2
Métodos disponíveis na literatura para o cálculo da distribuição cumulativa de atenuação diferencial entre enlaces convergentes

Diversos métodos foram propostos na literatura para a determinação da distribuição cumulativa de atenuação diferencial entre enlaces convergentes. Morita e seus colaboradores [1]-[3] propuseram a distribuição gama para a função densidade de probabilidade conjunta das atenuações nos dois enlaces, supostas correlacionadas. Os parâmetros desta função foram determinados a partir: (1) dos parâmetros do modelo gama ajustado à distribuição cumulativa da taxa de precipitação medida; e (2) das características espaciais da estrutura da precipitação. Em seguida, a função densidade de probabilidade da atenuação diferencial entre os dois enlaces foi determinada analiticamente e a correspondente distribuição cumulativa por intermédio de integração numérica. As previsões do modelo foram comparadas com os resultados de medidas realizadas em três lances curtos operando na freqüência de 19 GHz e convergentes no Masashino Electrical Communication Laboratory (ECL), Japão.

Os trabalhos de Kanellopoulus e Koukoulas [4] e Panagopoulos e Kanellopoulus [5] são análogos aos de Morita e seus colaboradores [1]-[3], exceto pela suposição de distribuições lognormais para as distribuições cumulativas da taxa de precipitação e da atenuação em um enlace, assim como para a densidade de probabilidade conjunta das atenuações nos dois enlaces. Em particular, o coeficiente de correlação entre as atenuações nos dois enlaces foi expresso em termos das variâncias das atenuações individuais e do coeficiente de correlação do gradiente da atenuação específica entre dois pontos do meio. Em seguida, a distribuição cumulativa da atenuação diferencial entre os dois enlaces foi determinada por intermédio de integração numérica da função unidimensional resultante da aplicação do teorema da probabilidade total [6] à densidade de probabilidade conjunta das atenuações nos dois enlaces, seguida de integração analítica. As previsões do modelo foram comparadas com os resultados de medidas realizadas em quatro lances operando na freqüência de 15 GHz e convergentes na estação Rua dos Ingleses, São Paulo, Brasil [7].

Recentemente, Paulson et al. [8] também adotaram o modelo lognormal para a densidade de probabilidade conjunta das atenuações em dois enlaces. Entretanto, os parâmetros da distribuição foram estimados a partir de medidas realizadas pelo radar meteorológico de Chibolton, Reino Unido. Em seguida, o modelo foi utilizado para estimar o fator de melhoria de diversidade (DI) e o ganho de diversidade (DG) em enlaces convergentes.

Por outro lado, o estudo de Perez Garcia et al. [9] baseou-se em medidas da distribuição da atenuação diferencial em diversos pares de enlaces, bem como nas medidas da distribuição de atenuação por chuva de cada enlace. Tais medidas foram realizadas na estação Rua dos Ingleses, São Paulo, Brasil (quatro enlaces de 15 GHz e dois de 18 GHz), bem como em Brasília (sete enlaces de 23 GHz e seis de 38 GHz). A predição baseia-se em expressão analítica cujos coeficientes resultaram de ajuste aos dados experimentais. Esta expressão utiliza as distribuições das atenuações devidas à chuva em cada um dos dois enlaces convergentes (desejado e interferente), bem como a freqüência de operação, o ângulo entre os enlaces e a diferença entre seus comprimentos.

Neste capítulo descrevemos três dos métodos citados acima, que estudam a predição da distribuição cumulativa da atenuação diferencial entre dois enlaces convergentes devida à chuva, com base em três artigos: Morita e Higuti [3], Panagopoulos e Kanellopoulus [5] e Perez Garcia et al. [9]. Os dois primeiros métodos são modelos paramétricos que determinam a distribuição da atenuação diferencial entre dois enlaces convergentes a partir do conhecimento da distribuição da atenuação por chuva de cada enlace envolvido. O último método é um modelo empírico, que deduz os coeficientes de uma fórmula que prevê a atenuação diferencial de qualquer par de enlaces convergentes, numa determinada região, a partir de medidas de atenuação diferencial feitas em diversos pares de enlaces convergentes, situados em duas regiões. Observamos diferenças de até 3 dB para o primeiro método, 5 dB para o segundo e 6 dB para o terceiro. Deve-se ressaltar que, nos dois primeiros casos, as bases experimentais utilizadas foram relativamente restritas, sendo possível que os erros observados possam variar quando as previsões dos modelos forem comparadas com outros resultados experimentais. Os dois primeiros métodos são de aplicação mais complexa, enquanto que o terceiro é o de cálculo mais simples, desde que os dados necessários estejam disponíveis no formato apropriado.

2.1. Artigo de Morita e Higuti [3]

O cálculo é indicado na seção 4. Entretanto, para melhor entender os parâmetros que aparecem nas equações, é necessário percorrer as seções iniciais.

