = 0,75 (Goulding, 2006).

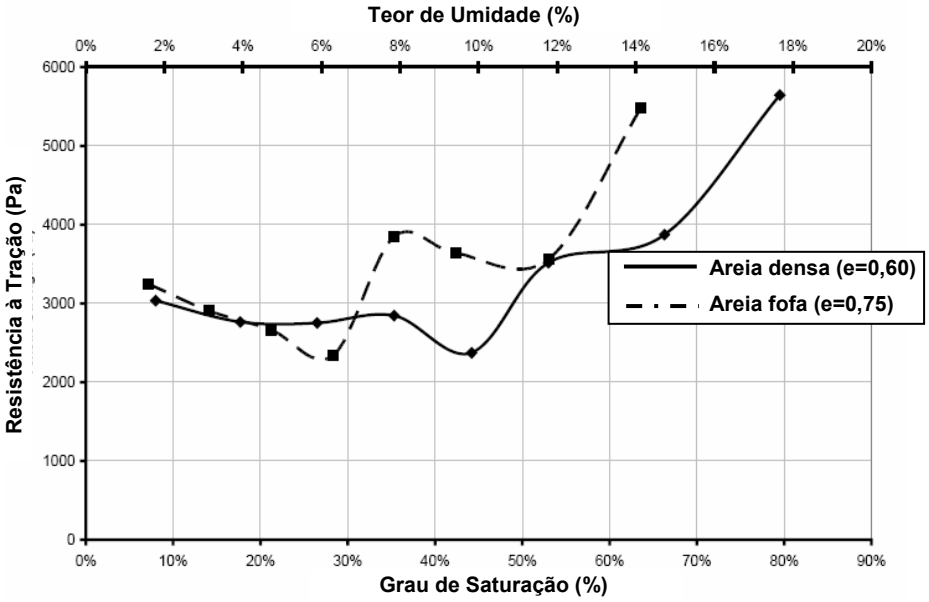


Figura 2.36 – Resistência à tração para a areia Ottawa F-40 (Goulding, 2006).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

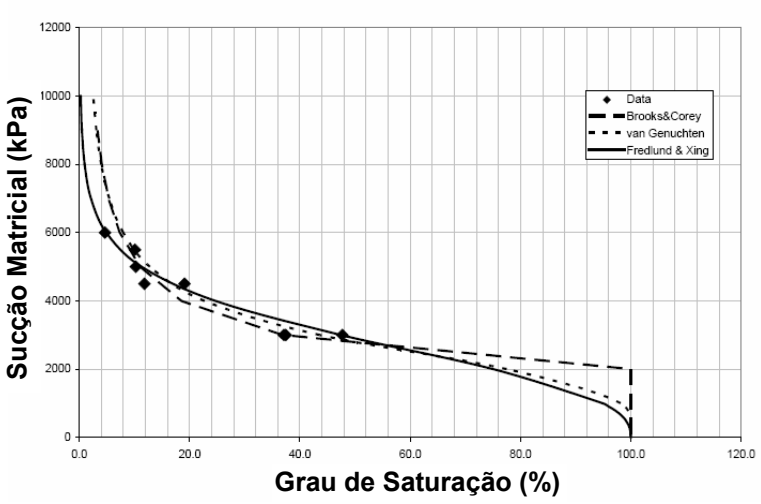


Figura 2.37 – Curva característica para a areia F-55, e = 0,60 (Goulding, 2006).

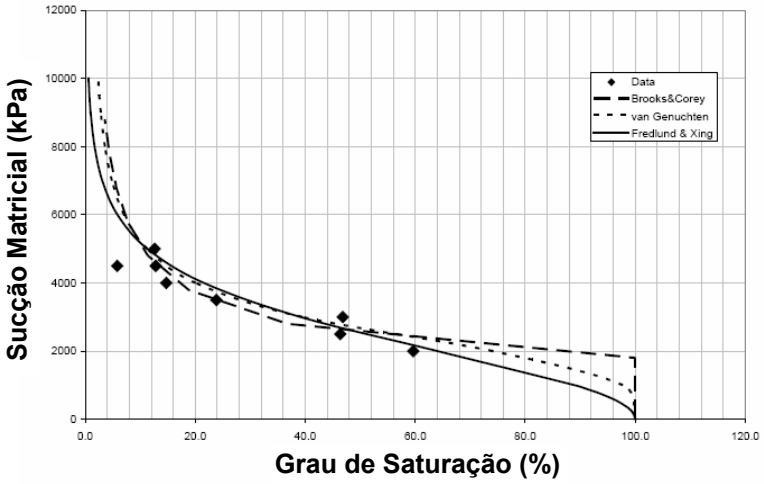


Figura 2.38 – Curva característica para a areia F-55, e = 0,75 (Goulding, 2006).

