

5 Aplicação do Procedimento

Adotando o caminho do acoplamento computacional como descrito anteriormente, que mantém o sistema dividido em módulos, é preciso obter os modelos matemáticos dos subsistemas envolvidos de modo que sejam independentes. Dentro desse conceito, somente variáveis de potência passam de um módulo a outro. Cada módulo contém suas equações de movimento, caso representem um corpo rígido, suas relações constitutivas, no caso dos pneus, ou ambas, no caso da suspensão. As estruturas de junção empregadas não possuem laços algébricos. A Figura 51 ilustra o acoplamento entre os módulos, usando variáveis de potência.

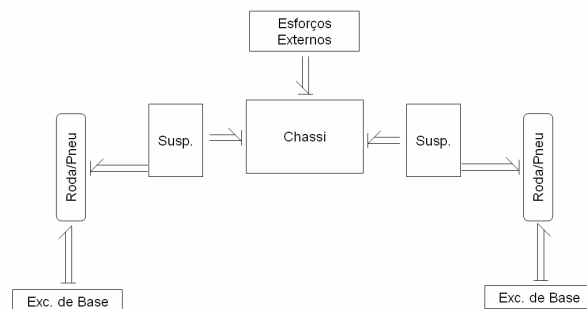


Figura 51 – Fluxo de potência do modelo.

5.1. Modelo do Chassi

O chassi é modelado como um corpo rígido, que recebe esforços externos e responde com velocidades (Figura 52). Seus três graus de liberdade são os deslocamentos vertical e lateral e a rolagem. O CG do chassi localiza-se no ponto **C**, e os pontos de ancoragem são, para o lado direito, do superior ao inferior, **J**, **L** e **E**, e para o lado esquerdo, na mesma seqüência, **I**, **K** e **W**. O ângulo φ é o ângulo de rolagem do chassi. Na suspensão semi-eixo oscilante os pontos **J** e **I** não são utilizados. O grafo multiligação do chassi é mostrado na Figura 53.

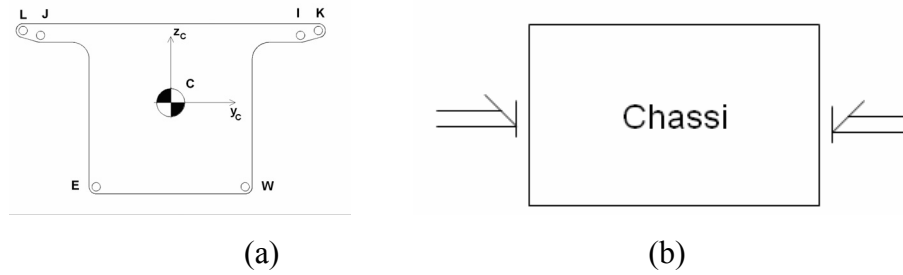


Figura 52 – (a) Chassi, seu referencial e pontos principais. (b) Fluxo de potência.

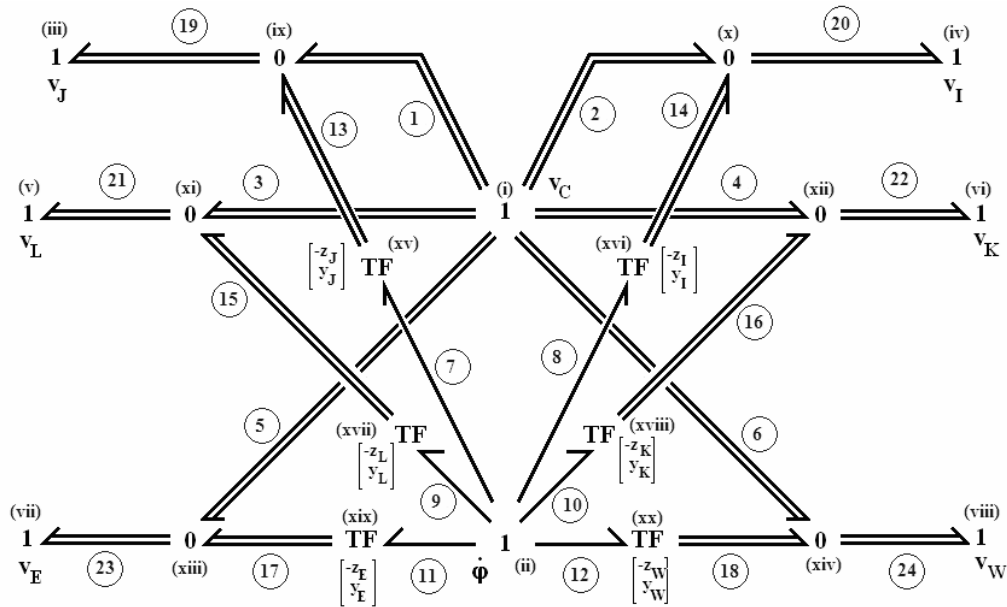


Figura 53 – Grafo multiligação do chassi, somente cinemática.

A Matriz de Vínculos Cinemáticos, que relaciona as velocidades absolutas dos pontos de ancoragem com as velocidades absolutas do CG do chassi, é:

$$\begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_J \\ {}^f \mathbf{v}_I \\ {}^f \mathbf{v}_L \\ {}^f \mathbf{v}_K \\ {}^f \mathbf{v}_E \\ {}^f \mathbf{v}_W \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_C \\ \dot{\phi}_C \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde:

\mathbf{I}_2 : matriz identidade de dimensões 2×2 ;

\mathbf{R}_2 : matriz anti-simétrica $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$;

${}^f \mathbf{T}^c$: matriz de transformação de coordenadas do referencial do chassi, c , para o referencial inercial, f ; neste caso, ${}^f \mathbf{T}^c = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\text{sen} \varphi \\ \text{sen} \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$.

${}^c \mathbf{r}_i$: vetor-posição do ponto de ancoragem i (**J**, **I**, **L**, **K**, **E** e **W**) em relação ao CG escrito no referencial do chassi;

${}^f \mathbf{v}_i$: vetor velocidade absoluta do ponto de ancoragem i ;

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_J \right) \\ \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_I \right) \\ \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_L \right) \\ \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_K \right) \\ \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_E \right) \\ \mathbf{I}_2 & \left(\mathbf{R}_2 {}^f \mathbf{T}^c {}^c \mathbf{r}_W \right) \end{bmatrix} : \text{Matriz de Vínculos Cinemáticos do chassi};$$

${}^f \mathbf{v}_C$: vetor velocidade absoluta do CG do chassi;

$\dot{\varphi}_C$: velocidade angular absoluta do chassi (neste caso, taxa de rolagem).

Devido à natureza do problema, não há rigidez ou efeito de amortecimento associado ao chassi. Também não há elementos ou campos-I diferenciais. O Grafo Multiligação completo é mostrado na Figura 54.

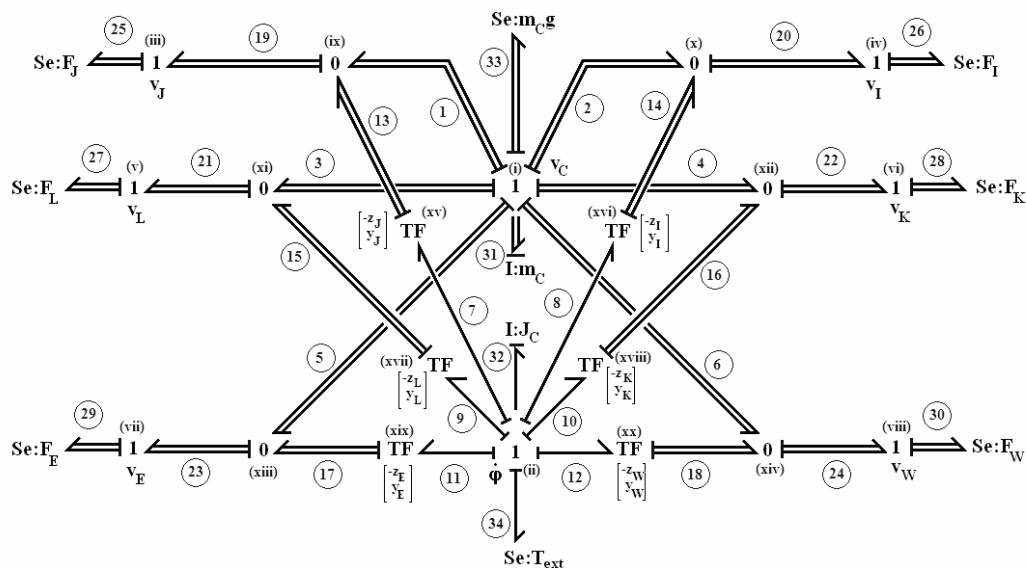


Figura 54 – Grafo Multiligação do chassi com os campos e fontes ideais.

Não há fontes de fluxo, mas há oito fontes de esforço, das quais seis, de **25** a **30**, são as forças produzidas pelas suspensões aplicadas nos pontos de ancoragem. As outras duas são o peso, multiligação **33**, e um torque externo qualquer aplicado no CG. As demais formas externas (aerodinâmica, por exemplo) que porventura existam, podem ser incorporadas, neste caso, à multiligação **33**, como uma única fonte de esforços. Há um campo-I elemento causal (integral), composto pela inércia de translação do chassi (multiligação **31**) e pela inércia de rotação (ligação **32**). O Grafo Multiligação com as fontes e os campos evidenciados é mostrado na Figura 55. Estas fontes de esforço são as representadas na Figura 52b.

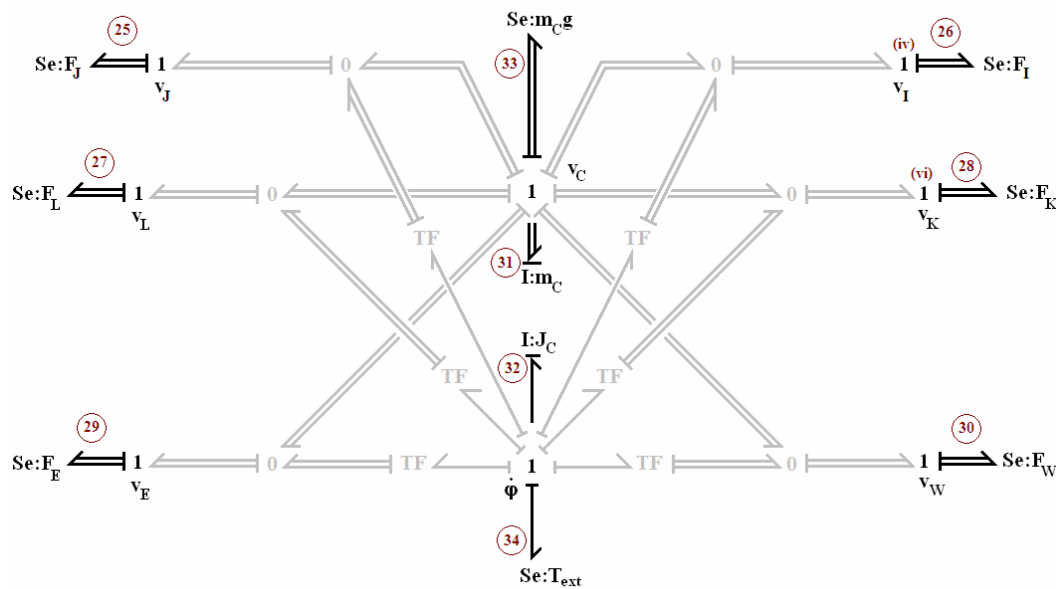


Figura 55 – Campos e fontes ideais de esforços.

