4 Modelagem do Sistema

4.1. Modelos Elementares

4.1.1.Modelagem da Servo-válvula

O comportamento dinâmico da servo-válvula envolve um grande número de parâmetros, vide Fig. 4.1. Desse modo, muitos parâmetros podem somente ser conhecidos dentro de alguma pequena faixa, ou serem completamente desconhecidos. O conjunto de parâmetros obtidos de diferentes fontes de informação (catálogos do fabricante, literatura e manuais de otimização) não reflete muito o comportamento real [7]. Uma descrição analítica sem simplificações seria extremamente difícil de validar.

4.1.1.1.Modelagem da válvula piloto

A válvula piloto consiste de um sistema *flapper* – bocal acionado pelo um torque de motor e pelo carretel (*spool*) de válvula.

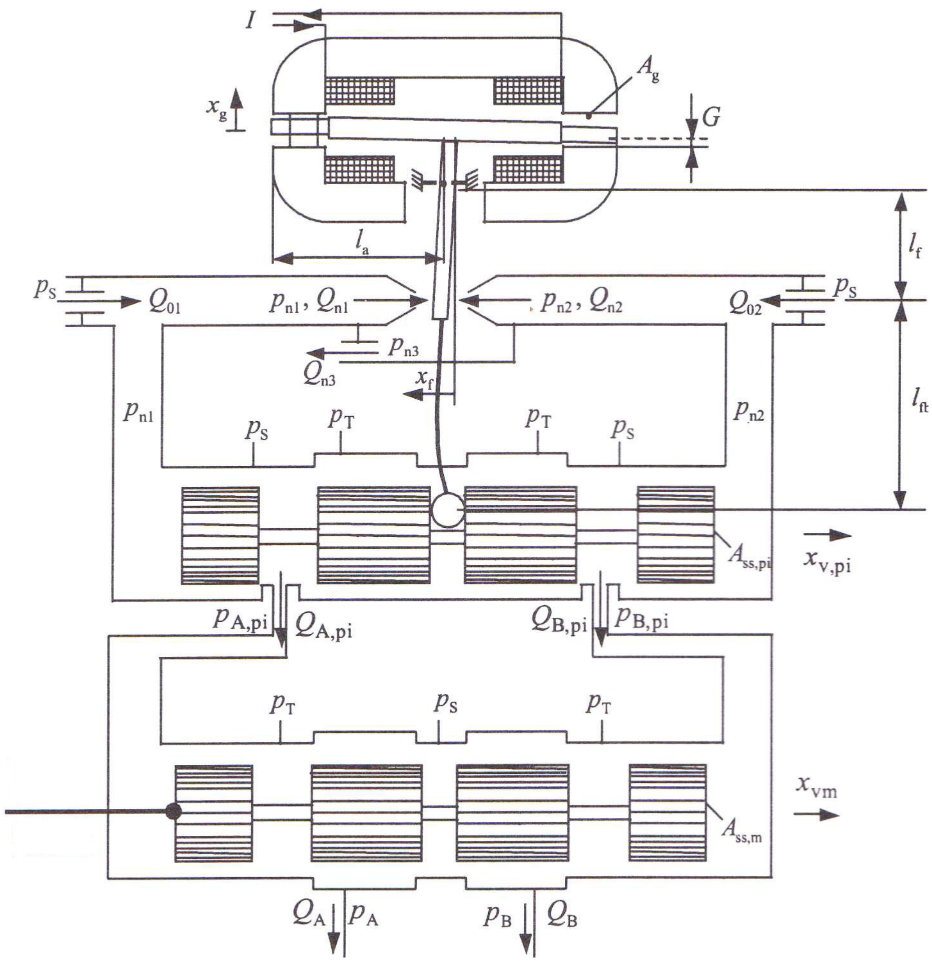

Figura 4.1 Representação esquemática da servo-válvula de três estados.

Dinâmica do torque do motor

Da Figura 4.1, pode se observar que o torque eletromagnético do motor, que direciona o *flapper*, é controlado por uma corrente elétrica *I*. O torque gerado na armadura teoricamente é descrito por:

$$T_a = \frac{\mu_0 A_g l_a}{4}\left[\left(\frac{M_0 + IN}{G - x_g}\right)^2 - \left(\frac{M_0 - IN}{G + x_g}\right)^2\right] \tag{4.1}$$

onde μ_0 é a permeabilidade de uma região particular do circuito magnético, A_g é a área do corte transversal da abertura, l_a é o comprimento da armadura, M_0 é a força magneto-motriz dos imãs permanentes, N é o número de bobinas, e G é o comprimento da abertura em relação à posição neutra da armadura.

Porém, freqüentemente assume-se que o torque da armadura é linear em relação à corrente de entrada para rotações pequenas da armadura, logo

$$T_a = \beta I \tag{4.2}$$

onde β é conhecido como a ganho de torque do motor.

