# 2
# Revisão do método AHP

## 2.1.
## Definição dos elementos necessários

Qualquer problema que seja estruturado ao modo do método AHP, e talvez de alguns outros métodos de decisão multicriteriais, inicia pela definição de alguns elementos pelo tomador (ou tomadores) da decisão.

### 2.1.1.
### Objetivo geral

É o problema, a decisão que se pretende tomar. Este elemento fica no topo da estrutura, representando o nível mais geral da decisão. Exemplos de objetivo geral: escolher a melhor casa para morar; comprar um carro; definir a localização de um novo centro de distribuição; avaliar qual projeto de transporte público deve receber maior investimento.

### 2.1.2.
### Objetivos

O objetivo geral também pode ser dividido em alguns objetivos específicos, se for necessário. Estes entram num segundo nível da estrutura. Em muitas decisões existe somente o objetivo geral, e o segundo nível da estrutura é composto pelos critérios ou atributos.

### 2.1.3.
### Critérios ou atributos

São definidos pelos tomadores de decisão, e são fatores que influenciam o objetivo geral, cada um com diferente relevância. Exemplos de critérios: na decisão da melhor casa, podem ser considerados preço, bairro, tamanho, beleza; na decisão do carro, leva-se em consideração preço, custo de manutenção, qualidade, prestígio da marca; na localização do centro de distribuição podem ser considerados o investimento inicial, as isenções fiscais, a distância até os clientes, o custo das operações, o retorno; no projeto de transporte, alguns fatores importantes seriam investimento inicial no projeto, viabilidade técnica e econômica do projeto, impactos do projeto na população, impactos do projeto no meio ambiente.

### 2.1.4.
### Alternativas

São, finalmente, as ações possíveis. Ao término do processo decisório, o resultado será a priorização dessas alternativas para atingir o objetivo geral. A alternativa apontada como a mais importante será a escolhida, como no exemplo da casa, em que as alternativas são Casa A, Casa B, Casa C. Ou pode ser um problema de alocação de recursos, como o caso dos projetos de transporte público, em que são considerados os projetos W, X, Y e Z. Investe-se mais no projeto escolhido como o mais importante, e menos no projeto considerado menos importante.

De maneira geral, os elementos ficam organizados hierarquicamente como na Figura 1 a seguir.

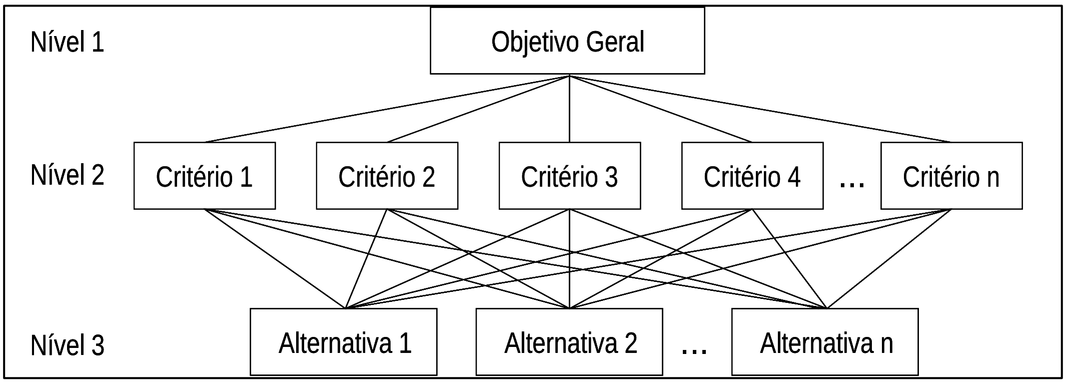



Figura 1 – Hierarquia simples de três níveis

Após a definição da estrutura do problema com a elaboração do objetivo, critérios e alternativas, o tomador de decisão passa à fase seguinte do método, onde se fazem as comparações entre elementos de mesmo nível. As comparações geram as chamadas matrizes de comparação ou matrizes de julgamento.

## 2.2. Comparação paritária entre elementos

Neste momento, o tomador de decisão começa a estabelecer as prioridades. São feitas comparações paritárias entre os $n$ elementos de um mesmo nível, tomando como critérios os elementos do nível imediatamente acima. Essas comparações permitem medir a contribuição de todos os critérios, inclusive dos critérios qualitativos. O decisor usa sua experiência na área e sua intuição para comparar as alternativas.

