

2 Revisão Bibliográfica

A fim de melhor orientar e posicionar o trabalho, este capítulo é dividido em seções, cujos títulos remetem ao tipo de referência consultada.

2.1. Referências Principais

A proposta deste trabalho é estabelecer um procedimento de acoplamento de módulos intercambiáveis, que representam modelos físicos mecânicos. Na linha de modelos matemáticos que exploram a modularidade, existem a Técnica dos Grafos de Ligação e a metodologia dos Transformadores Cinemáticos, ambas bastante utilizadas por diversos autores. Este trabalho é pautado pela primeira linha, apresentada em [1] que descreve a Técnica dos Grafos de Ligação, e usando o que é apresentado em [2], onde são obtidos modelos reduzidos de modelos mecânicos lineares, usando as estruturas de junção.

A referência [3] apresenta o grafo multiligação, como uma maneira simplificada de representar sistemas físicos. Na referência [4] é descrito um método para modelar sistemas físicos mecânicos com grafos multiligação, e na referência [5] é apresentado um meio de transformar as inércias com causalidade diferencial em integral por meio de manipulações algébricas. Em [6] é apresentado um meio de atribuir causalidades em laços algébricos. Na referência [7] é apresentado um modo de eliminar o conflito de causalidades que pode surgir no acoplamento de elementos de inércia. No artigo da referência [8] é proposta uma transformação de um trecho do grafo contendo resistores equivalentes, o que caracterizaria uma malha algébrica, em um campo dissipativo, o que elimina a dependência entre as variáveis no equacionamento.

O acoplamento analítico é explorado em [9], onde é apresentada uma sistemática de abordagem de sistemas mecânicos constituídos de subsistemas cujas interações dinâmicas devam ser consideradas, usando um modelo de veículo sobre suspensão, onde cada subsistema é considerado como um módulo. A partir

das equações dos subsistemas obtêm-se as equações de estado do modelo global, usando variáveis de potência. As suspensões em questão não têm geometria.

Em [10] é apresentada a implementação de um procedimento, baseado em um código comercial, para a simulação das equações que descrevem a dinâmica de corpos rígidos e seus acoplamentos. As equações são obtidas a partir da representação do modelo de um veículo terrestre de 3 graus de liberdade. O acoplamento é computacional, porém o equacionamento do sistema global é desenvolvido antes do acoplamento entre os módulos. O acoplamento computacional é explorado na referência [11], onde o programa SIMULINK® é utilizado como ambiente de implementação de diversos modelos de sistemas mecânicos, apresentando, inclusive, um modelo de veículo, porém sem considerar a geometria da suspensão.

Os autores da referência [12] apresentam três modelos matemáticos usando grafos de ligação. O primeiro modelo é um veículo totalmente simétrico, com quatro suspensões sem geometria, o segundo modelo possui uma barra anti-rolagem na suspensão dianteira, e no terceiro adota-se uma suspensão do tipo McPherson (ver referência [55]) nas quatro rodas com barras anti-rolagem nos dois eixos. O objetivo é avaliar a influência da barra anti-rolagem.

Na referência [13] os autores comparam três abordagens diferentes para modelos matemáticos, a do princípio dos trabalhos virtuais, da Técnica dos Grafos de Ligação e dos Grafos Lineares. Dois exemplos são apresentados para melhor ilustrar a comparação entre as abordagens, o de um manipulador robótico linear plano com dois graus de liberdade, e o de uma cancela flexível usada em estacionamentos de automóveis, ambos os mecanismos movidos por motores elétricos de corrente contínua.

Em [14] os autores apresentam uma abordagem em Grafos de Ligação para solução de sistemas que apresentam laços cinemáticos, usando o que definem como *referenciais privilegiados*: os corpos envolvidos no laço cinemático são previamente identificados, e suas estruturas de junção são escritas em um referencial comum.

Na referência [15] os autores apresentam, em uma primeira etapa, os problemas que surgem durante a fase de definição de causalidades. Uma conseqüência é o surgimento de ligações ZCP (*zero-order causal paths*) devido aos laços algébricos. As variáveis envolvidas nesses laços são relacionadas umas

às outras, e nesse trabalho descreve-se um algoritmo para identificar e abrir essas ligações, que seleciona o número de variáveis necessárias para abrir os laços que correspondem às ZCPs, resultando em um sistema EDA. A solução do sistema é por meio de substituição retroativa (BDF). Na segunda etapa é mostrado o modo de resolver grafos multiligação que incluam ZCPs.