Os elementos da Matriz de Vínculos Cinemáticos do chassi (eq. 5.1) são também os da submatriz \mathbf{J}_{IU} , que relaciona as fontes de esforço com os esforços de entrada nos campos-I integrais. A submatriz \mathbf{N}_U é nula, pois não há fonte de fluxo atuando sobre o chassi, apenas fontes de esforço. A matriz estrutura de junção do chassi, usando a numeração do grafo multiligação, é:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{25} \\ \mathbf{f}_{26} \\ \mathbf{f}_{27} \\ \mathbf{f}_{28} \\ \mathbf{f}_{29} \\ \mathbf{f}_{30} \\ \mathbf{f}_{33} \\ f_{34} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{31} \\ e_{32} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{15 \times 15} & (-\mathbf{J}_{IU}^T) \\ (\mathbf{J}_{IU}) & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{25} \\ \mathbf{e}_{26} \\ \mathbf{e}_{27} \\ \mathbf{e}_{28} \\ \mathbf{e}_{29} \\ \mathbf{e}_{30} \\ \mathbf{e}_{33} \\ e_{34} \\ \mathbf{f}_{31} \\ f_{32} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = [\mathbf{O}_{3 \times 3}];$$

$$\mathbf{J}_{IU} = - \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{T}_{15}^T & \mathbf{T}_{16}^T & \mathbf{T}_{17}^T & \mathbf{T}_{18}^T & \mathbf{T}_{19}^T & \mathbf{T}_{20}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{15} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_J;$$

$$\mathbf{T}_{16} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_I;$$

$$\mathbf{T}_{17} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_L;$$

$$\mathbf{T}_{18} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_K;$$

$$\mathbf{T}_{19} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_E;$$

$$\mathbf{T}_{20} = \mathbf{R}_2^f \mathbf{T}_c^{cc} \mathbf{r}_W;$$

$$\mathbf{EJ} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{15 \times 15} & (-\mathbf{J}_{IU}^T) \\ (\mathbf{J}_{IU}) & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

Substituindo as variáveis de entrada e de saída:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_J \\ {}^f \mathbf{v}_I \\ {}^f \mathbf{v}_L \\ {}^f \mathbf{v}_K \\ {}^f \mathbf{v}_E \\ {}^f \mathbf{v}_W \\ {}^f \mathbf{v}_{C,S} \\ \dot{\phi}_{C,S} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{F}_C \\ {}^f M_C \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{15 \times 15} & (-\mathbf{J}_{\text{IU}}^T) \\ (\mathbf{J}_{\text{IU}}) & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{F}_J \\ {}^f \mathbf{F}_I \\ {}^f \mathbf{F}_L \\ {}^f \mathbf{F}_K \\ {}^f \mathbf{F}_E \\ {}^f \mathbf{F}_W \\ {}^f \mathbf{P}_C \\ {}^f T_{\text{ext}} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_C \\ \dot{\phi}_C \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

onde:

${}^f \mathbf{F}_i$: força sobre o chassi no ponto de ancoragem i , no referencial inercial.

${}^f \mathbf{F}_C$: força resultante aplicada no ponto C , no referencial inercial.

${}^f \mathbf{P}_C$: peso do chassi

${}^f M_C$: momento resultante aplicado no ponto C do chassi;

${}^f T_{\text{ext}}$: torque externo aplicado ao chassi, no ponto C .

${}^f \mathbf{v}_{C,S}$: velocidade absoluta do CG do chassi, como saída da estrutura.

$\dot{\phi}_{C,S}$: velocidade angular absoluta do CG do chassi, como saída da estrutura.

5.2.

Modelo do Pneu

O pneu é modelado como um elemento elástico linear, e seu grafo multiligação completo (Figura 56) é bem simples. Não há efeitos inerciais neste componente, somente um campo- C e outro R , ambos junção causal. Sua conexão se dá pelo ponto Q da roda, situado no plano da roda e na circunferência do aro, conforme é mostrado na Figura 57. O centro geométrico da roda, onde, por hipótese, também se localiza seu centro de gravidade, é o ponto R . A estrutura de junção do pneu (eq. 5.4) também é incompleta, pois há apenas elementos armazenadores (capacitores) e dissipadores (resistores), ambos junção causal. Os esforços produzidos por esses elementos atuam na direção vertical e na horizontal.

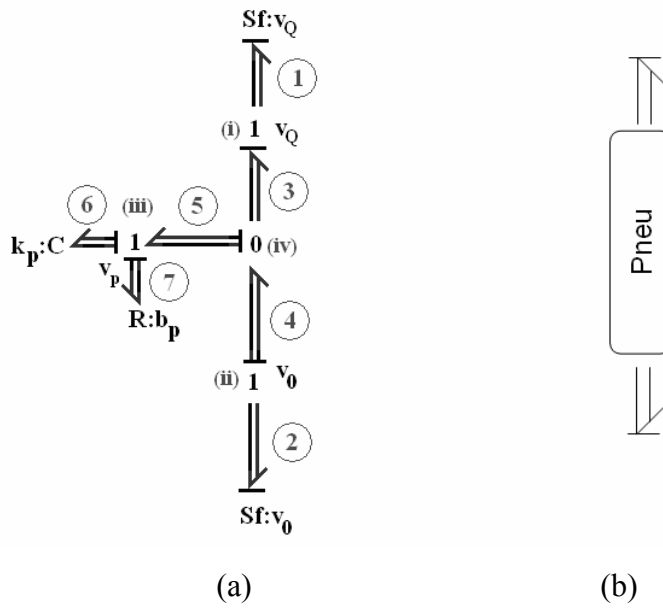


Figura 56 – (a) Grafo Multiligação do pneu. (b) Fluxo de potência.

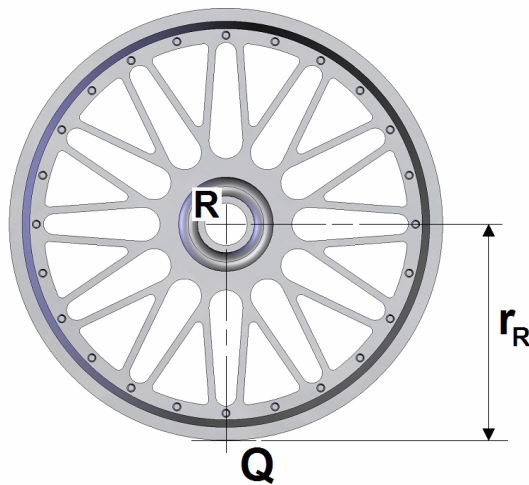


Figura 57 – Localização do ponto Q na roda. O ponto R é o centro geométrico e também o CG.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{f}_6 \\ \mathbf{f}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_4 \\ \mathbf{J}_{IU} \\ \mathbf{J}_{LU} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{IU}^T & -\mathbf{J}_{LU}^T \\ \mathbf{O}_4 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{e}_6 \\ \mathbf{e}_7 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

onde:

$$\mathbf{J}_{IU} = [\mathbf{I}_2 \quad -\mathbf{I}_2];$$

$$\mathbf{J}_{LU} = [\mathbf{I}_2 \quad -\mathbf{I}_2];$$

\mathbf{I}_2 : matriz identidade;

\mathbf{O}_4 : matriz nula quadrada, de dimensão 4.

Substituindo as variáveis:

$$\begin{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{F}_{0d} \\ {}^f \mathbf{F}_{Qd} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_{pd} \\ {}^f \mathbf{v}_{pd} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{O}_4] & \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} & [\mathbf{O}_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_{0d} \\ {}^f \mathbf{v}_{Qd} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{F}_{kp,d} \\ {}^f \mathbf{F}_{bp,d} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

A Matriz de Vínculos Cinemáticos relaciona as velocidades das fontes de fluxo ideais com as velocidades entre os pontos \mathbf{Q} da roda e o de contato com o solo. Como não há geometria, essa matriz é simples (eq. 5.6):

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

As submatrizes \mathbf{J}_{IU} e \mathbf{J}_{LU} são, nesse caso, a primeira e a segunda linha da Matriz de Vínculos Cinemáticos.

5.3. Suspensão Semi-Eixo Oscilante

Este tipo é o mais simples de suspensão com geometria, um semi-eixo que oscila em torno de um ponto, o de ancoragem no chassi, e que traz na outra extremidade a roda. O equacionamento desta suspensão com a eliminação de seus laços algébricos é apresentado no Capítulo 4. O diagrama de fluxo de potência é mostrado na Figura 58, o grafo multiligação completo é mostrado na Figura 59.

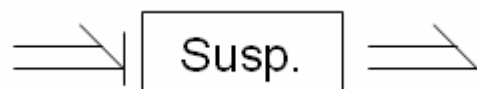


Figura 58 – Diagrama de fluxo de potência da suspensão.

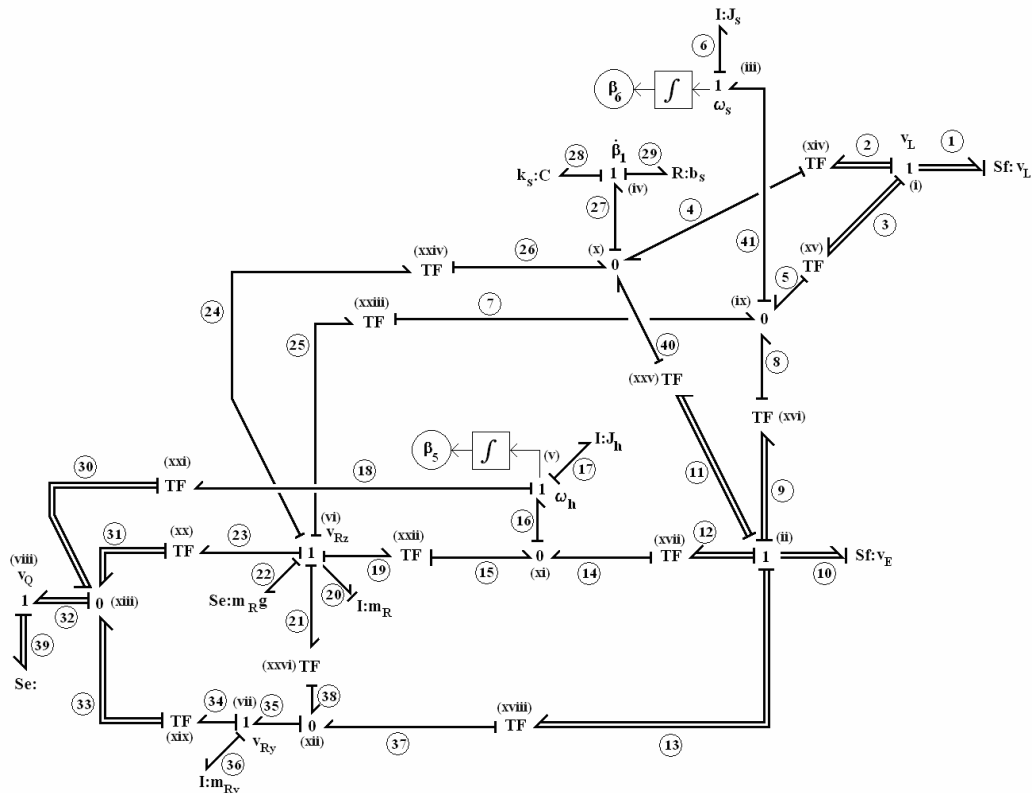


Figura 59 – Grafo Multiligação da suspensão semi-eixo oscilante.

Aqui cabe um comentário a respeito do grafo e do modelo. Neste caso a roda foi incorporada à suspensão, e a massa de todos os corpos do mecanismo é concentrada no ponto **G**, da extremidade livre do semi-eixo, e por isso o fluxo de potência apresenta uma entrada em fluxo em uma extremidade (lado direito) e esforço na outra (lado esquerdo). Quando a roda é acoplada à suspensão, os pontos **G** e **R** coincidem, e é este último que aparece no grafo da Figura 59. A hipótese de concentrar a massa em um único ponto é válida, uma vez que as peças que compõem o mecanismo de suspensão têm massas desprezíveis quando comparadas à massa do chassi. Assim, a junção **1** correspondente à velocidade $^f v_{Rz}$ representa o grau de liberdade do mecanismo, agora com a roda incorporada. A convenção adotada para a estrutura de junção determina que a potência tenha sempre sentido positivo ao deixar a estrutura.

As fontes de fluxo nas multiligações **1** e **10** são as velocidades dos pontos de ancoragem do chassi. A fonte de esforço na ligação **22** representa o peso do mecanismo, enquanto que a fonte de esforço na multiligação **39** é a força produzida pelo pneu. Essas são as entradas do mecanismo, e só há um tipo de causalidade possível para as fontes.

A mola e o amortecedor são os elementos complacentes, e ambos são elementos do tipo junção causal, uma vez que recebem fluxo e devolvem esforço, e não há grau de liberdade sem massa nesse mecanismo. Seus esforços são representados pelas ligações **28** e **29**, respectivamente.

O grau de liberdade escolhido é o deslocamento vertical, ao qual está associado a velocidade linear absoluta ${}^f v_{Rz}$. Os esforços provenientes do mecanismo de suspensão, ligações **19** e **21** a **25**, e do pneu, multiligação **39**, chegam à junção do grau de liberdade, onde há uma inércia que reage com um fluxo, representado pela ligação **20**.

Das atribuições de causalidade, resultam as três inércias junção causal, que são a inércia de rotação da coluna telescópica (considerada constante), ligação **6**, a inércia de rotação do semi-eixo, ligação **17** e a inércia de translação lateral da roda, ligação **36**. A estrutura de junção é apresentada na eq. (5.6), montada a partir da Matriz de Vínculos Cinemáticos apresentada na eq. (4.37).