Seguindo a estrutura da Figura 1, o primeiro elemento considerado é o próprio Objetivo Geral, e ele funciona como critério de comparação para os elementos do nível seguinte, os $n$ Critérios. Assim, o primeiro passo é comparar os $n$ critérios entre si, dois a dois, em relação à contribuição de cada um para o objetivo geral. Fazer uma comparação, neste método, significa atribuir um valor da escala de 1 a 9, da Tabela 1, que represente o par em questão. Segundo Saaty (1990), a escala de 1 a 9 é suficiente e ainda mantém a possibilidade de distinguir a intensidade das relações entre os elementos. Harker e Vargas (1987) apresentam demonstrações anteriores de Saaty comparando esta escala com outros tipos de escala e concordam que a escala de 1 a 9 é aceitável e indicada para o uso com o AHP.

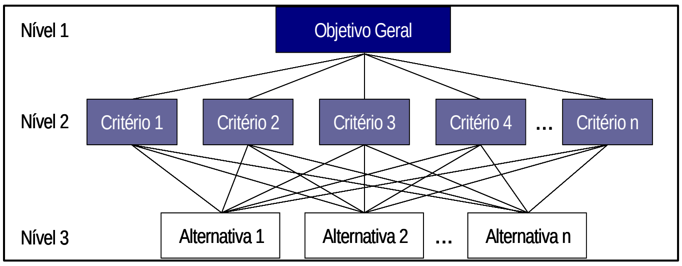
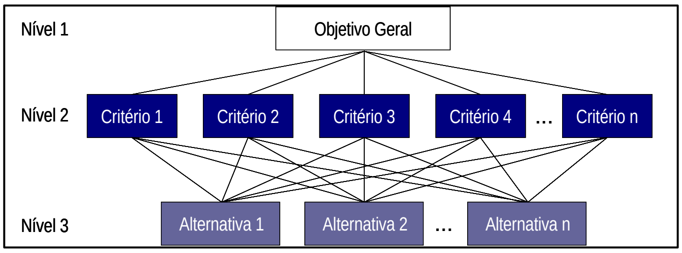



Tabela 1 – Representação numérica das comparações paritárias

| | |
|---|---|
| **1** | Igual Importância |
| **3** | Moderadamente mais importante |
| **5** | Fortemente mais importante |
| **7** | Muito fortemente mais importante |
| **9** | Extremamente mais importante |
| **2, 4, 6, 8** | Valores intermediários |

Descendo um nível, compara-se analogamente cada alternativa com todas as outras, em relação a cada critério. Enquanto no primeiro nível se comparavam os critérios entre si uma só vez, por haver só um elemento no nível imediatamente acima, agora comparamos as alternativas entre si $n$ vezes, por haver $n$ critérios.




Em problemas maiores pode haver vários níveis de critérios, subcritérios e assim por diante. Nestes casos as comparações são feitas da mesma maneira, sempre em relação ao nível acima, até que se chegue à comparação das alternativas, que estão sempre no nível mais baixo.

Cada comparação, com valores atribuídos a todos os pares, gera uma matriz de avaliação $n \times n$ como a matriz da Figura 2.

$$
\begin{array}{cc}
\mathrm{C} & \begin{array}{cccc} \mathrm{A}_1 & \mathrm{A}_2 & & \mathrm{A}_n \end{array} \\
\begin{array}{c} \mathrm{A}_1 \\ \mathrm{A}_2 \\ \\ \mathrm{A}_n \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & x & \dots & y \\ 1/x & 1 & \dots & z \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/y & 1/z & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Figura 2 – Matriz-exemplo de comparações paritárias

Para preencher a matriz, o tomador de decisão age por linhas. O que ele sabe de antemão é que a diagonal principal da matriz é preenchida com o valor 1, por se tratar da comparação de um elemento com ele mesmo. Depois de preencher a diagonal principal, na linha 1 ele se pergunta qual é a importância do elemento desta linha em relação a cada elemento de todas as colunas. Generalizando, a pergunta a ser feita é: “quanto mais importante é a contribuição do elemento $i$ para o objetivo ou critério avaliado do que o elemento $j$ ?”.