2.2. Transformadores Cinemáticos

Na segunda linha, dos Transformadores Cinemáticos, descritos nas referências [16] a [22], um sistema global é dividido em subsistemas, e cada um dos subsistemas é ainda dividido nos mecanismos que o compõe. Obtêm-se então as relações cinemáticas que relacionam os corpos destes mecanismos, e a partir daí chega-se ao modelo matemático da cinemática do subsistema, que passa a ser um transformador cinemático. Os subsistemas são acoplados analiticamente, obtendo-se assim as equações de movimento do sistema global. O número de equações de movimento é igual ao de graus de liberdade do sistema. Em [23] é apresentado o modelo matemático de um veículo tridimensional sobre suspensão com esterçamento nos dois eixos, com 15 graus de liberdade, onde a geometria da suspensão era considerada, construído segundo essas referências. Ainda nesta mesma linha está a referência [24], que incorporou ao trabalho [23] utilizando a Fórmula Mágica, (ver referência [63], compêndio de todos os artigos escritos pelo seu autor sobre o assunto), modelos de pneus que possibilitaram a obtenção das forças lateral e longitudinal geradas pelos mesmos, incluindo as não linearidades e a correlação entre as forças lateral e longitudinal, possibilitando a análise da estabilidade do veículo e do comportamento direcional do mesmo em trajetórias curvilíneas, realizando ensaios previstos em normas (ISO e SAE). Posteriormente, seguiu-se a referência [25], que apresenta um modelo de veículo com esterçamento nas rodas dianteiras e suspensões independentes tipo braços sobrepostos acopladas a um chassi com 6 (seis) graus de liberdade: posição longitudinal, posição lateral, posição vertical, ângulo de rolagem, ângulo de arfagem e ângulo de direção, em substituição à suspensão McPherson do veículo apresentado em [23] e [24]. Em todos esses trabalhos é preciso acoplar as equações dos subsistemas para chegar ao modelo global.

2.3. Referências Usando o SIMULINK®

Na referência [26] é apresentado um modelo de veículo com dois eixos, usando SIMULINK®, onde não há geometria de suspensão. O autor obtém as equações do modelo na forma fechada, usando Multiplicadores de Lagrange (ver referência [92]) e resolvendo um sistema de Equações Diferenciais e Algébricas.

Em [27] é definido um procedimento de modelagem modular para análise da dinâmica de veículos com estrutura flexível utilizando os elementos generalizados da Técnica dos Grafos de Ligação e um ambiente de simulação com o conceito de diagramas de blocos. No modelo do veículo terrestre sobre suspensão, a geometria desta não é considerada. O acoplamento é feito usando SIMULINK®.

O tema veículos complexos é explorado na referência [28], onde um modelo não-linear de 9 graus de liberdade de um veículo articulado – “cavalo mecânico” com semi-reboque – é simulado, com as equações de movimento na formulação de Euler. O objetivo é estudar a manobrabilidade desse tipo de veículo, com controle de *yaw*, quando os freios são aplicados somente de um lado. Obtém-se as equações espaço-estado do modelo, que é implementado em SIMULINK®. Na referência [29] são encontrados modelos matemáticos de veículos, implementados em SIMULINK®, sem, no entanto, considerar a geometria das suspensões.

2.4. Abordagem Modular

O acoplamento analítico dos módulos também é feito nas referências [30] e [31], em modelos de veículos utilizados para aplicações em tempo real. O autor usa o Princípio de Jourdain (ver referência [93]) para formular o sistema de equações na forma fechada do veículo.

Os modelos modulares são ainda explorados na referência [32], onde a combinação de diferentes técnicas de modelagem e um formalismo de integração numérica são adotados em problemas específicos de dinâmica de veículos, tornando possível simular veículos complexos em tempo real. As equações algébricas podem ser resolvidas diretamente com o algoritmo de integração

implícito de Euler com o programa veDYNA® [101]. Na referência [33], um veículo é dividido em subsistemas, que podem ser testados individualmente e independentemente. O artigo mostra que o modelo matemático do veículo como um todo pode ser resolvido usando um algoritmo de integração implícita. O autor ainda usa o programa veDYNA®.