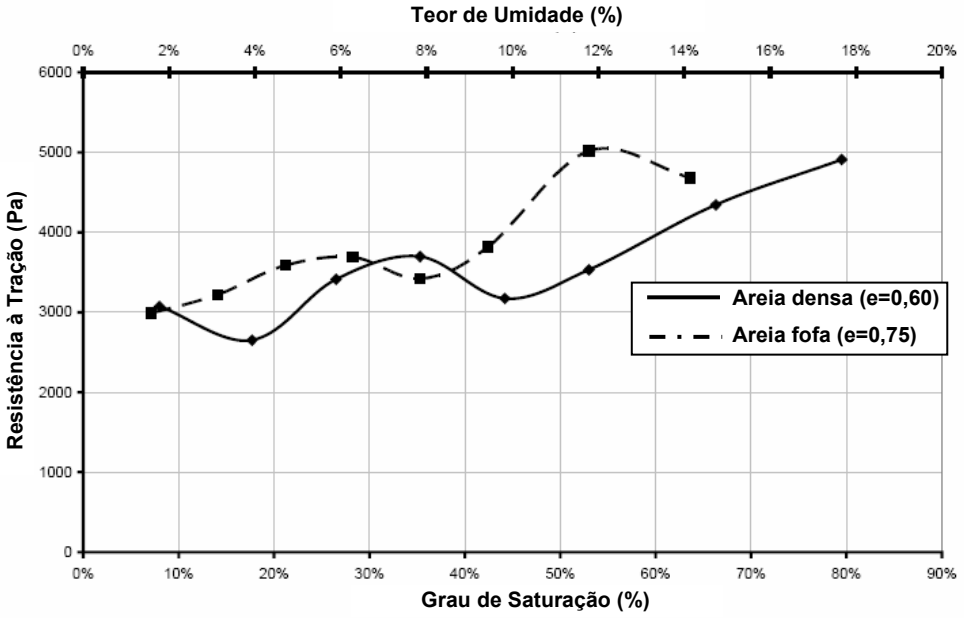


Figura 2.39 – Resistência à tração para a areia Ottawa F-55 (Goulding, 2006).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

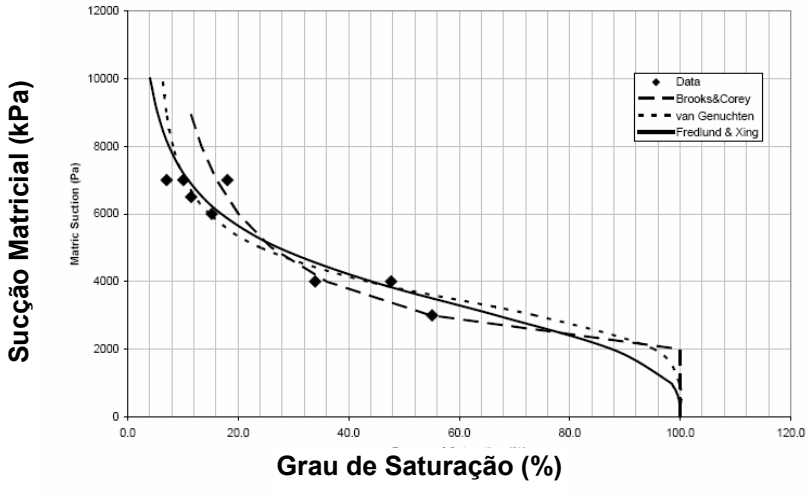


Figura 2.40 – Curva característica para a areia F-75, e = 0,60 (Goulding, 2006).