Dinâmica do *Flapper* – bocal

A variação da distância da abertura devido às rotações da armadura é expressa pelo deslocamento da ponta da armadura x_g, que é relacionada à deflexão, x_f, do *flapper* entre os bocais pela rotação da armadura e o deslocamento do *flapper* l_f, a saber:

$$x_g = \frac{l_a}{l_f} x_f \tag{4.3}$$

Como o *flapper* gira somente sobre pequenos ângulos ($\approx 0.01\,\text{rad}$), a equação de movimento pode ser expressa em termos da deflexão do *flapper*:

$$\frac{J_a}{l_f}\ddot{x}_f + \sigma_f \dot{x}_f + K_a x_f = T_a + T_{fl} - T_{fb} \tag{4.4}$$

onde J_a é a inércia da armadura *flapper*, σ_f é o coeficiente de atrito viscoso do *flapper*, K_a é a rigidez do tubo flexível que conecta o *flapper* com a carcaça, e T_{fl} é o torque devido às forças de fluxo. T_{fb} representa o torque de realimentação da mola, que somente se aplica neste caso onde a realimentação mecânica da posição do carretel é usada.

O torque resultante devido às forças de fluxo sobre o *flapper* pode ser calculado pela expressão teórica:

$$T_n = \frac{\pi}{4} d_n^2 l_f \left[1 + \frac{16\alpha_{dn}^2}{d_n^2} \left(x_{f0}^2 + x_f^2 \right) \right] \left(p_{n1} - p_{n2} \right) + 8\pi l_f \alpha_{dn}^2 x_{f0} x_f \left(p_{n1} - p_{n2} - 2p_{n3} \right) \tag{4.5}$$

Continuidade nos bocais

Aplicando a equação da continuidade nas câmaras da válvula, e considerando o volume entre os bocais e o orifício de saída, temos

$$\dot{p}_{n1} = \frac{E'}{V_{n1}} \left(Q_{01} - Q_{n1} + A_{ss,pi} \dot{x}_{v,pi} \right) \tag{4.6}$$

$$\dot{p}_{n2} = \frac{E'}{V_{n2}} \left(Q_{02} - Q_{n2} + A_{ss,pi} \dot{x}_{v,pi} \right) \tag{4.7}$$

$$\dot{p}_{n3} = \frac{E'}{V_{n3}} \left(Q_{n1} - Q_{n2} - Q_{n3} \right) \tag{4.8}$$

onde $V_{ni,} i = 1,2,3$, são os volumes das câmaras da válvula, e $A_{ss,pi}$ e $\dot{x}_{v,pi}$ são a área lateral do *spool* e a velocidade do *spool* respectivamente. Os fluxos através das restrições de entrada são expressos como:

$$Q_{01} = A_0 \alpha_{dn} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_s - p_{n1} \right)} \tag{4.9}$$

$$Q_{02} = A_0 \alpha_{dn} \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(p_s - p_{n2} \right)} \tag{4.10}$$

onde A_0 é a área do orifício das restrições de entrada. Os fluxos dos bocais Q_{n1} e Q_{n2} podem ser determinados aplicando a equação 2.14 do orifício (para fluxos turbulentos):

$$Q_{n1} = \alpha_{dn} \pi d_n (x_{f0} + x_f) \sqrt{\left(p_{n1} - p_{n3} \right)} \tag{4.11}$$

$$Q_{n2} = \alpha_{dn} \pi d_n (x_{f0} - x_f) \sqrt{(p_{n2} - p_{n3})} \tag{4.12}$$

onde $p_{ni,} i = 1,2,3$, são as pressões nos bocais, x_f é o deslocamento do *flapper*, x_{f0} é a distância *flapper* – bocal em posição neutra, d_n é o diâmetro do bocal, e α_{dn} é o coeficiente de descarga do bocal para fluxos turbulentos. O fluxo do bocal Q_{n3} através do orifício de saída (fluxo de vazamento) é calculado por:

$$Q_{n3} = A_{n3} \alpha_{dn} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{n3} - p_T)} \tag{4.13}$$

onde A_{n3} é a área do orifício de saída.

Dinâmica do carretel piloto

Aplicando a segunda lei de Newton às forças sobre o carretel,

$$m_{s,pi} \ddot{x}_{v,pi} + F_f(\dot{x}_{v,pi}) = A_{ss,pi}(p_{n1} - p_{n2}) - \frac{T_{fb}}{l_f + l_{fb}} - F_{ax} \tag{4.14}$$

onde $m_{s,pi}$ é a massa do carretel piloto, $F_f(\dot{x}_{v,pi})$ é a força de atrito dependente da velocidade (e.g. $\alpha_s \dot{x}_{v,pi}$), l_{fb} é o comprimento da mola de realimentação, e F_{ax} é força de fluxo axial sobre o carretel. A força citada pode ser calculada por:

$$\begin{aligned} F_{ax} = 2\alpha_{dn} \cos\theta \big[& A_{s1}(p_s - p_{A,pi}) - A_{s2}(p_{A,pi} - p_T) \\ & + A_{s3}(p_{B,pi} - p_T) - A_{s4}(p_s - p_{B,pi}) \big] \end{aligned} \tag{4.15}$$

onde A_{si}, i=1, 2, 3, 4, são as áreas dos canais abertos do carretel. O ângulo de descarga θ pode ser assumido constante, ou seja, $\theta = 69^o$, então $\cos\theta = 0.358$ [1].