Na seção 2, o artigo utiliza uma função densidade de probabilidade Gama para a taxa de precipitação pontual

$$f(R) = \frac{\beta^{\nu}}{\Gamma(\nu)} R^{\nu-1} e^{-\beta R} \qquad (2.1)$$

onde ? e ß são parâmetros da distribuição. Em seguida, mostra que a atenuação devida à chuva em um enlace segue o mesmo modelo de distribuição cumulativa (isto é, Gama) e determina seus parâmetros $?_c$ e $ß_c$.

Na seção 3, considera dois enlaces convergentes A e B fazendo um ângulo ? e realiza o cálculo do coeficiente de correlação ?(A, B) da taxa de precipitação média nos enlaces a partir da expressão

$$\rho(A,B) = \frac{\int_0^{D_A} ds \int_o^{D_B} \rho(\| x_0 - y_0 + su - tv \|)dt}{\sqrt{\int_0^{D_A} ds \int_0^{D_A} \rho(|s-t|)dt \int_o^{D_B} ds \int_0^{D_B} \rho(|s-t|)dt}} \qquad (2.2)$$

O cálculo deste coeficiente de correlação é muito complexo, sendo necessário utilizar métodos numéricos de integração.

Na seção 4, o cálculo da distribuição cumulativa da atenuação diferencial entre dois enlaces devida à chuva é realizado considerando-se a diferença entre as atenuações X e Y nos enlaces A e B, respectivamente, supostas variáveis aleatórias correlacionadas do tipo Gama. A função densidade de probabilidade conjunta destas variáveis é

$$g(x,y;\nu;\beta_1,\beta_2;\rho)=\frac{(\beta_1\beta_2)^{\frac{\nu+1}{2}}(xy)^{\frac{\nu-1}{2}}e^{-\frac{\beta_1 x+\beta_2 y}{1-\rho}}}{\Gamma(\nu)(1-\rho)\rho^{\frac{\nu-1}{2}}}I_{\nu-1}\left(\frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2\rho}}{1-\rho}\sqrt{xy}\right) \tag{2.3}$$

Em seguida, determina analiticamente a função densidade de probabilidade da diferença Z=X-Y entre as duas atenuações, obtendo

$$f(z)=c\,e^{-pz}\,|z|^{\nu-1/2}\,K_{\nu-1/2}(q\,|z|) \qquad (q>0,-\infty<z<\infty) \tag{2.4}$$

Nas expressões acima, $I_\nu(x)$ e $K_\nu(x)$ são funções de Bessel, ρ é o coeficiente de correlação entre X e Y e

$$p=\frac{b_1-b_2}{2(1-r)} \tag{2.5}$$

$$q=\frac{\sqrt{(b_1+b_2)^2-4rb_1b_2}}{2(1-r)} \tag{2.6}$$

$$c=\frac{(q^2-p^3)^\nu}{\sqrt{x}\Gamma(\nu)(2q)^{\nu-1/2}} \tag{2.7}$$

Adicionalmente, apresenta a expressão para a distribuição cumulativa F(Z) da atenuação devida à chuva

$$F(z)=\begin{cases} c\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-pt}(-t)^{\nu-1/2}K_{\nu-1/2}(-qt)dt & (z<0) \\ 1-c\displaystyle\int_{z}^{\infty} e^{-pt}t^{\nu-1/2}K_{\nu-1/2}(qt)dt & (z>0) \end{cases} \tag{2.8}$$

Finalmente, relata que foram feitas medidas e calculadas as distribuições das atenuações devidas à chuva na faixa de 19 GHz em três enlaces curtos convergentes (tomados dois a dois), numa área de chuva moderada no Japão, com comprimentos de 2,9 km, 4,3 km e 4,7 km. Apresenta os valores medidos e calculados para as distribuições cumulativas das atenuações diferencial referentes a dois pares de enlaces. Observamos que os erros (módulo da diferença entre o valor medido e o valor calculado) variam entre 0 dB e 3 dB, indicando um bom resultado para o conjunto de enlaces curtos utilizados no teste.

2.2.
Artigo de Panagopoulos e Kanellopoulus [5]

Na seção 1, o artigo apresenta seus objetivos, que são o desenvolvimento de um modelo físico para a predição da distribuição cumulativa da atenuação diferencial devida à chuva em dois enlaces terrestres convergentes e sua aplicação na avaliação da correspondente degradação da relação entre as potências dos sinais desejado e interferente. A seção 2 deduz a distribuição cumulativa da atenuação diferencial devida à chuva, supondo dois enlaces convergentes cuja diferença angular é f , sendo A_1 e A_2 as atenuações nos respectivos enlaces. De acordo com os autores, o modelo é válido para regiões de clima moderado e supõe que a correlação espacial da atenuação por chuva na célula é isotrópica. A partir destas considerações, o artigo supõe que a função densidade de probabilidade conjunta $f_{A_1A_2}(x_1, x_2)$ das atenuações nos dois enlaces segue uma lei lognormal. Isto é, supondo a transformação