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ f_{22} \\ \mathbf{f}_{39} \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} e_{20} \\ f_{28} \\ f_6 \\ f_{17} \\ f_{36} \\ f_{29} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_4 & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{IU}^T \\ \mathbf{N}_I & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{DU}^T \\ \mathbf{O}_3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{LU}^T \\ \mathbf{O}_{3 \times 1} \\ \mathbf{N}_L \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ e_{22} \\ \mathbf{e}_{39} \\ f_{20} \\ e_{28} \\ e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \\ e_{29} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ \mathbf{O}_2 & -(\mathbf{T}_{21} \cdot \mathbf{T}_{17}^T + \mathbf{T}_{19} \cdot \mathbf{T}_{18}^T) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{N}_I = [\mathbf{T}_{24}];$$

$$\mathbf{N}_L = [0];$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 4} \\ \mathbf{T}_{14}^T & \mathbf{T}_{25}^T \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{T}_{22} \cdot \mathbf{T}_{21}^T + \mathbf{T}_{20}^T + \mathbf{T}_{26} \cdot \mathbf{T}_{19}^T) \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 4} & \mathbf{N}_e \\ \mathbf{N}_f & \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{14}^T & \mathbf{T}_{25}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_e = \begin{bmatrix} 1 & (\mathbf{T}_{22} \cdot \mathbf{T}_{21}^T + \mathbf{T}_{20}^T + \mathbf{T}_{26} \cdot \mathbf{T}_{19}^T) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{DU} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{15}^T & \mathbf{T}_{16}^T \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{17}^T \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{18}^T \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{15}^T & \mathbf{T}_{16}^T \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{17}^T \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{18}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{LU} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{14}^T & \mathbf{T}_{25}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_r & \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{14}^T & \mathbf{T}_{25}^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{ID} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{23} & -\mathbf{T}_{22} & -\mathbf{T}_{26} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_i \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{23} & -\mathbf{T}_{22} & -\mathbf{T}_{26} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{IL} = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{24} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_R \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_R = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{24} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{14} = \begin{bmatrix} -\cos \beta_6 \\ -\text{sen} \beta_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{15} = \frac{1}{(r_2 + \beta_1)} \begin{bmatrix} \text{sen} \beta_6 \\ -\cos \beta_6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{16} = \frac{1}{(r_2 + \beta_1)} \left[\begin{array}{c} -\sin \beta_6 \\ \left\{ \cos \beta_6 - \frac{r_1 \cos(\beta_6 - \beta_5)}{r_4 \cos \beta_5} \right\} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{T}_{17} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{r_4 \cos \beta_5} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{18} = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{tg} \beta_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{19} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{21} = \begin{bmatrix} -r_{rj} \cos \beta_5 \\ -r_{rj} \operatorname{sen} \beta_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{22} = \frac{1}{r_4 \cos \beta_5}$$

$$\mathbf{T}_{23} = \frac{r_1 \cos(\beta_6 - \beta_5)}{(r_2 + \beta_1) r_4 \cos \beta_5}$$

$$\mathbf{T}_{24} = \frac{r_1 \sin(\beta_6 - \beta_5)}{r_4 \cos \beta_5}$$

$$\mathbf{T}_{25} = \left[\begin{array}{c} \cos \beta_6 \\ \left\{ \sin \beta_6 - \frac{r_1 \sin(\beta_6 - \beta_5)}{r_4 \cos \beta_5} \right\} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{T}_{26} = -\operatorname{tg} \beta_5$$

Há então um campo-I misto, com três causalidades diferenciais e uma integral, que é o grau de liberdade da suspensão. A matriz \mathbf{J}_{DU} é não-nula, o que significa que há vínculo entre as fontes de fluxo ideais e as velocidades das inércias diferenciais. Os graus de liberdade podem ser determinados pelo critério de Grübler-Kutzbach ([18] e [51]):

$$f = 3(n_B - n_G) + \sum_{i=1}^{n_G} f_{Gi} \quad (5.7)$$

Tem-se 3 corpos, 4 juntas, cada uma permitindo apenas um grau de liberdade, resultando então em:

$$f = 3(3 - 4) + \sum_{i=1}^{n_G} (1 + 1 + 1 + 1) = 1 \quad (5.8)$$

O número de laços cinemáticos é dado por:

$$n_L = n_G - n_B \quad (5.9)$$

Tem-se que o mecanismo possui um laço cinemático, ou laço algébrico, e o procedimento para desfazê-lo é apresentado na seção 4.3.1 do Capítulo 4.

Os campos- \mathbf{C} e \mathbf{R} são do tipo junção causal somente, assim é preciso manipular as equações do campo- \mathbf{I} misto, usando a estrutura de junção, para calcular o efeito dessas inércias no grau de liberdade da suspensão. Da equação (5.6) tem-se que o vetor das ligações das inércias junção causal é:

$$\begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

A influência dessas variáveis no grau de liberdade é representada pela expressão:

$$e_{20} = \mathbf{N}_e \begin{bmatrix} e_{22} \\ \mathbf{e}_{39} \end{bmatrix} + (-\mathbf{N}_I^T)[e_{28}] + \mathbf{N}_R[e_{29}] + \mathbf{N}_i \begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Seja:

$$e_{100} = \mathbf{N}_e \begin{bmatrix} e_{22} \\ \mathbf{e}_{39} \end{bmatrix} + (-\mathbf{N}_I^T)[e_{28}] + \mathbf{N}_R[e_{29}] \quad (5.12)$$

o esforço correspondente à soma das parcelas outras que não a de inércias diferenciais. Então:

$$e_{20} = e_{100} + \mathbf{N}_i \begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

O mesmo pode ser feito para os esforços correspondes às fontes de fluxo ideais, que são escritos como (eq. 5.14):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \end{bmatrix} = (\mathbf{N}_U^T) \begin{bmatrix} e_{22} \\ \mathbf{e}_{39} \end{bmatrix} + (\mathbf{N}_f^T) [e_{28}] + (\mathbf{N}_r^T) [e_{29}] + (\mathbf{N}_N^T) \begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Seja:

$$\mathbf{e}_{200} = (\mathbf{N}_U^T) \begin{bmatrix} e_{22} \\ \mathbf{e}_{39} \end{bmatrix} + (\mathbf{N}_f^T) [e_{28}] + (\mathbf{N}_r^T) [e_{29}] \quad (5.15)$$

o esforço correspondente à soma das parcelas outras que não a de inércias diferenciais. Então:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \end{bmatrix} = \mathbf{e}_{200} + (\mathbf{N}_N^T) \begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Monta-se uma única equação a partir das eqs. (5.13) e (5.16):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ \mathbf{e}_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

As inércias são derivadas das quantidades de movimento, e podem ser escritas em função da primeira derivada dos fluxos correspondentes, uma vez que $e = \dot{p}$, onde p é a quantidade de movimento:

$$\begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_S & 0 & 0 \\ 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & m_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{f}_6 \\ \dot{f}_{17} \\ \dot{f}_{36} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Voltando à matriz estrutura de junção, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} f_6 \\ f_{17} \\ f_{36} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_N \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \end{bmatrix} + (-\mathbf{N}_i^T) [f_{20}] \quad (5.19)$$

Derivando a eq. (5.19), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_6 \\ \dot{f}_{17} \\ \dot{f}_{36} \end{bmatrix} = [\mathbf{N}_N \quad -\mathbf{N}_i^T] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} + [\dot{\mathbf{N}}_N \quad -\dot{\mathbf{N}}_i^T] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Substituindo a eq. (5.20) na eq. (5.18), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} e_6 \\ e_{17} \\ e_{36} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_1^J [\mathbf{N}_N \quad -\mathbf{N}_i^T] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} + \mathbf{I}_1^J [\dot{\mathbf{N}}_N \quad -\dot{\mathbf{N}}_i^T] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

onde $\mathbf{I}_1^J = \begin{bmatrix} J_S & 0 & 0 \\ 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & m_R \end{bmatrix}$. Substituindo (5.21) na eq. (5.17):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ \mathbf{e}_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \mathbf{I}_1^J [\mathbf{N}_N \quad -\mathbf{N}_i^T] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \mathbf{I}_1^J [\dot{\mathbf{N}}_N \quad -\dot{\mathbf{N}}_i^T] \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

e após organizar as parcelas, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ \mathbf{e}_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \mathbf{\Gamma}_f \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \end{bmatrix} + \mathbf{\Gamma}_{ie} f_{20} + \mathbf{\Gamma}_{fp} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \end{bmatrix} + \mathbf{\Gamma}_{iep} \dot{f}_{20} \quad (5.23)$$

onde:

$$\mathbf{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_N \\ \mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_N \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{fp} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_N \\ \mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_N \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{Ie} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_i^T \\ -\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_i^T \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{Iep} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_i^T \\ -\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_i^T \end{bmatrix}$$

Pela eq. (5.23) pode-se ver que os esforços dependem tanto de fluxos quanto de suas derivadas, calculadas no mesmo módulo de onde vêm as fontes de fluxo. Além disso, as derivadas das matrizes \mathbf{N}_N e \mathbf{N}_i trazem também velocidades angulares absolutas e a velocidade do amortecedor, uma vez que seus elementos são escritos em função dos ângulos de orientação e do comprimento da mola. A última linha é a expressão do esforço sobre o grau de liberdade da roda. As parcelas são escritas em equações matriciais, onde as matrizes são diagonais:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_4 & (-\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_i^T) \\ (\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_4 & (-\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_i^T) \\ (\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{iii} = \begin{bmatrix} (\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_N) & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & (-\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \dot{\mathbf{N}}_i^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_{10} \\ f_{20} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{iv} = \begin{bmatrix} (\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_N) & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & (-\mathbf{N}_i \mathbf{I}_1^J \mathbf{N}_i^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \\ \dot{f}_{20} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

A eq. (5.23) fica:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_4 & \mathbf{O}_{4 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{ii} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{iii} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_{10} \\ e_{20} \end{bmatrix}_{iv} \quad (5.28)$$

A matriz da eq. (5.25), anti-simétrica, é um Giristor ([4], [5]), um elemento que não dissipa energia e que por definição é anti-simétrico. O elemento $\mathbf{N}_i \mathbf{I}_i^J \mathbf{N}_i^T$ é a inércia equivalente, produzida pelas inércias diferenciais sobre o grau de liberdade. A submatriz quadrada $\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_i^J \mathbf{N}_N$, da eq. (5.27) é uma matriz cheia, simétrica, e singular. A matriz $\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_i^J \dot{\mathbf{N}}_N$ da eq. (5.26) é também cheia e singular. A existência dessas duas matrizes mostra que há influência das fontes de fluxo em seus próprios esforços correspondentes. Cabe ressaltar que \mathbf{N}_N é a matriz que relaciona às velocidades das inércias diferenciais, as fontes de fluxo, que é uma característica da natureza desse subsistema.

O termo $\mathbf{N}_i \mathbf{I}_i^J \mathbf{N}_N$ à primeira vista parece um problema, e na concepção do modelo partiu-se do pressuposto que apenas variáveis de potência poderiam conectar os módulos, não sendo permitido nem acelerações, deslocamentos nem quantidade de movimento. Mesmo assim, essa dependência não configura uma quebra de causalidade, nem viola a compatibilidade entre os módulos.

O modo encontrado para tratar essas primeiras derivadas das fontes de fluxo foi tratá-las como uma “falsa fonte de esforços”, não representada no grafo e por onde não há fluxo retornando, o que causaria conflito em uma causalidade que é natural. Com essa consideração, o problema da passagem dos parâmetros do acoplamento computacional é resolvido ao multiplicar-se, no bloco de origem, essas primeiras derivadas por uma massa. Ao chegarem ao bloco de destino, esses valores são divididos pela mesma constante. Ou seja, essas derivadas são “transportadas” de um bloco a outro, descaracterizando a passagem de uma variável que não é fluxo nem esforço, como mostra a eq. (5.30), apenas para evitar o uso de um derivador na implementação, o que é pouco recomendado.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_C^{-1} \left\{ \mathbf{M}_C \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_1 \\ \dot{\mathbf{f}}_{10} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.30)$$

onde $\mathbf{M}_C = m_C \mathbf{I}_2$ e m_C é a massa do chassi, escolhida por ser essa a origem das fontes de fluxo. A derivada das fontes de fluxo é feita analiticamente no módulo de origem, apenas com o intuito de manter dentro de cada módulo seus respectivos parâmetros.