Cada um dos julgamentos representa a dominância do elemento da linha sobre o elemento da coluna. Se o elemento $A_i$ (da linha) for igualmente importante ao elemento $A_j$ (da coluna), o valor $a_{ij}$ atribuído a esse par é 1. Se ele for mais importante do que o elemento $A_j$, algum valor de 2 a 9 é escolhido. E se o elemento $A_i$ for menos importante do que o elemento $A_j$, um número inverso aos valores 2 a 9 é dado, isto é, 1/2, 1/3, etc., dependendo da intensidade avaliada. Por este motivo, os valores $a_{ij}$ e $a_{ji}$ da matriz são sempre o inverso um do outro (Figura 2). Na Figura 3, o triângulo inferior representa que os valores ali presentes são os simétricos dos valores do triângulo superior, transpostos. Assim, só é necessário fazer as comparações localizadas na área de um dos triângulos.

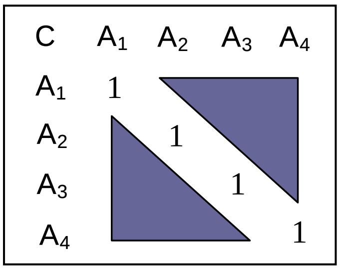



Figura 3 – Posições transpostas dos valores de uma matriz de comparação

O preenchimento das matrizes é um procedimento a ser feito pelo tomador de decisão que entenda do método, ou alguém contratado para fazer isso. Muitas vezes há participantes sem habilidades na ferramenta AHP ou que simplesmente não têm tempo para utilizá-la. A esses participantes podem ser distribuídos questionários mais amigáveis, desde que alguém entenda o método para depois trabalhar com as matrizes.

Sato (2005) oferece um modelo de questionário onde o tomador de decisão visualiza bem os elementos que está comparando.

Digamos que alguns gerentes de uma empresa precisam decidir qual dos seus cinco armazéns irá se tornar um centro de distribuição. Os armazéns são identificados de A até E. A pessoa que vai “operar” o método AHP distribui aos gerentes vários questionários.

Nesse tipo de questionário, o participante marca em cada linha a posição que acha mais adequada da importância de um elemento em relação ao outro. Na Figura 4, adaptada de um questionário de Sato, está acontecendo a comparação entre alternativas. Deve ser preenchida uma folha do questionário para cada critério. Outro questionário equivalente deve ser criado para a comparação entre os critérios em relação ao objetivo, com só uma cópia para cada participante.