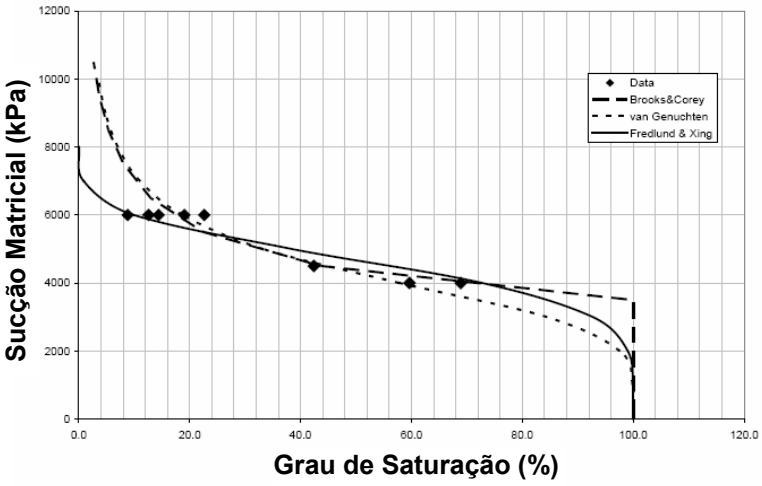


Figura 2.41 – Curva característica para a areia F-75, e = 0,75 (Goulding, 2006).

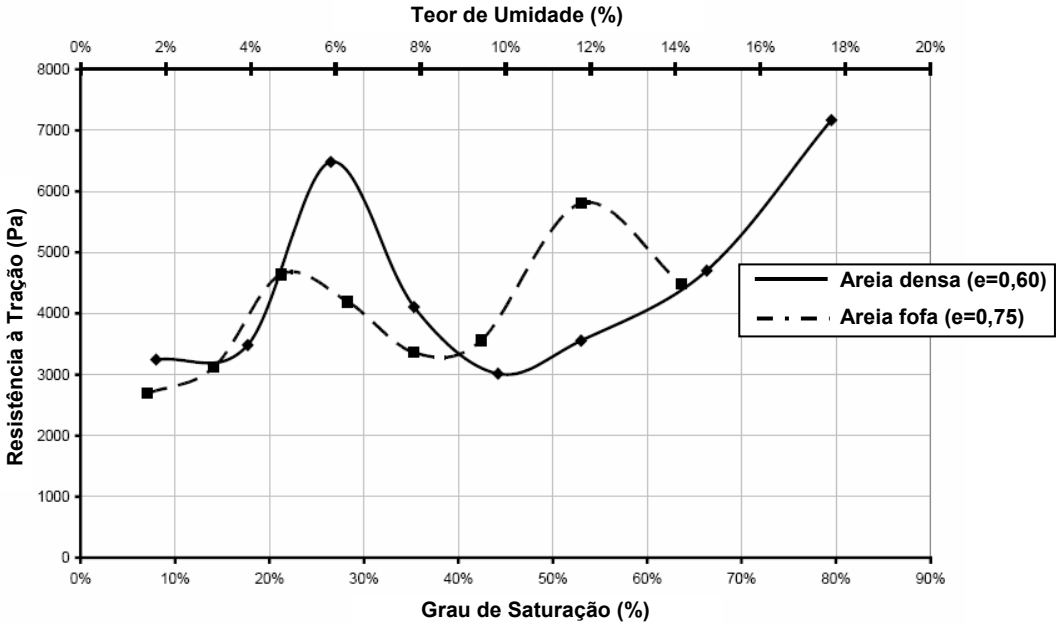


Figura 2.42 – Resistência à tração para a areia Ottawa F-75 (Goulding, 2006).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Para solos não coesivos, o comportamento de pico duplo na função resistência à tração – grau de saturação é mais pronunciado em corpos-de-prova preparados em estado fofo (e=0,75) do que em corpos-de-prova preparados no estado denso (e=0,60). No entanto, amostras densas apresentam resistência à tração superior às amostras fofas.

Ensaios de tração realizados por Zeh (2007) em uma argila compactada em diferentes teores de umidade demonstram a relação entre a resistência à tração e a sucção matricial. O solo ensaiado é composto por 46% de argila e 53% de silte e foi compactado em teor de umidade de 17,7% e peso específico seco máximo de 1,696 g/cm³, correspondentes ao ponto ótimo da curva de compactação; em teor de umidade de 21,5% e peso específico seco máximo de 1,645 g/cm³, correspondentes a um ponto na ramo úmido da curva de compactação; e, em teor de umidade de 14,3% e 1,645 g/cm³ correspondentes a um ponto no ramo seco da curva de compactação. A Figura 2.43 apresenta os resultados obtidos por Zeh (2007). Na Figura 2.43 (a) é apresentada a curva característica do solo compactado nas condições ótimas, e na Figura 2.43 (b) é apresentada a variação de resistência à tração com a sucção matricial para as três condições de moldagem dos corpos-de-prova.