5.4. Suspensão Braços Sobrepostos

Como apresentado no Capítulo 4, a suspensão do tipo braços sobrepostos tem dois corpos a mais do que a suspensão semi-eixo oscilante. Dependendo de sua geometria, o movimento da roda é praticamente uma translação vertical. Como no caso anterior, os graus de liberdade podem ser determinados pelo critério de Grübler-Kutzbach ([18] e [51]). Tem-se 5 corpos e 7 juntas, cada uma permitindo apenas um grau de liberdade, resultando então em:

$$f = 3(5 - 7) + \sum_{i=1}^{n_G} (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) = 1 \quad (5.31)$$

O número de laços cinemáticos é dado por:

$$n_L = n_G - n_B = 7 - 5 = 2 \quad (5.32)$$

Tem-se que o mecanismo possui dois laços cinemáticos, ou laços algébricos, um para o mecanismo fechado 4-barras e outro para o mecanismo fechado igual à suspensão semi-eixo oscilante, e o procedimento para desfazê-los é apresentado no Capítulo 4. O grafo multiligação completo é mostrado na Figura 60, e fluxo de potência é mostrado na Figura 62.

As multiligações **47** a **53** representam os vínculos cinemáticos entre o ponto **Q** da roda, mostrado na Figura 57, e o ponto **R** no pino-mestre, onde a roda é acoplada. Os módulos dos transformadores são os elementos da matriz de vínculos cinemáticos.

As multiligações **54**, **55** e **56** são as fontes de fluxo, estas velocidades dos pontos de ancoragem da suspensão no chassi. A ligação **57** é o peso da roda, e a multiligação **58** é o esforço do pneu aplicado no ponto **Q**. Estas todas são as fontes de esforço e de fluxo ideais existentes no mecanismo.

A ligação **59** é o fluxo proveniente da inércia integral, e compõe, junto com a ligação **60**, o esforço proveniente da mola, o segundo vetor de entradas da estrutura de junção.

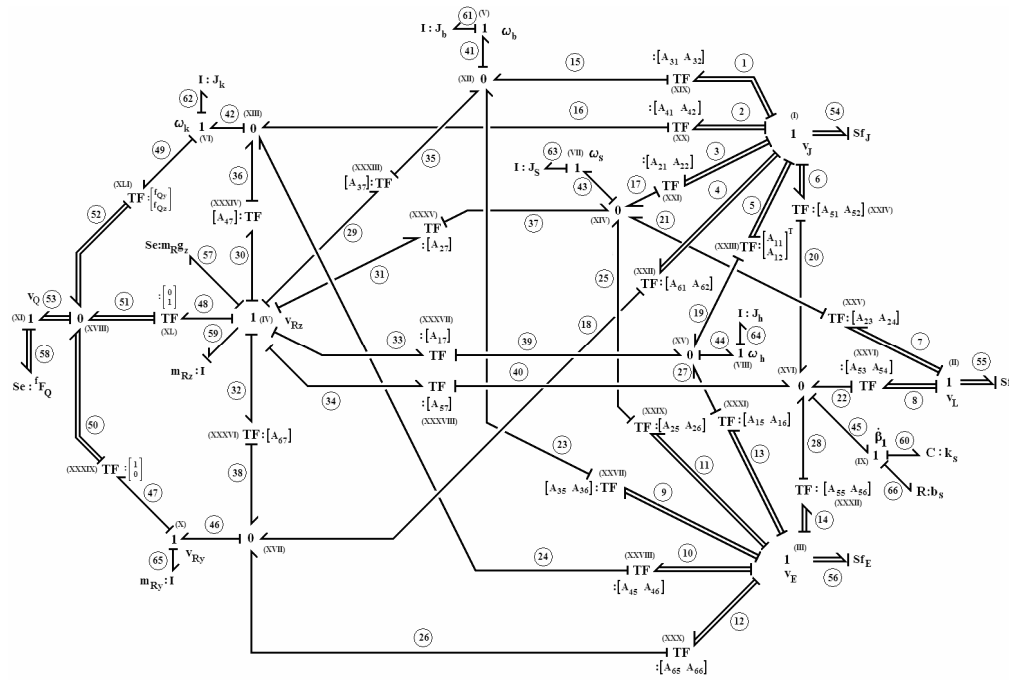


Figura 60 – Grafo multiligação da suspensão braços sobrepostos.

As ligações **61**, **62**, **63**, **64** e **65** são os esforços provenientes das inércias junção causal, respectivamente do braço superior, do pino mestre, da coluna telescópica, do semi-eixo e de translação lateral da roda. Cabe lembrar que a massa de todo o conjunto é concentrada no ponto **R**, da mesma forma como é feito na suspensão semi-eixo oscilante. Esses esforços compõem o terceiro vetor de entrada na estrutura de junção. A última entrada, a ligação **66**, é o esforço proveniente do amortecedor.

As saídas do mecanismo são os esforços e fluxos correspondentes às entradas. Assim, correspondentes às fontes ideais, têm-se as forças sobre os pontos de ancoragem (multiligações **54**, **55** e **56**), a velocidade do grau de liberdade, como variável de saída do sistema, ligação **57**, a velocidade do ponto **Q**, multiligação **58**. Ao segundo vetor têm-se o esforço da ligação **59**, que é o somatório de esforços sobre o grau de liberdade, e a velocidade na mola, $\dot{\beta}_1$ (ligação **60**). Ao terceiro vetor as velocidades angulares do braço superior, ω_b (ligação **61**), do pino-mestre, ω_k (ligação **62**), da coluna telescópica, ω_s (ligação **63**), do semi-eixo, ω_h (ligação **64**), a componente horizontal da velocidade absoluta do ponto **R**, $^f v_{Ry}$ (ligação **65**). Finalmente, a velocidade no amortecedor, $\dot{\beta}_1$ (ligação **66**). A Figura 61 mostra as entradas e saídas do grafo em destaque, e a

Figura 62 mostra o fluxo de potência da suspensão, com as respectivas entradas e saídas provenientes dos módulos que a ela acoplam.

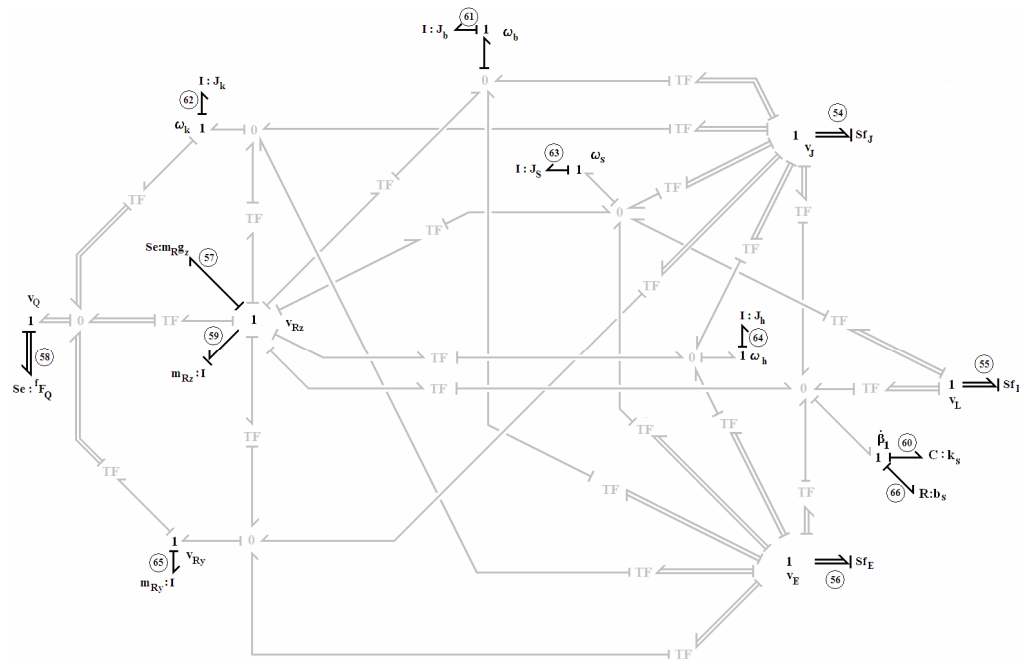


Figura 61 – Entradas e saídas do grafo em destaque.

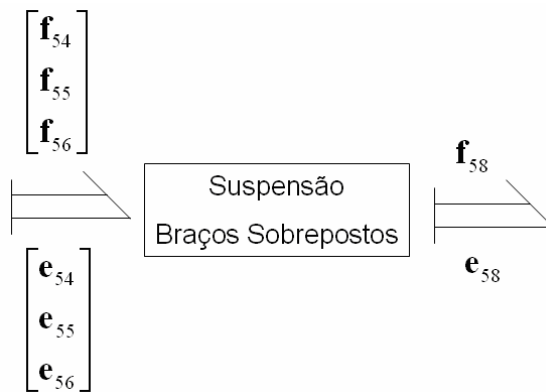


Figura 62 – Diagrama do fluxo de potência da suspensão braços sobrepostos.

A matriz estrutura de junção da suspensão braços sobrepostos é (eq. 5.33):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ f_{57} \\ \mathbf{f}_{58} \\ e_{59} \\ f_{60} \\ f_{61} \\ f_{62} \\ f_{63} \\ f_{64} \\ f_{65} \\ f_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{6 \times 6} & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [-\mathbf{J}_{IU}^T] & [-\mathbf{J}_{DU}^T] & [-\mathbf{J}_{LU}^T] \\ 0 & -\mathbf{N}_I^T \\ \mathbf{N}_I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{J}_{ID}] & [\mathbf{J}_{IL}] \\ [\mathbf{O}_{5 \times 5}] & [\mathbf{O}_{5 \times 1}] \\ [\mathbf{O}_{1 \times 5}] & [\mathbf{N}_L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \\ e_{57} \\ \mathbf{e}_{58} \\ f_{59} \\ e_{60} \\ e_{61} \\ e_{62} \\ e_{63} \\ e_{64} \\ e_{65} \\ e_{66} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{22} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{20}) & \mathbf{O}_{22} & (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{30} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{28}) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{N}_I = [T_{38}];$$

$$\mathbf{N}_L = [0];$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{16} & [1 \quad (T_{34} \mathbf{T}_{41}^T + T_{36} \mathbf{T}_{39}^T + \mathbf{T}_{40}^T)] \\ [\mathbf{T}_{24} \quad \mathbf{T}_{26} \quad \mathbf{T}_{32}] & \mathbf{O}_{13} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{ID} = \begin{bmatrix} -[T_{33} \quad T_{34} \quad T_{35} \quad T_{37} \quad T_{36}] \\ [\mathbf{O}_{15}] \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{IL} = \begin{bmatrix} -[T_{38}] \\ [0] \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{DU} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{19} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{27} \\ \mathbf{T}_{20} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{28} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{25} & \mathbf{T}_{29} \\ \mathbf{T}_{23} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{31} \\ \mathbf{T}_{22} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{30} \end{bmatrix} & [\mathbf{O}_{53}] \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{LU} = [[\mathbf{T}_{24} \quad \mathbf{T}_{26} \quad \mathbf{T}_{32}] \quad [\mathbf{O}_{13}]];$$

$$\mathbf{T}_{19} = [A_{31} \quad A_{32}];$$

$$\mathbf{T}_{20} = [A_{41} \quad A_{42}];$$

$$\mathbf{T}_{21} = [A_{21} \quad A_{22}];$$

$$\mathbf{T}_{22} = [A_{61} \quad A_{62}];$$

$$\mathbf{T}_{23} = [A_{11} \quad A_{12}];$$

$$\mathbf{T}_{24} = [A_{51} \quad A_{52}];$$

$$\mathbf{T}_{25} = [A_{23} \quad A_{24}];$$

$$\mathbf{T}_{26} = [A_{53} \quad A_{54}];$$

$$\mathbf{T}_{27} = [A_{35} \quad A_{36}];$$

$$\mathbf{T}_{28} = [A_{45} \quad A_{46}];$$

$$\mathbf{T}_{29} = [A_{25} \quad A_{26}];$$

$$\mathbf{T}_{30} = [A_{65} \quad A_{66}];$$

$$\mathbf{T}_{31} = [A_{15} \quad A_{16}];$$

$$\mathbf{T}_{32} = [A_{55} \quad A_{56}];$$

$$T_{33} = [A_{37}];$$

$$T_{34} = [A_{47}];$$

$$T_{35} = [A_{27}];$$

$$T_{36} = [A_{67}];$$

$$T_{37} = [A_{17}];$$

$$T_{38} = [A_{57}];$$

$$\mathbf{T}_{39} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{40} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{41} = \begin{bmatrix} f_{Qy} \\ f_{Qz} \end{bmatrix};$$

A_{ij} : elemento ij da Matriz de Vínculos Cinemáticos;

ou, ainda:

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{23} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{31} & T_{37} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{25} & \mathbf{T}_{29} & T_{35} \\ \mathbf{T}_{19} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{27} & T_{33} \\ \mathbf{T}_{20} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{28} & T_{34} \\ \mathbf{T}_{24} & \mathbf{T}_{26} & \mathbf{T}_{32} & T_{38} \\ \mathbf{T}_{22} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{T}_{30} & T_{36} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