2.5. Modelos Planos e Lineares Simples

A principal dificuldade de se modelar uma suspensão considerando sua geometria está no laço algébrico que lhe é inerente, fazendo com que a cinemática tenha que obedecer a algumas condições de restrição [34]. Esse aspecto faz com que em muitos casos opte-se por não considerar efeitos concernentes à geometria do mecanismo, pois a mesma em muitos casos não é necessária para atingir o objetivo ao qual o modelo se propõe. Na referência [35] os autores utilizam um modelo de 7 graus de liberdade (deslocamento lateral, longitudinal e guinada do chassi, somados ao grau de liberdade de cada roda) para um estudo da simulação da resposta de um veículo realizando manobras severas. A análise quase-estática permite que alguns graus de liberdade sejam omitidos (arfagem, rolagem, efeito da cambagem dos pneus, dentre outros). O veículo é tratado como um corpo rígido, sem suspensão.

Em [36] é apresentado um modelo linearizado de uma motocicleta que tem 4 graus de liberdade, acoplado a um modelo que representa o motociclista, com 2 graus de liberdade. Não há suspensão e o enfoque é dado no controle que o motociclista tem sobre a motocicleta realizando uma curva. Na referência [37] os autores apresentam um modelo plano de veículo, do tipo “bicicleta”, ou seja, as duas rodas do mesmo eixo são substituídas por uma única, localizada na linha de centro longitudinal do chassi, em que as quatro rodas possuem esterçamento (4WS). O modelo é não-linear (considera grandes deslocamentos angulares das rodas), tem três graus de liberdade (deslocamento longitudinal, lateral e direção), e não há suspensão. O artigo analisa cinco variações do modelo, considerando esterçamento em duas ou em quatro rodas, e o objetivo é determinar os requisitos de esterçamento e frenagem para que o veículo percorra uma dada trajetória com o

mínimo de desvio possível. As equações de movimento do modelo são obtidas por equilíbrio dinâmico.

É apresentado, na referência [38], um modelo plano, 4WS, linear, para estudar um sistema de controle que compense mudanças de atitude do veículo ao se deslocar em pisos cobertos de gelo ou quando as características dos pneus são diferentes, a fim de auxiliar o motorista e evitar acidentes. O sistema de controle atua sobre as rodas traseiras. Ainda na área de modelos voltados para a implementação de controle de sistemas mecânicos, na referência [39] os autores estudam o controle lateral de veículos em manobras suaves (baixo g) em velocidade constante, que representam mudanças de pista em auto estradas, e em manobras bruscas (alto g), que representam situações de emergência. Os autores apresentam três modelos de veículos e dois modelos de pneus. O primeiro modelo é o “bicicleta”, de 2 graus de liberdade, linearizado, com “yaw” e deslizamento lateral dos pneus (“side slip”). O segundo, do tipo “bicicleta”, não-linear, tem 5 graus de liberdade, “yaw”, “side slip”, aceleração longitudinal, rotação das rodas traseiras e rotação das rodas dianteiras. Neste modelo há uma expressão para calcular o torque aplicado às rodas e outra para o torque de frenagem. O terceiro modelo tem 8 graus de liberdade, “yaw”, “side slip”, aceleração longitudinal, rolagem do chassi e rotações independentes das quatro rodas. Este modelo é usado para analisar o controlador em manobras bruscas.

Na referência [40] os autores investigam a interação entre o motorista e o sistema de controle de esterçamento em um veículo 4WS/4WD (tração nas quatro rodas). O foco principal é o desempenho do controlador, que esterça as rodas traseiras de acordo com o comportamento dinâmico do veículo. O modelo tem ainda dois subsistemas, o de tração, que inclui motor, caixa de marchas e dois diferenciais, e o de direção mecânica, acionada pelo motorista. A rolagem do chassi é calculada em função da dinâmica lateral, e a suspensão é desconsiderada. Os modelos são planos. O artigo da referência [41] analisa a resposta do veículo a uma mudança de direção quando a pressão interna dos pneus traseiros é menor do que o normal. O modelo é também do tipo “bicicleta”, e 4WS. Ocorre uma mudança de comportamento de substerçante para sobresterçante e a questão é se o sistema de controle consegue estabilizar o movimento do veículo. O problema é linear, com as equações de movimento obtidas por equilíbrio dinâmico, e usa controle ótimo. O enfoque não é no veículo em si, mas no controlador.