Realimentação por posição

Se uma realimentação mecânica do carretel à posição do *flapper* está presente, o correspondente torque de mola realimentado que atua sobre o *flapper* pode ser relacionado a deformações virtuais ao final da mola, usando a constante de mola K_{fb} [7]:

$$T_{fb} = K_{fb}\left(\frac{l_f + l_{fb}}{l_f} x_f + x_{v,pi}\right) \tag{4.16}$$

Obviamente neste caso, onde a realimentação por posição do carretel não é mecânica, e sim elétrica, o torque de realimentação da mola tem que ser zerado.

Os fluxos da servo-válvula são determinados pelas seguintes equações (assumindo *zero lapping*, e desprezando os fluxos de vazamento):

$$\begin{aligned} Q_{A,pi} &= c_{v1} sg(x_{v,pi}) sign(p_s - p_{A,pi})\sqrt{|p_s - p_{A,pi}|} \\ &\quad - c_{v2} sg(-x_{v,pi}) sign(p_{A,pi} - p_T)\sqrt{|p_{A,pi} - p_T|} \end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned} Q_{B,pi} &= c_{v3} sg(-x_{v,pi}) sign(p_s - p_{B,pi})\sqrt{|p_s - p_{B,pi}|} \\ &\quad - c_{v4} sg(x_{v,pi}) sign(p_{B,pi} - p_T)\sqrt{|p_{B,pi} - p_T|} \end{aligned} \tag{4.18}$$

onde $sign(x) = 1$ se $x > 0$, $sign(x) = -1$ se $x < 0$, e $sign(x) = 0$ se $x = 0$.

4.1.1.2.Modelo da etapa principal

Similar ao carretel piloto, as equações dinâmicas do carretel principal são:

$$\dot{P}_{A,pi} = \frac{E'}{V_{A,pi}}\left(Q_{A,pi} + A_{ss,m}\dot{x}_{vm}\right) \tag{4.19}$$

$$\dot{P}_{B,pi} = \frac{E'}{V_{B,pi}}\left(Q_{B,pi} - A_{ss,m}\dot{x}_{vm}\right) \tag{4.20}$$

$$m_{sm}\ddot{x}_{vm} + F_f(\dot{x}_{vm}) = A_{ss,m}\left(p_{A,pi} - P_{B,pi}\right) - F_{ax,m} \tag{4.21}$$

Devido ao fato de que as áreas laterais do carretel principal são relativamente grandes em relação aos volumes das câmaras em ambos os lados do carretel, e que as forças de atrito e aceleração são geralmente muito menores que a força impulsora sobre o carretel, chamada $p_s\ A_{ss,pi}$ (Fig. 4.1), a pressão dinâmica da etapa principal pode ser desprezada na gama de freqüência de interesse. Logo, as equações (4.19) e (4.21) podem ser simplificadas em duas relações estáticas

$$Q_{B,pi} = A_{ss,m}\dot{x}_{vm} = -Q_{A,pi} \tag{4.22}$$

$$A_{ss,m}\left(P_{A,pi} - P_{B,pi}\right) = 0 \tag{4.23}$$

Finalmente, as relações estáticas descrevendo os fluxos do atuador são:

$$\begin{aligned} Q_A = {} & c_{v1} sg(x_{vm}) sign(p_s - p_A)\sqrt{|p_s - p_A|} \\ & -c_{v2} sg(-x_{vm}) sign(p_A - p_T)\sqrt{|p_A - p_T|} \end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned} Q_B = {} & c_{v3} sg(-x_{vm}) sign(p_s - p_B)\sqrt{|p_s - p_B|} \\ & -c_{v4} sg(x_{vm}) sign(p_B - p_T)\sqrt{|p_B - p_T|} \end{aligned} \tag{4.25}$$

4.1.1.3.Modelo Elaborado

Uma análise elaborada da resposta dinâmica da servo-válvula foi desenvolvida pela MOOG, incluindo estudos computacionais que envolvem efeitos não-lineares, até uma dinâmica de oitava ordem. Estas análises foram extremadamente úteis quando se quer reduzir à sua forma mais simples a função de transferência. Uma representação muito adequada da função de transferência da servo-válvula com realimentação mecânica é dada na Figura 4.2.

Esta representação resulta de supor uma fonte de corrente ideal (impedância infinita), desprezar a pressão da carga existente, aproximar ou desprezar as não linearidades existentes pelos efeitos da dinâmica linear, representar a armadura/*flapper* como um parâmetro do sistema de massa, os deslocamentos do *flapper* pequenos com respeito ao movimento do *flapper* e desprezar a compressibilidade do fluido e os efeitos de viscosidade.