A mesma consideração feita para o efeito causado na dinâmica do mecanismo pelas inércias diferenciais da suspensão semi-eixo oscilante vale para este caso. Extraem-se da estrutura de junção as linhas correspondentes às ligações dos campos armazenadores I elemento causal e C junção causal:

$$\begin{bmatrix} e_{54} \\ e_{55} \\ e_{56} \\ e_{59} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 & \mathbf{O}_{6 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 6} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{61} \\ e_{62} \\ e_{63} \\ e_{64} \\ e_{65} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Escrevem-se as inércias diferenciais em função da derivada da quantidade de movimento:

$$\begin{bmatrix} e_{61} \\ e_{62} \\ e_{63} \\ e_{64} \\ e_{65} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_I^J \begin{bmatrix} \dot{f}_{61} \\ \dot{f}_{62} \\ \dot{f}_{63} \\ \dot{f}_{64} \\ \dot{f}_{65} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

onde $\mathbf{I}_I^J = \begin{bmatrix} J_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_R \end{bmatrix}$, e, uma vez que:

$$\begin{bmatrix} f_{61} \\ f_{62} \\ f_{63} \\ f_{64} \\ f_{65} \end{bmatrix} = \mathbf{N}_N \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \end{bmatrix} - \mathbf{N}_i^T f_{59} \quad (5.37)$$

tem-se, então:

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_{61} \\ \dot{f}_{62} \\ \dot{f}_{63} \\ \dot{f}_{64} \\ \dot{f}_{65} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{N}}_N \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \end{bmatrix} + \mathbf{N}_N \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \end{bmatrix} - \dot{\mathbf{N}}_i^T f_{59} - \mathbf{N}_i^T \dot{f}_{59} \quad (5.38)$$

Substituindo a eq. (5.38) na eq. (5.35):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ e_{59} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_6 & \mathbf{O}_{6 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 6} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_N^T \\ \mathbf{N}_i \end{bmatrix} \mathbf{I}_I^J \left\{ \dot{\mathbf{N}}_N \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \end{bmatrix} + \mathbf{N}_N \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \end{bmatrix} - \dot{\mathbf{N}}_i^T f_{59} - \mathbf{N}_i^T \dot{f}_{59} \right\} \quad (5.39)$$

onde $\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{200} \\ e_{100} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{57} \\ \mathbf{e}_{58} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_e^T \\ -\mathbf{N}_I^T \end{bmatrix} e_{60} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_r^T \\ \mathbf{N}_R \end{bmatrix} e_{66}$. Da eq. (5.39) extraem-se as seguintes equações matriciais:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ e_{59} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_6 & (-\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_i^T) \\ (\mathbf{N}_i \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \\ f_{59} \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ e_{59} \end{bmatrix}_{ii} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_6 & (-\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_I^J \mathbf{N}_i^T) \\ (\mathbf{N}_i \mathbf{I}_I^J \mathbf{N}_N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \\ \dot{f}_{59} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ \mathbf{e}_{59} \end{bmatrix}_{\text{iii}} = \begin{bmatrix} (\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_N) & \mathbf{O}_{6 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 6} & (-\mathbf{N}_i \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_i^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{54} \\ \mathbf{f}_{55} \\ \mathbf{f}_{56} \\ \mathbf{f}_{59} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_{54} \\ \mathbf{e}_{55} \\ \mathbf{e}_{56} \\ \mathbf{e}_{59} \end{bmatrix}_{\text{iv}} = \begin{bmatrix} (\mathbf{N}_N^T \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_N) & \mathbf{O}_{6 \times 1} \\ \mathbf{O}_{1 \times 6} & (-\mathbf{N}_i \mathbf{I}_I^J \dot{\mathbf{N}}_i^T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \\ \dot{\mathbf{f}}_{59} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

onde a matriz da eq. (5.41) é um giristor. Novamente usa-se a “falsa” fonte de esforço, para transportar essas variáveis, e a operação inversa é feita no módulo da suspensão:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_C^{-1} \left\{ \mathbf{M}_C \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_{54} \\ \dot{\mathbf{f}}_{55} \\ \dot{\mathbf{f}}_{56} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.44)$$

As eqs. (5.24) a (5.27) e (5.40) a (5.43) são as parcelas formadoras dos campos-I diferenciais, agora explícitos. Estes campos situam-se nos módulos das respectivas suspensões, e devido à natureza do sistema fez-se necessário o uso do recurso apresentado nas eqs. (5.30) e (5.44). Os esforços produzidos por esses campos são modulados pelas fontes de fluxo e suas primeiras derivadas, e estão também vinculados aos fluxos respectivos somente. Assim, não há alteração da causalidade ou violação da conservação de potência quando se usa o recurso descrito nas eqs. (5.30) e (5.44).

5.5.

Relação entre Estruturas de Junção de Sistemas com Partes Comuns

De uma estrutura de junção pode-se obter a outra, uma vez que os mecanismos têm partes em comum. A estrutura de junção da suspensão semi-eixo oscilante está implícita na estrutura de junção da suspensão braços sobrepostos, de acordo com a relação entre as Matrizes de Vínculos Cinemáticos, conforme mostram as eqs. (4.45) e (4.46). Assim, as sumbatrizes da estrutura de junção da

suspensão braços sobrepostos, com os transformadores seguindo a numeração da Figura 60, são:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{22} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{20}) & \mathbf{O}_{2 \times 2} & (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{30} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{28}) \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

$$\mathbf{N}_I = [T_{38}] \quad (5.46)$$

$$\mathbf{N}_L = [0] \quad (5.47)$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} [\mathbf{O}_{1 \times 6}] & [1 \quad (T_{36} \mathbf{T}_{39}^T + \mathbf{T}_{40}^T + \mathbf{T}_{34}^T \mathbf{T}_{41}^T)] \\ [\mathbf{T}_{23} \quad \mathbf{T}_{26} \quad \mathbf{T}_{32}] & [\mathbf{O}_{1 \times 3}] \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

$$\mathbf{J}_{DU} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{19} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{27} \\ \mathbf{T}_{20} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{28} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{25} & \mathbf{T}_{29} \\ \mathbf{T}_{23} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{31} \\ \mathbf{T}_{22} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{30} \end{bmatrix} & [\mathbf{O}_{5 \times 3}] \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

$$\mathbf{J}_{LU} = [[\mathbf{T}_{24} \quad \mathbf{T}_{26} \quad \mathbf{T}_{32}] \quad [\mathbf{O}_{1 \times 3}]] \quad (5.50)$$

$$\mathbf{J}_{ID} = \begin{bmatrix} -[T_{33} \quad T_{34} \quad T_{35} \quad T_{37} \quad T_{36}] \\ [\mathbf{O}_{1 \times 5}] \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

$$\mathbf{J}_{IL} = \begin{bmatrix} -[T_{38}] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

e as submatrizes da suspensão semi-eixo oscilante são, com os transformadores seguindo a numeração da Figura 59:

$$\mathbf{N}'_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} & (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{30} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{31}) \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

$$\mathbf{N}'_I = [T_{38}] \quad (5.54)$$

$$\mathbf{N}'_L = [0] \quad (5.55)$$

$$\mathbf{J}'_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 4} & [1 \quad (T_{36} \mathbf{T}_{39}^T + T_{37} \mathbf{T}_{41}^T + \mathbf{T}_{40}^T)] \\ [\mathbf{T}_{26} \quad \mathbf{T}_{32}] & \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.56)$$

$$\mathbf{J}'_{DU} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{25} & \mathbf{T}_{29} \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{31} \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{30} \end{bmatrix} & [\mathbf{O}_{3 \times 3}] \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

$$\mathbf{J}'_{LU} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{26} & \mathbf{T}_{32} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

$$\mathbf{J}'_{ID} = \begin{bmatrix} -[T_{35} & T_{37} & T_{36}] \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\mathbf{J}'_{IL} = \begin{bmatrix} -[T_{38}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

As duas estruturas de junção podem ser relacionadas por meio de suas submatrizes da seguinte forma:

$$\mathbf{N}_U = \left[\begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ (\mathbf{T}_{39} \mathbf{T}_{22} + \mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{20}) \end{bmatrix} \quad [\mathbf{N}'_U] \right] - \left[\mathbf{O}_{3 \times 4} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ (\mathbf{T}_{41} \mathbf{T}_{28}) \end{bmatrix} \right] \quad (5.61)$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ \mathbf{T}_{23} \end{bmatrix} \quad [\mathbf{J}'_{IU}] - \left[\mathbf{O}_{2 \times 6} \quad \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{T}_{34}^T \mathbf{T}_{41}^T \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \right] \quad (5.62)$$

$$\mathbf{J}_{DU} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{19} \\ \mathbf{T}_{20} \\ \mathbf{T}_{21} \\ \mathbf{T}_{23} \\ \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{27} & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{T}_{28} & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ & [\mathbf{J}'_{DU}] & \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

$$\mathbf{J}_{LU} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{24} & [\mathbf{J}'_{LU}] \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

$$\mathbf{J}_{ID} = \begin{bmatrix} -[T_{33} & T_{34}] \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} \end{bmatrix} \quad [\mathbf{J}'_{ID}] \quad (5.65)$$

Isso mostra mais uma vantagem do equacionamento ser também modular, que é a facilidade de, uma vez identificado em um mecanismo mais complexo um outro mais simples já equacionado, construir sua estrutura de junção.

5.6. Mecanismo de Direção

Nesta seção é apresentado um modelo de mecanismo de direção, acoplado à suspensão semi-eixo oscilante. O mecanismo (Figura 63) é composto por uma caixa de direção, do tipo pinhão e cremalheira, duas barras de direção, ligadas a dois braços de direção solidários a um pino-mestre cada.

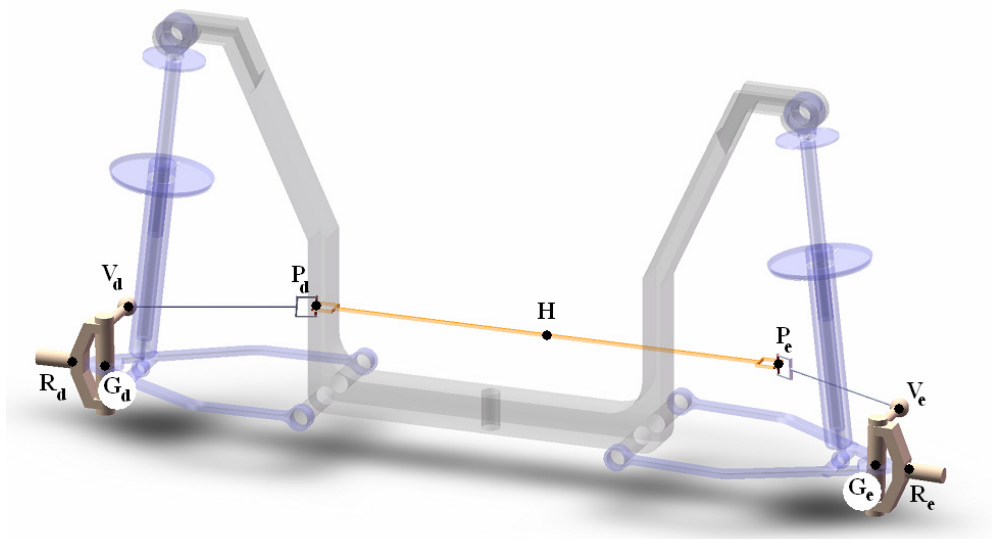


Figura 63 – Mecanismo de direção.

Nas extremidades da cremalheira há uma junta universal, no ponto **P**, que a une às barras de direção. Supondo que a cremalheira se mantenha imóvel, cada barra de direção tem dois graus de liberdade. Nas extremidades das barras de direção há uma junta esférica, no ponto **V**, que promove a união entre cada barra e um braço de direção. Como este é solidário ao pino-mestre, que por sua vez é vinculado ao mecanismo de suspensão, não será considerado como um componente do sistema de direção. O ponto **H** se move junto com o chassi, pertence à carcaça da caixa. A Figura 22 mostra o diagrama do fluxo de potência desse sistema. O mecanismo é tridimensional, e pelo critério de Grübler-Kutzbach, tem-se que:

$$f = 6(n_B - n_G) + \sum_{i=1}^{n_G} f_{Gi} \tag{5.66}$$

São três corpos, uma cremalheira e duas barras de direção, e três juntas, duas universais e uma de translação. Cada junta universal permite dois graus de liberdade entre os corpos vinculados, e a junta de translação apenas um. Assim,

$$f = 6(3 - 3) + \sum_{i=1}^{n_G} (2 + 1 + 2) = 5 \tag{5.67}$$

e dos cinco graus de liberdade, um é o da cremalheira, e dois são para cada barra. Não há laços algébricos, e assim, na forma como está, o mecanismo é uma cadeia aberta. Tem como entrada o movimento prescrito pelo condutor, que é o giro do volante, e então, tem-se uma fonte de fluxo como entrada. O movimento é conduzido às rodas e por estas aos pneus, que arrastam no solo, produzindo uma força lateral. Esse esforço de resistência ao esterçamento é o que o condutor deve vencer para manobrar o veículo. Os pneus atuam como elementos armazenadores e dissipadores do tipo junção causal, pois o deslocamento e a velocidade de esterçamento são convertidos em esforço. Desse mecanismo espera-se ainda a existência de campos-I mistos.