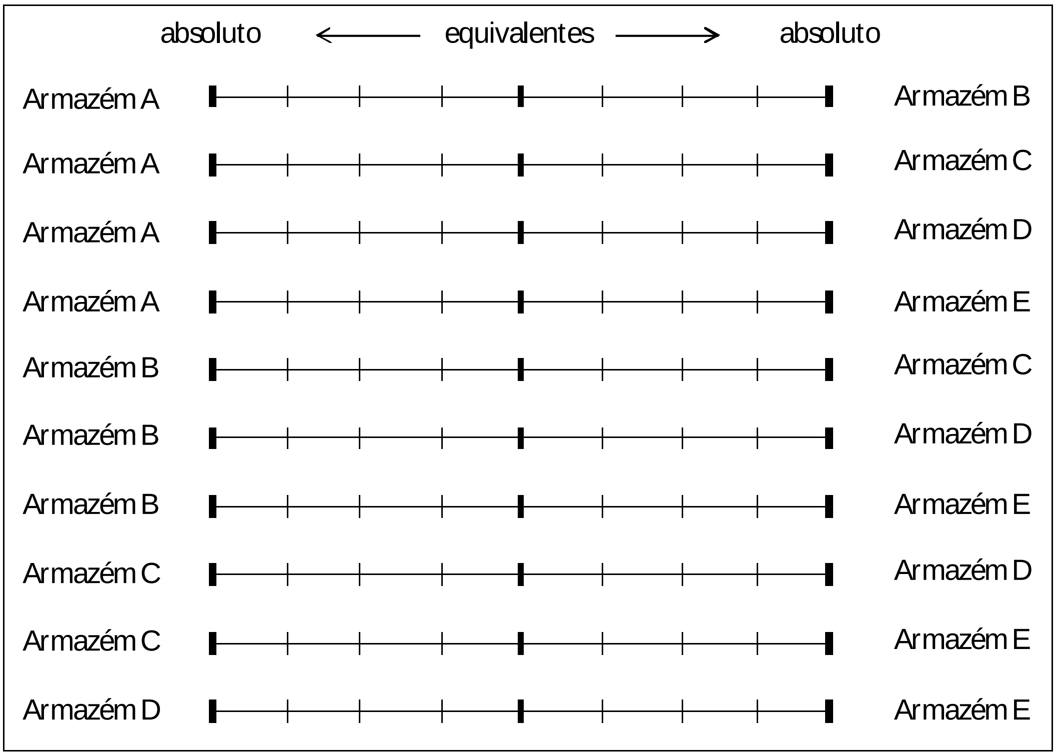



Figura 4 – Exemplo de questionário para o AHP, adaptado de Sato (2005)

Posteriormente as marcações são transformadas nos números da escala de Saaty. Na posição do meio é atribuído 1. Para a esquerda, varia de 1/3 a 1/9, e para a direita varia de 3 a 9.

## 2.3. Inconsistência nos julgamentos

Mesmo que se imagine que só a lógica ou o pensamento científico devam ser usados numa decisão, na prática a nossa opinião diante da solução de problemas ou tomada de decisões envolve muito mais intuição e outras características emocionais do que propriamente a lógica.

O método AHP trabalha estruturando problemas complexos e contando com tais atributos humanos (experiência, intuição, instinto, emoção, lógica, e muitos outros) usados na tomada de decisões. Assim como nas decisões sem método são usados esses atributos, o método AHP também os considera. A diferença fica por conta da estruturação deste método, hierarquizando os elementos do problema e quebrando-o em problemas menores.

Entretanto, o que pode naturalmente acontecer num primeiro momento de comparação entre critérios e alternativas, como conseqüência de tais características humanas, da incapacidade de enxergar todos os detalhes de uma decisão complexa de uma só vez, e de outras características do momento em que a decisão é tomada, é algum grau de inconsistência nos julgamentos.

A inconsistência é um fator que pode ser medido (a forma de calcular essa medida é apresentada no Capítulo 4), e foi definido que o máximo de inconsistência aceitável é 10%, quando cinco ou mais elementos são comparados. Mais do que 10% de inconsistência leva a crer que os julgamentos foram feitos de maneira aleatória. Para quatro elementos, a inconsistência recomendada é de 8%, e para três elementos, 5%. Se a matriz exceder esse valor máximo, há maneiras de melhorar a consistência, modificando apenas alguns dos julgamentos.

$$\begin{array}{cc} C_1 & \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/3 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 5 – Matriz inconsistente

A matriz da Figura 5 é um exemplo de matriz inconsistente. Através dela, tomamos conhecimento de que $A_1 = \frac{1}{3} A_2$ e que $A_1 = \frac{1}{5} A_3$. Então $\frac{1}{3} A_2 = \frac{1}{5} A_3$. Enquanto o valor consistente de $a_{23}$ seria 3/5, foi escolhido 1/3 para representar a relação entre $A_2$ e $A_3$. E do mesmo modo, quando o valor de $a_{32}$ seria 5/3, foi atribuído 3.

A maneira de se garantir que uma matriz de julgamentos seja absolutamente consistente é verificar se são verdadeiras as equações (1) e (2). Em (1), garante-se que os elementos transpostos são inversos, como exemplificado na Figura 3. Em (2), garante-se a consistência entre os elementos do mesmo triângulo.

$$a_{ji} = 1/a_{ij} \tag{1}$$

$$a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik} \tag{2}$$

Testando a matriz da Figura 5, queremos saber se $a_{12} \times a_{23} = a_{13}$. Logo se pode ver que $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \neq \frac{1}{5}$, então a matriz não é absolutamente consistente.

Se o valor escolhido no momento do julgamento para $a_{23}$ fosse 3/5, como vimos acima, e os valores de $a_{12}$ e $a_{13}$ permanecessem 1/3 e 1/5 respectivamente, teríamos que $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$, satisfazendo a relação de consistência absoluta.

## 2.4.
## Decisões em grupo

Freqüentemente há mais de uma pessoa ou entidade envolvida em uma tomada de decisão. Sob o comando de um líder, que expõe o método e rege sua execução, o grupo, que no mundo real é freqüentemente heterogêneo, começa por definir em conjunto o objetivo principal. Os participantes vão fazendo sugestões de critérios e discutindo-os até que se consolide a hierarquia do problema.