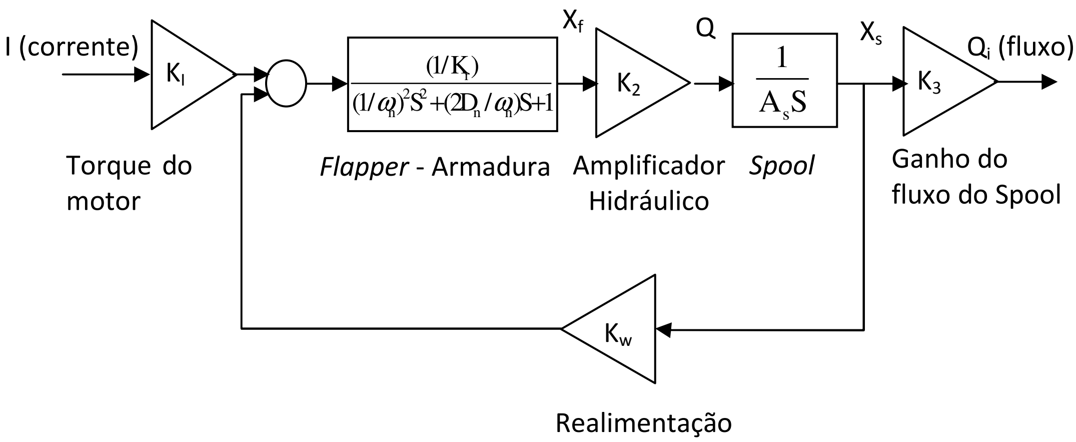

Figura 4.2. Diagrama de Blocos da servo-válvula de realimentação mecânica [moog].

Onde I é a corrente que gera torque do motor, x_f é o deslocamento do *flapper* no bocal, x_s o deslocamento do carretel, K_I o ganho do torque do motor, K_r o ganho de laço da servo-válvula, D_n a razão de amortecimento do primeiro estado, ω_n a freqüência natural do primeiro estado, K_2 o ganho de fluxo do amplificador hidráulico, A_s a área final do carretel, K_3 o ganho de fluxo do carretel e K_w a rigidez do fio de realimentação.

O diagrama de blocos é um sistema de terceira ordem que consiste de uma massa da armadura/flapper, amortecimento e rigidez, ambos com o efeito de integração do fluxo do cilindro. O cilindro, neste caso, é análogo ao pistão de um simples servo mecanismo de posição.

A massa rotacional da armadura/*flapper* é facilmente calculável. A rigidez efetiva da armadura/*flapper* é composta de diversos efeitos, o mais importante dos quais são os efeitos do alinhamento do tubo flexível, e os efeitos de desalinhamento do fluxo magnético permanente. O último é ajustado pelo nível de carga do torque do motor, e é ajustado em cada servo-válvula para coincidir com limites prescritos da resposta dinâmica. A força de amortecimento sobre a armadura/*flapper* é, do mesmo modo, um efeito composto. Aqui, é conhecido pela experiência prática que o ζ equivalente é aproximadamente 0,4 [8].

A ponte do orifício do amplificador hidráulico é reduzida num simples termo de ganho com as suposições listadas. Este ganho é um fluxo diferencial desbalanceado entre os braços opostos da ponte, pelo incremento do movimento do *flapper*. O ganho de malha interna da servo-válvula é determinado pelos seguintes parâmetros:

$$K_v = \frac{K_2 K_w}{K_f A_s} \tag{4.26}$$

O ganho do fluxo do amplificador hidráulico K_2 pode ser relacionado com o parâmetro do bocal *(nozzle)* pela seguinte igualdade:

$$K_2 = C_0 \pi d_n \sqrt{\Delta P_n} \tag{4.27}$$

Onde C_0 é o coeficiente do orifício do bocal, d_n o diâmetro do bocal, e $\sqrt{\Delta P_n}$ é a queda de pressão no bocal, então a função de transferência então ficaria como:

$$FT = \frac{4,598}{4,879 \bullet 10^{-8} S^3 + 2,849 \bullet 10^{-5} S^2 + 0,026S + 2,411} \tag{4.28}$$

4.1.1.4.Modelo simplificado

Outra aproximação é um modelo simplificado de segunda ordem ele relaciona o fluxo de controle da servo-válvula com a corrente de entrada no motor da servo-válvula, e é representado pela função de transferência:

$$\frac{Q(s)}{i(s)} = K_v \left[\frac{1}{1 + 2\frac{D_v}{w_v} S + \frac{1}{w_v^2} S^2} \right] \tag{4.29}$$

Os parâmetros da válvula tais como ganho K_v, freqüência natural W_v e coeficiente de atrito D_v da equação anterior, foram obtidos do catalogo do fabricante. Esta aproximação de segunda ordem é satisfatória, como pode ser verificada na Fig. 4.3.