$$u_i = [\ln x_i - \ln A_{m_i}] / S_{a_i} \qquad i = 1{,}2 \tag{2.9}$$

onde A_{m_i} e S_{a_i} (i = 1,2) são os parâmetros da distribuição lognormal da atenuação por chuva nos respectivos enlaces, expressos em função dos parâmetros R_m e S_r da distribuição lognormal da taxa de precipitação, temos

$$f_{U_1U_2}(u_1, u_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_n^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u_1^2 - 2\rho_n u_1 u_2 + u_2^2}{1-\rho_n^2}\right)\right] \tag{2.10}$$

onde ρ_n é o coeficiente de correlação logarítmico, expresso em termos de S_{a1} e S_{a2} e do coeficiente de correlação ?$_o$ do gradiente da atenuação específica entre dois pontos do meio. Desta forma, a distribuição cumulativa da atenuação diferencial devida à chuva é determinada pela seguinte expressão

$$P_{DRA} = \Pr\{A_1 - A_2 \geq r\} = \Pr\{A_2 \geq A_1 - r, A_1 \geq r\} = \int_r^{\infty} \int_0^{x_1 - r} f_{A_1 A_2}(x_1, x_2)\, dx_1 dx_2 \quad (2.11)$$

Usando o teorema da probabilidade total [6] e um desenvolvimento algébrico, os autores obtêm a expressão final para a distribuição cumulativa da atenuação diferencial

$$P_{DRA} = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{u_r}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{2}\int_{u_r}^{\infty} f_{U_1}(u_1)\ \operatorname{erfc}\left(\frac{u_x - \rho_n u_1}{\sqrt{2(1-\rho_n^2)}}\right) du_1 \quad (2.12)$$

Os parâmetros da equação acima assumem os seguintes valores

$$u_r = \frac{\ln(r) - \ln(A_{m_1})}{S_{a_1}} \quad (2.13)$$

$$u_x = \frac{\ln[A_{m_1}.\exp(S_{a_1} u_1) - r] - \ln(A_{m_2})}{S_{a_2}} \quad (2.14)$$

$$f_{U_1}(u_1) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \exp\left(\frac{-u_1^2}{2}\right) \quad (2.15)$$

A expressão (2.12) deve ser calculada numericamente.

Na seção 3, o artigo comenta que os procedimentos apresentados no artigo podem ser aplicados em qualquer localidade do mundo, desde que sejam consideradas as limitações do modelo. As previsões do modelo são comparadas com dados experimentais de vários pares de enlaces terrestres convergentes na estação de Rua dos Ingleses (RIS) da Embratel, São Paulo, operando na faixa de 15 GHz, obtidos pelo CETUC/PUC-Rio. O valor RMS do erro relativo entre valores teóricos e experimentais correspondentes é inferior a 0,2. Entretanto, observamos diferenças de até 5 dB entre valores medidos e calculados nos resultados que envolvem o enlace Cenesp15-RIS. Nos resultados que envolvem os demais enlaces, esta diferença se reduz a 3 dB. Portanto, consideramos boa a aderência do método às medidas realizadas.

2.3.
Artigo de Perez Garcia et al. [9]

O estudo é baseado em medidas de distribuições cumulativas de atenuação diferencial em vários pares de enlaces, bem como nas medidas da distribuição cumulativa da atenuação devida à chuva em cada enlace isolado. Tais medidas foram realizadas em São Paulo (quatro enlaces operando em 15 GHz e dois operando em 18 GHz), bem como em Brasília (sete enlaces operando em 23 GHz e seis operando em 38 GHz).

O modelo de predição é apresentado na fórmula reproduzida abaixo, cujos coeficientes resultaram do seu ajuste aos dados experimentais

$$A_{AB}(p) = [A_A(p) - 0.34 A_B(p)] \left(2.65\ |\theta|^{0.23} + 0.004\ |\Delta d|^{2.25}\right) f^{-0.4} \qquad (2.16)$$

Nesta expressão, p (%) é a percentagem de tempo, ? (rad) é o ângulo entre os enlaces, ? d (km) é a diferença entre os comprimentos dos enlaces, f (GHz) é a freqüência de operação, $A_{AB}(p)$ é a atenuação diferencial excedida durante p % do tempo e $A_A(p)$ e $A_B(p)$ são as atenuações individuais dos enlaces, ambas excedidas durante p % do tempo.

Observamos nos resultados apresentados que o erro absoluto entre o valor calculado e o medido correspondente é sempre menor que 6 dB. Este erro varia com a percentagem de tempo p % da distribuição: para menores percentagens ocorrem maiores erros absolutos. O artigo indica que o desvio padrão do erro absoluto varia de 3 dB para 0,01% do tempo até 0,58 dB para 1% do tempo. Concluímos haver uma boa aderência da fórmula aos valores medidos.