Procedendo do mesmo modo e isolando a cremalheira, seu fluxo de potência é apresentado na Figura 64, e seu grafo multiligação é mostrado na Figura 65. A cremalheira recebe uma fonte de fluxo, que é o giro do volante e o transforma em deslocamento linear, com uma dada relação de transmissão. A massa da cremalheira é desprezada, por isso não há campos-I. A velocidade linear absoluta do ponto **H** é a mesma do chassi.

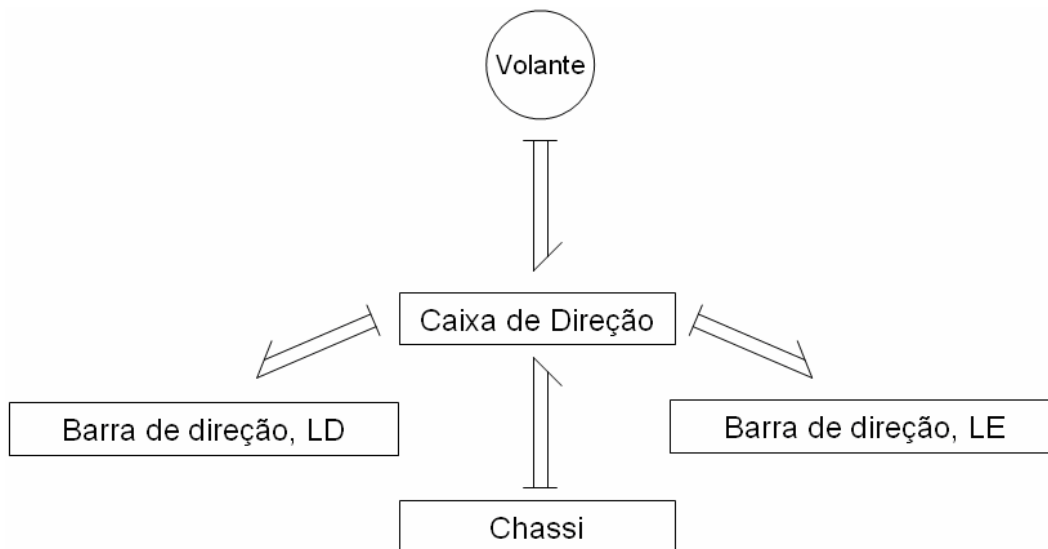


Figura 64 – Diagrama de fluxo de potência da caixa de direção.

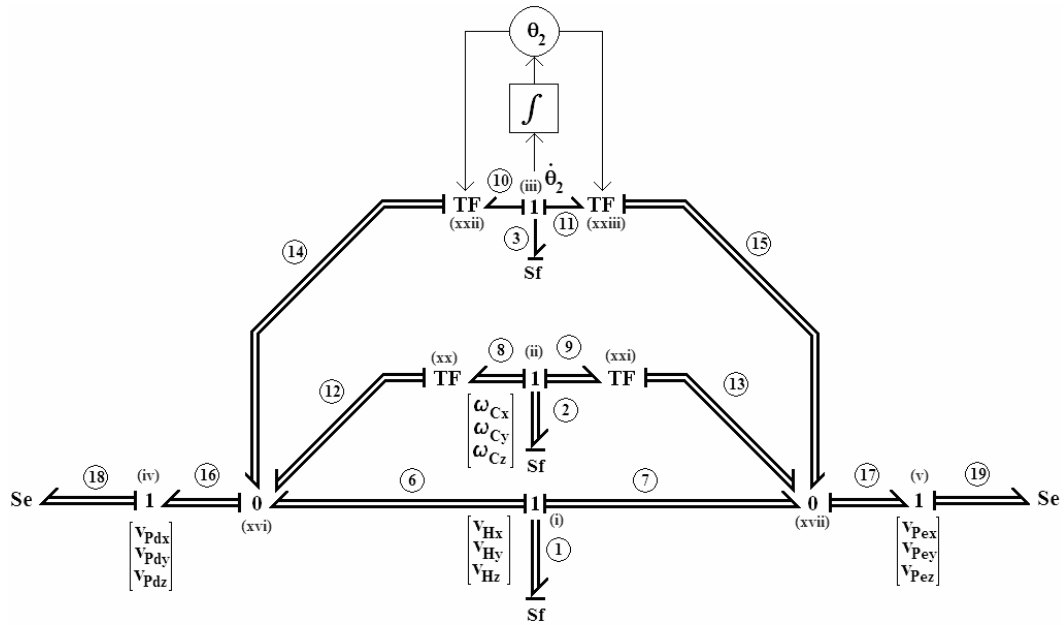


Figura 65 – Grafo de ligação da cremalheira.

A estrutura de junção da cremalheira é:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{f}_{18} \\ \mathbf{f}_{19} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{O}_{7 \times 7}] & [-\mathbf{N}_U^T] \\ [\mathbf{N}_U] & [\mathbf{O}_{6 \times 6}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \\ \mathbf{e}_{18} \\ \mathbf{e}_{19} \end{bmatrix} \quad (5.68)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{20} & \mathbf{T}_{22} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{20} = -\tilde{\mathbf{u}}_d$$

$$\mathbf{T}_{21} = -\tilde{\mathbf{u}}_e$$

$$\mathbf{T}_{22} = \begin{bmatrix} (\text{sen} \varphi_x \text{sen} \varphi_z \cos \varphi_z - \cos \varphi_x \text{sen} \varphi_z) \\ (\text{sen} \varphi_x \text{sen} \varphi_z \text{sen} \varphi_z - \cos \varphi_x \cos \varphi_z) \\ (\text{sen} \varphi_x \cos \varphi_y) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{23} = \begin{bmatrix} (\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \cos \varphi_z - \cos \varphi_x \text{sen } \varphi_z) \\ (\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \text{sen } \varphi_z - \cos \varphi_x \cos \varphi_z) \\ (\text{sen } \varphi_x \cos \varphi_z) \end{bmatrix}$$

e onde:

$$\mathbf{u}_d = \begin{bmatrix} (\theta_2 - L_C)(\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \cos \varphi_z - \cos \varphi_x \text{sen } \varphi_z) \\ (\theta_2 - L_C)(\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \text{sen } \varphi_z - \cos \varphi_x \cos \varphi_z) \\ (\theta_2 - L_C)(\text{sen } \varphi_x \cos \varphi_z) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_e = \begin{bmatrix} (L_C + \theta_2)(\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \cos \varphi_z - \cos \varphi_x \text{sen } \varphi_z) \\ (L_C + \theta_2)(\text{sen } \varphi_x \text{sen } \varphi_z \text{sen } \varphi_z - \cos \varphi_x \cos \varphi_z) \\ (L_C + \theta_2)(\text{sen } \varphi_x \cos \varphi_z) \end{bmatrix}$$

θ_2 : deslocamento da cremalheira provocado pelo ângulo de giro do volante;

$2L_C$: comprimento da cremalheira;

φ_x : ângulo de rolagem do chassi;

φ_y : ângulo de *pitch* do chassi;

φ_z : ângulo de *yaw* do chassi;

$$\tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$

Não há elementos elásticos ou dissipativos, e como a massa do conjunto é computada na massa do chassi, também não há elementos de inércia. Assim, há somente fontes de fluxo e de esforço. Uma vez determinadas as relações cinemáticas e causalidades por meio do grafo multiligação, passa ao estudo do próximo componente, a barra de direção (Figura 66). No ponto **V** está a junta esférica, e no ponto **P** a junta universal. Considera-se que a massa está concentrada no ponto **V**, que é a conexão com o braço de direção solidário ao pino mestre. Ambas as extremidades têm o movimento prescrito.

No ponto **P** o movimento é prescrito pela cremalheira, no ponto **V** pelo braço de direção. A barra de direção tem prescrição de movimento nas três translações em uma extremidade, a da caixa, e prescrição em uma direção – a vertical – na extremidade que é fixada ao pino-mestre. Isto porque as rodas podem

esterçar sem que a suspensão atue. O inverso também é possível, pode mover-se em torno do ponto **P** sem esterçar. Caso haja acoplamento entre os dois movimentos, haverá interferência no esterçamento a cada vez que a roda se desloca para cima ou para baixo, e quem define esse comportamento é a geometria do mecanismo de direção.

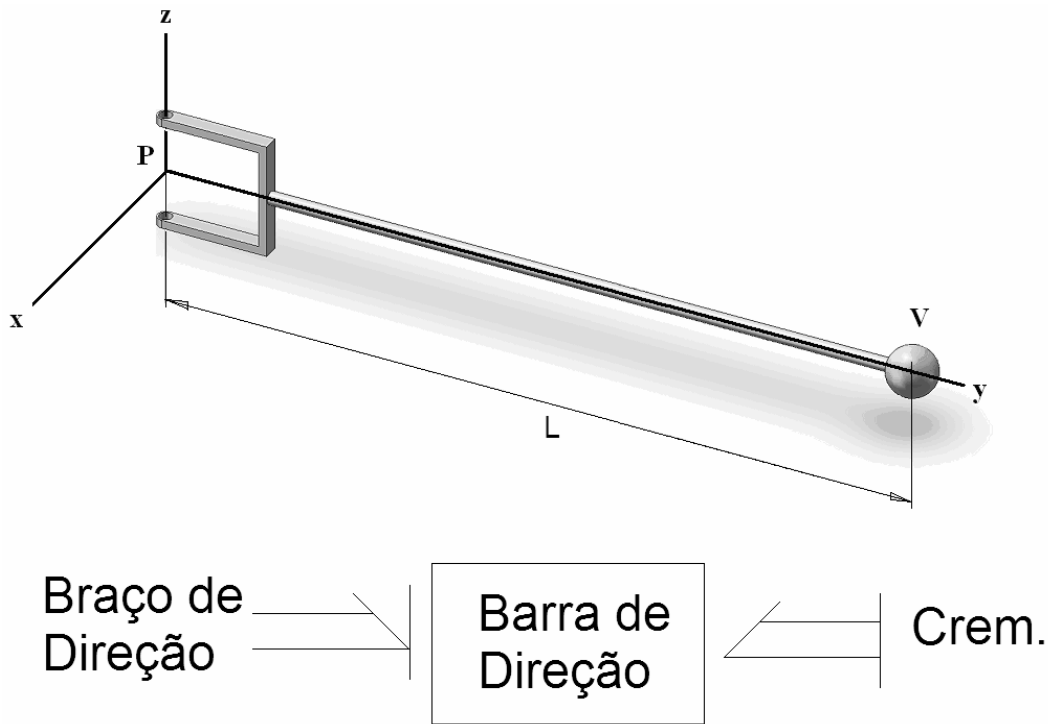


Figura 66 – Barra de direção e seu referencial próprio; fluxo de potência.

O grafo multiligação da barra de direção é mostrado na Figura 67. Pelo exposto anteriormente, há uma fonte de fluxos no ponto **P** (multiligação **18**), uma fonte de fluxos na junção **1** da componente vertical da velocidade absoluta do ponto **V** (ligação **4**), o peso aplicado nesta mesma junção (ligação **42**) e uma fonte de esforços na junção **1** das outras componentes da velocidade absoluta do ponto **V** (multiligação **38**). Esta fonte de esforços é proveniente do pino-mestre, e está associada aos esforços produzidos pelo pneu quando há esterçamento.

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{30} & \mathbf{T}_{24} \\ 1 & \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 3} & -\mathbf{T}_{26}^T & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{24} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{26} = \begin{bmatrix} A_{15} & A_{16} \\ A_{25} & A_{26} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{30} = \begin{bmatrix} A_{14} \\ A_{24} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & l_{dz} & -l_{dy} \\ 0 & 1 & \frac{l_{dz}}{l_{dy}} & -\frac{l_{dz}}{l_{dy}} & -\frac{l_{dx}l_{dz}}{l_{dy}} & l_{dx} \end{bmatrix}$$

Do lado esquerdo:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e_5 \\ \mathbf{e}_{19} \\ \mathbf{f}_{39} \\ f_{43} \\ \mathbf{e}_{41} \end{bmatrix} \\ - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{4 \times 4} & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}_{IU} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{IU}^T \\ \mathbf{O}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_5 \\ \mathbf{f}_{19} \\ \mathbf{e}_{39} \\ e_{43} \\ \mathbf{f}_{41} \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{31} & \mathbf{T}_{25} \\ 1 & \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 3} & -\mathbf{T}_{27}^T & \mathbf{O}_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{25} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{27} = \begin{bmatrix} A_{15} & A_{16} \\ A_{25} & A_{26} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_{31} = \begin{bmatrix} A_{14} \\ A_{24} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & l_{ez} & -l_{ey} \\ 0 & 1 & \frac{l_{ez}}{l_{ey}} & -\frac{l_{ez}}{l_{ey}} & -\frac{l_{ex}l_{ez}}{l_{ey}} & l_{ex} \end{bmatrix}$$

onde l_{ex} , l_{ey} e l_{ez} são as coordenadas do vetor ${}^f_P \mathbf{r}_{Ve}$.