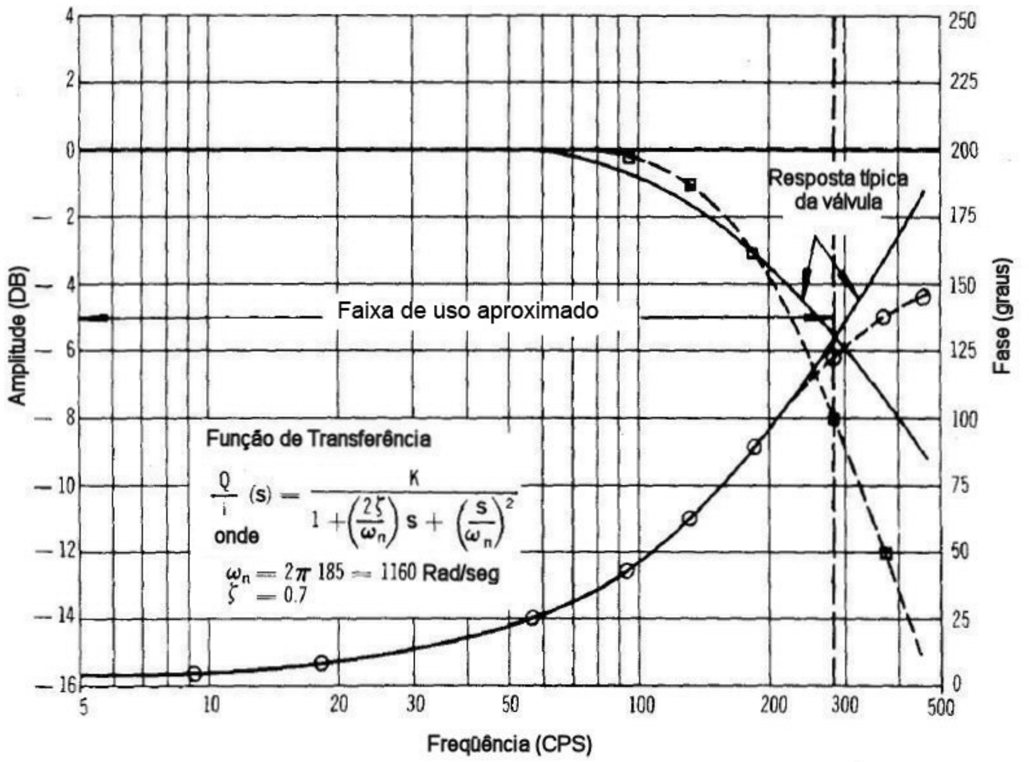

Figura 4.3. Resposta dinâmica para uma servo-válvula com uma aproximação de segunda ordem.

Para a função de transferência do modelo elaborado de terceira ordem da Eq. (4.28) e para a função de transferência simplificada da Eq. (4.29), aplica-se uma corrente de entrada de ± 40 mA, e avalia-se a quantidade de fluxo proporcionado pela servo-válvula. Obteve-se em ambos os casos um fluxo de ±17gal/min, tal como se mostra na Figura 4.4.

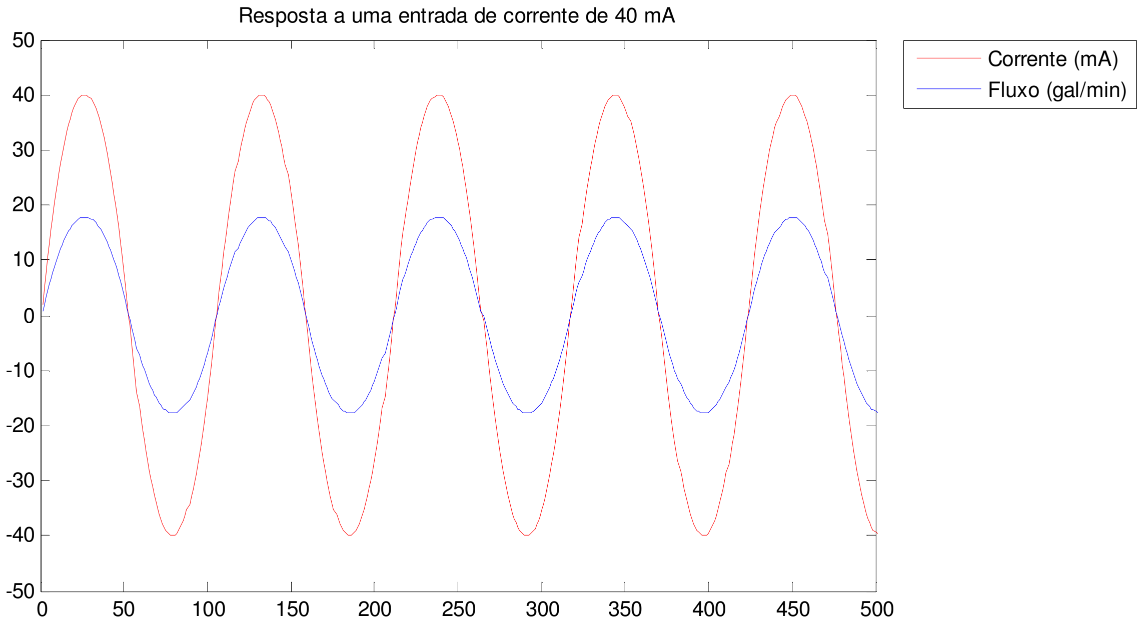

Figura 4.4. Fluxo gerado pela servo-válvula para uma entrada de corrente de ±40 mA.