Em [42] os autores apresentam três modelos planos e não-lineares de suspensão McPherson, baseados nos parâmetros da suspensão do veículo sueco SAAB 9000. As não-linearidades consideradas são devidas à geometria do mecanismo, à limitação no curso da suspensão imposta pelo batente e à rigidez progressiva do batente. Além disso, o amortecedor tem coeficientes de amortecimento diferentes quando trabalha em compressão e em relaxação. No primeiro modelo, mais completo e com geometria, as equações de movimento são obtidas pelo método de Lagrange, com restrições. No segundo modelo usa-se expansão de Taylor em duas equações diferenciais não-lineares do primeiro modelo, sem, no entanto, alterar o mecanismo. O terceiro modelo é um massa-mola-amortecedor clássico. Nos três casos considera-se que há uma força agindo sobre a roda. O objetivo é comparar a resposta dos três modelos ao esforço aplicado.

O comportamento em regime permanente de veículos ditos complexos (caminhões com pelo menos três eixos, por exemplo) em curva, é analisado na referência [43] mostrando que estes veículos podem ser representados como se fossem um veículo simples (modelo “bicicleta”) com uma distância entre-eixos equivalente. O que mais chama atenção neste artigo é a análise do comportamento em curva de um caminhão de três eixos. O autor assume, ainda, que os deslocamentos angulares são pequenos.

2.6.

Modelos que envolvem Geometria e Multicorpos Rígidos

Nos casos em que há geometria da suspensão envolvida, a presença do laço algébrico conduz à solução de sistemas EDA, na forma fechada. Alguns desses modelos servem para analisar um subconjunto somente. Na referência [44], os autores apresentam modelos tridimensionais de interação pneu-solo, de uma suspensão do tipo Braços Sobrepostos, de um sistema de frenagem-tração e de um mecanismo de direção. O modelo de um veículo tridimensional com 26 graus de liberdade é montado com esses subsistemas, usando a formulação de coordenadas de juntas, proposta por Nikravesh em artigo citado por este. A referência [45], uma tese de doutorado, apresenta um modelo não-linear de veículo com dez graus de liberdade, com dois eixos, que inclui as restrições geométricas da suspensão e

utiliza a formulação de sistemas de multicorpos rígidos. Há também na referência [46] um modelo matemático de uma suspensão McPherson com um mecanismo de direção parcial. Esta referência é a base de um algoritmo para resolver a dinâmica de mecanismos usando a formulação de multicorpos rígidos.

Em [47] o autor apresenta um método de síntese de subsistemas para análise dinâmica de um veículo, onde cada subsistema pode ser analisado de forma independente com um referencial virtual local. Para a análise do veículo como um todo, de forma a resolver as equações de movimento de cada subsistema. A formulação apresentada é a clássica de multicorpos rígidos, usando coordenadas generalizadas e deslocamentos virtuais. A referência [48] apresenta procedimentos para simulação e controle de sistemas de multicorpos rígidos, incluindo métodos recursivos para a resolução de Sistemas com Estrutura Ramificada (Tree-Structured Systems).

Na referência [49] é apresentado um modelo de um veículo baseado na formulação clássica de sistemas de multicorpos rígidos. No método apresentado pelos autores, as equações de restrições são introduzidas somente nos casos em que se consideram cadeias fechadas ou quando as reações nas juntas são calculadas, permitindo assim a redução do número de coordenadas generalizadas, em comparação com o caso onde as coordenadas absolutas são aplicadas.

Em [50] o autor apresenta uma análise de cadeias tridimensionais fechadas de corpos rígidos. O método usa o conceito de quantidade de movimento linear e angular para gerar as equações de movimento dos corpos em coordenadas Cartesianas dos sistemas de partículas equivalentes sem introduzir coordenadas de orientação e suas matrizes de transformações correspondentes. A cadeia fechada é transformada em uma aberta, separando convenientemente um par cinemático e introduzindo restrições equivalentes. As equações de movimento do sistema resultante são geradas recursivamente, ao longo da cadeia, de modo semelhante ao apresentado na referência [47].

Na referência [51] são encontrados alguns modelos de suspensões, modeladas segundo a formulação clássica de multicorpos rígidos e equações de restrições, onde os autores utilizam o programa MSC.ADAMS® [100] para resolvê-los, passando pela análise cinemática do mecanismo de suspensão, para a solução do problema em condições de equilíbrio estático e resolvendo a dinâmica do mecanismo. Em [52] o autor apresenta também modelos de suspensões, cujas

equações de movimento são obtidas por Lagrange, dentre outros modelos de subsistemas de veículos, como o motor de combustão interna alternativo (sem se ater à termodinâmica) e o sistema de transmissão.

2.7.

Modelos que envolvem Geometria e Multicorpos Flexíveis

Na referência [53] é proposta uma metodologia baseada em modelos multicorpos flexíveis para otimização da estabilidade de veículos terrestres sobre suspensão. O procedimento permite o uso de corpos com formas complexas, representados por elementos finitos.

