

1 Introdução

1.1 Motivação

Com o desenvolvimento da teoria quântica nas décadas de 20 e 30, o estudo das matrizes tornou-se de grande importância. No final da década de 40, cientistas se perguntavam como o computador digital poderia ser empregado para resolver o problema de autovalores das matrizes. A determinação de autovalores de uma matriz é assunto de grande importância para vários ramos das Ciências Exatas, tais como:

- análise do insumo-produto, introduzida por Leontief ligando indústrias individuais a todo trabalho da Economia;
- vibrações das asas de um avião;
- vibrações de pontes e outras estruturas sólidas;
- oscilação de partículas atômicas e moleculares nas ondas de Schrödinger;
- teoria dos operadores lineares diferenciais e integrais, dentre outros.

O alto custo computacional relacionado a resolução da equação característica de ordens elevadas, resultou em diversos algoritmos alternativos, cada vez mais poderosos e complexos.

O algoritmo de Jacobi clássico foi proposto em meados do século XIX. Durante a década de 1960 foi descoberto o método QR , mais indicado para as máquinas da época. Por esta razão, os métodos de Jacobi deixaram de ser utilizados em grande escala.

Um método tipo Jacobi quaterniônico bastante simples, porém muito eficiente foi proposto em (9): baseando-se no isomorfismo entre $\mathbb{H} \times \mathbb{H}$ e $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ é possível construir uma similaridade ortogonal que transforma uma matriz anti-simétrica na forma de Schur desejada. Segundo (4), uma das grandes vantagens dos métodos tipo Jacobi está na precisão inerente ao método, enquanto o método QR possui velocidade de processamento, em geral, superior.

Em 1995, foi a vez do caso simétrico: (14) desenvolve um algoritmo através de uma analogia com o caso anti-simétrico, capaz de obter os autova-

lores de matrizes simétricas utilizando quatérnios. A convergência do método foi estudada em (20).

Pouco tempo depois, estudos baseados nos casos simétricos e anti-simétrico permitiram o cálculo de autovalores para matrizes Hamiltonianas utilizando rotações por quatérnios.

O presente trabalho tem por objetivo realizar um escrutínio das aplicações do tipo Jacobi quaterniônico, além de propor uma extensão do algoritmo para o caso das matrizes reais normais.

1.2

Estrutura do trabalho

- o capítulo 2 introduz alguns conceitos matemáticos básicos, necessário a compreensão do método;

- o capítulo 3 apresenta o método tipo Jacobi quaterniônico para o caso anti-simétrico;

- o capítulo 4 descreve o algoritmo para o caso das matrizes simétricas e propõe o uso do algoritmo matrizes reais normais;

- o capítulo 5 desenvolve o algoritmo para matrizes Hamiltonianas;

- o capítulo 6 consiste na conclusão e alguns resultados numéricos.