4
Cálculo da medida de inconsistência

Qualquer perturbação nos julgamentos a_{ij} da matriz de comparação significa um desvio no $\lambda_{\max}$. O $\lambda_{\max}$ é o autovalor máximo e pode ser calculado com exatidão, como visto no capítulo anterior, ou então de forma aproximada a partir do cálculo aproximado do vetor w. A aproximação do vetor w é vista em detalhe no Capítulo 7.

Dada uma matriz-exemplo de ordem 3,

$$
\begin{array}{c c}
C_1 & \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\
\begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

calculamos o vetor w de maneira aproximada, com o seguinte resultado:

$$w = \begin{bmatrix} 0{,}106 \\ 0{,}260 \\ 0{,}634 \end{bmatrix}$$

Para calcular os λ_i, usamos a fórmula $Aw = \lambda_{\max} w$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}333 & 0{,}2 \\ 3 & 1 & 0{,}333 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0{,}106 \\ 0{,}260 \\ 0{,}634 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0{,}106 \\ 0{,}260 \\ 0{,}634 \end{bmatrix}$$

Multiplica-se cada linha da matriz original pelo vetor w, dividindo pelo w_i correspondente e assim se obtém cada λ_i de um vetor de estimativas de λ:

$$\lambda_1 = \frac{(1 \times 0{,}106) + (0{,}333 \times 0{,}260) + (0{,}2 \times 0{,}634)}{0{,}106}$$

$$\lambda_2 = \frac{(3 \times 0{,}106) + (1 \times 0{,}260) + (0{,}333 \times 0{,}634)}{0{,}260}$$

$$\lambda_3 = \frac{(5 \times 0{,}106) + (3 \times 0{,}260) + (1 \times 0{,}634)}{0{,}634}$$

Então,

$$\lambda = \begin{bmatrix} 3{,}013 \\ 3{,}035 \\ 3{,}066 \end{bmatrix}$$

E o $\lambda_{\max}$ aproximado é a média dos λ_i :

$$\lambda_{\max} = 3{,}038$$

A partir do cálculo de $\lambda_{\max}$ pode-se calcular o valor da inconsistência, e assim introduz-se o índice de inconsistência CI :

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \tag{5}$$

onde n é o número de alternativas, ou ainda, a ordem da matriz A.

No exemplo, $CI = \dfrac{3{,}038 - 3}{3 - 1} = 0{,}019$.

É necessário ainda consultar o índice de inconsistência aleatória RI , que é o mesmo índice de inconsistência calculado em uma matriz gerada aleatoriamente na escala de julgamentos de 1 a 9, com os valores recíprocos calculados de modo a forçar sua consistência. Este índice varia de acordo com a ordem da matriz desejada (número de alternativas), sendo apresentado aqui até a ordem 10.

Tabela 2 – Índices de inconsistência aleatória para até dez alternativas

n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
RI	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Os cálculos desta tabela foram gerados por experimentos de Saaty e Mariano (1979 *apud* Wind e Saaty, 1980) com matrizes recíprocas aleatórias de várias ordens, com amostra de tamanho 500 para cada um deles.

Finalmente, a razão de inconsistência CR é simplesmente a razão entre o índice de inconsistência CI da matriz em questão e o índice de inconsistência aleatória RI (eq. 6). É o CR que mede a inconsistência dos julgamentos de uma matriz, e tem como valor aceitável até 0,10 no caso de cinco ou mais alternativas, 0,08 para quatro elementos e 0,05 para três elementos. Quando $CR = 0$, a matriz é dita absolutamente consistente (Liberatore e Nydick, 1997).

$$CR = \frac{CI}{RI} \tag{6}$$

Retirando da Tabela 2 para $n = 3$, no exemplo, o índice de inconsistência aleatória é $RI = 0{,}52$.

A razão de inconsistência é:

$$CR = \frac{0{,}019}{0{,}52} = 0{,}0365$$

Portanto a inconsistência da matriz dada no exemplo é aceitável, não sendo necessária nenhuma correção nos julgamentos.

É bom destacar que é calculado um $\lambda_{\max}$ para cada matriz de julgamentos do problema, isto significa dizer que se calcula a inconsistência de cada comparação separadamente.