O modelo de uma suspensão do tipo eixo de torção, muito utilizada na traseira de veículos de passeio (referências [55] a [62]), é estudado na referência [54]. O modelo multicorpo para a análise elasto-cinemática é construído usando o código SIMPACK® (ver ainda a referência [102]), e inclui o sistema inercial que representa o chassi do veículo, a viga de torção como um corpo flexível, outras partes da suspensão consideradas como corpos rígidos (amortecedores, aro, etc.), forças de junta (molas, amortecedores, batentes de compressão e distensão, rolamentos da roda), buchas de acoplamento com o chassi e a rigidez vertical do pneu.

2.8. Modelos que utilizam Abordagem Modular em Programas Comerciais

A área de dinâmica de veículos promove o desenvolvimento de algoritmos específicos, alguns desenvolvidos para serem dedicados, outros como uma extensão de programas comerciais, como o módulo veicular do MSC.ADAMS® e o TESIS veDYNA®. Os autores da referência [64] estudam a influência do amortecedor na transmissibilidade da força vertical em uma suspensão McPherson. Três modelos de amortecedor são considerados, o linear, com coeficiente de amortecimento constante, o bi-linear, com um coeficiente de amortecimento para compressão e outro para relaxação e um amortecedor não-linear, com a relação entre força e velocidade descrita por uma curva. O modelo é tridimensional, e os autores utilizam o programa ADAMS® para as simulações.

As equações de movimento dos quatro centros de massa considerados são obtidas pelo método de Lagrange.

Em [65] são apresentados cinco modelos de veículos 4WS, para aplicar no projeto de um veículo de passageiros com esterçamento ativo das rodas traseiras, o *European Prometheus*. O modelo mais simples é do tipo “bicicleta”, usado para definição das especificações do sistema de esterçamento e no desenvolvimento e avaliação das estratégias de esterçamento. O segundo modelo é baseado no primeiro, e substitui as equações lineares para o cálculo da força lateral em cada pneu por equações diferenciais em força, e que levam em conta o comprimento de relaxação do pneu. O terceiro modelo é uma evolução do segundo, e acrescenta um grau de liberdade, o de rolagem. Há mudança também nas equações do pneu, agora baseado no modelo de Pacejka. O quarto modelo é tridimensional, e tem uma suspensão com geometria simplificada. No quinto e último modelo, de 38 graus de liberdade, onde a geometria das suspensões é considerada, os autores usam o programa chamado BAMMS® [106]. O que chama atenção neste artigo é a evolução dos modelos, onde a experiência adquirida nos mais simples facilita a compreensão do comportamento do mais completo.

Na referência [66], os autores apresentam um modelo de veículo de 18 graus de liberdade, sendo seis do chassi (três rotações e três deslocamentos lineares) e 3 em cada uma das quatro rodas, com suspensões independentes. A cinemática de suspensão é representada por equações que simplificam a geometria, esta, porém, não é considerada em sua essência. As equações de movimento são geradas pelo programa AUTOSIM® [103]. O objetivo é simular comportamento do veículo fazendo curvas e/ou freando em um piso plano.

Usando o programa Modelica® ([104] e [105]), na referência [67], é apresentada uma biblioteca de juntas cinemáticas, usando a formulação de multicorpos, e uma técnica para resolver laços cinemáticos é apresentada. Das equações explícitas dos modelos e sub-modelos, e das equações que surgem das conexões, o modelo é mapeado em um sistema de equações diferenciais e algébricas (EDA). O sistema é então processado simbolicamente, e transformado, numericamente, na forma espaço-estado, usando métodos que constam nas referências do artigo em questão. Os autores apresentam exemplos, como o de um motor V6, onde há uma singularidade no mecanismo pistão-biela-manivela, e mencionam que uma rotina é usada para definir a próxima posição do mecanismo

a partir da posição anterior. O motor V6 é construído a partir de 6 módulos de um cilindro.

2.9.