Conforme pode ser observado na Figura 2.43 (b), até valores de sucção de 600 kPa todas as amostras apresentam comportamento à resistência similares. Acima desse valor as amostras compactadas no ramo seco da curva de compactação têm um crescimento da resistência à tração inferior às amostras compactadas no teor de umidade ótimo ou no ramo úmido da curva de compactação. Os corpos-de-prova compactados acima do teor de umidade ótimo e os corpos-de-prova compactados no teor de umidade ótimo apresentam resistência à tração similar até o valor de sucção de 1150 kPa. Acima desse valor os corpos-de-prova do ramo úmido apresentam resistência à tração superior.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

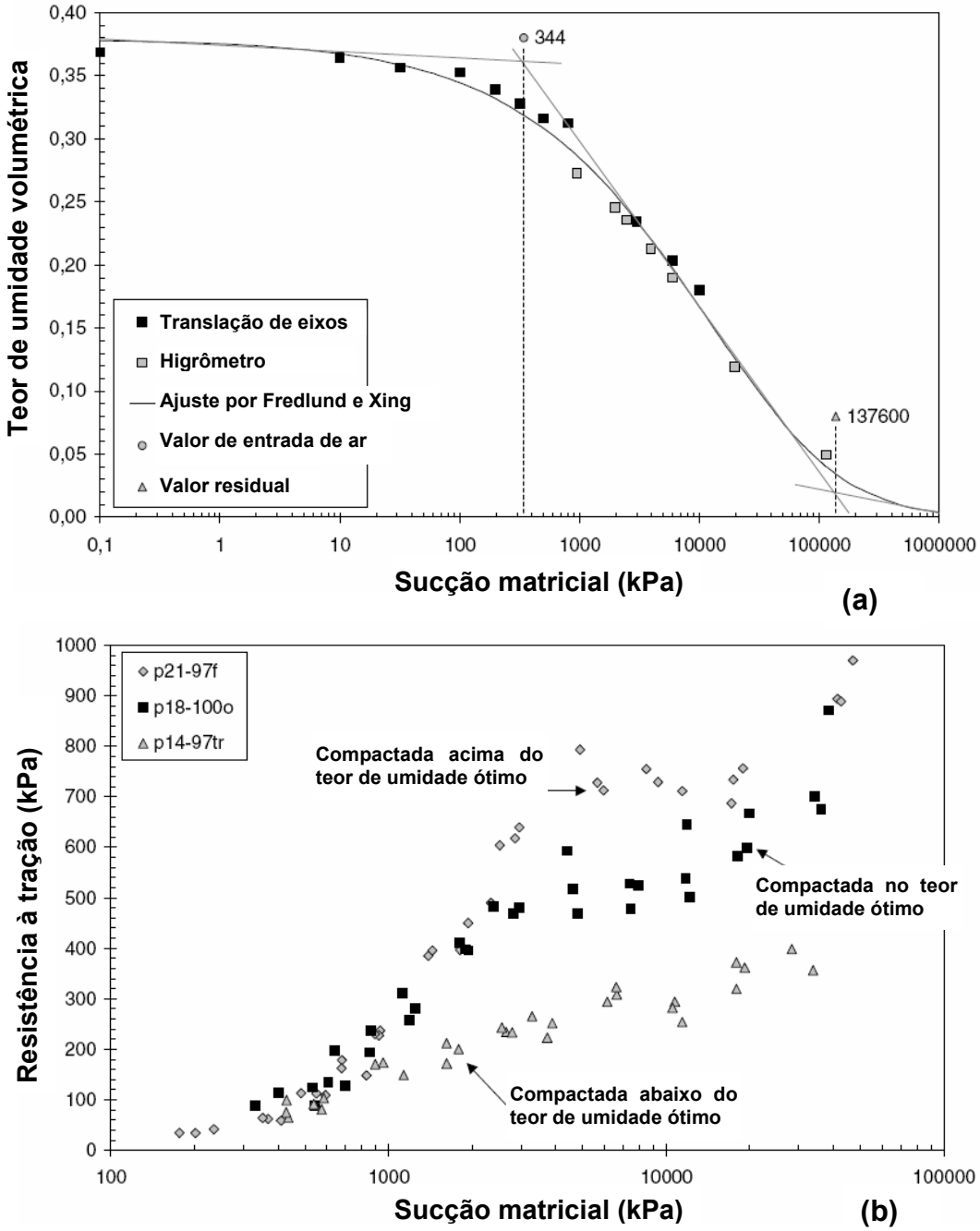


Figura 2.43 – (a) Curva característica da argila Plessa compactada no teor de umidade ótimo. (b) Resistência à tração da argila Plessa em função da sucção matricial e da forma de compactação (Zeh, 2007).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