As Estruturas de Junção das eqs (5.68), (5.70) e (5.71) são então acopladas computacionalmente, pois não há laços algébricos, obtendo-se assim o mecanismo de direção completo (Figura 68).

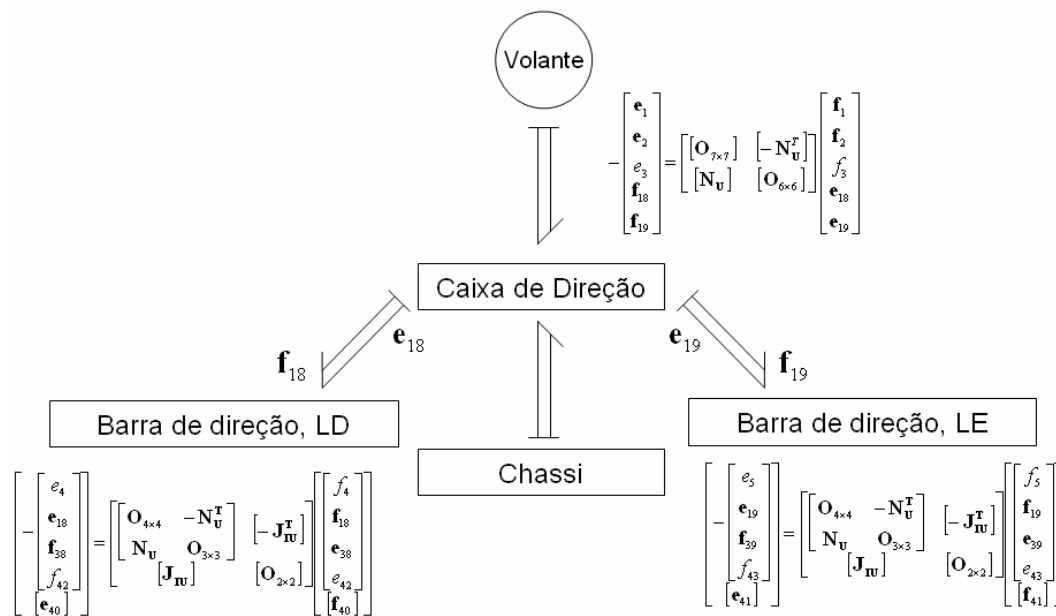


Figura 68 – Fluxo de potência e estruturas de junção.

Os fluxos \mathbf{f}_{18} e \mathbf{f}_{19} , após a compatibilidade de sinais da potência, entram diretamente nos respectivos módulos das barras de direção. A cadeia é ramificada. A soma dos esforços \mathbf{e}_{18} e \mathbf{e}_{19} é o que o condutor deve vencer para esterçar as rodas.

Cabe aqui ressaltar a modularidade, pois uma vez que o mecanismo é simétrico, basta resolver uma estrutura de junção para um lado e repeti-la no outro, apenas tendo o cuidado de observar as variáveis de cada transformador.

O acoplamento da caixa de direção ao mecanismo de suspensão é feito por meio do braço de direção, que é solidário ao pino-mestre (Figura 69), que por sua vez é acoplado à suspensão. O fluxo de potência do pino-mestre é apresentado na Figura 70. O próximo passo é então obter a estrutura de junção do pino mestre. O grafo de ligação completo é mostrado na Figura 71.

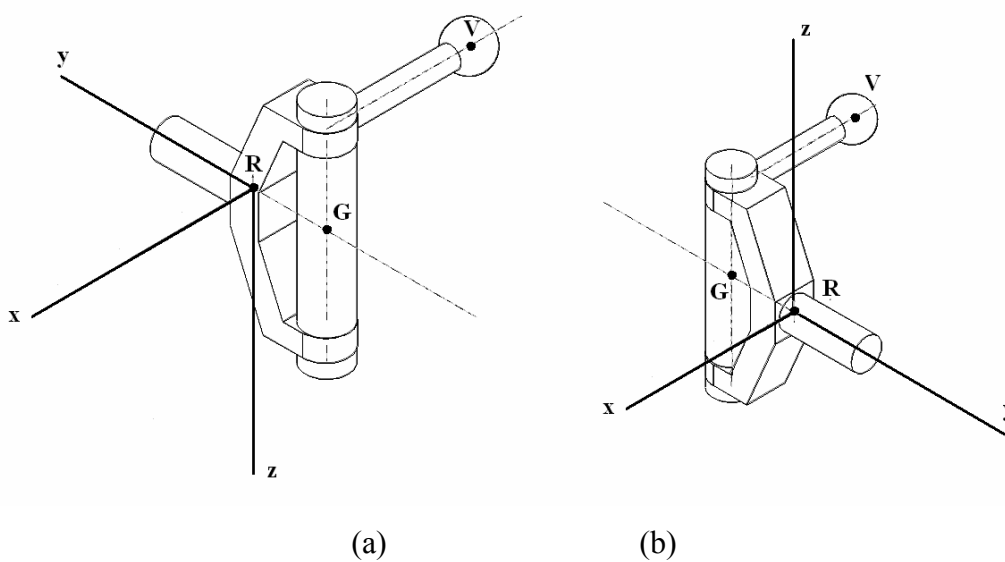


Figura 69 – Pinos-Mestre e seus referenciais locais. (a) Lado direito e (b) lado esquerdo.

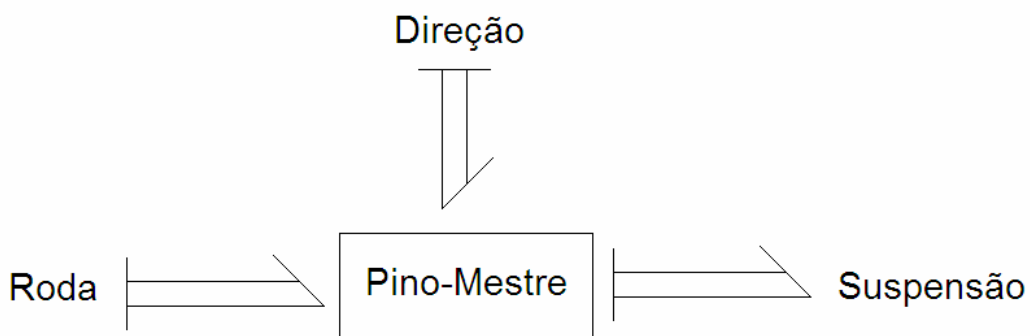


Figura 70 – Fluxo de potência do pino-mestre.

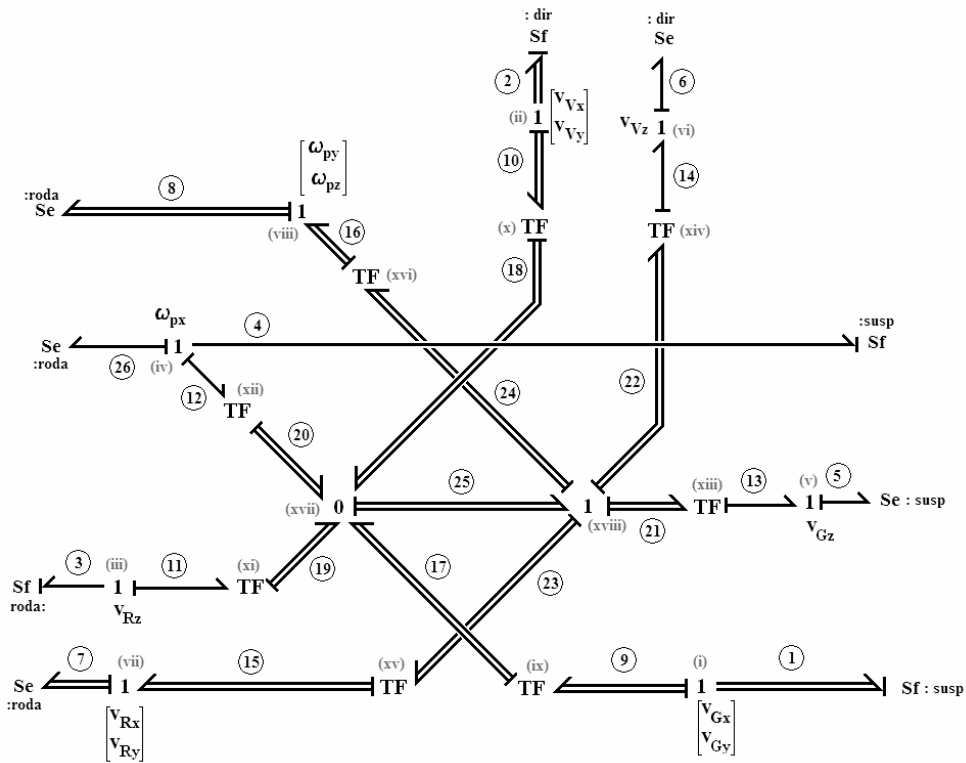


Figura 71 – Grafo Multiligação do pino-mestre.

A componente vertical da velocidade absoluta do ponto **V** (ligação **6**) é uma velocidade de saída, uma vez que o pino-mestre está acoplado na suspensão, e é também levado junto com o semi-eixo, não havendo necessariamente esterçamento.

Um cuidado deve ser tomado com a velocidade angular, uma vez que agora o movimento é espacial. As três componentes do vetor velocidade angular absoluta são separadas. Considerando de antemão o vínculo com o semi-eixo, a componente $^f \omega_{px}$ é uma velocidade de entrada (ligação **4**), uma vez que o pino-mestre deve se deslocar, nesta direção, com a mesma velocidade angular do semi-eixo. Já as outras duas componentes são velocidades de saída (multiligação **8**), já que são comandadas pelo esterçamento da roda.

As outras velocidades de entrada são as componentes longitudinal e lateral do ponto **G** do semi-eixo (multiligação **1**) e a componente vertical do ponto **R** (ligação **3**). Já as outras velocidades de saída são as componentes lateral e longitudinal do ponto **R** (multiligação **7**), que são resultado da combinação das entradas em **V**, **G**, **R** e angular $^f \omega_{px}$, e a componente vertical da velocidade absoluta do ponto **G** (ligação **5**). Quando não há esterçamento, o comportamento

cinemático deste sistema deve ser o mesmo do caso plano. O que pode contrariar essa afirmação é a influência da geometria do mecanismo de direção, que pode resultar no acoplamento citado anteriormente. A estrutura de junção do pino-mestre, com as variáveis escritas de acordo com o grafo, é:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ \mathbf{f}_7 \\ \mathbf{f}_8 \\ f_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{6 \times 6} & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_{7 \times 7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ \mathbf{e}_7 \\ \mathbf{e}_8 \\ f_{26} \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} (\mathbf{T}_{13} \mathbf{T}_9) & (\mathbf{T}_{13} \mathbf{T}_{10}) & (\mathbf{T}_{13} \mathbf{T}_{11}) & (\mathbf{T}_{13} \mathbf{T}_{12}) \\ (\mathbf{T}_{14} \mathbf{T}_9) & (\mathbf{T}_{14} \mathbf{T}_{10}) & (\mathbf{T}_{14} \mathbf{T}_{11}) & (\mathbf{T}_{14} \mathbf{T}_{12}) \\ (\mathbf{T}_{15} \mathbf{T}_9) & (\mathbf{T}_{15} \mathbf{T}_{10}) & (\mathbf{T}_{15} \mathbf{T}_{11}) & (\mathbf{T}_{15} \mathbf{T}_{12}) \\ (\mathbf{T}_{16} \mathbf{T}_9) & (\mathbf{T}_{16} \mathbf{T}_{10}) & (\mathbf{T}_{16} \mathbf{T}_{12}) & (\mathbf{T}_{16} \mathbf{T}_{12}) \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_9^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & A_{41} & A_{51} & A_{61} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & A_{42} & A_{52} & A_{62} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{10}^T = \begin{bmatrix} A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{43} & A_{53} & A_{63} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} & A_{54} & A_{64} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{11}^T = [A_{15} \quad A_{25} \quad A_{35} \quad A_{45} \quad A_{55} \quad A_{65}];$$