A comparação entre elementos e atribuição de valores a cada comparação é a parte do processo que pode trazer mais problemas, porque pode haver interesses conflitantes no grupo, diferença de nível de experiência entre os participantes, ou até diferença na importância da opinião de alguns participantes em relação a outros.

As comparações que geram as matrizes de avaliação (na escala de 1 a 9) podem ser feitas de maneiras distintas. Em alguns casos, quando não há muitas diferenças entre os participantes, é possível fazer as comparações por meio de um consenso entre eles. Quando isso não é possível, há a possibilidade de fazer votações em valores propostos. O grupo pode também ser dividido em subgrupos, agregando pessoas com experiências na mesma área ou com interesses em comum, e cada grupo fica responsável por uma parte das comparações, ou seja, por uma parte da hierarquia do problema. Posteriormente os grupos se encontram para juntar todas as partes, fazer novas discussões, revisar alguns valores e então o líder faz a síntese dos resultados.

A solução alternativa a todas as apresentadas é aplicar questionários individuais, onde cada participante julga todos os critérios e alternativas. Quando a importância de todos os participantes no processo é considerada igual, tomase a média dos julgamentos de todos eles para formar as matrizes. A média em questão não é a aritmética e sim a média geométrica. Então cada elemento $a_{ij}$ de uma matriz resultante é a média geométrica dos elementos $a_{ij}$ atribuídos pelos participantes.

Rabbani e Rabbani (1996) concluem que a média geométrica é a única média que funciona para o método AHP:

"O recíproco da média geométrica de um conjunto de julgamentos é a média geométrica dos recíprocos. Isto não é verdade com a média aritmética ou qualquer outra média."

A validade da média geométrica como única maneira de sintetizar julgamentos recíprocos preservando a reciprocidade foi mostrada por Aczel e Saaty (1983 *apud* Saaty e Vargas, 2003).

A média geométrica de dois elementos se dá pela raiz – quadrada, por serem apenas dois elementos – da multiplicação entre esses elementos. O índice da raiz varia de acordo com o número de elementos. Assim, a média geométrica de $a$ e $b$ é $\sqrt{a \times b}$. A média geométrica de $a$, $b$ e $c$ é $\sqrt[3]{a \times b \times c}$, e assim por diante.

Quando houver muitos conflitos pelo fato de o grupo ser heterogêneo, o grupo pode concordar que há participantes de diferentes níveis de experiência ou de posições de diferente importância na decisão. Por exemplo, uma questão pode estar sendo discutida entre pessoas de níveis diferentes da hierarquia de uma empresa, ou mesmo envolver pessoas de setores diferentes da sociedade (governo, igreja, empresas, universidades). Nesses casos se discute o nível de importância de cada participante e podem ser atribuídos pesos diferentes a cada um deles, tomando o cuidado de associar o "peso" de cada participante ao respectivo julgamento antes de se tomar a média geométrica.

Entretanto, fora da opção de considerar pesos diferentes para os participantes, Saaty e Vargas (2003) fazem um estudo interessante das decisões em grupo. Eles consideram que a média geométrica é a única válida para sintetização dos julgamentos de um grupo, mas quando os julgamentos de um grupo para uma comparação entre elementos são muito dispersos, ou seja, com valores não muito próximos de sua média geométrica, a média geométrica resultante não deve ser usada como o julgamento representativo do grupo. É introduzido o conceito de homogeneidade entre os julgamentos dos participantes e da compatibilidade dos indivíduos. Os autores também revelam que a dispersão nos julgamentos de um grupo levam a violações do ótimo de Pareto. O ótimo de Pareto, no caso do AHP aplicado a grupos, de maneira simplificada significa verificar que “se todos os indivíduos preferem a opção A à opção B, então o grupo também deve preferir”. O grau de violação do ótimo de Pareto pode ser medido e assim se testa a homogeneidade e compatibilidade do grupo por um método sugerido pelos autores. A conclusão que se chega é que a média geométrica deve ser usada como representativa para um grupo nos casos em que a dispersão dos julgamentos estiver dentro de certos limites, vistos em detalhe no estudo desses autores.