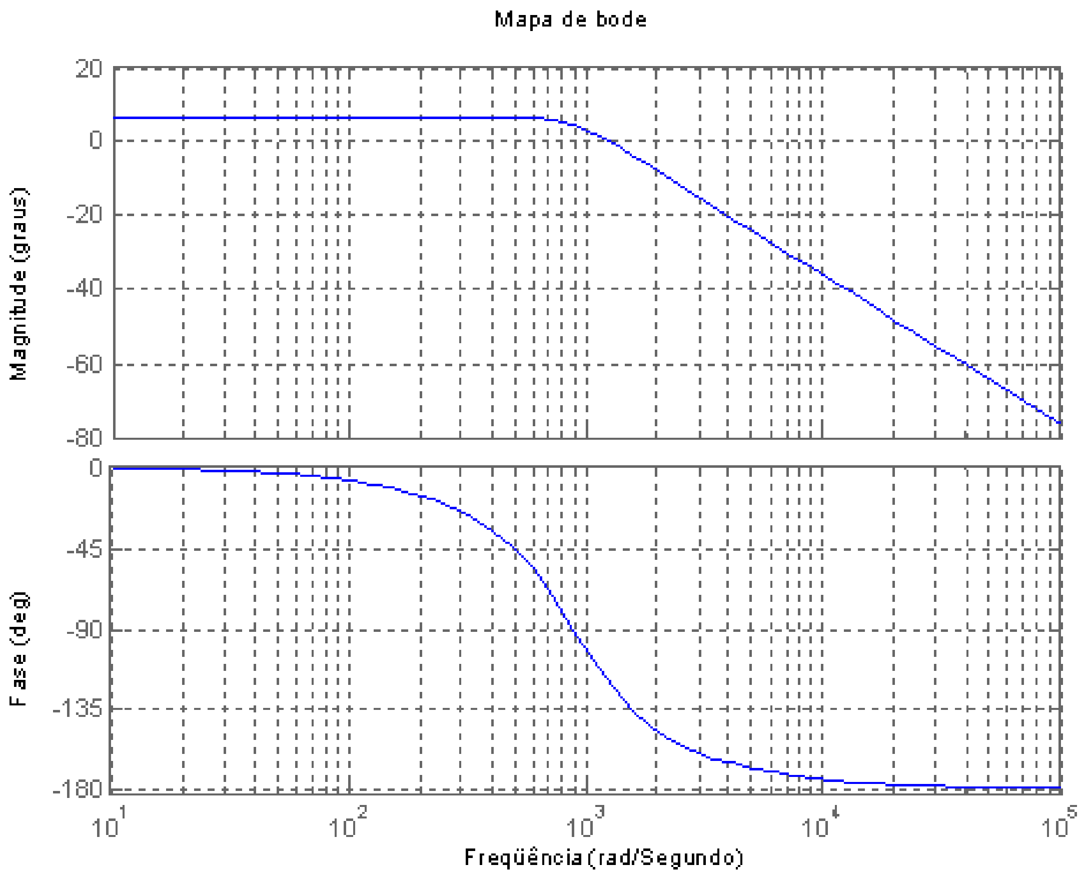

Figura 4.5. Diagrama de Bode da função de transferência da servo-válvula hidráulica.

4.1.2. Fonte de Energia Hidráulica

Na prática, assumir uma fonte de pressão constante é usualmente justificável, desde que algumas condições estritas estejam presentes (Viersma, 1980), e.g.:

- O acumulador é colocado muito perto da bomba (distância de até 0.3 m).
- A linha de conexão entre a linha principal e o acumulador é a mais curta possível (preferivelmente menor que 0.05 m).
- Um acumulador suficientemente grande de gás (1 dm^3) é colocado muito perto da servo-válvula, somente se as perdas do estado de equilíbrio entre a bomba é a servo-válvula não sejam demasiado baixa.Este acumulador age como um filtro eficaz de largura de faixa.

Além disso, o efeito da válvula de controle da pressão pode ser negligenciado se comparado com o efeito do acumulador. Assim, Viersma [6] propôs um modelo muito simples para as bombas controladas:

$$G_{pu}(s) = \frac{P_s(s)}{P_{s,ref}(s)} = \frac{K_{pu}}{1 + T_{pu}s} \tag{4.30}$$

Porém, a variação da pressão da fonte P_s dependendo do fluxo deve ser tomada em consideração no modelo da simulação. É importante para sistemas de sensoriamento de carga ou para sistemas de alto desempenho com relação à velocidade do pistão, onde os limites de operação podem ser atingidos, tendo por resultado uma queda da pressão.

4.1.3. Mangueiras

Os componentes dos sistemas hidráulicos são usualmente conectados por mangueiras. O cumprimento das mangueiras não deve exceder certo limite, e.g.:

$$l < \frac{c}{10 f_{\max}}$$

onde c é a velocidade do som (ou velocidade da onda) no óleo, $f_{\max}$ é o maior valor da freqüência. Caso contrário, o comportamento dinâmico das mangueiras hidráulicas possuiria parâmetros distribuídos que precisam ser considerados.