2.7. Compressibilidade

Alonso *et al*. (1987) sintetizaram alguns resultados observados por eles sobre a variação volumétrica de solos não saturados quando submetidos a um aumento de sucção:

- Enrijecimento de solos com índice de compressibilidade plástico λ;
- Aumento da tensão de escoamento;

Em relação à compressibilidade de solos tropicais, de maneira geral tem sido observado que o aumento da sucção diminui a deformabilidade dos solos e a expansão volumétrica (Bressani, 2004), embora alguns autores tenham reportado um aumento da compressibilidade com o aumento da sucção (Wheeler e Sivakumar, 1995; Futai, 1997).

Um aspecto importante do comportamento de variação de volume de solos não saturados é o fenômeno do colapso. Os solos colapsíveis são definidos como sendo solos não saturados de estrutura meta-estável que experimentam rearranjo das partículas com elevada diminuição de volume ao serem inundados ou sob carregamento externo aplicado (Clemence e Finbarr, 1981). O colapso e o inchamento podem ser considerados processos de instabilidade estrutural por induzirem descontinuidades no comportamento deformacional do solo ao variar as condições ambientais sem modificação do estado de tensões externas (Aitchinson, 1973). A característica colapsível está intrinsicamente relacionada com a estrutura do solo (Mitchell, 1976).

Lawton *et al*. (1992) utilizando os trabalhos de Barden *et al.* (1973) e Mitchell (1976) descreveram quatro fatores necessários para que o colapso ocorra:

- Ocorrência de solo não saturado, com estrutura aberta e parcialmente estável;
- Tensões totais suficientes para causar colapso;
- Presença de agentes de ligações intergranulares ou cimentantes que tornam o solo estabilizado em condições não saturadas;
- Ruptura por cisalhamento das ligações intergranulares (forças capilares, pontes de argila, agentes cimentantes químicos, como óxido de ferro e carbonato de cálcio) e redução de ligações cimentantes pelo efeito da água.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

Ferreira (1995) indicou os solos aluviais, coluviais e residuais como os de maior freqüência de ocorrência de colapso no Brasil. Este autor indica diversas obras geotécnicas e locais brasileiros em que se observou colapso.

Evidências experimentais indicam que a equação de Bishop ($\tau = c' + [(\sigma_n - u_a) + \chi(u_a - u_w)]\tan\phi'$ (Equação 2.9)), embora com bons resultados na previsão da resistência de solos não saturados, não apresenta uma boa desempenho na previsão do comportamento volumétrico dos solos não saturados. No caso de solos colapsíveis obtém-se deformações de compressão com diminuição da sucção o que conduz a valores negativos de χ (Jennings e Burland, 1962; Matyas e Radhakrishna, 1968 *apud* Machado e Vilar, 1998).

Dados de ensaios de laboratório com medida de deformação local em solos residuais não saturados são escassos. Não há citação do comportamento desses solos em pequenas deformações.

2.8. Modelos Constitutivos

Têm sido muito discutidos e pesquisados no meio acadêmico o comportamento de solos não saturados e o efeito da sucção nas características de resistência ao cisalhamento, permeabilidade e deformabilidade. Uma boa ferramenta de análise de comportamento são os modelos constitutivos. No entanto, modelos mais simplificados como, por exemplo, os modelos baseados apenas em tensão efetiva, apresentam pouca eficiência na representação de muitas características do comportamento de solos não saturados. Também os modelos elásticos, mesmo aqueles não lineares, apresentam algumas deficiências na representação do comportamento dos solos não saturados, como por exemplo, na distinção de deformações reversíveis e irreversíveis (Wheeler e Karube, 1995). Já os modelos elasto-plásticos, que incorporam as principais características do modelo de estado crítico (Roscoe *et al.*, 1958; Schofield e Wroth, 1968), são capazes de considerar deformações plásticas e fornecem uma ligação entre a história de tensões do solo e sua resistência ao cisalhamento.