$$\mathbf{T}_{12}^T = [A_{16} \quad A_{26} \quad A_{36} \quad A_{46} \quad A_{56} \quad A_{66}];$$

$$\mathbf{T}_{13} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0];$$

$$\mathbf{T}_{14} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0];$$

$$\mathbf{T}_{15} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A Matriz de Vínculos Cinemáticos é:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{u_x}{u_z - s_z} & -\frac{u_x(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & \frac{u_x}{u_z - s_z} & \frac{u_x(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & 1 & \frac{s_y u_x - s_x u_y}{(u_x - s_x)} \\ \frac{s_z}{u_z - s_z} & -\frac{s_z u_y - s_y u_z}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & \frac{u_z}{u_z - s_z} & \frac{s_z u_y - s_y u_z}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & 0 & \frac{s_y u_z - s_z u_y}{(u_x - s_x)} \\ 0 & -\frac{s_x}{u_x - s_x} & 0 & \frac{u_x}{u_x - s_x} & 0 & \frac{s_z u_x - s_x u_z}{(u_x - s_x)} \\ \frac{s_x}{u_z - s_z} & -\frac{s_x(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & \frac{s_x}{u_z - s_z} & \frac{s_x(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & 1 & \frac{s_x u_y - s_y u_x}{(u_x - s_x)} \\ \frac{1}{u_z - s_z} & \frac{(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & \frac{1}{u_z - s_z} & \frac{(u_y - s_y)}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & 0 & \frac{u_y - s_y}{(u_x - s_x)} \\ \frac{0}{u_z - s_z} & \frac{1}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & \frac{0}{u_z - s_z} & -\frac{1}{(u_z - s_z)(u_x - s_x)} & 0 & \frac{u_z - s_z}{(u_x - s_x)} \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Sendo que:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = {}^f \mathbf{T}^p \begin{bmatrix} -r_{11x} \\ 0 \\ -r_{11z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_{11x} \cos \theta_{1d} \\ -r_{11x} (\cos \beta_{5d} \text{sen} \theta_{1d}) + r_{11z} \text{sen} \beta_{5d} \\ -r_{11x} (\text{sen} \beta_{5d} \text{sen} \theta_{1d}) - r_{11z} \cos \beta_{5d} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = {}^f \mathbf{T}^p \begin{bmatrix} 0 \\ -r_{10} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{10} \text{sen} \theta_{1d} \\ -r_{10} (\cos \beta_{5d} \cos \theta_{1d}) \\ -r_{10} (\text{sen} \beta_{5d} \cos \theta_{1d}) \end{bmatrix}$$

onde:

r_{10} : distância entre os pontos **G** e **R**;

r_{11x} : projeção da distância entre os pontos **G** e **V** no eixo **x** do referencial do pino-mestre;

r_{11z} : projeção da distância entre os pontos **G** e **V** no eixo **z** do referencial do pino-mestre;

${}^f \mathbf{T}^p$: matriz de transformação de coordenadas do referencial do pino-mestre para o inercial;

θ_{1j} : ângulo de giro do pino-mestre, lado j .

Não há campos nesta estrutura de junção, apenas fontes ideais. A ponteira é um vínculo cinemático entre a suspensão e a roda. Nesta última é que são encontrados campo-I misto e fontes de esforço e de fluxo ideais. O grafo multiligação da roda é apresentado na Figura 72.

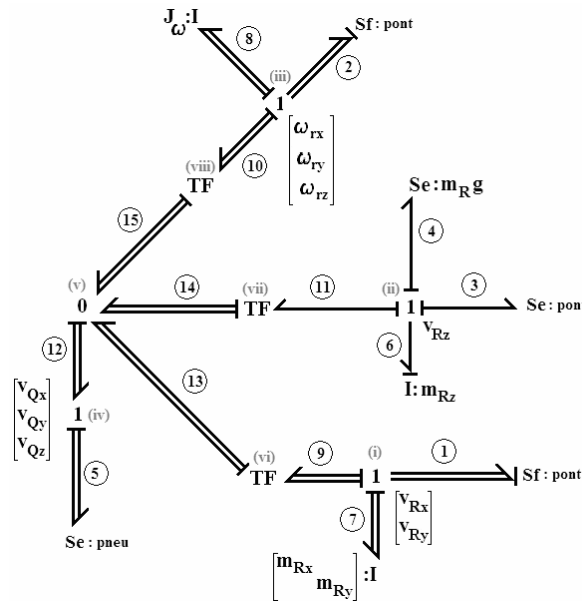


Figura 72 – Grafo multiligação da roda, prevendo acoplamento com o pino-mestre.

Cabe lembrar que neste trabalho considera-se que a roda não gira, e assim não há efeitos giroscópicos. Já se considera que a roda é acoplada ao pino-mestre, na ponteira, para a construção do grafo. Desta forma, as velocidades angulares da roda são todas comandadas pela ponteira, e o mesmo se dá com as componentes horizontais da velocidade do CG, localizado no ponto **R**. A componente vertical é a que representa o grau de liberdade da roda. As fontes de esforço são: a força produzida pelo pneu, aplicada no ponto **Q**, o peso da roda, aplicado no seu CG, e a força produzida pela suspensão. A matriz de vínculos cinemáticos é (eq. 5.39):

$${}^f \mathbf{v}_Q = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -{}^f \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^f \mathbf{v}_R \\ {}^f \boldsymbol{\omega}_R \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

onde \mathbf{I}_3 é a matriz identidade (3×3), ${}^f \mathbf{u}$ é o vetor-posição do ponto \mathbf{Q} em relação ao ponto \mathbf{R} escrito no referencial fixo, e ${}^f \boldsymbol{\omega}_R$ é a velocidade angular absoluta da roda. Sendo que:

$${}^f \mathbf{u} = {}^f \mathbf{T}^r \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm r_r \end{bmatrix}$$

onde r_r é o raio da roda, e o sinal positivo refere-se à roda direita e o negativo à roda esquerda. Para evitar mudanças de referenciais desnecessárias, os referenciais das rodas têm as mesmas orientações de suas respectivas ponteiras.

A estrutura de junção da roda é (eq. 5.40):

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \mathbf{f}_5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_7 \\ \mathbf{f}_8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{5 \times 5} & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_{5 \times 5} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{IU}^T & -\mathbf{J}_{DU}^T \end{bmatrix} \\ 0 & \mathbf{O}_{1 \times 5} \\ \mathbf{O}_{5 \times 1} & \mathbf{O}_{5 \times 5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ \mathbf{e}_5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{f}_6 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_7 \\ \mathbf{e}_8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} \\ \mathbf{T}_6 & \mathbf{T}_8 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{IU} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{1 \times 2} & \mathbf{O}_{1 \times 2} & -1 & -1 & -\mathbf{T}_7^T \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{DU} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{O}_{2 \times 3} & \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 1} & \mathbf{O}_{2 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 2} & \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{T}_7 = -\tilde{\mathbf{u}};$$

$$\mathbf{T}_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

O acoplamento à suspensão semi-eixo oscilante exige uma adaptação do grafo apresentado anteriormente, na Figura 59, uma vez que a ponteira naquele caso é fixa, e aqui é móvel. O pino-mestre acopla-se à suspensão por meio de uma junta de revolução, como se pode ver pela Figura 63. Considera-se também que não há efeito inercial das peças da suspensão, assim as ligações que envolvem a velocidade angular da coluna telescópica não transmitem potência. O novo grafo da suspensão é mostrado na Figura 73.

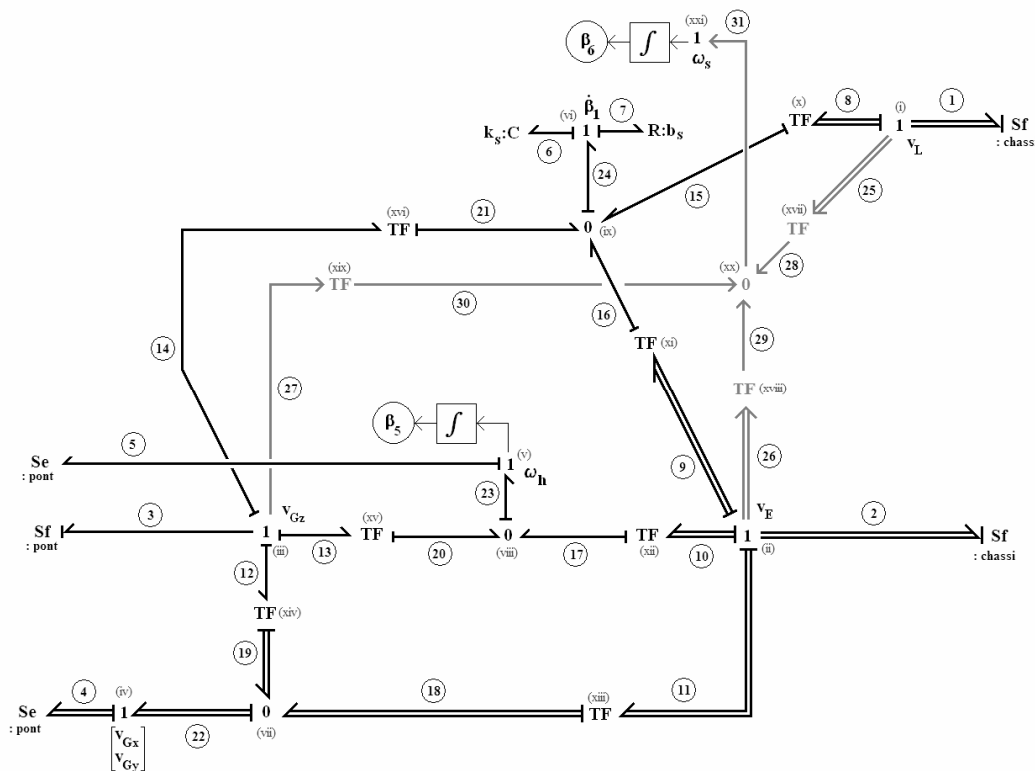


Figura 73 – Grafo multiligação da suspensão semi-eixo oscilante, sem o pino-mestre.

A estrutura de junção, seguindo a numeração do grafo, é (eq. 5.76):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{f}_4 \\ \mathbf{f}_5 \\ \mathbf{f}_6 \\ \mathbf{f}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{7 \times 7} & -\mathbf{N}_U^T \\ \mathbf{N}_U & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}_{IU} & \\ \mathbf{J}_{LU} & \\ & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \\ \mathbf{e}_4 \\ \mathbf{e}_5 \\ \mathbf{e}_6 \\ \mathbf{e}_7 \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

onde:

$$\mathbf{N}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 3} & \mathbf{T}_{13} & \mathbf{T}_{14} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{T}_{12} & \mathbf{T}_{15} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{IU} = [\mathbf{T}_{10} \quad \mathbf{T}_{11} \quad \mathbf{T}_{16} \quad \mathbf{O}_{1 \times 2} \quad 0]$$

$$\mathbf{J}_{LU} = [\mathbf{T}_{10} \quad \mathbf{T}_{11} \quad \mathbf{T}_{16} \quad \mathbf{O}_{1 \times 2} \quad 0]$$

Como o que se quer mostrar é o acoplamento entre a suspensão e o mecanismo, adota-se a mesma suspensão plana do caso anterior. A mudança principal feita no grafo é a vinculação da componente longitudinal da velocidade absoluta do ponto **G** com a componente correspondente do ponto **E**.

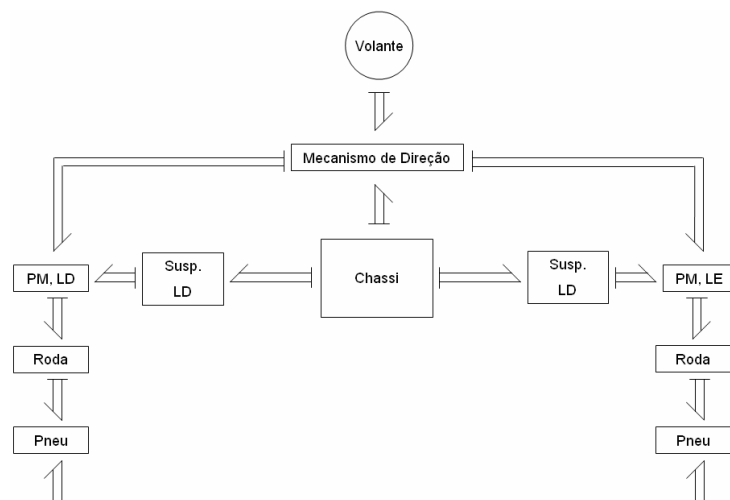


Figura 74 – Diagrama do fluxo de potência com o mecanismo de direção incluído.