A velocidade de onda em linhas rígidas (c_s) e em mangueiras (c_w) são calculada de [9]:

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad\qquad c_w = c_s \left(1 + \frac{E}{E_h}\frac{2r_h}{s_h}\right)^{-1/2}$$

onde r_h é o raio interno da mangueira e o s_h é a espessura da parede da mangueira. Geralmente, a velocidade da onda é determinada usando o módulo efetivo de compressibilidade, que introduz os efeitos da entrada do ar e conformidade mecânica:

$$c = \sqrt{\frac{E'}{\rho}}$$

Em algumas aplicações industriais, os volumes ineficientes parecem ser significativamente grandes. Isto é devido à instalação de diversas características de segurança hidráulica entre a válvula e o atuador [10].

4.1.4. Cilindro hidráulico

A modelagem teórica do atuador hidráulico é mais simples que o da servo-válvula. Embora a maioria dos parâmetros do modelo teórico do atuador sejam conhecidos *a priori*, a validação quantitativa pode ser geralmente melhorada pela estimação experimental dos parâmetros. Para este propósito, o modelo do atuador é altamente simplificado, desprezando dinâmicas irrelevantes e não-linearidades, resultando em um modelo compacto [1].

Os principais efeitos não lineares que contribuem ao modelo do cilindro são:

- Assimetria geométrica devido à diferença na área lateral do pistão e do anel.
- A pressão depende do módulo efetivo *bulk*, juntamente com a elasticidade do fluido e a elasticidade da câmara de pressão.
- A posição depende da rigidez do atuador, ou seja, a freqüência natural e a razão de amortecimento do transiente dinâmico variam com a posição do cilindro.
- Forças de fricção opostas à velocidade do pistão.

Em particular, a compressibilidade do óleo influencia na dinâmica do sistema servo hidráulico. Ela atua como uma mola e introduz um sistema massa mola de segunda ordem cuja freqüência natural limita a largura de banda de qualquer sistema servo-hidráulico. O amortecimento do sistema é relativamente menor.

4.1.4.1.Dinâmica da pressão nas câmaras de cilindro

Aplicando a equação de continuidade para cada uma das câmaras do cilindro, temos:

$$Q_A - Q_{Li} = \dot{V}_A + \frac{V_A}{E'(P_A)}\dot{P}_A \tag{4.31}$$

$$Q_B + Q_{Li} - Q_{Le} = \dot{V}_B + \frac{V_B}{E'(P_B)}\dot{P}_B \tag{4.32}$$

onde V_A é o volume da câmara do pistão, V_B é o volume da câmara do anel, ambos incluindo a linha de conexão da válvula e o volume da câmara, é Q_{Li} , Q_{Le} são os fluxos de escapamento interno e externo.

Os volumes das câmaras podem ser escritos como:

$$V_A = V_{PL,A} + \left(\frac{s}{2} + x_p\right)A_p = V_{A0} + x_p A_p \tag{4.33}$$

$$V_B = V_{PL,B} + \left(\frac{s}{2} - x_p\right)\alpha A_p = V_{B0} - x_p \alpha A_p \tag{4.34}$$

onde $V_{PL,A}, V_{PL,B}$ são os volumes da tubulação no lado A e B respectivamente. Os volumes iniciais da câmara V_{A0}e V_{B0} consistem de uma parte eficiente (por exemplo, o volume requerido somente para encher as câmaras) e uma parte ineficiente (e.g., principalmente o volume da tubulação entre a válvula e o atuador).

Os volumes iniciais das câmaras não são iguais necessariamente, mas assume-se que o pistão está centrado, resultando em:

$$V_{A0} = V_{B0} = V_0$$

As derivadas das equações (4.33) e (4.34) resultam em:

$$\dot{V}_A = A_p \dot{x}_p$$

$$\dot{V}_B = -\alpha A_p \dot{x}_p$$

As equações (4.31) e (4.32) podem se reorganizar para produzir as equações de pressão dinâmica

$$\dot{P}_A = \frac{1}{C_{hA}}(Q_A - A_p \dot{x}_p + Q_{Li} - Q_{LeA}) \quad (4.35)$$

$$\dot{P}_B = \frac{1}{C_{hB}}(Q_B + \alpha A_p \dot{x}_p - Q_{Li} - Q_{LeB}) \quad (4.36)$$

A capacitância hidráulica de cada câmara é dada por:

$$C_{hA} = C_h(P_A, x_p) = \frac{V_A(x_p)}{E'_A(P_A)} = \frac{V_{pl,A}(x_{p0} + x_p)A_p}{E'_A(P_A)} \quad (4.37)$$

$$C_{hB} = C_h(P_B, x_p) = \frac{V_B(x_p)}{E'_B(P_B)} = \frac{V_{pl,B}(x_{p0} + x_p)\alpha A_p}{E'_B(P_B)} \quad (4.38)$$

O fluxo de escapamento da câmara cruzada ou interna (e.g. o escapamento de uma câmara para outra) pode ser calculado por (se o fluxo for laminar):

$$Q_{Li} = C_{Li}(P_B - P_A)$$

onde C_{Li} é o coeficiente de escapamento de fluxo interno.