Modelos para Análise de Parâmetros, Subsistemas ou Componentes Isolados do Veículo

Dentro do tema de dinâmica de veículos, alguns trabalhos descrevem estudos de componentes da suspensão, como é o caso da referência [68], onde é analisada a flexibilidade da coluna telescópica da suspensão McPherson, que afeta a geometria da suspensão, principalmente o ângulo de câmbio, na dinâmica do veículo. Os autores apresentam o efeito das forças de flexão e momentos fletores na haste do pistão e a relação com o diâmetro deste último. Aqui não há modelo de veículo, o objetivo é estudar o amortecedor. Outro trabalho em componentes da suspensão é a referência [69], que trata dos fatores que influenciam na formação de vazios em amortecedores, que geram um grande problema, pois interferem nas suas forças, prejudicando assim a sua ação nos veículos. Os autores usam um modelo de 1/4 de veículo plano de dois graus de liberdade, o massa-mola-amortecedor clássico.

Em [70] os autores analisam o comportamento da suspensão dianteira de uma motocicleta equipada com dois amortecedores passivos seqüenciais, ambos não-lineares e com seis modos diferentes de regulagem. O modelo de motocicleta é plano e tem dois graus de liberdade, pois se quer estudar a influência do amortecimento na dinâmica da suspensão dianteira. A massa não-suspensa é representada pela roda dianteira e pelo pneu, o restante é considerado massa suspensa. A referência [71] apresenta o modelo de uma motocicleta, no caso uma Suzuki GSX-R1000K1, usado para estudar a estabilidade em curvas, parâmetros de projeto e a resposta ao perfil da estrada. As equações representativas do modelo estão na forma fechada.

2.10.

Modelos com Abordagem Via Grafo de Ligação

Alguns trabalhos apresentam modelos de veículos utilizando os Grafos de Ligação, como a referência [72], onde o método dos Grafos de Ligação é utilizado para modelar três tipos de suspensão em um modelo de 1/4 de veículo. Nos três

modelos há um braço ligando a roda ao chassi por meio uma junta de revolução (articulação sem atrito). Próximo ao centro do braço há a ligação com os elementos complacentes. No primeiro modelo a suspensão é passiva, composta por mola e amortecedor montados em paralelo. No segundo modelo um atuador é montado em série com a mola e o amortecedor. No terceiro modelo o atuador é montado em paralelo com a mola e o amortecedor, agora móveis, mas o sentido de atuação é o de deslocar o conjunto da direção lateral, variando a posição do ponto de aplicação da força dos elementos complacentes no braço e no chassi.

Na referência [73], os autores apresentam um modelo de um veículo terrestre com acoplamento entre a dinâmica vertical e a lateral. As suspensões do veículo não têm geometria, e as equações de movimento são do modelo na forma fechada.

Em [74] uma motocicleta é modelada para demonstrar um procedimento de modelagem para sistemas complexos. As equações diferenciais e algébricas são obtidas dos grafos de ligação, chegando-se a um modelo na forma fechada. A simulação da dinâmica, no caso não-linear, da motocicleta mostra o comportamento em curva durante uma mudança no ângulo de rolagem de 0 a 0,5 radianos.

O Grafo de Ligação é usado na referência [75] como ferramenta de modelagem para a análise da frenagem de um modelo plano com o objetivo de construir uma biblioteca de modelos, todos baseados na técnica, em um projeto de intercâmbio entre a PSA Peugeot-Citroën e o Laboratoire d'automatique des Arts et Métiers, de Paris. As instituições trabalham em conjunto para desenvolver veículos de modo mais eficiente. Bibliotecas de modelos matemáticos de componentes para uso em simulação com ferramentas comerciais são apresentadas na referência [76], que trata do programa Modelica. A biblioteca é baseada no procedimento modular, e contém modelos de componentes como suspensões, pneus e veículos completos. No trabalho discute-se a estrutura de modelagem, sem, porém tecer detalhes do equacionamento.

O grafo de ligação é utilizado na referência [77] na concepção de um modelo não-linear de um veículo com freios e direção controlados eletricamente. Não se considera a geometria das suspensões, e o equacionamento é dado em forma fechada, obtido do grafo completo. As referências [78] e [79] apresentam o modelo matemático de uma grua usando grafos de ligação. Os autores exploram

as não-linearidades devido à geometria, às forças giroscópicas e aos acoplamentos com o sistema fluido que aciona o mecanismo.

Um modelo de pneu usando grafos de ligação para estimar o impacto longitudinal das forças de contato pneu-solo é apresentado em [80], acoplando as variáveis de energia que envolvem o piso, a pressão interna do pneu e a transferência do calor gerado. Os autores apresentam o equacionamento e o grafo de ligação global do sistema, implementado em MATLAB/SIMULINK®.

Na referência [81] os autores apresentam um modelo de veículo para o estudo da trajetória, obtendo as equações fechadas, sem, entretanto, considerar a geometria da suspensão.