Na maioria das vezes, quando um modelo é proposto para solos não saturados, a forma da superfície de escoamento, a lei de enrijecimento e a lei de fluxo do modelo inicialmente proposto para solos saturados é preservada. Isto é bastante razoável para solos onde a estrutura ou eventual cimentação tem influência desprezível no comportamento dos solos (Machado, 2002), mas para

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

a representação de solos residuais tropicais a representação do comportamento dos solos não é tão fiel.

A referência em modelos elasto-plásticos para solos não saturados são os trabalhos de Alonso *et al.* (1987) e Alonso *et al.* (1990). Em 1987, Alonso *et al.* propuseram um modelo qualitativo onde era considerada a influência da sucção na expansão das superfícies de escoamento do modelo Cam-Clay. Em 1990, Alonso *et al.* propuseram um modelo quantitativo que ficou conhecido como Modelo BBC (Barcelona Basic Model). Este modelo foi idealizado em quatro dimensões matemáticas (p, q, s, v) e para a condição saturada o modelo torna-se igual ao Cam-Clay Modificado. Na Figura 2.44 está representado o movimento da superfície de escoamento no plano (p,q) em função do aumento de sucção de acordo com o modelo de Barcelona. Na figura, p_o^* representa a pressão de pré-adensamento do solo saturado e p_o é a pressão de pré-adensamento para um dado valor de sucção. M é a inclinação da projeção da linha de estado crítico (CSL) no plano (p,q).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

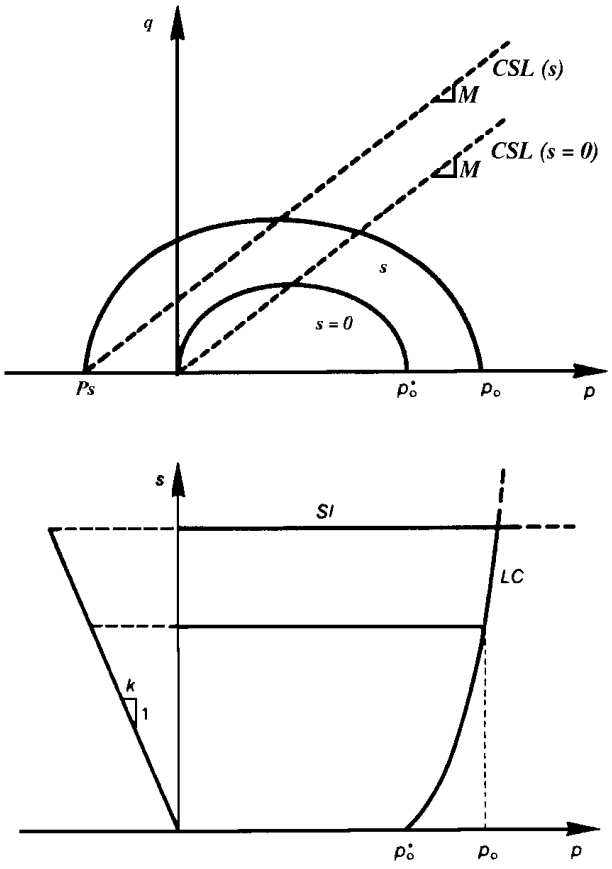


Figura 2.44 – Extensão do Modelo Cam-Clay para solo não saturados.

Como mostrado na Figura 2.44, o alargamento da superfície de escoamento com a sucção é basicamente devido ao:

i) Ganho de coesão com a sucção;

ii) Aumento do valor da pressão de pré-adensamento com a sucção.

No plano (p,s) existem ainda duas outras superfícies de escoamento: SI, que representa o aumento de sucção e LC, que representa a carga de colapso. A curva LC é formada pelos pontos de escoamento para o carregamento hidrostático p em diferentes valores de sucção, constantes para cada carregamento. As superfícies SI e LC delimitam o limite de sucção abaixo do qual o solo comporta-se elasticamente. A equação abaixo representa a superfície LC proposta pelo modelo.

$$\left(\frac{p_0}{p^c}\right)=\left(\frac{p_0^*}{p^c}\right)^{\frac{[\lambda(0)-\kappa]}{[\lambda(s)-\kappa]}} \quad \textbf{(Equação 2.43)}$$

e

$$\lambda(s)=\lambda(0)\left[(1-r)e^{-\beta s}+r\right] \quad \textbf{(Equação 2.44)}$$

Onde p^c é a pressão de referência, $\lambda(s)$ é o parâmetro de rigidez elasto-plástico do solo para um dado valor de s, $\lambda(0)$ é o parâmetro de rigidez elasto-plástico do solo para o estado saturado, κ é o parâmetro de rigidez elástico para variações de tensões médias e β é um parâmetro que controla o aumento da rigidez com a sucção. Na equação 2.20, se a função de $\lambda(s)$ é obtida, é possível definir toda a superfície LC, uma vez que os valores constantes de $\lambda(0)$, p^c e κ são conhecidos.