Na prática, pode-se desprezar o escapamento de cada câmara do cilindro ao dreno ou ao tanque:

$$Q_{LeA} = Q_{LeB} = 0$$

4.1.4.2.Equação da movimentação do pistão

A equação de movimentação do pistão que governa o movimento da carga foi obtida aplicando a segunda lei de Newton nas forças do pistão. A equação de forças resultante é:

$$m_t \ddot{x}_p + F_f(\dot{x}_p) = (P_A - \alpha P_B)A_P - F_{ext} \tag{4.39}$$

A massa total m_t consiste da massa do pistão (m_p) e a massa do fluido hidráulico nas câmaras do cilindro e nas tubulações, dadas por $m_{A,fl}$ e $m_{B,fl}$ respectivamente:

$$m_t = m_p + m_{A,fl} + m_{B,fl} \tag{4.40}$$

A massa do fluido pode ser calculada como por:

$$m_{A,fl} = \rho\left[V_{PL,A} + x_{p0} + x_p)A_p\right] \tag{4.41}$$

$$m_{B,fl} = \rho\left[V_{PL,B} + x_{p0} - x_p)\alpha A_p\right] \tag{4.42}$$

No entanto, a massa do fluido pode ser desprezada em comparação com a massa do pistão.

4.2.Modelos Lineares

Combinando os modelos dinâmicos da servo-válvula com o modelo reduzido do atuador linear, podem-se obter as funções de transferência que modelam o sistema servo hidráulico, como descrito a seguir.

4.2.1.Controle de Posição

A função de transferência para controle de posição sem resulta em:

$$G_x(s) = \frac{X_p(s)}{I(s)} = \left[\frac{K_v K_Q}{\frac{1}{\omega_v^2} S^2 + \frac{2D_v}{\omega_v} S + 1} \right] \left[\frac{\frac{A_p}{m_p}}{S^2 + 2D_h \omega_h S + \omega_h^2} \right] \left[\frac{1}{S} \right] \qquad (4.43)$$

onde ω_h é conhecida como freqüência natural hidráulica, e é dada pela seguinte equação:

$$\omega_h = \sqrt{\frac{\sigma}{m_p T_h} + \frac{A_p}{m_p} K_d} \qquad (4.44)$$

e a taxa de amortecimento por:

$$D_h = \frac{\frac{1}{T_m} + \frac{1}{T_h}}{2\omega_h} \qquad (4.45)$$

Os parâmetros T_m, K_d são determinados por:

$$T_m = \frac{m_p}{\sigma}$$

$$K_d = \frac{A_p}{C_h}$$

onde m_p é a massa do pistão, A_p é a área do pistão, e C_h é a capacitância hidráulica, dada por:

$$C_h = \left(\frac{E_A^{\prime}}{V_A} + \alpha^2 \frac{E_B^{\prime}}{V_B} \right) \tag{4.46}$$

Os valores de K_Q e K_v são ganhos, e variam de acordo com o modelo da servo-válvula e o fluxo que elas podem fornecer. Para a servo-válvula tem-se que D_v é a taxa de amortecimento e ω_v é a freqüência natural.

4.2.2.Controle de Força

É conhecido que $P_L = \left(\frac{m_p}{A_p} + \frac{\sigma}{A_p} \frac{1}{S} \right) \ddot{X}(s)$, e tendo a relação $F_L = A_p P_L$, obtém-se a função de transferência para controle de força:

$$G_F(s) = \frac{F_L(s)}{I(s)} = \left[\frac{K_v K_Q}{\frac{1}{\omega_v^2} S^2 + 2D_v \omega_v S + 1} \right] \left[\frac{A_p \left(S + \frac{\sigma}{m_p} \right)}{S^2 + 2D_h \omega_h S + \omega_h^2} \right] \tag{4.47}$$

onde D_v é a taxa de amortecimento e ω_v é a freqüência natural, m_p é a massa do pistão, A_p é a área do pistão, e os outros parâmetros foram definidos na equação (4.43).

4.2.3.Controle de Deformação

Finalmente para usar a força gerada pela máquina servo-hidráulica, para o controle de deformação em ensaios de tração em corpos de prova, deve-se garantir que a rigidez da máquina seja maior que a dos corpos de prova testados. Neste caso, a equação para o controle de deformação ficaria como:

$$G_F(s) = \frac{F_L(s)}{I(s)} = \left[\frac{K_v K_Q}{\frac{1}{\omega_v^2} S^2 + 2D_v \omega_v S + 1} \right] \left[\frac{A_p \left(S + \frac{\sigma}{m_p} \right)}{S^2 + 2D_h \omega_h S + \omega_h^2} \right] \left[\frac{1}{m_p S^2 + bS + k} \right] \quad (4.48)$$

No próximo capítulo, controladores são propostos e simulados utilizando-se as funções de transferência apresentadas.