No modelo de Barcelona a curva de escoamento LC sempre aumenta com o aumento do nível de tensões uma vez que a função de $\lambda(s)$ deve decrescer com a sucção. No entanto, p_0 deve decrescer com a sucção e não aumentar, portanto o modelo de Alonso *et al.* (1990) é contraditório neste aspecto contrariando evidências experimentais (Machado, 2002; Futai, 2002). Machado e Vilar (1997) apresentam resultados de ensaios edométricos com sucção controlada realizados em um colúvio arenoso onde $\lambda(s)$ aumenta com a sucção e o solo apresenta um colapso máximo como função da tensão vertical. Esse comportamento foi observado por diversos pesquisadores em ensaios com solos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

tropicais brasileiros (Vilar, 1979; Aragão e Melo, 1982; Mendonça, 1990; Carvalho, 1994; Vilar e Gaioto, 1994; *apud* Machado, 2002; Signer *et al.*, 1989).

No total o modelo de Alonso et al. (1990) requer 10 parâmetros: $\lambda(0), \kappa, \lambda_s, \kappa_s, r, \beta, p^c, \mu$ ou G, ϕ, k , sendo:

$\lambda(0)$, parâmetro de rigidez elasto-plástico do solo para o estado saturado,

κ , parâmetro de rigidez elástico para variações de tensões médias,

$\lambda(s)$, parâmetro de rigidez elasto-plástico do solo para um dado valor de sucção,

κ_s , coeficiente de compressibilidade elástico para variações de sucção,

r, parâmetro de ajuste de $\lambda(s)$,

β , um parâmetro que controla o aumento da rigidez com a sucção,

p^c , a pressão de referência,

G, módulo cisalhante,

μ , coeficiente de poisson,

ϕ , ângulo de atrito,

k, taxa de ganho de resistência com o aumento da sucção.

No caso de trajetórias em que não ocorre aumento de sucção matricial atingindo a superfície SI, o parâmetro $\lambda(s)$ é dispensado, sendo nesse caso um total de 9 parâmetros. De qualquer forma é um número bem maior de parâmetros que os 4 requeridos pelo Cam-Clay para solos saturados, que são: κ, λ_s, μ ou G, ϕ.

Para a obtenção dos parâmetros do modelo são requeridos ensaios em diversas trajetórias. São necessários ensaios em trajetórias de aumento e redução de sucção, sob tensão total líquida constante, para a obtenção de λ_s e κ_s e ensaios em trajetórias de compressão isotrópica ou confinada sob várias sucções para a obtenção de $\lambda(0), \kappa, r, \beta$ e p^c. Adicionalmente, são necessários ensaios em trajetórias de cisalhamento levando à ruptura sob várias sucções e tensões totais para a obtenção de μ ou G, ϕ e ϕ^b.

O modelo de Alonso *et al.* (1990) foi modificado por Balmaceda (1991 *apud* Machado, 2002) e Josa *et al.* (1992 *apud* Futai, 2002), que introduziram algumas variações para reproduzir o comportamento dos solos que apresentam um colapso máximo. A formulação de Balmaceda (1991) prevê um máximo colapso

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA

porque a deformação volumétrica plástica é maior quanto maior for a inclinação da superfície LC (Gitirana, 1999). Balmaceda (1991) sugere também a existência de uma superfície de escoamento para reduções de sucção, de forma a reproduzir o comportamento de solos expansíveis (Gitirana, 1999).

Além desses modelos, surgiram muitas outras propostas e estudos em torno de modelagem constitutiva elasto-plástica de solos não saturados. No entanto, a maioria dos modelos apresentados têm por base resultados de ensaios em solos não saturados compactados (Karube e Kato, 1999; Toll, 1990; Wheller e Sivakuma, 1995; Mâatouk *et al*., 1995; Cui et Delage, 1996 *apud* Gitirana, 1999).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310927/CA